



BULLETIN OFFICIEL

ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET RECHERCHE

Bulletin officiel n°24 du 11 juin 2015

SOMMAIRE

Enseignements secondaire et supérieur

Classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs

Organisation générale des études, horaire et programme de la classe préparatoire scientifique d'ATS métiers de la chimie

arrêté du 5-5-2015 – JO du 5-6-2015 (NOR : MENS1506092A)

Classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs

Objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle

arrêté du 5-5-2015 - J.O. du 5-6-2015 (NOR : MENS1506091A)

Classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs

Organisation générale des études, horaire et programme de la classe préparatoire scientifique ATS génie civil

arrêté du 5-5-2015 - J.O. du 5-6-2015 (NOR : MENS1506089A)

Classe préparatoire d'adaptation de techniciens supérieurs économie-gestion

Organisation générale des études, horaire et objectifs de formation : modification

arrêté du 5-5-2015 - J.O. du 5-6-2015 (NOR : MENS1506088A)

Classes préparatoires aux grandes écoles

Nature des classes préparatoires scientifiques aux grandes écoles : modification

arrêté du 6-5-2015 - J.O. du 5-6-2015 (NOR : MENS1506087A)

Classes préparatoires économiques et commerciales

Thème de culture générale en seconde année - année 2015-2016

arrêté du 19-5-2015 (NOR : MENS1501178A)

Mouvement du personnel

Admission à la retraite

Inspection générale de l'administration de l'éducation nationale et de la recherche
arrêté du 17-4-2015 - J.O. du 4-6-2015 (NOR : MENI1510040A)

Admission à la retraite

Inspection générale de l'administration de l'éducation nationale et de la recherche
arrêté du 22-4-2015 - J.O. du 4-6-2015 (NOR : MENI1509993A)

Admission à la retraite

Inspection générale de l'administration de l'éducation nationale et de la recherche
arrêté du 22-4-2015 - J.O. du 4-6-2015 (NOR : MENI1510007A)

Conseils, comités, commissions

Nomination au conseil d'administration de l'Institut de recherche pour le développement
arrêté du 21-5-2015 (NOR : MENR1501187A)

Nomination et détachement

Directeur général des services de l'université de Bourgogne (groupe I)
arrêté du 19-5-2015 (NOR : MENH1501179A)

Enseignements secondaire et supérieur

Classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs

Organisation générale des études, horaire et programme de la classe préparatoire scientifique d'ATS métiers de la chimie

NOR : MENS1506092A

arrêté du 5-5-2015 – JO du 5-6-2015

MENESR - DGESIP A1-2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 23-11-1994 modifié, notamment article 5 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 23-3-1995 ; arrêté du 7-1-1998 ; avis du CSE du 10-4-2015 ; avis du Cneser du 13-4-2015

Article 1 - L'organisation générale des études et l'horaire de la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie sont définis par les dispositions du présent arrêté.

Article 2 - L'horaire hebdomadaire de l'année d'études en classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie est fixé à l'annexe 1 du présent arrêté.

Article 3 - La durée hebdomadaire des interrogations orales effectuées dans la classe préparatoire scientifique d'ATS métiers de la chimie est fixée à l'annexe 2 du présent arrêté. Les interrogations orales sont organisées hebdomadairement durant vingt-cinq semaines. Dans les classes à faible effectif groupant moins de dix étudiants, la durée des interrogations orales est réduite de moitié.

Article 4 - Les objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie sont fixés respectivement aux annexes 3 (mathématiques), 4 (informatique), 5 (physique), 6 (chimie), 7 (génie des procédés), 8 (français et philosophie) et 9 (langues vivantes étrangères) du présent arrêté.

Article 5 - Les dispositions du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2015.

Article 6 - La directrice générale de l'enseignement scolaire et la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle sont chargées, chacune en ce qui la concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 5 mai 2015

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
La directrice générale de l'enseignement scolaire,
Florence Robine

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche

et par délégation,
pour la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,
Le chef de service de la stratégie des formations et de la vie étudiante
Rachel-Marie Pradeilles-Duval

Annexe 1

Horaire hebdomadaire de la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie (enseignement hebdomadaire élève)

Disciplines	Cours		TD		TP	
Mathématiques	6		4		-	
Informatique	-		(a)		-	
Physique	4		1		1	
Chimie	Parcours chimie	Parcours GP (b)	Parcours chimie	Parcours GP (b)	Parcours chimie	Parcours GP (b)
	4 dont 2 h de chimie générale et 2 h de chimie organique	3 dont 2 h de chimie générale et 1 h de chimie organique	3	4	1	1
Génie des procédés	2		1		1	
Français-philosophie	2		1		-	
Langue vivante étrangère	2		1		-	
Éducation physique et sportive	2					
TOTAL heures élève	36					

(a) 1 h d'enseignement au total est consacré à l'informatique ; cet horaire est inclus dans celui des disciplines scientifiques et technologiques.

(b) Parcours GP : parcours génie des procédés.

Annexe 2**Durée hebdomadaire des interrogations orales dans la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie**

Mathématiques	Informatique	Physique	Chimie	Français-philosophie	Langue vivante étrangère
20 min	5 min	10 min	10 min	(a)	10 min

(a) deux séances d'interrogation de 30 min réparties sur l'année

L'organisation de ces temps de formation est laissée à la discrétion de l'équipe pédagogique pour répondre de la manière la plus efficace possible à des besoins de différenciation et d'accompagnement.

Annexe 3

↪ Objectifs de formation et programme de mathématiques de la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie

Annexe 4**Objectifs de formation et programme d'informatique de la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie****I Objectifs de formation****1 Généralités**

L'informatique, omniprésente dans les différentes sphères de l'entreprise, de la recherche, des services, de la culture et des loisirs, repose sur des mécanismes fondamentaux devant être maîtrisés par les futurs ingénieurs, enseignants et chercheurs qui auront à s'en servir pour agir en connaissance de cause dans leur vie professionnelle.

La rapide évolution des outils informatiques et des sciences du numérique dans tous les secteurs de l'ingénierie (industrielle, logicielle et des services) et de la recherche rend indispensable un enseignement de l'informatique spécifiquement conçu pour l'étudiant de CPGE scientifiques. Celui-ci devra pouvoir dans sa vie professionnelle communiquer avec les informaticiens de son entreprise ou de son laboratoire, participer aux prises de décision en matière de systèmes d'information, posséder des connaissances de base nécessaires à la compréhension des défaillances et des risques informatiques, ainsi que des solutions permettant d'y remédier, et exploiter à bon escient les résultats de calculs numériques. Pour ce faire, il devra comprendre des concepts tels que la précision numérique, la faisabilité, l'efficacité, la qualité et les limites de solutions informatiques, ce qui requiert une certaine familiarité avec les architectures matérielles et logicielles, les systèmes d'exploitation, le stockage des données. Cette diversité d'exigences impose une formation à la fois fondamentale et appliquée.

Au niveau fondamental, on se fixe pour objectif la maîtrise d'un certain nombre de concepts de base, et avant tout, la conception rigoureuse d'algorithmes et le choix de représentations appropriées des données. Ceci impose une expérience pratique de la programmation et de la manipulation informatique de données, notamment d'origine expérimentale ou industrielle, et parfois disponibles en ligne.

Au niveau des applications, la rapidité d'évolution des technologies logicielles et matérielles renforce l'intérêt de présenter des concepts fondamentaux pérennes sans s'attacher outre mesure à la description de

technologies, protocoles ou normes actuels. En revanche, la formation s'attachera à contextualiser le plus souvent possible les activités pratiques en s'appuyant sur les autres disciplines scientifiques : chimie, physique, mathématiques, génie des procédés.

2 Compétences visées

Cet enseignement doit permettre de développer les compétences suivantes :

Analyser et modéliser	un problème, une situation ;
Imaginer et concevoir	une solution algorithmique modulaire, utilisant des méthodes de programmation appropriées pour le problème étudié ;
Traduire	un algorithme dans un langage de programmation moderne et généraliste ;
Spécifier	rigoureusement les modules ou fonctions ;
Évaluer, contrôler, valider	des algorithmes et des programmes ;
Communiquer	à l'écrit ou à l'oral, une problématique, une solution ou un algorithme, une documentation.

L'étude et la maîtrise de quelques algorithmes fondamentaux, associés à l'apprentissage de la syntaxe du langage de programmation choisi, permettent de développer des méthodes (ou paradigmes) de programmation appropriés, fiables et efficaces : programmation impérative, approche descendante, programmation structurée, sensibilisation au coût en temps et en mémoire, documentation des programmes en vue de leur réutilisation et possibles modifications ultérieures.

La pratique régulière de la résolution de problèmes par une approche algorithmique et des activités de programmation qui en résultent constitue un aspect essentiel de l'apprentissage de l'informatique. Il est éminemment souhaitable que les exemples choisis ainsi que certains exercices d'application soient directement inspirés par les enseignements de physique et chimie, de mathématiques, et de génie des procédés.

II Programme

1. Introduction : présentation du système informatique utilisé et éléments d'architecture des ordinateurs

Une séance introductive sera consacrée à présenter et à familiariser les étudiants :

- aux principaux composants d'une machine numérique telle que l'ordinateur personnel, une tablette, etc. : sources d'énergie, mémoire vive, mémoire de masse, unité centrale, périphériques d'entrée-sortie, ports de communication avec d'autres composants numériques (aucune connaissance particulière des composants cités n'est cependant exigible) ;
- à la manipulation d'un système d'exploitation (gestion des ressources, essentiellement : organisation des fichiers, arborescence, droits d'accès, de modification, entrées/sorties) ;

- à la manipulation d'un environnement de développement.

La principale capacité développée dans cette partie de la formation est :

- manipuler en mode « utilisateur » les principales fonctions d'un système d'exploitation et d'un environnement de développement.

2. Algorithmique et programmation

2.a Outils employés

L'enseignement s'appuie sur un environnement logiciel complet, dédié aussi bien à la programmation qu'à des tâches de calcul scientifique en lien avec l'étude des problèmes de simulation. Au moment de la conception de ce programme, l'environnement sélectionné est Scilab.

Afin d'en permettre rapidement une utilisation dans d'autres enseignements, une séance de présentation de cet environnement sera prévue en début d'année. Les travaux pratiques conduiront à éditer et manipuler fréquemment des codes sources et des fichiers. Les étudiants doivent être familiarisés, au sein de l'environnement logiciel, avec les tâches de création d'un fichier source, d'édition d'un programme, de gestion des fichiers, d'exécution et d'arrêt forcé d'un programme.

L'étude approfondie de l'environnement logiciel n'est pas une fin en soi et n'est pas un attendu du programme.

Des textes réglementaires ultérieurs pourront mettre à jour ce choix d'environnement en fonction des évolutions et des besoins.

2.b Algorithmique

Les compétences en matière d'algorithmique et de programmation étant profondément liées, il est souhaitable que ces deux sujets soient abordés de concert, même si pour des raisons de clarté d'exposition ils sont ici séparés.

L'introduction à l'algorithmique contribue à apprendre à l'étudiant à analyser, à spécifier et à modéliser de manière rigoureuse une situation ou un problème. Cette démarche algorithmique procède par décomposition en sous-problèmes et par affinements successifs. L'accent étant porté sur le développement raisonné d'algorithmes, leur implantation dans un langage de programmation n'intervient qu'après une présentation organisée de la solution algorithmique, indépendante du langage choisi.

Les invariants de boucles sont introduits pour s'assurer de la correction des segments itératifs.

La notion de coût d'un algorithme en temps et en mémoire est introduite sur des exemples simples.

Pour faire mieux comprendre la notion d'algorithme et sa portée universelle, on s'appuie sur un petit nombre d'algorithmes simples, classiques et d'usage universel, que les étudiants doivent savoir expliquer et programmer, voire modifier selon les besoins et contraintes des problèmes étudiés.

Contenus	Précisions et commentaires
Recherche dans une liste, recherche du maximum dans une liste de nombres, calcul de la moyenne et de la variance.	La notion de coût en nombre d'opérations pourra être abordée ici : nombre de comparaisons pour la recherche du maximum ; nombre d'additions pour le calcul de la moyenne.
Recherche par dichotomie dans un tableau trié. Recherche par dichotomie du zéro d'une fonction continue et monotone.	La question de la précision du calcul pourra être abordée ici, de même que les phénomènes de dépassement de capacité (ou « overflow ») conduisant à des résultats faux ou à des erreurs d'arrondis. Le problème de la comparaison avec 0 sera mis en avant.

Méthodes des rectangles et des trapèzes pour le calcul approché d'une intégrale sur un segment.	La question de la précision du calcul pourra à nouveau être abordée, en particulier par une comparaison des deux méthodes. On pourra également faire la comparaison avec les outils d'intégration numérique fournis par l'environnement logiciel.
-------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :

- comprendre un algorithme et expliquer ce qu'il fait ;
- modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent ;
- concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé ;
- expliquer le fonctionnement d'un algorithme ;
- écrire des instructions conditionnelles avec alternatives, éventuellement imbriquées ;
- justifier qu'une itération (ou boucle) produit l'effet attendu au moyen d'un invariant ;
- démontrer qu'une boucle se termine effectivement ;
- s'interroger sur le coût en temps d'un algorithme.

Les étudiants devront être capables de programmer au sein de l'environnement logiciel indiqué ci-dessus les différents algorithmes étudiés.

2.c Programmation

On insistera sur une organisation modulaire des programmes ainsi que sur la nécessité d'une programmation structurée et parfaitement documentée.

Contenus	Précisions et commentaires
Variables : notion de type et de valeur d'une variable, types simples.	Les types simples présentés sont les entiers, flottants, booléens et chaînes de caractères.
Expressions et instructions simples : affectation, opérateurs usuels, distinction entre expression et instruction.	Les expressions considérées sont à valeurs numériques, booléennes ou de type chaîne de caractères.
Instructions conditionnelles : expressions booléennes et opérateurs logiques simples, instruction if. Variantes avec alternative (else).	Les étudiants devront être capables de structurer et comprendre plusieurs niveaux d'alternatives implantées par des instructions conditionnelles imbriquées.
Instructions itératives : boucles for, boucles conditionnelles while.	Les sorties de boucle (instruction break) peuvent être présentées et se justifient uniquement lorsqu'elles contribuent à simplifier notablement la programmation sans réelle perte de lisibilité des conditions d'arrêt.

Fonctions : notion de fonction (au sens informatique), définition dans le langage utilisé, paramètres (ou arguments) et résultats, portée des variables.	On distingue les variables locales des variables globales et on décourage l'utilisation des variables globales autant que possible.
Manipulation de quelques structures de données : chaînes de caractères (création, accès à un caractère, concaténation), listes (création, ajout d'un élément, suppression d'un élément, accès à un élément, extraction d'une partie de liste), tableaux à une ou plusieurs dimensions.	On met en évidence le fait que certaines opérations d'apparence simple cachent un important travail pour le processeur.
Fichiers : notion de chemin d'accès, lecture et écriture de données numériques ou de type chaîne de caractères depuis ou vers un fichier.	On encourage l'utilisation de fichiers en tant que supports de données ou de résultats avant divers traitements, par exemple graphiques.

Les exemples de programmation ne se limitent pas à la traduction des algorithmes introduits en partie 2.b.

Les principales capacités développées dans cette partie sont les suivantes :

- concevoir l'en-tête (ou la spécification) d'une fonction, puis la fonction elle-même ;
- traduire un algorithme dans un langage de programmation ;
- gérer efficacement un ensemble de fichiers correspondant à des versions successives d'un fichier source ;
- rechercher une information au sein d'une documentation en ligne, analyser des exemples fournis dans cette documentation ;
- documenter une fonction, un programme plus complexe.

3. Ingénierie numérique et simulation

3.a Objectifs et organisation de cet enseignement

Dans cette partie de programme, on étudie le développement d'algorithmes numériques sur des problèmes scientifiques étudiés et mis en équation dans les autres disciplines. La pédagogie par projets est encouragée.

3.b Outils employés

L'objectif est de familiariser les étudiants avec un environnement de simulation numérique. Cet environnement doit permettre d'utiliser des outils de calcul numérique et leur documentation pour développer et exécuter des programmes numériques. On veillera à faire aussi programmer par les étudiants certains des algorithmes étudiés. Aucune connaissance des fonctions fournies par l'environnement n'est exigible des étudiants. Au moment de l'élaboration de ces programmes d'enseignement, l'atelier logiciel Scilab est l'environnement choisi.

3.c Simulation numérique

Il s'agit d'apprendre aux étudiants à utiliser des algorithmes numériques simples et/ou à utiliser des outils existants pour résoudre des problèmes étudiés et mis en équation dans les autres disciplines. Le problème d'origine doit être exposé mais la modélisation (et la mise en équations) n'est pas un objectif de ce programme.

Dans cette partie, on n'aborde pas les aspects théoriques qui relèvent des autres enseignements scientifiques. Seules la mise en œuvre constructive des algorithmes et l'analyse empirique des résultats sont concernées. On s'attache à comparer la solution numérique à une solution analytique quand elle existe, à des résultats expérimentaux, aux solutions obtenues en utilisant les fonctions de l'environnement de travail choisi. On illustre ainsi les performances de différents algorithmes pour la résolution des problèmes. On met l'accent sur

les aspects pratiques comme l'impact des erreurs d'arrondi sur les résultats, les conditions d'arrêt, le coût en temps de calcul ou le stockage en mémoire.

Contenus	Précisions et commentaires
Outils logiciels existants : utilisation de quelques fonctions de l'environnement logiciel et de leur documentation en ligne.	On met en évidence l'intérêt de faire appel aux outils numériques déjà existants au sein de l'environnement, évitant de devoir réinventer des solutions à des problèmes bien connus. La recherche des spécifications des fonctions concernées joue un rôle essentiel pour le développement de solutions fiables aux problèmes posés.
Problème stationnaire à une dimension, linéaire ou non conduisant à la résolution approchée d'une équation numérique. Méthode de dichotomie, méthode de Newton.	On souligne les différences du comportement informatique des deux algorithmes en termes de rapidité. On illustre à nouveau le problème du test d'arrêt (inadéquation de la comparaison à zéro).
Problème dynamique à une dimension, linéaire ou non, conduisant à la résolution approchée d'une équation différentielle ordinaire par la méthode d'Euler.	On compare les résultats obtenus avec les fonctions de résolution approchée fournies par l'environnement logiciel. On met en évidence l'impact du pas de discrétisation et du nombre d'itérations sur la qualité des résultats et sur le temps de calcul.
Problème discret multidimensionnel, linéaire, conduisant à la résolution d'un système linéaire inversible (ou de Cramer) par la méthode de Gauss avec recherche partielle du pivot.	La méthode de Gauss étant introduite dans le cours de mathématiques, il est nécessaire de se coordonner avec le professeur de mathématiques pour traiter cette question. Il ne s'agit pas de présenter cet algorithme mais de l'exécuter pour étudier sa mise en œuvre et les problèmes que pose cette démarche. On illustre l'impact de la taille des matrices sur le temps de calcul.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :

- réaliser un programme complet structuré allant de la prise en compte de données expérimentales à la mise en forme des résultats permettant de résoudre un problème scientifique donné ;
- étudier l'effet d'une variation des paramètres sur le temps de calcul, sur la précision des résultats, sur la forme des solutions pour des programmes d'ingénierie numérique choisis ;
- utiliser les fonctions de l'environnement logiciel pour résoudre un problème scientifique mis en équation lors des enseignements de chimie, physique, mathématiques, génie des procédés ;
- utiliser les fonctions de l'environnement logiciel pour afficher les résultats sous forme graphique ;
- tenir compte des aspects pratiques comme l'impact des erreurs d'arrondi sur les résultats, le temps de calcul ou le stockage en mémoire.

4. Réalisation d'un projet transdisciplinaire

L'acquisition durable de compétences, même modestes, en informatique repose sur une régularité d'exercices pratiques et s'accorde au mieux avec le développement de projets. Il est donc recommandé que les étudiants mettent en œuvre leurs connaissances en informatique dans le cadre de la réalisation de leur projet transdisciplinaire (alliant chimie, et/ou physique et/ou mathématiques et/ou génie des procédés).

Les thèmes des projets doivent être choisis de manière à représenter la diversité des applications possibles, notamment en physique, chimie et génie des procédés. Le choix des thèmes peut être laissé à la discrétion des étudiants sous réserve d'une supervision de la part des enseignants. Ces derniers veilleront ainsi à ce qu'un volet informatique soit développé au sein de chaque sujet.

Ces projets doivent pouvoir être présentés (sous forme écrite et orale) par les étudiants en mettant en valeur :

- la nature et l'intérêt du problème scientifique étudié ;
- l'approche choisie pour résoudre le problème ;
- l'organisation choisie pour la conduite du projet (répartition des tâches, échéancier) ;
- la structuration de la solution (découpage en diverses tâches et modules) ;
- l'adéquation de la solution par rapport au problème initialement posé.

Capacités intervenant dans cette partie :

- recueillir des informations et mobiliser des ressources ;
- créer des perspectives nouvelles ;
- organiser un travail impliquant un développement logiciel ;
- collaborer au sein d'une équipe pour réaliser une tâche ;
- développer un regard critique sur les résultats obtenus ;
- présenter une solution à l'écrit, à l'oral.

Annexe 5

↳ *Objectifs de formation et programme de physique de la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie*

Annexe 6

↳ *Objectifs de formation et programme de chimie de la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie*

Annexe 7

↳ *Objectifs de formation et programme de génie des procédés de la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie*

Annexe 8

Objectifs de formation et programme de français et philosophie de la classe préparatoire scientifique d'ATS métiers de la chimie

I - Objectifs de formation

Commun à toutes les classes préparatoires scientifiques, cet enseignement qui concerne à part égale les

lettres et la philosophie, est partie constituante de la formation générale des étudiants. Sa finalité est de former l'esprit à une réflexion autonome et éclairée par la lecture ample et directe des grands textes et par la pratique de la dissertation, qui apprend à l'étudiant à s'interroger, à conduire une pensée cohérente et à exploiter d'une manière pertinente ses lectures. Il poursuit trois objectifs majeurs :

1. Il vise à développer leur maîtrise de l'expression écrite et orale ainsi que leur aptitude à communiquer, compétences indispensables pour leur future vie professionnelle.

Le travail méthodique sur des textes extraits ou non du programme par l'exercice de la lecture et du résumé, sollicite leurs qualités de compréhension et de reformulation, les conduit à identifier diverses stratégies de communication, à hiérarchiser des informations d'origines variées et à savoir en proposer une présentation structurée, leur apprend à entrer dans un système d'argumentation et à en apprécier la pertinence.

La pratique des interrogations orales leur donne l'occasion de s'exercer à présenter un sujet, d'argumenter avec rigueur, de se mettre à l'écoute d'un interlocuteur et de renforcer leur aptitude au dialogue.

2. Il les entraîne à approfondir leur réflexion personnelle et leur sens critique en sollicitant leurs capacités de comprendre une problématique large ou limitée, d'imaginer des solutions, de mobiliser rapidement leurs connaissances et de savoir choisir avec discernement des arguments convaincants.

3. Il leur permet, par la lecture des œuvres inscrites au programme, d'enrichir leur culture et de mieux comprendre le monde dans lequel ils vivent. Grâce à un choix obéissant aux critères suivants :

- qualité d'écriture,
- richesse, attrait et signification des œuvres,
- variété des genres,
- présence d'une œuvre traduite,

il invite les étudiants à confronter sur un même thème des points de vue diversifiés et à en tirer profit pour leur formation personnelle.

II - Programme

Durant l'année de préparation, l'enseignement prend appui notamment sur un thème étudié dans deux œuvres littéraires et philosophiques.

Ce thème et les œuvres correspondantes sont fixés pour un an par arrêté.

Annexe 9

Objectifs de formation et programme de langues vivantes étrangères de la classe préparatoire scientifique d'ATS métiers de la chimie

I - Objectifs de formation

L'étude des langues vivantes étrangères dans la classe préparatoire ATS a comme objectifs :

1) de consolider, d'approfondir et de compléter les acquis des scolarités antérieures sur le double plan linguistique et culturel ;

2) d'entraîner les étudiants à la méthodologie et à la pratique des différentes formes d'évaluation par des exercices portant notamment sur :

- la compréhension de l'écrit et celle de l'oral ;
- l'expression orale et écrite ;

- les activités de traduction et de contraction de texte ;
 - la compétence linguistique ;
- 3) de mettre en perspective les grands repères culturels relatifs aux pays dont la langue est étudiée.

II - Programme

Pendant l'année de préparation, on veillera à développer chez les étudiants les aptitudes qui leur permettent :

- de comprendre un document enregistré (audio ou vidéo) portant sur un sujet d'intérêt général dans une aire linguistique donnée en évitant les écarts trop marqués sur les plans lexical, syntaxique et phonologique ;
- d'appréhender le sens de textes d'origine et de nature variées, de rendre compte de leur contenu et de leur structure et de mettre en évidence les enjeux qu'ils soulèvent ;
- de s'exprimer, tant à l'oral qu'à l'écrit, dans une langue syntaxiquement correcte faisant appel à des ressources lexicales progressivement enrichies ;
- de prendre la parole en recherchant aisance dans l'expression et qualité de la prononciation.

Annexe 5**Objectifs de formation et programme de physique de la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie**

Le programme de physique de la classe d'ATS métiers de la chimie s'inscrit dans une volonté de compléter la formation initiale d'étudiants issus de formations techniques en lien avec les métiers de la chimie afin qu'ils poursuivent avec succès leurs études en école d'ingénieur.

L'objectif de l'enseignement de physique est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- réaliser et créer ;
- valider.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme.

Celui-ci identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation antérieure des étudiants d'ATS métiers de la chimie leur a permis d'acquérir de solides compétences expérimentales. En classe d'ATS, l'approche expérimentale sera privilégiée pour introduire les concepts et les lois.

Modéliser est une compétence essentielle. La construction d'un modèle passe par l'utilisation de grandeurs physiques qui, par construction, peuvent être associées à des valeurs numériques et par l'utilisation nécessaire des mathématiques avec ses symboles et ses méthodes. L'accent doit être porté sur l'établissement des modèles mathématiques et l'exploitation des résultats qu'ils permettent d'obtenir. L'évolution des techniques numériques permet désormais de déléguer les phases de résolution à l'outil informatique. L'utilisation des outils numériques permet en outre une modélisation plus proche du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement et atteindre un but.

Le programme est organisé en trois parties :

- dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problèmes. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de l'année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants ;
- dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les étudiants doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues ;
- dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux **contenus disciplinaires**. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre ;
- certains items de cette troisième partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une **approche numérique** ou d'une **approche documentaire**.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation en ATS métiers de la chimie est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté

à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité ;
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées ;
- il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, génie des procédés, informatique et chimie.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La physique est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissent mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.

C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat, etc.) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie ;
 - le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :
 - les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique ;
 - les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées ;
- La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les étudiants et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale - énoncer une problématique d'approche expérimentale

	définir les objectifs correspondants
Analyser	<ul style="list-style-type: none">- formuler et échanger des hypothèses- proposer une stratégie pour répondre à la problématique- proposer un modèle- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	<ul style="list-style-type: none">- mettre en œuvre un protocole- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	<ul style="list-style-type: none">- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes- confronter un modèle à des résultats expérimentaux- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information- analyser les résultats de manière critique- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	<ul style="list-style-type: none">- à l'écrit comme à l'oral :. présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible. utiliser un vocabulaire scientifique adapté. s'appuyer sur des schémas, des graphes- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	<ul style="list-style-type: none">- travailler seul ou en équipe- solliciter une aide de manière pertinente- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les étudiants à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

La compétence « **être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les étudiants à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les étudiants d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue.
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, etc.). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. ...
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, etc.). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue ...
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats. ...

3. Approches documentaires

L'objectif d'une « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

Les objectifs de ces activités sont :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo, etc.), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux, etc.) dans les domaines de la physique des ^{xx}e et ^{xxi}e siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	Dégager la problématique principale. Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie. Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau, etc.).
Analyser	Identifier les idées essentielles et leurs articulations. Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents. Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence. Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse.
Réaliser	Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau.

	<p>Trier et organiser des données, des informations. Tracer un graphe à partir de données. Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure, etc. Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau, etc. Conduire une analyse dimensionnelle. Utiliser un modèle décrit.</p>
Valider	<p>Faire preuve d'esprit critique. Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire. Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude, etc.). Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance.</p>
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	<p>Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation, etc. (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique). Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale. Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques.</p>

Partie 2 - Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la pratique de la formation expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude - en gras dans la partie « contenus disciplinaires » - à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

Elle présente de façon détaillée l'ensemble des **capacités expérimentales** qui doivent être acquises et pratiquées en autonomie par les étudiants à l'issue de leur formation.

Une liste de matériel, que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice succincte figure dans un appendice du présent programme.

Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée.

Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les étudiants doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure, etc., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les étudiants doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans toute type d'activités (résolution de problèmes, etc.).

Notions et contenus	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	<p>Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.</p> <p>Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.</p>
Notion d'incertitude, incertitude-type.	<p>Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.</p>
Évaluation d'une incertitude-type.	<p>Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).</p> <p>Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...).</p>
Incertitude-type composée.	<p>Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.</p> <p>Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.</p>
Incertitude élargie.	<p>Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.</p>

Présentation d'un résultat expérimental.	Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.
Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure).	Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence. Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.

Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes - repérés en gras dans le corps du programme de formation disciplinaire - peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel : par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour de l'oscilloscope ne sauraient être l'objectif d'une séance unique, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaine, les deux premiers étant davantage transversaux. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. La capacité à former une image de bonne qualité, par exemple, peut être mobilisée au cours d'une expérience de mécanique ou de thermodynamique, cette transversalité de la formation devant être un moyen, entre d'autres, de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites plus haut dans la partie « Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales ».

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. Mesures de temps et de fréquences Fréquence ou période : - mesure directe au fréquencemètre numérique, à l'oscilloscope ou via une carte d'acquisition ; - mesure indirecte : par comparaison avec une fréquence connue voisine, en réalisant des battements. Analyse spectrale.	Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition. Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique.
2. Mécanique Mesurer une masse. Visualiser et décomposer un mouvement. Mesurer une accélération. Quantifier une action. Mesurer un coefficient de tension superficielle. Mesurer une viscosité.	Utiliser une balance de précision. Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération. Mettre en œuvre un accéléromètre. Mettre en œuvre un protocole permettant d'évaluer l'amplitude d'une force.
3. Thermodynamique Mesurer une pression. Mesurer une température. Effectuer des bilans d'énergie.	Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu. Mettre en œuvre un capteur de température : thermomètre, thermocouple, thermistance, ou capteur infrarouge. Choisir le capteur en fonction de ses caractéristiques (linéarité, sensibilité, gamme de fonctionnement, temps de réponse), et du type de mesures à effectuer. Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.
4. Mesure de longueurs Mesurer une longueur d'onde.	Évaluer une longueur d'onde à l'aide d'un dispositif de type trous d'Young.

Contenus disciplinaires

1. Mécanique

Présentation

Cette partie consacrée à l'étude de la mécanique du point doit permettre d'accéder à la maîtrise opérationnelle de lois fondamentales et de méthodes réinvesties tout au long de l'année :

- bilans d'énergie avec les théorèmes de l'énergie cinétique et mécanique dont la portée sera étendue lors du cours de thermodynamique ;
- bilan de quantité de mouvement avec le principe fondamental de la dynamique revu dans le cadre de la mécanique des fluides ;

La mécanique du point est aussi l'occasion d'introduire les étudiants à la modélisation du comportement dynamique d'un système, les lois présentées permettant de quantifier des phénomènes facilement accessibles expérimentalement.

Objectifs généraux de formation

La partie mécanique constitue une entrée concrète vers la manipulation de grandeurs vectorielles associées à plusieurs variables d'espace. Il convient d'introduire ces notions dans le cadre de l'étude de mouvements simples pour prendre en compte la diversité des origines des étudiants.

Pour que l'ensemble de ces compétences soient pleinement développées, il est indispensable de ne pas proposer aux étudiants exclusivement des situations simplifiées à l'extrême (masse accrochée à un ressort...) et de ne pas se limiter à des situations dont la modélisation permet d'obtenir une équation différentielle dont la résolution peut être analytique.

Le bloc 1 est une approche de la cinématique du point (les exemples étant limités aux mouvements plans). Il convient de construire les outils sans formalisme excessif, en motivant l'étude par des exemples réels, tirés par exemple d'expériences de cours ou d'enregistrements vidéo. Ainsi, l'introduction du repérage en coordonnées cartésiennes s'appuie sur l'étude du mouvement à accélération constante et l'introduction du repérage en coordonnées polaires s'appuie sur l'étude du mouvement circulaire. La compréhension du rôle de l'accélération normale dans un mouvement curviligne plan quelconque est une compétence attendue mais tout calcul à ce sujet est hors programme. La description du mouvement de la Terre autour du Soleil, débouchant notamment sur la compréhension du phénomène des saisons, permet de donner du sens au formalisme introduit.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Description et paramétrage du mouvement d'un point	
Espace et temps classiques. Référentiel d'observation. Caractère relatif du mouvement. Description d'un mouvement. Vecteur-position, vecteur-vitesse, vecteur-accélération.	Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.
Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.	Établir les expressions des composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques. Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire les composantes du vecteur-vitesse dans le seul cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques. Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.
Mouvement rectiligne à accélération constante.	Exprimer la vitesse et la position en fonction du temps.
Mouvement courbe de vecteur-accélération de module constant.	Prévoir qualitativement les mouvements projetés sur des axes parallèle et perpendiculaire au vecteur accélération.
Mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération en coordonnées polaires planes. Identifier les liens entre les composantes du vecteur-accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur-vitesse et sa variation temporelle. Situer qualitativement la direction du vecteur-accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.

Les blocs 2 et 3 introduisent les bases de la dynamique newtonienne. L'utilisation des outils de calcul numérique (calculatrices graphiques, logiciels de calcul numérique, etc.) permettent de traiter des situations plus proches de la réalité dans toute leur richesse (rôle des frottements, effets non linéaires, etc.).

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Loi de la quantité de mouvement	
Notions sur les quatre interactions fondamentales.	Citer quelques ordres de grandeur associés aux quatre interactions. Nommer les quatre interactions. Les associer à un domaine d'application.
Lois de Coulomb du frottement de glissement dans le seul cas d'un solide en translation.	Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situation : équilibre, mise en mouvement, freinage. Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider. Proposer et mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements solide.
Forces. Principe des actions réciproques.	Établir un bilan des forces. Proposer et mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force.
Référentiel galiléen. Principe d'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens. Décrire le mouvement d'un système isolé dans un référentiel galiléen.
Quantité de mouvement d'un point matériel. Principe fondamental de la dynamique.	Prévoir l'incidence de la masse sur la dynamique d'un système. Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre d'inertie d'un système fermé.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.	Modéliser le mouvement sans frottement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.
Influence des frottements fluides.	Prendre en compte la traînée dans la modélisation. Approche numérique : exploiter une équation différentielle sans la résoudre analytiquement : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats fournis par un logiciel. Proposer et mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Approche énergétique du mouvement d'un point matériel	
Puissance et travail d'une force.	Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force.
Théorème de l'énergie cinétique dans un référentiel galiléen.	Établir le théorème de l'énergie cinétique à partir du principe fondamental de la dynamique. Déterminer l'équation du mouvement à partir du théorème sous forme instantanée dans le cas d'un mouvement unidimensionnel. Réaliser un bilan entre deux instants pour déterminer des grandeurs relatives au mouvement.
Énergie potentielle. Énergie mécanique.	Établir les expressions des énergies potentielles de pesanteur (champ uniforme), énergie potentielle élastique, énergie électrostatique (champ uniforme et champ créé par une charge ponctuelle).
Mouvement conservatif.	Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique.
Mouvement conservatif à une dimension.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.
Positions d'équilibre. Stabilité.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre, et la nature stable ou instable de ces positions.

Le bloc 4 aborde l'étude de la réponse des systèmes mécaniques linéaires du second ordre à une excitation. Il s'agit avant tout de comprendre les principes des outils utilisés, et leur exploitation pour étudier le comportement d'un système linéaire et l'évolution des grandeurs physiques utilisés pour le modéliser. L'objectif est de comprendre le rôle central de la linéarité des systèmes dans leur modélisation.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Comportement dynamique d'un système au voisinage d'une position d'équilibre stable. Réponse à une excitation	
Oscillateur mécanique amorti par frottement visqueux.	<p>Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.</p> <p>Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires et l'associer aux valeurs des paramètres caractéristiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.</p> <p>Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.</p> <p>Prévoir la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la réponse détaillée dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique.</p> <p>Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, selon la valeur du facteur de qualité.</p>
Pendule simple.	<p>Modéliser le comportement d'un pendule simple.</p> <p>Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.</p>
Oscillateur mécanique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	<p>Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mettre en évidence le phénomène de résonance.</p> <p>Utiliser la méthode des complexes pour étudier le régime forcé sinusoïdal.</p> <p>À l'aide d'un outil de résolution numérique, mettre en évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en élongation.</p> <p>Relier l'acuité de la résonance au facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes d'amplitude et de phase obtenus expérimentalement.</p> <p>Mettre en œuvre une démarche expérimentale permettant d'étudier les régimes transitoires des systèmes du second ordre</p>
Onde mécanique transversale.	<p>Modéliser des ondes transversales d'une corde.</p> <p>Reconnaître le caractère progressif ou stationnaire d'une onde. Utiliser les conditions aux limites et identifier les modes propres d'une onde stationnaire.</p>

2. Thermodynamique

Présentation

Après avoir mis l'accent sur le passage fondamental d'une réalité microscopique à des grandeurs mesurables macroscopiques, cette partie propose, en s'appuyant sur des exemples concrets, de poursuivre la description et l'étude de la matière à l'échelle macroscopique, l'objectif étant d'aborder l'étude des applications industrielles. En introduisant le formalisme de la thermodynamique différentielle, les principes de la thermodynamique pour un système fermé sont repris sous forme infinitésimale. Les identités thermodynamiques sont introduites dans le but d'établir et de comprendre les allures des courbes dans les diagrammes thermodynamiques ; il ne s'agit pas de les exploiter pour retrouver les expressions des fonctions d'état, ces dernières devant toujours être fournies. L'application

des deux principes aux fluides en écoulement stationnaire dans les systèmes ouverts conduit ensuite à l'analyse de quelques systèmes industriels.

On utilisera les notations suivantes : pour une grandeur extensive A , a sera la grandeur massique associée et A_m la grandeur molaire associée.

On veillera à assurer une bonne coordination avec les enseignants de chimie et de génie des procédés, les notions abordées dans le cours de thermodynamique étant utilisées entre autre dans les cours de thermochimie et de transferts thermiques.

Objectifs généraux de formation

Il est essentiel de bien situer le niveau de ce cours de thermodynamique, en le considérant comme une introduction à un domaine complexe dont le traitement complet relève de la physique statistique. On s'attachera néanmoins, de façon prioritaire, à la rigueur des raisonnements mis en place (définition du système, lois utilisées, etc.).

Outre la maîtrise des capacités reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude ;
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation ;
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales ;
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes ;
- découper un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux puis sommer les contributions infinitésimales d'une grandeur extensive ;
- définir une surface de contrôle afin de réaliser des bilans de grandeurs extensives ;
- utiliser des diagrammes thermodynamiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Descriptions microscopique et macroscopique d'un système à l'équilibre	
Échelles microscopique, mésoscopique, et macroscopique. Libre parcours moyen.	Définir l'échelle mésoscopique et en expliquer l'intérêt. Citer quelques ordres de grandeur de libres parcours moyens.
Système thermodynamique.	Identifier un système ouvert, un système fermé, un système isolé.
État d'équilibre d'un système soumis aux seules forces de pression. Pression, température, volume, équation d'état. Grandeur extensive, grandeur intensive.	Évaluer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique. Déduire une température d'une condition d'équilibre thermique. Énoncer quelques ordres de grandeur de volumes molaires ou massiques dans les conditions usuelles de pression et de température.
Exemples du gaz parfait et d'une phase condensée indilatable et incompressible.	Énoncer et utiliser l'équation d'état des gaz parfaits.
Énergie interne d'un système. Capacité thermique à volume constant dans le cas du gaz parfait.	Exprimer l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique à partir de l'interprétation microscopique de la température. Évaluer la variation d'énergie interne liée à une variation de température pour un gaz parfait.
Énergie interne et capacité thermique à volume constant d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.	Évaluer la variation d'énergie interne liée à une variation de température pour une phase condensée incompressible et indilatable.
Approximation des phases condensées peu compressibles et peu dilatables.	Interpréter graphiquement la différence de compressibilité entre un liquide et un gaz à partir d'isothermes expérimentales.
Du gaz réel au gaz parfait.	Comparer le comportement d'un gaz réel au modèle du gaz parfait sur des réseaux d'isothermes expérimentales en coordonnées de Clapeyron ou d'Amagat.
Corps pur diphasé en équilibre. Diagramme de phases (P,T). Cas de l'équilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P,v), titre en vapeur.	Analyser un diagramme de phase expérimental (P,T). Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression. Positionner les phases dans les diagrammes (P,T) et (P,v). Déterminer la composition d'un mélange diphasé en un point d'un diagramme (P,v).

	Mettre en œuvre un protocole expérimental d'étude des relations entre paramètres d'état d'un fluide à l'équilibre (corps pur monphasé ou sous deux phases).
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Énergie échangée par un système au cours d'une transformation	
Transformation thermodynamique subie par un système.	Définir un système. Exploiter les conditions imposées par le milieu extérieur pour déterminer l'état d'équilibre final. Utiliser le vocabulaire usuel : évolutions isochore, isotherme, isobare, monobare, monotherme.
Travail des forces de pression. Transformations isochore, monobare.	Déterminer le travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule variable. Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.
Transfert thermique. Transformation adiabatique. Thermostat, transformations monotherme et isotherme.	Distinguer qualitativement les trois types de transferts thermiques : conduction, convection et rayonnement. Identifier dans une situation expérimentale le ou les systèmes modélisables par un thermostat. Proposer de manière argumentée le modèle limite le mieux adapté à une situation réelle entre une transformation adiabatique et une transformation isotherme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Premier principe. Bilans d'énergie	
Premier principe de la thermodynamique :	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir travail et transfert thermique. Exploiter l'extensivité de l'énergie interne. Distinguer le statut de la variation de l'énergie interne du statut des termes d'échange. Appliquer le premier principe pour obtenir une équation différentielle relative au système considéré. Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une grandeur thermodynamique énergétique (capacité thermique, enthalpie de fusion, etc.).
Enthalpie d'un système. Capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	Exprimer l'enthalpie du gaz parfait à partir de l'énergie interne. Établir la dépendance de l'enthalpie d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable avec la seule grandeur température. Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final. Énoncer l'ordre de grandeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Deuxième principe. Bilans d'entropie	

Deuxième principe : fonction d'état entropie, entropie créée, entropie échangée.	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan entropique. Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité. Appliquer le second principe pour obtenir modèle mathématique relatif au système considéré.
Variation d'entropie d'un système.	Utiliser l'expression fournie de la fonction d'état entropie. Exploiter l'extensivité de l'entropie.
Loi de Laplace.	Énoncer et utiliser la loi de Laplace avec ses conditions d'application.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Potentiel thermodynamique	
Enthalpie libre. Identités thermodynamiques. Potentiel chimique.	Justifier que l'enthalpie libre est le potentiel thermodynamique adapté à l'étude des transformations isothermes, isobares et spontanées. Exprimer l'entropie créée en fonction de la variation d'enthalpie libre. Énoncer les expressions des différentielles de l'énergie interne, de l'enthalpie et de l'enthalpie libre. Distinguer le caractère intensif et extensif des variables utilisées.

Notions et contenus	Capacités exigibles
6. Changement d'état du corps pur	
Condition d'équilibre et évolution d'un corps pur sous plusieurs phases.	Établir l'égalité des potentiels chimiques pour un corps pur en équilibre sous plusieurs phases. En déduire l'existence d'une courbe d'équilibre sur un diagramme (P,T). Prévoir le sens d'évolution d'un système en fonction des potentiels chimiques.
Corps pur diphasé en équilibre. Diagramme de phases (P,T). Cas de l'équilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P,v), titre en vapeur.	Analyser un diagramme de phase expérimental (P,T). Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression. Positionner les phases dans les diagrammes (P,T) et (P,v). Mettre en œuvre un protocole expérimental d'étude des relations entre paramètres d'état d'un fluide à l'équilibre (corps pur monophasé ou sous deux phases).
Grandeurs associées à un changement d'état.	Citer des ordres de grandeur d'enthalpies massiques de vaporisation. Exploiter l'extensivité de l'enthalpie et réaliser des bilans énergétiques en prenant en compte des transitions de phases. Énoncer et utiliser la relation entre les variations d'entropie et d'enthalpie associées à une transition de phase.
Variation élémentaire d'enthalpie au cours d'un changement d'état isotherme.	Lier la variation élémentaire de l'enthalpie à l'enthalpie de changement d'état.
Règle des moments.	Déterminer la composition d'un mélange diphasé en un point d'un diagramme (P,v), (P,h) ou (T,s).
Diagrammes de Clapeyron (P,v), entropique (T,s), (P,h).	Représenter, pour chaque diagramme, l'allure des courbes isothermes, isobares, isochores, isentropiques, isenthalpes.

	<p>Établir l'équation de ces courbes dans la limite du gaz parfait, dans la limite du liquide incompressible et indilatable.</p> <p>Exploiter un diagramme pour déterminer une grandeur physique.</p>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Notions et contenus	Capacités exigibles
7. Machines thermiques	
Premier et second principes pour un écoulement unidimensionnel d'un système à une entrée et une sortie.	<p>Utiliser les premier et second principes pour un écoulement unidimensionnel stationnaire.</p> <p>Associer l'entropie massique créée aux causes d'irréversibilité de fonctionnement de la machine. Repérer les termes usuellement négligés.</p> <p>Connaître l'expression de la variation d'enthalpie dans le cas d'un changement de température, d'état ou de réaction chimique.</p>
Application du premier principe et du deuxième principe aux machines thermiques cycliques dithermes : rendement, efficacité, théorème de Carnot.	<p>Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.</p> <p>Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme.</p> <p>Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Justifier et utiliser le théorème de Carnot.</p> <p>Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles.</p>
Exemples d'études de machines thermodynamiques réelles à l'aide de diagrammes (p,h), (T,s).	Utiliser le premier principe dans un écoulement stationnaire pour étudier une machine thermique.

3. Mécanique des fluides

Présentation

Cette partie permet d'introduire de manière élémentaire de nombreux concepts (écoulement laminaire, écoulement turbulent, couche limite, vecteur tourbillon, nombre de Reynolds...). La tension superficielle est abordée exclusivement d'un point de vue expérimental.

L'étude de la mécanique des fluides contribue à la maîtrise progressive des opérateurs d'analyse vectorielle qui sont utilisés par ailleurs en génie des procédés et en électromagnétisme. Quel que soit l'ordre dans lequel le professeur choisit de présenter ces parties, il convient d'introduire ces opérateurs en insistant sur le contenu physique associé. Par ailleurs, l'établissement de lignes de courants est traitée exclusivement à l'aide de logiciels d'intégration numérique.

L'étude des écoulements en canalisation permet d'introduire les bilans macroscopiques et la notion de perte de charge utilisés en génie des procédés.

Objectifs de formation

L'enseignement de mécanique des fluides vise à développer les compétences suivantes :

- utiliser les échelles macroscopique, mésoscopique et microscopique dans un même contexte ;
- utiliser un formalisme mathématique tout en restant au contact permanent du concret à l'échelle humaine, favorisant ainsi les allers retours entre la théorie et l'expérience (confronter des observations et une ou plusieurs modélisations, etc.) ;
- construire des nombres sans dimension pour déterminer les termes dominants et réduire la complexité des équations ;
- utiliser des modèles de complexité croissante (prise en compte ou non de la tension superficielle, de la viscosité, etc.) ;
- utiliser à bon escient des modèles d'écoulements (incompressible, irrotationnel, stationnaire).

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen	
Forces surfaciques, forces volumiques.	Distinguer le statut des forces de pression et des forces de pesanteur.

Statique dans le champ de pesanteur uniforme.	Citer des ordres de grandeur des champs de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère. Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et homogène et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait.
Équivalent volumique des forces de pression. Équation locale de la statique des fluides.	Exprimer l'équivalent volumique des forces de pression à l'aide d'un gradient. Établir l'équation locale de la statique des fluides.
Facteur de Boltzmann.	S'appuyer sur la loi d'évolution de la densité moléculaire de l'air dans le cas de l'atmosphère isotherme pour illustrer la signification du facteur de Boltzmann. Identifier un facteur de Boltzmann. Comparer $k_B T$ aux écarts d'énergie dans un contexte plus général.
Résultante de forces de pression.	Déterminer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées. Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. Évaluer une résultante de forces de pression.
Poussée d'Archimède.	Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède. Exploiter la loi d'Archimède.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Description d'un fluide en mouvement	
Champ eulérien des vitesses. Lignes de champ. Tubes de champ.	Définir et utiliser l'approche eulérienne.
Écoulement stationnaire.	Associer le caractère stationnaire d'un écoulement et le référentiel utilisé.
Dérivée particulaire de la masse volumique. Écoulement incompressible.	Établir l'expression de la dérivée particulaire de la masse volumique. Utiliser son expression pour caractériser un écoulement incompressible. Utiliser l'indépendance du caractère incompressible et du référentiel utilisé.
Équation locale de conservation de la masse. Caractérisation d'un écoulement incompressible par la divergence du champ des vitesses.	Établir l'équation locale de conservation de la masse dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence et son expression fournie. Relier la propriété de géométrie locale du champ des vitesses au caractère incompressible de l'écoulement.
Dérivée particulaire du vecteur-vitesse : terme local ; terme convectif.	Associer dv/dt à l'accélération de la particule de fluide qui passe en un point. Énoncer et utiliser l'expression de l'accélération avec le terme convectif sous la forme $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}) \mathbf{v}$. Utiliser l'expression fournie de l'accélération convective en fonction de $\mathbf{grad} (v^2/2)$ et $\mathbf{rot} \mathbf{v} \times \mathbf{v}$ pour évaluer le caractère tourbillonnaire ou irrotationnel d'un écoulement.

Vecteur tourbillon.	Illustrer sur des exemples simples la signification qualitative du vecteur tourbillon.
---------------------	----------------------------------------------------------------------------------------

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Actions de contact dans un fluide en mouvement	
Contraintes tangentielles dans un écoulement au sein d'un fluide newtonien ; viscosité.	Relier la viscosité aux contraintes de cisaillement dans le fluide.
Équivalent volumique des forces de viscosité dans un écoulement incompressible.	Établir sur cet exemple l'expression $dF = \eta \Delta v dt$. Utiliser sa généralisation admise pour un écoulement incompressible quelconque.
Coefficient de tension superficielle.	Mesurer un coefficient de tension superficielle. Utiliser l'expression de l'énergie de tension superficielle pour interpréter un protocole expérimental.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Équations dynamiques	
Équation de Navier-Stokes dans un fluide newtonien en écoulement incompressible.	Utiliser l'équation de Navier-Stokes pour justifier l'allure du profil de vitesse dans un écoulement laminaire dans une conduite.
Terme convectif. Terme diffusif. Nombre de Reynolds dans le cas d'une unique échelle spatiale.	Évaluer en ordre de grandeur le rapport du terme convectif sur le terme diffusif et le relier au nombre de Reynolds dans le cas d'une unique échelle spatiale.
Notion d'écoulement parfait et de couche limite.	Exploiter l'absence de forces de viscosité et le caractère isentropique de l'évolution des particules de fluide. Utiliser la condition aux limites sur la composante normale du champ des vitesses.
Relation de Bernoulli pour un écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène dans le champ de pesanteur uniforme dans un référentiel galiléen.	Justifier et utiliser la relation de Bernoulli. Interpréter d'éventuels écarts observés en vérifiant les conditions de validité.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Écoulement interne incompressible et homogène dans une conduite cylindrique	
Écoulements laminaire, turbulent.	Décrire les différents régimes d'écoulement (laminaire et turbulent).
Vitesse moyenne.	Relier le débit volumique à la vitesse moyenne.
Nombre de Reynolds.	Interpréter le nombre de Reynolds comme un paramètre adimensionnel caractérisant le régime d'écoulement. Évaluer le nombre de Reynolds et l'utiliser pour caractériser le régime d'écoulement.
Chute de pression dans une conduite horizontale.	Dans le cas d'un écoulement à faible nombre de Reynolds, établir la loi de Hagen-Poiseuille. Exploiter le graphe de la chute de pression en fonction du nombre de Reynolds, pour un régime d'écoulement quelconque.

4. Électromagnétisme

Présentation

Cette partie est découpée en plusieurs rubriques indépendantes dont l'ordre de présentation relève de la liberté pédagogique du professeur. En particulier, les équations de Maxwell peuvent être formulées dès le début sous leur forme la plus générale, ou bien elles peuvent être introduites de manière progressive en commençant par une forme simplifiée en régime stationnaire.

On ne s'intéressera ici qu'au champ électromagnétique dans le vide.

Objectifs de formation :

- manipuler des champs scalaires et vectoriels ;
- conduire des analyses de symétrie et d'invariance ;
- calculer des champs à l'aide de propriétés de flux ou de circulation ;
- établir le lien entre des lois locales et des propriétés intégrales ;
- décrire quelques comportements phénoménologiques de la matière dans un champ électrique ou magnétique ;
- manipuler des équations couplant des champs scalaires et vectoriels afin d'établir une équation de propagation ;
- résoudre une équation de propagation en exploitant des familles de solutions particulières ;
- exploiter la linéarité, utiliser la décomposition harmonique, réinvestir les connaissances sur l'analyse spectrale.

Le bloc 1 introduit les équations de Maxwell-Gauss et Maxwell-Faraday, prises comme des postulats de l'électromagnétisme. Les seuls calculs de champs électriques exigibles doivent pouvoir être faits par application du théorème de Gauss.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Champ électrique en régime stationnaire	
Description d'une accumulation de charges statiques.	Définir une fonction densité volumique, surfacique et linéique de charges. Repérer les symétries et invariances d'une distribution. Définir la notion de ligne de champ électrostatique.
Symétries pour le champ E , caractère polaire de E .	Exploiter les symétries et invariances d'une distribution de charges pour en déduire les propriétés de E . Prévoir la topographie des lignes de champ associées à une charge ponctuelle, un cylindrique infini, un plan infini uniformément chargés et une sphère chargée uniformément.
Équations de Maxwell-Gauss et de Maxwell-Faraday.	Citer les équations de Maxwell-Gauss et Maxwell- Faraday. Simplifier ces équations dans le cas de régimes continus.
Potentiel scalaire électrique.	Relier l'existence du potentiel scalaire électrique au caractère irrotationnel de E . Exprimer une différence de potentiel comme une circulation du champ électrique.
Propriétés topographiques.	Associer l'évasement des tubes de champ à l'évolution de la norme de E en dehors des sources. Représenter les lignes de champ connaissant les surfaces équipotentielles et inversement. Évaluer le champ électrique à partir d'un réseau de surfaces équipotentielles.
Théorème de Gauss.	Énoncer et appliquer le théorème de Gauss.
Calculs de champ.	Établir l'expression du champ électrique et du potentiel créés : - par une charge ponctuelle ; - par une distribution de charge à symétrie sphérique ; - par une distribution de charge à symétrie cylindrique ; - entre les armatures d'un condensateur plan en négligeant les effets de bords.
Distribution surfacique de charge.	Simplifier l'étude d'une distribution volumique d'épaisseur faible devant l'échelle de description à l'aide d'un modèle de distribution surfacique de charge. Établir le champ électrique créé par un plan infini uniformément chargé en surface.
Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Conduction électrique	
Courant dans un conducteur	Définir le vecteur densité volumique de courant. Établir l'équation de conservation de la charge à une dimension en régime variable. Énoncer sa généralisation à trois dimensions puis expliquer que le vecteur densité volumique de courant est à flux conservatif en régime stationnaire.

	<p>Énoncer la loi d'Ohm local.</p> <p>Expliquer l'effet Joule, définir la résistance électrique dans un conducteur et présenter le lien avec la conduction thermique en régime stationnaire.</p> <p>Exprimer la condition d'application de l'approximation des régimes quasi-stationnaires en fonction de la taille du circuit et de la fréquence des signaux.</p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Le bloc 3 introduit les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson comme des postulats de l'électromagnétisme. La conservation du flux de **B**, qui est la traduction intégrale de l'équation de Maxwell-Thomson, est l'occasion de revenir sur les connaissances de première année, où le champ magnétique a été abordé de manière descriptive. Les seuls calculs exigibles de champs magnétiques doivent pouvoir être traités par le théorème d'Ampère, la loi de Biot et Savart et le potentiel vecteur sont hors programme. L'expression de la densité volumique d'énergie magnétique est établie sur le cas particulier d'une bobine longue, sa généralité est admise. Les distributions surfaciques de courant ne seront pas introduites à ce stade, leur usage étant strictement limité à l'étude de la réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Champ magnétique en régime stationnaire	
Symétries pour le champ B , caractère axial de B .	Exploiter les symétries et invariances d'une distribution de courants pour en déduire les propriétés de B .
Équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson.	Citer les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson. Simplifier ces équations dans le cas de régimes continus.
Conservation du flux magnétique.	Exploiter la conservation du flux magnétique et ses conséquences sur les lignes de champ magnétique.
Théorème d'Ampère. Calculs de champ.	Énoncer et appliquer le théorème d'Ampère. afin d'établir l'expression du champ magnétique créé par : - un fil infini ; - un fil épais et infini ; - une bobine torique ; - un solénoïde infini en admettant que le champ extérieur est nul ou par passage à la limite de l'exemple précédent.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Propagation	
Équations de propagation des champs dans une région vide de charges et de courants.	Établir les équations de propagation à partir des équations de Maxwell.
Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant ; onde plane progressive et aspects énergétiques.	Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension. Décrire la structure d'une onde plane progressive dans l'espace vide de charge et de courant.
Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement.	Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane monochromatique. Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
Exemple d'états de polarisation d'une onde plane progressive et monochromatique : polarisation rectiligne. Polariseurs.	Reconnaître l'expression d'une onde plane polarisée rectilignement. Mettre en évidence une polarisation rectiligne.
Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire.	Exploiter la nullité des champs dans un métal parfait. Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies. Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface. Reconnaître et caractériser une onde stationnaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Optique ondulatoire	
Interférences.	<p>Expliquer le modèle scalaire de l'onde lumineuse. Définir l'intensité lumineuse. Décrire le phénomène d'interférence à deux ondes monochromatique dans le cas du dispositif des trous d'Young.</p> <p>Définir la différence de phase, la différence de marche, l'ordre d'interférence et l'intensité lumineuse en un point du champ d'interférence de deux ondes monochromatiques cohérentes.</p> <p>Mettre en œuvre le dispositif expérimental des trous d'Young ou des fentes d'Young.</p>

Appendice 1 : outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique comme en chimie.

La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie fait partie des compétences exigibles à la fin de l'année d'ATS. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu en fin d'année.

Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels de calcul numérique ou formel).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
1. Équations algébriques	
Systèmes linéaires de n équations à p inconnues.	<p>Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires. Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas $n = p = 2$. Utiliser des outils numériques ou de calcul formel dans les autres cas.</p>
Équations non linéaires.	<p>Représenter graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$. Interpréter graphiquement la ou les solutions.- Dans le cas général, résoudre à l'aide d'un outil numérique ou de calcul formel.</p>

Outils mathématiques	Capacités exigibles
2. Équations différentielles	
Équations différentielles linéaires à coefficients constants.	<p>Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique.</p>
Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$.	<p>Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \cos(\omega x + \varphi)$ (en utilisant la notation complexe). Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \exp(\lambda x)$ avec λ complexe.</p>
Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$.	<p>Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.</p>
Autres équations différentielles d'ordre 1 ou 2.	<p>Intégrer numériquement avec un outil fourni. Obtenir une intégrale première d'une équation de Newton $x'' = f(x)$ et l'exploiter graphiquement.</p>

	Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables. Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante.
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Outils mathématiques	Capacités exigibles
3. Fonctions	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle ($x \rightarrow x^a$), Cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique (ces fonctions hyperboliques, non traitées dans le cours de mathématiques, sont introduites par le professeur de physique).
Dérivée. Notation dx/dt. Développements limités.	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement. Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1+x)^\alpha$, e^x et $\ln(1+x)$, et à l'ordre 2 des fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$.
Primitive et intégrale. Valeur moyenne.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques. Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions \cos , \sin , \cos^2 et \sin^2 .
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation $y = f(x)$ donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni par un formulaire (cette capacité est développée par le professeur de physique, la notion de série de Fourier n'étant pas abordée dans le cours de mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
4. Géométrie	
Vecteurs et système de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée d'un espace de dimension inférieure ou égale à 3. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres. Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace.

	<p>Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.</p> <p>Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.</p>
<p>Courbes planes.</p> <p>Courbes planes paramétrées.</p>	<p>Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle, d'une ellipse, d'une branche d'hyperbole, d'une parabole (concernant les coniques, cette capacité est développée par le professeur de physique, l'étude des coniques n'étant pas traitée en mathématiques).</p> <p>Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation $r = f(\theta)$.</p> <p>Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur. Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique ($x = a.\cos(\omega t)$, $y = b.\cos(\omega t - \varphi)$) et la tracer dans les cas particuliers $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$ et $\varphi = \pi$.</p>
<p>Longueurs, aires et volumes classiques.</p>	<p>Connaître les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.</p>

Outils mathématiques	Capacités exigibles
5. Trigonométrie	
<p>Angle orienté.</p>	<p>Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés.</p> <p>Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe.</p>
<p>Fonctions cosinus, sinus et tangente.</p>	<p>Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire: relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type $\cos(\pi \pm x)$ et $\cos(\frac{\pi}{2} \pm x)$, parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels.</p> <p>Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.</p>
<p>Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.</p>	<p>Évaluer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.</p>

Outils mathématiques	Capacités exigibles
6. Analyse vectorielle	
a) gradient	Relier le gradient à la différentielle d'un champ scalaire à t fixé. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes.
b) divergence	Citer et utiliser le théorème d'Ostrogradski. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
c) rotationnel	Citer et utiliser le théorème de Stokes. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
d) opérateur b.grad	Exprimer la différentielle d'un champ de vecteurs à t fixé. Exprimer les composantes de (b.grad)a en coordonnées cartésiennes.
e) laplacien d'un champ scalaire	Définir $\Delta f = \text{div}(\mathbf{grad} f)$. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
f) laplacien d'un champ de vecteurs	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes.
g) cas des champs proportionnels à $\exp(i\omega t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})$ ou $\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega t)$	Exprimer l'action des opérateurs d'analyse vectorielle sur un tel champ à l'aide du vecteur $i\mathbf{k}$.

Appendice 2 : outils transversaux

La liste ci-dessous explicite un certain nombre d'outils transversaux dont la maîtrise est indispensable au physicien. Leur apprentissage progressif et contextualisé doit amener les étudiants au bout de leur année d'ATS à en faire usage spontanément quel que soit le contexte. S'agissant de l'analyse dimensionnelle, il convient d'éviter tout dogmatisme : en particulier la présentation de la dimension d'une grandeur par le biais de son unité dans le système international est autorisée. S'agissant de la recherche d'une expression par analyse dimensionnelle il ne s'agit en aucun cas d'en faire un exercice de style : en particulier le théorème Pi de Buckingham est hors programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse de pertinence	
Homogénéité d'une expression.	Contrôler l'homogénéité d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs mise en jeu.
Caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs mise en jeu.
Sens de variation d'une expression par rapport à un paramètre.	Interpréter qualitativement et en faire un test de pertinence.
Limites d'une expression pour des valeurs nulles ou infinies des paramètres.	Tester les limites d'une expression. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Nullité d'une expression.	Repérer l'annulation d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.

Divergence d'une expression.	Repérer la divergence d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence. Proposer éventuellement des éléments non pris en compte dans le modèle susceptibles de brider la divergence (frottements, non linéarités, etc.).
------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Calcul numérique	
Calcul numérique d'une expression.	Évaluer sans outil l'ordre de grandeur (puissance de dix) d'une expression simple. Afficher un résultat numérique avec un nombre de chiffres significatifs cohérent avec les données et une unité correcte dans le cas d'un résultat dimensionné. Commenter un résultat numérique (justification d'une approximation, comparaisons à des valeurs de référence bien choisies, etc.). En faire un test de pertinence.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Outils de communication	
Tableaux de données numériques simples.	Transformer un tableau de données numériques en représentation graphique. Renseigner correctement les axes.
Exploitation d'une représentation graphique.	Repérer les comportements intéressants dans le contexte donné : monotonie, extrema, branches infinies, signes. Interpréter le caractère localement rectiligne selon qu'on travaille en échelles linéaire, semi-logarithmique ou log-log.
Schémas et figures.	Transposer un texte en une figure schématisant les éléments essentiels. Élaborer une courte synthèse à partir de plusieurs éléments graphiques : tableaux, schémas, courbes...

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Analyse dimensionnelle	
Dimension d'une expression.	Déterminer la dimension d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Analyse d'ordre de grandeur	
Comparaison en ordre de grandeur des différents termes d'une équation différentielle ou d'une équation aux dérivées partielles.	À partir d'une mise en évidence des échelles pertinentes d'un problème, évaluer et comparer l'ordre de grandeur des différents termes d'une équation afin de la simplifier en conséquence.

Annexe 6

Objectifs de formation et programme de chimie de la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie

Le programme de chimie de la classe d'ATS métiers de la chimie s'inscrit entre deux continuités : en amont avec la formation reçue par les étudiants titulaires d'un DUT ou d'un BTS et en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles. Ce programme est conçu pour apporter aux étudiants un bagage théorique complémentaire à leurs acquis antérieurs, pour leur permettre de poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de chimie est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- valider ;
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme qui identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent une solide formation théorique. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale antérieure des étudiants en ATS métiers de la chimie permet d'envisager un engagement dans la réalisation d'un ou plusieurs projets, qui donnera sens aux concepts et aux lois introduites.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes, qui trouvent tout à fait leur place aussi dans le cadre des travaux par projet précédemment évoqués, amènent l'étudiant à proposer lui-même un protocole, à le mettre en œuvre, pour le valider ou l'invalider.

Dans ce programme, sont suggérées quelques thématiques pouvant être abordées à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique-chimie fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques et chimiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la chimie.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises dans sa formation antérieure. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de chimie de la classe d'ATS métiers de la chimie est structuré en trois parties :

- dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer pendant la formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de l'année

en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants ;

- dans la deuxième partie, intitulée « **démarche de projet et formation expérimentale** », sont rappelées les méthodes et les capacités expérimentales que les étudiants maîtrisent et mettent en œuvre dans la démarche de projet ;
- la troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe d'ATS métiers de la chimie. Elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée au professeur, libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment contribuer à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité ;
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées ;
- il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, physique, génie des procédés et informatique.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Dimension expérimentale de la formation et démarche de projet

La chimie est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissent mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.

C'est la raison pour laquelle il est essentiel d'articuler la démarche de projet et les contenus et modèles abordés dans ce programme. Il s'agit de susciter un engagement actif et collectif autour d'une problématique bien choisie permettant de réinvestir la réflexion théorique et la modélisation, les lois simplificatrices et unificatrices, les concepts transversaux entre différents domaines de la chimie. La pratique expérimentale dans le cadre de la démarche de projet permet de réinvestir, parfois consolider, les savoir-faire techniques et les connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles.

Compétences spécifiques mobilisées lors d'activités à caractère expérimental

Les activités expérimentales en classe d'ATS Métiers de la chimie mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	<ul style="list-style-type: none">- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale- énoncer une problématique d'approche expérimentale- définir les objectifs correspondants
Analyser	<ul style="list-style-type: none">- formuler et échanger des hypothèses- proposer une stratégie pour répondre à la problématique- proposer un modèle- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	<ul style="list-style-type: none">- mettre en œuvre un protocole- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour

	<p>celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel</p> <ul style="list-style-type: none"> - mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates - effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	<ul style="list-style-type: none"> - exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes - confronter un modèle à des résultats expérimentaux - confirmer ou infirmer une hypothèse, une information - analyser les résultats de manière critique - proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	<ul style="list-style-type: none"> - à l'écrit comme à l'oral : <ul style="list-style-type: none"> o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible o utiliser un vocabulaire scientifique adapté o s'appuyer sur des schémas, des graphes - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	<ul style="list-style-type: none"> - travailler seul ou en équipe - solliciter une aide de manière pertinente - s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités de projet sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou de la présentation finale. Le but est de préparer les étudiants d'ATS à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace de formation.

La compétence « **être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités de projet est particulièrement adapté pour renforcer la capacité de prise d'initiative et d'autonomie des étudiants.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche de projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	<p>Faire un schéma modèle.</p> <p>Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole.</p> <p>Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées.</p> <p>Relier le problème à une situation modèle connue.</p>

Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, etc.). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées.
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, etc.). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue. ...
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats. ...

3. Approches documentaires

Pour chaque partie du programme, un certain nombre **d'approches documentaires** sont suggérées dans les paragraphes introductifs des parties concernées.

Ces activités permettent :

- d'habituer les étudiants, dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo, etc.), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...) dans les domaines de la physique et de la chimie des ^{xx}e et ^{xxi}e siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, parfois les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- dégager la problématique principale - acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau, etc.)
Analyser	- identifier les idées essentielles et leurs articulations - relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents - identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence - conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif - s'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse
Réaliser	- extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau - trier et organiser des données, des informations - tracer un graphe à partir de données - schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure, etc. - décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau, etc.

	<ul style="list-style-type: none"> - conduire une analyse dimensionnelle - utiliser un modèle décrit
Valider	<ul style="list-style-type: none"> - faire preuve d'esprit critique - confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire - repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude, etc.) - estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	<ul style="list-style-type: none"> - rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation, etc. (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique) - résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale - illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques

Partie 2 – Démarche de projet et formation expérimentale

Les techniques expérimentales étant maîtrisées, les étudiants en ATS métiers de la chimie réinvestissent leurs compétences et mobilisent leurs acquis théoriques dans une démarche de **projet**. Cette activité leur permet de montrer leur capacité à collecter les informations nécessaires, à proposer et mettre en œuvre en autonomie une démarche expérimentale raisonnée et à mener une analyse critique des résultats expérimentaux et de la démarche retenue. L'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent avoir acquises en chimie durant leur parcours antérieur sont regroupées en trois domaines : prévention du risque au laboratoire, mesure de grandeurs physiques - analyse quantitative et synthèses organiques et inorganiques.

Les étudiants en parcours génie des procédés ne maîtrisent pas certaines des techniques listées ci-dessous (et marquées d'un astérisque *), mais peuvent être amenés à les mettre en œuvre dans le cadre de la démarche de projet.

1. Prévention du risque au laboratoire de chimie

Les étudiants ont conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. Le respect des règles de sécurité leur permet de prévenir et de minimiser ce risque. En tant que techniciens supérieurs, ils ont été sensibilisés à la fois au risque d'impact de leur activité sur l'environnement et au respect de la législation.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Prévention des risques - chimique Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P. - électrique	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques. Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques.
2. Impact environnemental Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

2. Mesures de grandeurs physiques- Analyse quantitative

Les étudiants maîtrisent les techniques de mesure de masse, pH, conductivité, absorbance, pouvoir rotatoire, indice de réfraction, température mais aussi des techniques plus sophistiquées telles que la chromatographie phase gaz (CPG)*, la chromatographie liquide haute performance (HPLC)*.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Mesures de : - volume ; - masse ; - pH ; - conductance et conductivité ;	Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise. Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide, d'un liquide, d'une solution de concentration molaire connue ou d'une solution de titre massique et de densité connus. Utiliser les méthodes et le matériel adéquats pour transférer l'intégralité du solide ou du liquide pesé.

<ul style="list-style-type: none"> - tension ; - intensité du courant électrique ; - température ; - pouvoir rotatoire ; - indice de réfraction ; - absorbance. 	<p>Distinguer les instruments de verrerie In et Ex.</p> <p>Utiliser les appareils de mesure (masse, pH, conductance, tension, intensité, température, indice de réfraction, absorbance, pouvoir rotatoire) en s'aidant d'une notice.</p> <p>Mettre en œuvre des mesures calorimétriques à pression constante.</p> <p>Choisir les électrodes adaptées à une mesure électrochimique.</p> <p>Construire un dispositif électrochimique à partir de sa représentation symbolique.</p> <p>Étalonner une chaîne de mesure si nécessaire.</p> <p>Tracer des courbes intensité-potentiel*.</p> <p>Tracer des spectres UV.</p> <p>Tracer et analyser des spectres IR*.</p> <p>Analyser des spectres RMN du proton*.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les étudiants doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure, etc., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus. Ils ont grâce à leur parcours antérieur acquis le vocabulaire de base de la métrologie, et connaissent la loi des incertitudes composées. Ils ont conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, cherchent à en connaître les origines.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.
Notion d'incertitude, incertitude-type.	Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.
Évaluation d'une incertitude-type.	Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.
Incertitude-type composée.	Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).
	Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...).
Incertitude élargie.	Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.
	Comparer les incertitudes associées à chaque source

	<p>d'erreurs.</p> <p>Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.</p>
<p>Présentation d'un résultat expérimental.</p> <p>Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure).</p>	<p>Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.</p> <p>Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence.</p> <p>Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.</p>
<p>Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.</p>	<p>Utiliser un logiciel de régression linéaire.</p> <p>Connaître la signification du coefficient de corrélation.</p> <p>Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire.</p> <p>Extraire à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.</p>

De même l'outil informatique a été largement utilisé dans leur formation antérieure notamment :

- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur ;
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

3. Synthèses organiques et inorganiques

Les étudiants maîtrisent expérimentalement les différentes techniques à mettre en œuvre dans les synthèses : réalisation des montages et utilisation des appareillages.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Transformation chimique</p> <p>Transformations à chaud, à froid, à température ambiante.</p> <p>Transformation en milieu anhydre*.</p> <p>Suivi de l'évolution de la transformation.</p>	<p>Choisir la verrerie adaptée à la transformation réalisée et aux conditions opératoires mises en œuvre.</p> <p>Réaliser le ou les montages appropriés et en expliquer le principe et l'intérêt.</p> <p>Choisir ou justifier l'ordre d'introduction des réactifs.</p> <p>Mettre en œuvre une synthèse organométallique.</p> <p>Réaliser et réguler une addition au goutte à goutte.</p> <p>Utiliser le moyen de chauffage ou de refroidissement adéquat.</p> <p>Suivre et contrôler l'évolution de la température dans le réacteur.</p> <p>Choisir un moyen approprié pour réguler une éventuelle ébullition.</p> <p>Utiliser un réfrigérant à reflux, contrôler et réguler le reflux.</p> <p>Mettre en œuvre des méthodes permettant de suivre qualitativement ou quantitativement l'avancement de la transformation.</p>
<p>Séparation et purification</p> <p>Séparation de deux liquides non miscibles.*</p>	<p>Choisir ou justifier un protocole de séparation ou de purification d'un produit, sur la base de données fournies ou issues d'observations et/ou de mesures expérimentales.</p> <p>Réaliser une extraction liquide-liquide.</p> <p>Identifier la nature des phases dans une ampoule à décanter.</p> <p>Distinguer extraction et lavage d'une phase.</p>

Séparation de deux espèces dissoutes dans une phase liquide.	Élaborer et mettre en œuvre un protocole de séparation de deux espèces dissoutes dans une phase liquide.
Distillations.	Mettre en œuvre différents types de distillation. Choisir ou proposer la méthode la plus adaptée au système étudié.
Séparation d'un liquide et d'un solide.	Expliquer l'intérêt de l'évaporateur rotatif. Réaliser et mettre en œuvre une filtration simple, une filtration sous pression réduite.
Lavage d'un solide.	Choisir et justifier la méthode de filtration adaptée au système étudié. Réaliser et justifier les différentes étapes du lavage d'un solide : ajout du solvant de lavage froid ou saturé, trituration, essorage.
Recristallisation d'un solide*.	Expliquer et mettre en œuvre la technique de recristallisation. Justifier à l'aide de données pertinentes et/ou par l'observation le choix d'un solvant de recristallisation et la quantité mise en œuvre.
Séchage d'un solide.	Mettre en œuvre « une pesée à masse constante » d'un solide humide.
Séchage d'un liquide*.	Choisir un desséchant solide et estimer correctement par l'observation la quantité à utiliser.
Rendement.	À partir d'une mesure appropriée, déterminer le rendement d'une synthèse, d'une méthode de séparation.

Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes, chimiques, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser des modèles de description de la matière. Les domaines d'activité qui se prêtent particulièrement à la simulation sont : les titrages en solution aqueuse, la cinétique chimique, la cristallographie, la modélisation moléculaire, l'approche orbitale. Cette liste n'est bien entendu pas exhaustive et l'usage de toutes les animations numériques qui facilitent l'apprentissage est recommandé ;
- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur ;
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

Partie 3 - Formation disciplinaire

La formation disciplinaire en chimie en classe d'ATS métiers de la chimie complète celle reçue pendant les deux années d'études antérieures en STS ou IUT, dans trois domaines larges que sont architecture de la matière, thermodynamique et cinétique et chimie organique. Elle s'inscrit dans une vision renouvelée de l'enseignement de la chimie, privilégiant la capacité de l'étudiant à raisonner, à prévoir et à transposer ses connaissances dans des situations nouvelles ou sur des composés proches de ceux étudiés, plutôt que sa capacité à réciter, à reproduire. Ainsi le programme est structuré autour des outils du raisonnement que sont les théories et les modèles de comportement macroscopique ou microscopique et non pas autour d'une présentation encyclopédique, systématique, des composés et des réactions associées (acides, bases, complexes, précipités, alcènes, alcools, etc.). Il s'agit bien de changer l'image parfois véhiculée de la chimie, d'une discipline où l'apprentissage par cœur serait le moteur de la réussite, et de montrer qu'elle est une science où la dialectique entre savoirs et méthodes permet d'aborder des situations nouvelles, de construire de nouvelles connaissances.

Ainsi formés en chimie, futurs ingénieurs ou chercheurs scientifiques pourront accompagner l'innovation, moteur de la croissance de demain, que ce soit dans le cadre de la recherche et du développement mais aussi de la production au stade industriel.

L'ordre de présentation des contenus, tel que présenté ci-dessous, n'est pas nécessairement celui qui doit être adopté par le professeur ; celui-ci dispose de toute liberté pour effectuer des choix et établir sa propre progression annuelle dont le seul objectif reste de permettre l'acquisition par tous les étudiants de l'ensemble des capacités exigibles. Un travail en collaboration avec le professeur de physique est vivement recommandé afin de favoriser les apprentissages sur les domaines communs étudiés dans les deux disciplines.

Le programme de chimie organique à destination des étudiants ayant choisi le parcours génie des procédés est réduit, en cohérence avec la réduction de l'horaire de cours correspondant, et figure en partie III-bis.

Partie I : Architecture de la matière

A. Atomes et édifices polyatomiques : modélisation et réactivité

Décrivant la matière au niveau macroscopique par des espèces chimiques aux propriétés physiques et chimiques caractéristiques, le chimiste la modélise au niveau microscopique par des entités chimiques dont la structure électronique permet de rendre compte et de prévoir diverses propriétés. L'étude proposée dans cette partie du programme est en partie centrée sur la classification périodique des éléments, outil essentiel du chimiste, dans l'objectif de développer les compétences relatives à son utilisation : extraction des informations qu'elle contient, prévision de la réactivité des corps simples, prévision de la nature des liaisons chimiques dans les corps composés, etc.

Les différents modèles de description des atomes et entités chimiques à l'échelle microscopique permettent d'interpréter à la fois leurs propriétés structurales et leurs réactivités. La réactivité en chimie organique sera abordée dans le cadre de l'approximation des orbitales frontalières.

Les étudiants dans le cadre de leurs deux années d'études supérieures post baccalauréat ont abordé la plupart des modèles présentés. Il s'agit là encore de mobiliser leurs acquis afin de les conforter et de continuer à affiner les modèles de description des molécules et de la liaison chimique.

Les objectifs de cette partie, au-delà de la consolidation des connaissances antérieures, sont les suivants :

- la construction de diagrammes d'orbitales moléculaires ou leur interprétation en vue de la prévision de la réactivité d'une entité chimique (molécule, ion ou radical) ;
- l'exploitation de diagrammes d'orbitales moléculaires de complexes de métaux de transition dans le but d'interpréter les propriétés des liaisons dans ce type d'édifices et l'utilisation de ces complexes comme catalyseurs ou éléments structurants.

Les approximations usuelles de la théorie des orbitales atomiques et moléculaires seront présentées afin de mettre l'accent sur les limitations des modèles adoptés. La notion de fonction d'onde sera abordée sans qu'aucune formulation mathématique ne soit exigible.

La construction des diagrammes d'orbitales moléculaires est limitée aux cas des molécules A_2 ou AB , sans mélange d'orbitales s et p. En revanche, des diagrammes d'orbitales moléculaires avec mélanges d'orbitales atomiques sur un même centre peuvent être fournis, l'étudiant devant alors les interpréter : remplissage des niveaux, identification des orbitales frontalières HO et BV, analyse du caractère liant, antiliant ou non liant d'une orbitale moléculaire. De même, la construction des diagrammes d'orbitales moléculaires de systèmes plus complexes est hors programme ; l'étudiant interprète ces diagrammes à partir des propriétés de deux fragments en interaction dont les orbitales sont fournies.

Les orbitales moléculaires des complexes à symétrie octaédrique sont interprétées de la même manière.

Dans le but de disposer de modèles simples applicables en chimie organique, l'approximation des orbitales frontalières permet de prévoir la réactivité électrophile ou nucléophile des espèces mises en jeu : ces orbitales peuvent être obtenues grâce à des logiciels ou à partir de bases de données, les unités d'énergie utilisables étant l'eV ou le $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$.

La catalyse par les complexes des métaux de transition trouve de très nombreuses applications comme par exemple la réaction de Heck en chimie fine, la carbonylation du méthanol en chimie industrielle, les processus de respiration et de photosynthèse en chimie du vivant. Elle s'inscrit dans la démarche de la chimie verte et permet des synthèses dans des conditions douces. La compréhension de ces systèmes catalytiques nécessite l'analyse détaillée de la structure électronique des complexes par l'utilisation des orbitales atomiques et moléculaires. Aucun cycle catalytique n'est exigible, mais les étapes élémentaires d'un cycle fourni doivent être reconnues par l'étudiant, les notions de cinétique pouvant être réinvesties à cette occasion. Le formalisme de Green est hors-programme.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- utiliser la classification périodique des éléments pour déterminer, justifier ou comparer des propriétés physico-chimiques (oxydo-réduction, solubilité, aptitude à la complexation, polarité, polarisabilité, etc.) ;
- utiliser différentes représentations schématiques ou symboliques d'une entité ;
- s'approprier les outils de description des entités chimiques (liaison covalente, notion de nuage électronique...) et leur complémentarité dans la description des interactions intermoléculaires ;
- appréhender la notion de solvant, au niveau microscopique à travers les interactions intermoléculaires et au niveau macroscopique par leur utilisation au laboratoire, dans l'industrie et dans la vie courante ;
- comparer les apports et limites des différents modèles de description des entités chimiques ;
- relier structure et propriétés microscopiques aux grandeurs et comportements macroscopiques à l'aide de différents modèles ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif à partir de représentations graphiques.

Approches documentaires possibles :

- à partir de documents impliquant des transformations en chimie bio-inorganique, analyser le rôle catalytique ou structurant des complexes métalliques ;
- à partir de documents illustrant l'existence de bandes d'énergie dans les solides, analyser les propriétés de conduction électrique de matériaux.

Approches numériques possibles :

- utiliser l'outil informatique pour représenter les orbitales en 3D ;
- utiliser un logiciel de modélisation pour l'obtention d'orbitales moléculaires en vue d'une interprétation de la réactivité.

1- L'atome et la classification périodique des éléments

Notions et contenus	Capacités exigibles
Isotopes, abondance isotopique, stabilité. Ordres de grandeur de la taille d'un atome, des masses et des charges de l'électron et du noyau.	Utiliser un vocabulaire précis : élément, atome, corps simple, espèce chimique, entité chimique.
Quantification de l'énergie et spectroscopies (UV-Visible, IR, RMN).	Associer un type de transition énergétique au domaine du spectre électromagnétique correspondant. Déterminer la longueur d'onde d'une radiation émise ou absorbée à partir de la valeur de la transition énergétique mise en jeu, et inversement.
Fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène. Nombres quantiques n , l , m_l .	Interpréter $ \psi ^2$ comme la densité de probabilité de présence d'un électron en un point et le relier à la densité de charge.
Énergie et rayon associés à une orbitale atomique.	Prévoir qualitativement, pour l'atome d'hydrogène et les ions hydrogénoïdes, l'évolution du rayon et de l'énergie associés à une orbitale atomique en fonction du nombre quantique principal.
Représentation graphique conventionnelle d'une orbitale atomique.	Identifier la phase de la fonction d'onde.
Orbitales des atomes polyélectroniques ; énergie associée à une orbitale, dégénérescence des niveaux d'énergie. Notion qualitative de charge effective. Nombre quantique m_s . Électrons de cœur et de valence.	Dessiner l'allure des orbitales atomiques s, p et d.
Architecture et lecture du tableau périodique.	Établir la configuration électronique d'un atome ou d'un ion dans son état fondamental (la connaissance des exceptions à la règle de Klechkowski n'est pas exigible). Déterminer le nombre d'électrons non appariés d'un atome dans son état fondamental. Prévoir la formule des ions monoatomiques d'un élément. Relier l'évolution du rayon associé à une orbitale atomique à la charge effective.
Électronégativité.	Relier la position d'un élément dans le tableau périodique à la configuration électronique et au nombre d'électrons de valence de l'atome correspondant. Positionner dans le tableau périodique et reconnaître les métaux et non métaux. Situer dans le tableau les familles suivantes : métaux alcalins et alcalino-terreux, halogènes et gaz nobles. Citer les éléments des périodes 1 à 3 de la classification et de la colonne des halogènes (nom, symbole, numéro atomique).
	Relier le caractère oxydant ou réducteur d'un corps simple à l'électronégativité de l'élément.
	Comparer l'électronégativité de deux éléments selon leur position

<p>Rayon atomique. Rayon ionique. Polarisabilité.</p>	<p>dans le tableau périodique. Relier l'évolution de l'énergie associée à une orbitale atomique à l'électronégativité.</p> <p>Interpréter l'évolution du rayon atomique dans la classification périodique en utilisant la notion qualitative de nombre de charge effectif. Interpréter la différence de valeur entre le rayon d'un atome et le rayon de ses ions. Relier le rayon associé aux orbitales de valence d'un atome à sa polarisabilité.</p>
---------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2- Description des édifices polyatomiques et de leurs interactions

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Modèle de Lewis Schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion polyatomique. Liaison covalente localisée et délocalisée. Ordres de grandeur de la longueur et de l'énergie d'une liaison covalente.</p> <p>Structure géométrique d'une molécule ou d'un ion polyatomique. Méthode VSEPR.</p> <p>Liaison polarisée. Molécule polaire. Moment dipolaire.</p>	<p>Établir un ou des schémas de Lewis pour une entité donnée et identifier éventuellement le plus représentatif. Identifier les écarts à la règle de l'octet. Identifier les enchaînements donnant lieu à délocalisation électronique. Mettre en évidence une éventuelle délocalisation électronique à partir de données expérimentales.</p> <p>Représenter les structures de type AX_n, avec $n \leq 6$. Prévoir ou interpréter les déformations angulaires pour les structures de type AX_pE_q, avec $p+q = 3$ ou 4.</p> <p>Relier la structure géométrique d'une molécule à l'existence ou non d'un moment dipolaire permanent. Déterminer direction et sens du vecteur moment dipolaire d'une molécule ou d'une liaison.</p>
<p>Forces intermoléculaires Interactions de van der Waals. Liaison hydrogène. Ordres de grandeur énergétiques.</p>	<p>Lier qualitativement la valeur plus ou moins grande des forces intermoléculaires à la polarité et la polarisabilité des molécules. Prévoir ou interpréter les propriétés liées aux conformations ou aux propriétés spectroscopiques d'une espèce. Prévoir ou interpréter les propriétés physiques de corps purs par l'existence d'interactions de van der Waals ou de liaisons hydrogène inter ou intramoléculaires.</p>
<p>Les solvants moléculaires Grandeurs caractéristiques : moment dipolaire, permittivité relative. Solvants protogènes (protiques). Mise en solution d'une espèce chimique moléculaire ou ionique.</p>	<p>Interpréter la miscibilité ou la non-miscibilité de deux solvants. Relier une valeur fournie de constante de partage aux structures moléculaires de l'espèce solvatée et des solvants concernés.</p>
<p>Modèle quantique Méthode de combinaison linéaire des orbitales atomiques.</p> <p>Interaction de deux orbitales atomiques sur deux centres :</p> <ul style="list-style-type: none"> - recouvrement ; - orbitales liante, antiliante, non liante ; - énergie d'une orbitale moléculaire ; - orbitale σ, orbitale π. 	<p>Identifier les conditions d'interaction de deux orbitales atomiques : recouvrement et critère énergétique.</p> <p>Construire des orbitales moléculaires de molécules diatomiques par interaction d'orbitales atomiques du même type (s-s, p-p).</p> <p>Reconnaître le caractère liant, antiliant, non liant d'une orbitale moléculaire à partir de sa représentation conventionnelle ou d'une surface d'iso-densité.</p> <p>Identifier la symétrie σ ou π d'une orbitale moléculaire à partir de sa</p>

<p>Représentation conventionnelle d'une orbitale moléculaire par schématisation graphique de la combinaison linéaire des orbitales atomiques.</p> <p>Diagramme d'orbitales moléculaires : occupation, orbitales frontalières haute occupée et basse vacante, cas des entités radicalaires.</p> <p>Ordre de liaison dans les molécules diatomiques.</p> <p>Interaction d'orbitales de fragments.</p>	<p>représentation conventionnelle ou d'une surface d'iso-densité.</p> <p>Proposer une représentation conventionnelle d'une orbitale moléculaire tenant compte d'une éventuelle dissymétrie du système. Justifier la dissymétrie d'une orbitale moléculaire obtenue par interaction d'orbitales atomiques centrées sur des atomes d'éléments différents.</p> <p>Prévoir l'ordre énergétique des orbitales moléculaires et établir qualitativement un diagramme énergétique d'orbitales d'une molécule diatomique.</p> <p>Décrire l'occupation des niveaux d'un diagramme d'orbitales moléculaires. Identifier les orbitales frontalières à partir d'un diagramme d'orbitales moléculaires de valence fourni.</p> <p>Relier dans une molécule diatomique l'évolution de la longueur et de la constante de force de la liaison à l'évolution de l'ordre de liaison.</p> <p>Justifier l'existence d'interactions entre orbitales de fragment en termes de recouvrement ou d'écart d'énergie. Interpréter un diagramme d'orbitales moléculaires obtenu par interaction des orbitales de deux fragments, fournies.</p>
<p>Orbitales moléculaires et réactivité</p> <p>Prévision de la réactivité : approximation des orbitales frontalières.</p>	<p>Utiliser les orbitales frontalières pour :</p> <ul style="list-style-type: none"> - prévoir la réactivité nucléophile ou électrophile d'une entité (molécule ou ion) ; - comparer la réactivité de deux entités ; - interpréter des résultats expérimentaux (régiosélectivité, stéréochimie).

3- Les complexes. Application à l'activité catalytique

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Orbitales moléculaires de valence des complexes métalliques octaédriques : interactions entre fragments pour des ligands σ-donneurs intervenant par une seule orbitale.</p> <p>Ligands π-donneurs et π-accepteurs. Coordination des systèmes π non délocalisés.</p> <p>Cycles catalytiques.</p> <p>Processus élémentaires : addition oxydante, insertion et processus inverses.</p>	<p>Identifier parmi les orbitales de fragments fournies celles qui interagissent.</p> <p>Expliquer la levée partielle de dégénérescence des orbitales d.</p> <p>Établir la configuration électronique de valence d'un complexe dont le diagramme d'orbitales est donné. Reconnaître un ligand ayant des effets π à partir de la donnée de ses orbitales de valence.</p> <p>Identifier les interactions orbitales possibles entre orbitales atomiques d d'un métal et le système π d'un alcène ou d'un ligand carbonyle.</p> <p>Expliquer par une approche orbitale la coordination des systèmes π sur un fragment métallique donné.</p> <p>Établir l'équation de réaction à partir d'un cycle catalytique donné. Distinguer catalyseur et précurseur de catalyseur.</p> <p>Déterminer la variation du nombre d'oxydation d'un métal au sein d'un complexe au cours d'une étape élémentaire d'un cycle donné. Reconnaître les étapes élémentaires d'un mécanisme donné. Donner le produit d'un acte élémentaire dont les réactifs sont</p>

précisés.

Interpréter la modification de réactivité d'un alcène par les phénomènes électroniques mis en jeu lors de sa coordination.

B. Architecture de la matière condensée : solides cristallins

Les éléments de description microscopique relatifs au « modèle du cristal parfait » sont introduits sur l'exemple de la maille cubique faces centrées (CFC), seule maille dont la connaissance est exigible. Cet ensemble d'outils descriptifs sera réinvesti pour étudier d'autres structures cristallines dont la constitution sera alors fournie à l'étudiant.

Aucune connaissance de mode de cristallisation pour une espèce donnée n'est exigible ; le professeur est libre de choisir les exemples de solides pertinents pour présenter les différents types de cristaux et montrer leur adéquation, plus ou moins bonne, avec le modèle utilisé.

En effet, l'objectif principal de l'étude des cristaux métalliques, covalents et ioniques est d'aborder une nouvelle fois la notion de modèle : les allers-retours entre le niveau macroscopique (solides de différentes natures) et la modélisation microscopique (cristal parfait) permettent de montrer les limites du modèle du cristal parfait et de confronter les prédictions faites avec ce modèle aux valeurs expérimentales mesurées sur le solide réel (rayons ioniques, masse volumique). Ce chapitre constitue une occasion de revenir sur les positions relatives des éléments dans la classification périodique, en lien avec la nature des interactions assurant la cohésion des édifices présentés, ainsi que sur les interactions intermoléculaires et la notion de solubilisation pour les solides ioniques et moléculaires.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- relier la position d'un élément dans le tableau périodique et la nature des interactions des entités correspondantes dans un solide ;
- effectuer des liens entre différents champs de connaissance ;
- appréhender la notion de limite d'un modèle.

Approche documentaire possible : à partir de documents autour des défauts cristallins, aborder leur nature et leurs conséquences sur les propriétés du matériau.

Approche numérique : utiliser un logiciel pour visualiser des mailles et des sites interstitiels et pour déterminer des paramètres géométriques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Les divers états solides Solides cristallins - solides amorphes. Notion de polymorphisme.</p>	<p>Identifier un phénomène d'allotropie dans les divers types de cristaux, notamment métalliques, covalents et moléculaires.</p>
<p>Modèle du cristal parfait Description du cristal parfait ; population, coordinence, compacité, masse volumique. Limites du modèle du cristal parfait.</p>	<p>Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques. Déterminer la population, la coordinence et la compacité pour une structure fournie. Déterminer la valeur de la masse volumique d'un matériau cristallisé selon une structure cristalline fournie. Relier le rayon métallique, covalent, de van der Waals ou ionique, selon le cas, aux paramètres d'une maille donnée. Confronter des données expérimentales aux prévisions du modèle.</p>
<p>Métaux et cristaux métalliques Description des modèles d'empilement compact de sphères identiques. Maille conventionnelle cubique à faces centrées (CFC) et ses sites interstitiels. Alliages de substitution et d'insertion.</p>	<p>Localiser les interstices tétraédriques et octaédriques entre les plans d'empilement. Localiser, dénombrer les sites tétraédriques et octaédriques d'une maille CFC et déterminer leur habitabilité. Relier les caractéristiques de la liaison métallique (ordre de grandeur énergétique, non directionnalité) aux propriétés macroscopiques des métaux. Citer des exemples d'alliage et leur intérêt par rapport à des métaux</p>

	purs. Prévoir la possibilité de réaliser des alliages de substitution ou d'insertion selon les caractéristiques des atomes mis en jeu.
Solides macrocovalents et moléculaires	Identifier les liaisons covalentes, les interactions de van der Waals et les liaisons hydrogène dans un cristal de structure donnée. Relier les caractéristiques des liaisons covalentes, des interactions de van der Waals et des liaisons hydrogène (directionnalité ou non, ordre de grandeur des énergies mises en jeu) et les propriétés macroscopiques des solides correspondants. Comparer les propriétés macroscopiques du diamant et du graphite et interpréter les différences en relation avec les structures microscopiques (structures cristallines fournies).
Solides ioniques	Relier les caractéristiques de l'interaction ionique dans le cadre du modèle ionique parfait (ordre de grandeur de l'énergie d'interaction, non directionnalité, charge localisée) avec les propriétés macroscopiques des solides ioniques. Vérifier la tangence anion-cation et la non tangence anion-anion dans une structure cubique de type AB fournie, à partir des valeurs du paramètre de maille et des rayons ioniques.

Partie II : Mélanges et transformations : thermodynamique et cinétique

La chimie est une science de la nature, science de la matière et de sa transformation.

Les différents états de la matière et les différents types de transformation de la matière sont des notions maintes fois rencontrées par l'étudiant en classe d'ATS lors de son parcours antérieur. Il s'agit de réactiver et de compléter ces connaissances déjà acquises, afin d'amener les étudiants à les mobiliser de manière autonome pour décrire, au niveau macroscopique, un système physico-chimique et son évolution.

L'importance du facteur temporel dans la description de l'évolution d'un système chimique apparaît dans l'observation du monde qui nous entoure et a déjà fait l'objet d'approches qualitatives et quantitatives, alliant réalisations expérimentales et confrontation des résultats aux modèles utilisés. La modélisation au niveau microscopique d'une transformation chimique par un mécanisme réactionnel complète l'étude cinétique macroscopique de la réaction chimique et permet d'aborder la notion de catalyse ; des exemples de catalyses homogènes, hétérogènes et enzymatiques seront rencontrés tout au long de la formation.

Au laboratoire, comme dans l'industrie, les chimistes sont amenés à élaborer des composés à partir de matières premières ou à séparer les espèces contenues dans un mélange réactionnel ou dans des substances naturelles. Dans les deux cas, l'innovation comme l'optimisation des techniques et des procédés s'appuient notamment sur des fondements thermodynamiques. La thermodynamique permet en effet de prévoir si la transformation envisagée est possible ou non et de trouver d'éventuelles pistes d'amélioration du rendement. Elle permet aussi d'appréhender les propriétés physico-chimiques des mélanges et d'envisager une voie d'accès aux corps purs. Elle contribue ainsi à l'obtention de matériaux de plus en plus complexes et répondant à des cahiers des charges de plus en plus exigeants. Les objectifs de cette partie sont les suivants :

- l'exploitation des diagrammes isobares de mélanges binaires construits à partir des courbes d'analyse thermique ;
- l'application des deux principes de la thermodynamique à la transformation physico-chimique ;
- la description thermodynamiques de transformations en solutions aqueuses (acido-basicité, complexation, précipitation)
- la description thermodynamique et cinétique des systèmes sièges de transformations électrochimiques.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- faire preuve de rigueur dans la description d'un système physico-chimique ;
- distinguer modélisation d'une transformation (écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- exploiter les outils de description des systèmes chimiques pour modéliser leur évolution temporelle ;
- proposer des approximations simplifiant l'exploitation quantitative de données expérimentales et en vérifier la

- pertinence ;
- modéliser un système réel et confronter le modèle à des mesures expérimentales ;
- établir un bilan thermique ;
- confronter des grandeurs calculées ou tabulées à des mesures expérimentales ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif ou quantitatif à partir de représentations graphiques.

Approches documentaires possibles :

- à partir de documents autour des radionucléides, aborder par exemple les problématiques liées à leur utilisation, leur stockage ou leur retraitement ;
- à partir de documents sur la pression osmotique, discuter de l'influence de la pression sur le potentiel chimique et des applications de cette propriété au laboratoire, en industrie ou dans le vivant.
- à partir de documents autour du traitement d'effluents, dégager par exemple les méthodes de détection d'espèces (méthodes physiques ou chimiques), d'évaluation des concentrations, de valeurs limites acceptables ou les procédés et transformations mis en jeu pour la séparation des espèces et la dépollution.
- à partir de documents relatifs à la corrosion humide, identifier et analyser les facteurs d'influence et les méthodes de protection.

Approche numérique possible :

- utiliser les résultats d'une méthode numérique pour mettre en évidence les approximations de l'étape cinétiquement déterminante ou de l'état quasi-stationnaire.

A. Évolution temporelle d'un système siège d'une transformation chimique

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Système physico-chimique</p> <p>Constituants physico-chimiques.</p> <p>Corps purs et mélanges : concentration molaire, fraction molaire, pression partielle.</p> <p>Composition d'un système physico-chimique.</p>	<p>Recenser les constituants physico-chimiques présents dans un système.</p> <p>Décrire la composition d'un système à l'aide des grandeurs physiques pertinentes.</p>
<p>Transformation chimique</p> <p>Modélisation d'une transformation par une ou plusieurs réactions chimiques.</p> <p>Équation de réaction.</p> <p>Avancement.</p> <p>Aspect thermodynamique :</p> <ul style="list-style-type: none"> - constante thermodynamique d'équilibre ; - activité, quotient réactionnel, critère d'évolution ; - composition chimique du système dans l'état final : état d'équilibre chimique, transformation totale. 	<p>Écrire l'équation de la réaction qui modélise une transformation chimique donnée.</p> <p>Décrire qualitativement et quantitativement un système chimique dans l'état initial ou dans un état d'avancement quelconque. Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélanges de gaz parfaits avec référence à l'état standard. Exprimer le quotient réactionnel. Prévoir le sens de l'évolution spontanée d'un système chimique. Identifier un état d'équilibre chimique. Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction unique.</p>
<p>Vitesse de réaction en réacteur fermé de composition uniforme</p> <p>Vitesses de disparition d'un réactif et de formation d'un produit.</p> <p>Vitesse de réaction pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p> <p>Lois de vitesse : réactions sans ordre, réactions avec ordre simple (0, 1, 2), ordre global, ordre apparent.</p> <p>Temps de demi-réaction.</p> <p>Temps de demi-vie d'un nucléide radioactif.</p>	<p>Relier la vitesse de réaction, dans les cas où elle est définie, à la vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit.</p> <p>Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.</p> <p>Exprimer la loi de vitesse si la réaction chimique admet un ordre et déterminer la valeur de la constante cinétique à une température donnée.</p> <p>Déterminer la vitesse de réaction à différentes dates en utilisant une méthode numérique ou graphique.</p> <p>Déterminer un ordre de réaction à l'aide de la méthode différentielle ou à l'aide des temps de demi-réaction.</p>

<p>Loi empirique d'Arrhenius ; énergie d'activation</p>	<p>Confirmer la valeur d'un ordre par la méthode intégrale, en se limitant strictement à une décomposition d'ordre 0, 1 ou 2 d'un unique réactif, ou se ramenant à un tel cas par dégénérescence de l'ordre ou conditions initiales stœchiométriques.</p> <p>Déterminer la valeur de l'énergie d'activation d'une réaction chimique à partir de valeurs de la constante cinétique à différentes températures.</p>
<p>Mécanismes réactionnels Actes élémentaires, molécularité, intermédiaire réactionnel, état de transition.</p> <p>Interprétation du rôle du catalyseur.</p> <p>Étape cinétiquement déterminante, approximation de l'état quasi-stationnaire (AEQS).</p>	<p>Distinguer l'équation chimique symbolisant une réaction chimique de l'équation traduisant un acte élémentaire. Distinguer un intermédiaire réactionnel d'un complexe activé (état de transition). Exprimer la loi de vitesse d'un acte élémentaire. Tracer un profil énergétique correspondant à un acte élémentaire ou à plusieurs actes élémentaires successifs. Reconnaître un effet catalytique dans un mécanisme réactionnel. Reconnaître les conditions d'utilisation de l'approximation de l'étape cinétiquement déterminante ou de l'état quasi-stationnaire. Établir la loi de vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit à partir d'un mécanisme réactionnel simple en utilisant éventuellement les approximations classiques.</p>

B. Mélanges et transformations : aspects thermodynamiques

1- Changements d'état isobares de mélanges binaires

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Diagrammes isobares d'équilibre liquide-vapeur :</p> <ul style="list-style-type: none"> - avec miscibilité totale à l'état liquide ; - avec miscibilité nulle à l'état liquide ; - avec miscibilité partielle à l'état liquide. <p>Diagrammes isobares d'équilibre solide-liquide :</p> <ul style="list-style-type: none"> - avec miscibilité totale à l'état solide ; - avec miscibilité nulle à l'état solide, avec ou sans composé défini à fusion congruente ; - avec miscibilité partielle à l'état solide. <p>Théorème des moments chimiques.</p> <p>Variance : nombre de degrés de liberté d'un système à l'équilibre.</p>	<p>Construire un diagramme isobare d'équilibre entre deux phases d'un mélange binaire à partir d'informations relatives aux courbes d'analyses thermiques.</p> <p>Décrire les caractéristiques des mélanges homoazéotropes, hétéroazéotropes, indifférents, eutectiques et des composés définis.</p> <p>Exploiter les diagrammes isobares d'équilibre entre deux phases pour, à composition en fraction molaire ou massique donnée :</p> <ul style="list-style-type: none"> - tracer l'allure de la courbe d'analyse thermique en indiquant le nombre de degrés de liberté du système sur chaque partie de la courbe ; - déterminer les températures de début et de fin de changement d'état ; - donner la composition des phases en présence à une température T fixée ainsi que les quantités de matière ou les masses dans chaque phase. <p>Interpréter une distillation simple, une distillation fractionnée, une distillation hétéroazéotropique à l'aide des diagrammes isobares d'équilibre liquide-vapeur.</p> <p>Dénombrer les degrés de liberté d'un système à l'équilibre et interpréter le résultat.</p>

2- Thermodynamique des transformations physico-chimiques

<p>Application du premier principe État standard. Enthalpie standard de réaction. Loi de Hess. Enthalpie standard de formation, état standard</p>	<p>Déterminer une enthalpie standard de réaction à l'aide de données thermodynamiques ou de la loi de Hess.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>de référence d'un élément. Enthalpie standard de dissociation de liaison.</p> <p>Effets thermiques en réacteur monobare : - transfert thermique causé par la transformation chimique en réacteur isobare isotherme (relation $\Delta H = Q_p = \xi \Delta_r H^\circ$) ; - variation de température en réacteur adiabatique monobare.</p>	<p>Prévoir le sens du transfert thermique entre un système en transformation chimique et le milieu extérieur à partir de données thermodynamiques.</p> <p>Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation physico-chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique.</p>
<p>Application du deuxième principe Identités thermodynamiques ; potentiel chimique. Relation de Gibbs-Helmholtz. Enthalpie libre.</p> <p>Expression du potentiel chimique dans des cas modèles de : - gaz parfaits ; - constituants condensés en mélange idéal ; - solutés infiniment dilués.</p> <p>Affinité chimique.</p> <p>Entropie molaire standard absolue. Entropie de réaction, enthalpie libre de réaction, grandeurs standard associées.</p> <p>Relation entre l'affinité chimique, $\Delta_r G^\circ$ et Q_r.</p> <p>L'équilibre physico-chimique. Constante thermodynamique d'équilibre ; relation de Van't Hoff. Relation entre l'affinité chimique, K° et Q_r.</p> <p>Variance : nombre de degrés de liberté d'un système à l'équilibre.</p> <p>Optimisation d'un procédé chimique : - par modification de la valeur de K° ; - par modification de la valeur du quotient réactionnel.</p>	<p>Écrire les identités thermodynamiques pour les fonctions U, H et G. Distinguer et justifier les caractères intensif ou extensif des variables utilisées.</p> <p>Exprimer l'enthalpie libre d'un système chimique en fonction des potentiels chimiques. Déterminer une variation d'enthalpie libre, d'enthalpie et d'entropie entre deux états du système chimique.</p> <p>Relier affinité chimique et création d'entropie lors d'une transformation d'un système physico-chimique. Prévoir le sens d'évolution d'un système chimique dans un état donné à l'aide de l'affinité chimique.</p> <p>Justifier ou prévoir le signe de l'entropie standard de réaction. Déterminer une grandeur standard de réaction à l'aide de données thermodynamiques ou de la loi de Hess.</p> <p>Déterminer la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre à une température quelconque.</p> <p>Reconnaître si une variable intensive est ou non un facteur d'équilibre. Dénombrer les degrés de liberté d'un système à l'équilibre et interpréter le résultat.</p> <p>Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une ou plusieurs réactions chimiques.</p> <p>Identifier les paramètres d'influence et déterminer leur sens d'évolution pour optimiser une synthèse ou minimiser la formation d'un produit secondaire indésirable.</p>

C. Transformations chimiques en solutions aqueuses

1. Réactions acide-base, de complexation, de précipitation

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Réactions acido-basiques - constante d'acidité ; - diagramme de prédominance ; - exemples usuels d'acides et bases : nom, formule et nature – faible ou forte – des acides sulfurique, nitrique, chlorhydrique, phosphorique, acétique, de la soude, la potasse, l'ion hydrogénocarbonate,</p>	<p>Identifier la nature des réactions en solutions aqueuses. Extraire, de ressources disponibles, les données thermodynamiques pertinentes pour prévoir qualitativement l'état final d'un système en solution aqueuse ou pour interpréter des observations expérimentales. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre pour une équation de réaction, combinaison linéaire d'équations dont les constantes thermodynamiques sont connues.</p>

<p>l'ammoniac ; - solutions tampon.</p> <p>Réactions de complexation</p> <ul style="list-style-type: none"> - constantes de formation ou de dissociation. - diagramme de prédominance en fonction de pL. <p>Réactions de dissolution ou de précipitation</p> <ul style="list-style-type: none"> - constante de l'équation de dissolution, produit de solubilité K_s ; - solubilité et condition de précipitation ; - domaine d'existence ; - facteurs influençant la solubilité. 	<p>Retrouver les valeurs de constantes d'équilibre par lecture de courbes de distribution et de diagrammes de prédominance (et réciproquement).</p> <p>Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p> <p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p> <p>Prévoir l'état de saturation ou de non saturation d'une solution, en solide ou en gaz.</p> <p>Exploiter des courbes d'évolution de la solubilité en fonction d'une variable.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2. Réactions d'oxydoréduction

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Thermodynamique des réactions d'oxydoréduction</p> <p>Nombre d'oxydation. Exemples usuels : nom, nature et formule des ions thiosulfate, permanganate, dichromate, hypochlorite, du peroxyde d'hydrogène.</p> <p>Potentiel d'électrode, formule de Nernst, électrodes de référence.</p> <p>Diagrammes de prédominance ou d'existence.</p>	<p>Prévoir les nombres d'oxydation extrêmes d'un élément à partir de sa position dans le tableau périodique. Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple. Décrire le fonctionnement d'une pile à partir d'une mesure de tension à vide ou à partir des potentiels d'électrodes. Déterminer la capacité d'une pile.</p> <p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p>
<p>Principe de construction d'un diagramme potentiel-pH.</p> <p>Lecture et utilisation des diagrammes potentiel-pH et potentiel pL.</p> <p>Limite thermodynamique du domaine d'inertie électrochimique l'eau.</p>	<p>Attribuer les différents domaines d'un diagramme fourni à des espèces données.</p> <p>Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans un diagramme potentiel-pH ou potentiel-pL. Justifier la position d'une frontière verticale. Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition de diagrammes. Discuter de la stabilité des espèces dans l'eau. Prévoir la stabilité d'un état d'oxydation en fonction du pL ou du pH du milieu. Prévoir une éventuelle dismutation ou médiatisation. Confronter les prévisions à des données expérimentales et interpréter d'éventuels écarts en termes cinétiques.</p>
<p>Relation entre affinité chimique d'une réaction d'oxydoréduction et potentiels de Nernst des couples mis en jeu.</p>	<p>Déterminer des grandeurs standard de réaction par l'étude de piles.</p> <p>Énoncer la relation entre l'affinité chimique d'une réaction et les potentiels de Nernst des couples mis en jeu.</p> <p>Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydoréduction.</p>

<p>Relation entre enthalpie libre standard de réaction et potentiels standard des couples impliqués.</p> <p>Approche thermodynamique du fonctionnement d'une pile électrochimique.</p> <p>Irréversibilité et travail électrique maximum récupérable.</p>	<p>Déterminer l'enthalpie libre standard d'une réaction d'oxydoréduction à partir des potentiels standard des couples. Déterminer la valeur du potentiel standard d'un couple d'oxydoréduction à partir de données thermodynamiques (constantes d'équilibre, potentiels standard). Relier tension à vide d'une pile et enthalpie libre de réaction. Établir l'inégalité reliant la variation d'enthalpie libre et le travail électrique. Décrire et justifier le fonctionnement d'une pile électrochimique.</p>
<p>Cinétique des réactions d'oxydoréduction Courbes courant-potential sur une électrode :</p> <ul style="list-style-type: none">- systèmes rapides et systèmes lents ;- surtension ;- nature de l'électrode ;- courant limite de diffusion ;- vagues successives ;- domaine d'inertie électrochimique du solvant. <p>Utilisation des courbes courant-potential.</p> <p>- Transformations spontanées :</p> <ul style="list-style-type: none">- notion de potentiel mixte ;- fonctionnement d'une pile électrochimique <p>- Transformations forcées :</p> <ul style="list-style-type: none">- électrolyseurs ;- accumulateurs.	<p>Relier vitesse de réaction électrochimique et intensité du courant.</p> <p>Reconnaître le caractère lent ou rapide d'un système à partir de courbes courant-potential.</p> <p>Identifier les espèces électroactives pouvant donner lieu à une limitation en courant par diffusion. Relier qualitativement, ou quantitativement à partir des courbes courant-potential, l'intensité du courant limite de diffusion à la concentration du réactif, au nombre d'électrons échangés et à la surface immergée de l'électrode.</p> <p>Tracer l'allure de courbes courant-potential à partir de données de potentiels standard, concentrations et surtensions « seuil ».</p> <p>Identifier les paramètres d'influence du domaine d'inertie électrochimique du solvant.</p> <p>Positionner un potentiel mixte sur un tracé de courbes courant-potential.</p> <p>Identifier piles, accumulateurs et électrolyseurs comme dispositifs mettant en jeu des conversions entre énergie chimique et énergie électrique.</p> <p>Utiliser les courbes courant-potential pour rendre compte du fonctionnement d'une pile électrochimique et prévoir la valeur de la tension à vide.</p> <p>Utiliser les courbes courant-potential pour rendre compte du fonctionnement d'un dispositif siège d'une électrolyse et prévoir la valeur de la tension de seuil.</p> <p>Utiliser les courbes courant-potential pour justifier les contraintes dans la recharge d'un accumulateur.</p> <p>Citer les paramètres influençant la résistance interne du dispositif électrochimique.</p> <p>Utiliser les courbes courant-potential pour justifier la nécessité :</p> <ul style="list-style-type: none">- de purifier une solution électrolytique avant l'électrolyse ;- de choisir les électrodes permettant de réaliser l'électrolyse voulue.

Déterminer un rendement faradique à partir d'informations fournies concernant le dispositif étudié.

Évaluer la masse de produit formé pour une durée et des conditions données d'électrolyse.

Partie III - Parcours chimie : synthèse organique

Médicaments, produits phytosanitaires, matériaux polymères de synthèse aussi différents que les latex de peinture ou les boucliers thermiques des véhicules spatiaux... Synthèses en chimie fine ou productions de fort tonnage découlent d'une démarche d'ingénierie moléculaire s'appuyant entre autres sur les apports de la chimie organique.

L'élaboration, l'identification des structures et la prévision de la réactivité des molécules obéissent à des règles fondamentales dont les principes sont abordés dans cette partie, dont l'objectif est à la fois de faire comprendre les enjeux et la logique de la synthèse organique et de décrire, d'analyser et de modéliser les transformations organiques à l'échelle microscopique.

Cela nécessite l'acquisition de compétences liées à la description géométrique des structures, à l'analyse de la réactivité des espèces et à la description des grands types de réactions. Ces notions sont présentées sur des exemples donnés, mais dans le but d'une maîtrise permettant un réinvestissement sur des situations analogues. Ainsi, une présentation par mécanismes ou de type fonctionnelle peut être envisagée, au libre choix de l'enseignant. Néanmoins, il s'agit de privilégier une approche mécanistique pour faire comprendre et maîtriser les raisonnements plutôt que pour empiler les connaissances.

L'enseignement de la chimie organique s'appuie sur les connaissances et capacités acquises en thermodynamique et cinétique chimiques et exploite les modèles orbitaux de description des structures et de la réactivité, introduits dans la partie « Architecture de la matière ». D'une part, l'utilisation des orbitales frontalières permet la prévision des géométries d'approche des réactifs et, dans le cas où l'évolution du système est sous contrôle frontalier, la prévision de la structure du produit majoritaire dans la transformation. D'autre part, l'étude de quelques cycles catalytiques permet de construire ou de réinvestir les compétences relatives aux complexes de métaux de transition. Aucune étude des propriétés intrinsèques des ligands carbène impliqués dans les réactions de métathèse n'est à envisager. Lors des épreuves d'évaluation, les orbitales frontalières comme les différentes étapes des cycles catalytiques sont systématiquement fournies aux étudiants.

Le cours et les activités s'appuient sur des exemples issus aussi bien des domaines de la chimie fine, de la chimie du vivant et de la chimie industrielle et permettent une sensibilisation aux principes de la chimie verte.

À travers les capacités et contenus exigibles, sont développées des compétences générales qui pourront par la suite être réinvesties, consolidées et valorisées, parmi lesquelles :

- relier structure et propriétés microscopiques aux grandeurs et comportements macroscopiques ;
- maîtriser et utiliser différentes représentations schématiques d'un objet ;
- relier les grandeurs spectroscopiques à la structure de l'espèce chimique étudiée.
- choisir le ou les modèle(s) pertinent(s) de description géométrique, électronique ou orbitale d'une espèce chimique pour rendre compte de sa réactivité ;
- identifier dans une entité complexe la partie utile au raisonnement ;
- utiliser des modèles de prédiction de l'évolution du système dans le cadre des transformations proposées ;
- pratiquer un raisonnement par analogie (analyse de réactivités et écriture de mécanismes) ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif argumenté pour expliquer un schéma de synthèse ;
- proposer une stratégie de synthèse dans le cadre d'un problème ouvert.

Approches documentaires possibles :

- à partir de documents, identifier différents modes de protection/déprotection du groupe hydroxyle impliquant notamment des éthers silylés ;
- à partir de documents relatifs à la synthèse peptidique, analyser les stratégies de synthèse in vitro et in vivo ;
- à partir de documents, identifier les principes, l'intérêt et les enjeux de la conception de nouveaux matériaux polymères organiques dans le cadre de la chimie verte.

Approches numériques possibles :

- utiliser l'outil numérique pour visualiser des conformations, configurations et des géométries d'approche entre molécules.
- utiliser l'outil numérique pour discuter des effets cinétiques et thermodynamiques des conditions expérimentales (contrôles cinétique ou thermodynamique).

A. Structure et réactivité des molécules organiques

Notions et contenus	Capacités exigibles
Description des molécules organiques	
Représentations topologique, de Cram, de Newman, perspective. Descripteurs stéréochimiques <i>R</i> , <i>S</i> , <i>Z</i> , <i>E</i> . Chiralité. Stéréoisomérisation de configuration : énantiomérisation, diastéréoisomérisation. Activité optique, pouvoir rotatoire. Loi de Biot. Stéréoisomérisation de conformation en série aliphatique non cyclique et cyclohexanique. Ordre de grandeur de la barrière énergétique conformationnelle.	Représenter une molécule à partir de son nom, fourni en nomenclature systématique, en tenant compte de la donnée d'éventuelles informations stéréochimiques, en utilisant un type de représentation donné. Attribuer les descripteurs stéréochimiques aux centres stéréogènes. Déterminer la relation d'isomérisation entre deux structures. Relier la valeur du pouvoir rotatoire d'un mélange de stéréoisomères à sa composition. Comparer la stabilité de plusieurs conformations. Interpréter la stabilité d'un conformère donné.
Relation structure - réactivité	
Analyse de la structure électronique et géométrique. Modélisation des transferts d'électrons et écriture des mécanismes réactionnels.	Identifier et nommer les groupes caractéristiques présents dans une entité donnée. Identifier les sites électrophiles et nucléophiles des réactifs à l'aide de leurs structures de Lewis ou de leurs orbitales frontalières. Expliciter à l'aide des orbitales frontalières la géométrie d'approche entre réactifs conduisant aux produits primaires par application du principe de recouvrement maximum. Exploiter les notions de polarité et de polarisabilité pour analyser ou comparer la réactivité de différents substrats. Utiliser le formalisme des flèches courbes pour décrire un mécanisme en chimie organique.
Influence des paramètres expérimentaux	
Compétitions entre type de réaction. Contrôle cinétique, contrôle thermodynamique. Un modèle pour l'état de transition : le postulat de Hammond.	Discuter des aspects thermodynamiques et cinétiques des transformations effectuées à l'aide de données tabulées et de résultats expérimentaux. Tracer, commenter et utiliser un profil énergétique à l'échelle microscopique. Reconnaître les conditions d'utilisation du postulat de Hammond et prévoir l'obtention des produits lorsque deux réactions sont en compétition.
Les grands types de mécanisme : addition, élimination, substitution, addition-élimination	
Substitution nucléophile aliphatique : mécanismes limites S_N2 et S_N1 ; propriétés cinétiques et stéréochimiques. β -élimination $E1$ et $E2$; propriétés cinétiques et stéréochimiques, régiosélectivité. Addition nucléophile. Addition-élimination.	Justifier le choix d'un mécanisme par des facteurs structuraux des substrats ou par des informations stéréochimiques sur le produit. Prévoir ou analyser la régiosélectivité, la stéréosélectivité et la stéréospécificité éventuelles d'une transformation simple en chimie organique en utilisant un vocabulaire précis.

B. Stratégie de synthèse

Notions et Contenus	Capacités exigibles
Analyse rétrosynthétique	
Approche élémentaire de la stratégie de synthèse : analyse rétrosynthétique.	Concevoir une stratégie de synthèse pour une molécule simple.
Synthèse stéréosélective	
Séparation d'énantiomères et synthèse stéréosélective.	Expliquer le rôle essentiel de la diastéréo-isomérisie lors de synthèses énantiosélectives et de séparations d'énantiomères.
Activation et protection de fonction	
Activation nucléophile des alcools	
Formation d'alcoolates par réaction acido-basique ou d'oxydo-réduction.	<p>Comparer la nucléophilie d'alcools de différentes classes à l'aide d'arguments stériques.</p> <p>Comparer la nucléophilie d'un alcool et de son alcoolate.</p> <p>Choisir une base pour déprotomer un alcool ou un phénol à partir d'une table de pK_a.</p>
Activation électrophile des alcools	
Activation in situ par protonation : conversion d'un alcool en halogénoalcane par action d'une solution concentrée d'halogénure d'hydrogène (conditions opératoires, mécanismes limites).	Comparer les réactivités des liaisons carbone-groupe caractéristique dans le cas des halogénoalcanes, des alcools, des esters sulfoniques et des ions alkyloxonium.
Formation d'esters sulfoniques :	
<ul style="list-style-type: none"> • formation d'halogénoalcane par substitution sur un tosylate ou un mésylate (conditions opératoires) ; • formation d'époxyde par substitution intramoléculaire. 	<p>Préciser la stéréosélectivité éventuelle de la formation d'époxydes.</p> <p>Commenter dans une synthèse multi-étapes le choix d'une activation in situ par protonation ou par passage par un tosylate ou un mésylate.</p>
Activation électrophile du groupe carbonyle	
Acétalisation des aldéhydes et des cétones : conditions expérimentales (APTS, appareillage de Dean-Stark), mécanisme limite de l'acétalisation en milieu acide.	Expliquer qualitativement l'augmentation de l'électrophilie du groupe carbonyle par protonation de celui-ci.
Hémiacétalisation acido-catalysée du glucose : conditions opératoires, mécanisme limite de l'hémiacétalisation en milieu acide.	Discuter la régiosélectivité de la réaction d'hémiacétalisation du glucose. Interpréter la mutarotation du glucose par le caractère renversable de l'hémiacétalisation.
Protection/Déprotection de groupe caractéristique	
Protection/déprotection du groupe carbonyle par un diol (conditions expérimentales, mécanisme de l'hydrolyse acide).	Justifier la nécessité de protéger un groupe caractéristique dans une synthèse multi-étapes.
Protection/déprotection du groupe hydroxyle par formation d'un étheroxyde benzyle.	Identifier les étapes de protection et de déprotection d'un groupe carbonyle, d'un groupe hydroxyle, d'un diol 1,2 ou 1,3 dans une synthèse multi-étapes.
Conversion de groupes caractéristiques	
Interconversion alcène-alcool	
Hydratation acide : conditions opératoires, régiosélectivité, réactivité comparée des alcènes, mécanisme limite. Transposition, mécanisme	Discuter de la régiosélectivité de la transformation à l'aide de la stabilité des ions carbénium intermédiaires. Expliquer la formation de certains produits par des

schématique.

Hydroboration d'un alcène terminal par le borane : régiosélectivité, mécanisme limite de l'addition du borane sur l'alcène ; hydrolyse oxydante.

Déshydratation acido-catalysée d'un alcool tertiaire (conditions opératoires, régiosélectivité et stéréosélectivité éventuelles, mécanisme limite E1) ; compétition substitution-élimination dans le cas des alcools secondaires et tertiaires.

Interconversion acide carboxylique-dérivé d'acide

Activation du groupe carboxyle : ex situ sous forme d'un chlorure d'acyle ou d'un anhydride d'acide ; in situ par protonation, par formation d'un anhydride mixte, in vivo par formation de l'acétylCoA.

Synthèse des esters à partir des acides carboxyliques, des chlorures d'acyle et des anhydrides d'acide : aspects cinétiques et thermodynamiques, mécanismes limites.

Synthèse des amides à partir des acides carboxyliques, des chlorures d'acyle et des anhydrides d'acide : aspects cinétiques et thermodynamiques, mécanismes limites.

Hydrolyses acide et basique des esters et des amides : conditions opératoires. Mécanisme limite de la saponification.

Conversion par oxydoréduction

Les groupes caractéristiques et leur niveau d'oxydation.

Processus d'oxydation

- Oxydation des alcools selon leur classe ; principe de l'oxydation contrôlée des alcools primaires.
- Époxydation directe des alcènes par un peroxyacide ; réactivité comparée des alcènes. Ouverture des époxydes en milieu basique : mécanisme, élaboration de diols anti.
- Passage de l'alcène au diol par action catalytique de OsO_4 en présence d'un co-oxydant. Coupure oxydante par action d'un mélange $\text{OsO}_4/\text{NaIO}_4$ (oxydation de Lemieux-Johnson) principe et conditions opératoires, intérêt en stratégie de

transpositions.

Interpréter la régiosélectivité de l'hydroboration à l'aide des effets stériques.

Interpréter la formation de produits indésirables par la compétition entre les réactions de substitution et d'élimination.

Comparer les réactivités électrophiles des acides carboxyliques, chlorures d'acyle, anhydrides d'acide, esters, amides, les aptitudes nucléofuges des groupes partants dans les molécules correspondantes et en déduire l'importance de l'activation du groupe carboxyle.

Proposer et/ou analyser différents moyens d'activation d'un groupe carboxyle.

Expliquer comment obtenir un bon rendement de synthèse d'ester à partir d'un alcool primaire ou secondaire et d'un acide carboxylique selon la méthode d'activation choisie et les conditions expérimentales.

Justifier le choix des conditions opératoires retenues pour la synthèse des amides.

Justifier le choix des conditions opératoires d'hydrolyse d'un dérivé d'acide.

Utiliser la formation des esters et des amides dans le cadre d'une stratégie de synthèse nécessitant la protection d'un groupe hydroxyle ou d'un groupe amino.

Déduire de la structure d'un polyester ou d'un polyamide la formule du ou des monomères correspondants et réciproquement.

Identifier, le cas échéant, une interconversion entre groupes caractéristiques comme un processus d'oxydation ou de réduction du substrat ; associer les demi-équations d'oxydoréduction correspondantes.

Déterminer le ou les produits d'oxydation d'un alcool selon sa classe.

Identifier le produit d'oxydation d'un alcool primaire à l'aide de données expérimentales ou spectroscopiques.

Justifier l'usage d'une base comme l'hydrogénocarbonate de sodium dans l'élaboration de l'époxyde.

Discuter de la régiosélectivité de l'époxydation sur un polyène.

Justifier la régiosélectivité et la stéréosélectivité de l'ouverture nucléophile d'un époxyde, en l'absence d'activation par un acide de Lewis ou de Bronsted.

<p>synthèse.</p> <p>Processus de réduction</p> <ul style="list-style-type: none">• Réduction des composés carbonyles en alcool par action du tétrahydroborate de sodium (conditions opératoires, mécanisme réactionnel).• De l'acide ou de l'ester à l'aldéhyde ou à l'alcool primaire ; mécanisme schématique de la réduction des esters.• Hydrogénation des alcènes en catalyse hétérogène (aspects stéréochimiques, mécanisme) et en catalyse homogène.	<p>Interpréter la réduction d'un ester en alcool primaire en assimilant le réactif à un ion hydruure nucléophile.</p> <p>Identifier le produit de réduction d'un ester par un hydruure complexe, à l'aide de données fournies (chimiques et/ou spectroscopiques).</p> <p>Reconnaître ou proposer dans une stratégie de synthèse la conversion entre un ester et un aldéhyde ou un alcool primaire.</p> <p>Analyser à l'aide de données expérimentales la chimiosélectivité de réducteurs dans le cadre d'une stratégie de synthèse.</p> <p>Identifier les différents types d'interactions entre le catalyseur hétérogène et les réactifs.</p> <p>Interpréter la stéréospécificité syn de l'addition du dihydrogène à l'aide du mécanisme en catalyse hétérogène.</p> <p>Identifier les processus élémentaires intervenant lors de l'hydrogénation en catalyse homogène.</p>
Création de liaisons carbone-carbone	
<p>Création de liaisons simples C-C</p> <p>Intérêt des organométalliques dans la construction d'une chaîne carbonée ; structure et réactivité des organomagnésiens mixtes ; préparation à partir des halogénoalcanes et des alcynes terminaux.</p> <p>Synthèse magnésienne d'alcools, cétones, acides carboxyliques : conditions expérimentales, mécanismes.</p> <p>Réactivité nucléophile des énolates. Acidité d'un composé carbonyle. Tautomérie céto-énolique. Généralisation aux composés analogues (esters, α-dicétones, α-cétoesters). Ordres de grandeur des pK_a des couples correspondants.</p> <p>C-alkylation en position alpha d'un groupe carbonyle de cétone : mécanisme limite, régiosélectivité de l'alkylation des énolates.</p> <p>Aldolisation non dirigée : mécanisme en milieu basique aqueux ou alcoolique.</p> <p>Aldolisation (cétolisation) croisée dirigée avec déprotonation totale préalable : mécanisme, intérêt synthétique.</p> <p>Crotonisation : déshydratation de l'aldol (cétol) en présence d'une base, mécanisme $E1_{cb}$, régiosélectivité.</p> <p>Réaction de Michael sur une α-énone ; mécanisme.</p>	<p>Justifier l'inversion de polarité sur l'atome de carbone résultant de l'insertion de magnésium dans la liaison carbone-halogène.</p> <p>Concevoir une stratégie de synthèse par voie magnésienne.</p> <p>Représenter le(s) énol(s) isomère(s) d'un composé énolisable. Identifier un énol et représenter le composé carbonyle dont il est l'isomère.</p> <p>Écrire la formule de la base conjuguée d'un composé carbonyle énolisable et justifier sa stabilité à l'aide du formalisme de la mésomérie.</p> <p>Proposer ou justifier le choix d'une base permettant de déprotoner un composé carbonyle ou un composé analogue.</p> <p>Décrire les interactions entre orbitales frontalières des réactifs et interpréter la régiosélectivité de l'alkylation de l'énolate.</p> <p>Choisir dans le cadre d'une stratégie de synthèse les meilleures conditions de préparation d'un aldol (cétol) issu d'une aldolisation (cétolisation) croisée. Justifier par la compétition avec l'aldolisation l'impossibilité d'alkyler un aldéhyde.</p> <p>Justifier la régiosélectivité de la crotonisation en présence d'une base.</p> <p>Décrire les interactions entre orbitales frontalières des réactifs et interpréter la régiosélectivité de la réaction de Michael. Identifier dans une analyse rétrosynthétique les réactifs permettant de réaliser une addition de Michael sur une alpha-énone.</p>

Réaction de Diels-Alder. Diastéréosélectivité, stéréospécificité, régiosélectivité, influence de la structure des réactifs sur la vitesse de la transformation (règle d'Alder). Réaction de rétro-Diels-Alder. Création de liaisons doubles C=C	Interpréter les résultats cinétiques, stéréochimiques et la régiosélectivité d'une réaction de Diels-Alder sous contrôle cinétique. Identifier les interactions orbitales principales et, le cas échéant, la préférence d'une approche de type endo.
Réaction de Wittig.	Identifier le dérivé carbonyle et le dérivé halogéné, précurseur de l'ylure, mis en œuvre dans la création d'une liaison C=C par une réaction de Wittig.
Métathèse des alcènes.	Identifier les précurseurs possibles pour synthétiser un alcène par métathèse. Reconnaître réactifs, produits, catalyseur et précurseur de catalyseur dans le ou les cycles catalytiques décrivant le mécanisme d'une métathèse.

PARTIE IIIbis - Parcours génie des procédés : synthèse organique

Médicaments, produits phytosanitaires, matériaux polymères de synthèse aussi différents que les latex de peinture ou les boucliers thermiques des véhicules spatiaux... Synthèses en chimie fine ou productions de fort tonnage découlent d'une démarche d'ingénierie moléculaire s'appuyant entre autres sur les apports de la chimie organique.

L'élaboration, l'identification des structures et la prévision de la réactivité des molécules obéissent à des règles fondamentales, partiellement abordées dans cette partie, dont l'objectif est à la fois de faire comprendre les enjeux et la logique de la synthèse organique et de décrire, d'analyser et de modéliser quelques transformations organiques simples à l'échelle microscopique, de manière à apporter des éléments de culture dans ce domaine à des étudiants qui le découvrent.

Cela nécessite l'acquisition de compétences liées à la description géométrique des structures, à l'analyse de la réactivité des espèces et à la description des grands types de réactions. Ces notions sont présentées sur des exemples donnés, mais dans le but d'une maîtrise permettant un réinvestissement sur des situations analogues.

Ainsi, une présentation par mécanismes ou de type fonctionnelle peut être envisagée, au libre choix de l'enseignant. Néanmoins, il s'agit de privilégier une approche mécanistique pour faire comprendre et maîtriser les raisonnements plutôt que pour empiler les connaissances.

L'enseignement de la chimie organique s'appuie sur les connaissances et capacités acquises en thermodynamique et cinétique chimiques et exploite les modèles de description des structures et de la réactivité, introduits dans la partie « Architecture de la matière ».

Le cours et les activités s'appuient sur des exemples issus aussi bien des domaines de la chimie fine, de la chimie du vivant et de la chimie industrielle et permettent une sensibilisation aux principes de la chimie verte.

À travers les capacités et contenus exigibles, sont développées des compétences générales qui pourront par la suite être réinvesties, consolidées et valorisées, parmi lesquelles :

- relier structure et propriétés microscopiques aux grandeurs et comportements macroscopiques ;
- maîtriser et utiliser différentes représentations schématiques d'un objet ;
- relier les grandeurs spectroscopiques à la structure de l'espèce chimique étudiée.
- choisir le ou les modèle(s) pertinent(s) de description géométrique, électronique ou orbitale d'une espèce chimique pour rendre compte de sa réactivité ;
- identifier dans une entité complexe la partie utile au raisonnement ;
- utiliser des modèles de prédiction de l'évolution du système dans le cadre des transformations proposées ;
- pratiquer un raisonnement par analogie (analyse de réactivités et écriture de mécanismes) ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif argumenté pour expliquer un schéma de synthèse ;
- proposer une stratégie de synthèse dans le cadre d'un problème ouvert.

Approches numériques possibles :

- utiliser l'outil numérique pour visualiser des conformations, configurations et des géométries d'approche entre molécules.
- utiliser l'outil numérique pour discuter des effets cinétiques et thermodynamiques des conditions expérimentales (contrôles cinétique ou thermodynamique).

A. Structure et réactivité des molécules organiques

Notions et contenus

Capacités exigibles

Description des molécules organiques	
<p>Représentations topologique, de Cram, de Newman, perspective.</p> <p>Descripteurs stéréochimiques <i>R</i>, <i>S</i>, <i>Z</i>, <i>E</i>. Chiralité</p> <p>Stéréoisomérisation de configuration : énantiomérisation, diastéréoisomérisation.</p> <p>Activité optique, pouvoir rotatoire. Loi de Biot.</p> <p>Stéréoisomérisation de conformation en série aliphatique non cyclique et cyclohexanique.</p> <p>Ordre de grandeur de la barrière énergétique conformationnelle.</p>	<p>Représenter une molécule à partir de son nom, fourni en nomenclature systématique, en tenant compte de la donnée d'éventuelles informations stéréochimiques, en utilisant un type de représentation donné.</p> <p>Attribuer les descripteurs stéréochimiques aux centres stéréogènes. Déterminer la relation d'isomérisation entre deux structures.</p> <p>Relier la valeur du pouvoir rotatoire d'un mélange de stéréoisomères à sa composition.</p> <p>Comparer la stabilité de plusieurs conformations.</p> <p>Interpréter la stabilité d'un conformère donné.</p>
Relation structure - réactivité	
<p>Analyse de la structure électronique et géométrique.</p> <p>Modélisation des transferts d'électrons et écriture des mécanismes réactionnels</p>	<p>Identifier et nommer les groupes caractéristiques présents dans une entité donnée.</p> <p>Identifier les sites électrophiles et nucléophiles des réactifs à l'aide de leurs structures de Lewis.</p> <p>Exploiter les notions de polarité et de polarisabilité pour analyser ou comparer la réactivité de différents substrats.</p> <p>Utiliser le formalisme des flèches courbes pour décrire un mécanisme en chimie organique.</p>
Influence des paramètres expérimentaux	
<p>Compétitions entre type de réaction.</p> <p>Contrôle cinétique, contrôle thermodynamique.</p> <p>Un modèle pour l'état de transition : le postulat de Hammond</p>	<p>Discuter des aspects thermodynamiques et cinétiques des transformations effectuées à l'aide de données tabulées et de résultats expérimentaux.</p> <p>Tracer, commenter et utiliser un profil énergétique à l'échelle microscopique.</p> <p>Reconnaître les conditions d'utilisation du postulat de Hammond et prévoir l'obtention des produits lorsque deux réactions sont en compétition.</p>
Les grands types de mécanisme : addition, élimination, substitution, addition-élimination	
<p>Substitution nucléophile aliphatique : mécanismes limites S_N2 et S_N1 ; propriétés cinétiques et stéréochimiques.</p> <p>β-élimination $E1$ et $E2$; propriétés cinétiques et stéréochimiques, régiosélectivité.</p> <p>Addition nucléophile.</p> <p>Addition-élimination.</p>	<p>Justifier le choix d'un mécanisme par des facteurs structuraux des substrats ou par des informations stéréochimiques sur le produit.</p> <p>Prévoir ou analyser la régiosélectivité, et la stéréosélectivité éventuelles d'une transformation simple en chimie organique en utilisant un vocabulaire précis.</p>

B. Stratégie de synthèse

Notions et Contenus	Capacités exigibles
Analyse rétrosynthétique	
Approche élémentaire de la stratégie de synthèse : analyse rétrosynthétique.	Concevoir une stratégie de synthèse pour une molécule simple.
Activation et protection de fonction	
Activation nucléophile des alcools	

<p>Formation d'alcoolates par réaction acido-basique ou d'oxydo-réduction.</p> <p>Activation électrophile des alcools Activation in situ par protonation : Conversion d'un alcool en halogénoalcane par action d'une solution concentrée d'halogénure d'hydrogène (conditions opératoires, mécanismes limites).</p> <p>Activation électrophile du groupe carbonyle Acétalisation des aldéhydes et des cétones : conditions expérimentales (APTS, appareillage de Dean-Stark).</p> <p>Protection/Déprotection de groupe caractéristique Protection/déprotection du groupe carbonyle par un diol (conditions expérimentales). Protection/déprotection du groupe hydroxyle par formation d'un étheroxyde benzylique.</p>	<p>Comparer la nucléophilie d'alcools de différentes classes à l'aide d'arguments stériques.</p> <p>Comparer la nucléophilie d'un alcool et de son alcoolate.</p> <p>Choisir une base pour déprotomer un alcool ou un phénol à partir d'une table de pK_a.</p> <p>Comparer les réactivités des liaisons carbone-groupe caractéristique dans le cas des halogénoalcanes, des alcools, et des ions alkyloxonium.</p> <p>Expliquer qualitativement l'augmentation de l'électrophilie du groupe carbonyle par protonation de celui-ci.</p> <p>Justifier la nécessité de protéger un groupe caractéristique dans une synthèse.</p> <p>Identifier les étapes de protection et de déprotection d'un groupe carbonyle, d'un groupe hydroxyle, d'un diol 1,2 ou 1,3 dans une synthèse multi-étapes.</p>
Conversion de groupes caractéristiques	
<p>Interconversion alcène-alcool Hydratation acide : conditions opératoires, régiosélectivité, réactivité comparée des alcènes, mécanisme limite.</p> <p>Déshydratation acido-catalysée d'un alcool tertiaire (conditions opératoires, régiosélectivité et stéréosélectivité éventuelles, mécanisme limite E1) ; compétition substitution-élimination dans le cas des alcools secondaires et tertiaires.</p> <p>Interconversion acide carboxylique-dérivé d'acide Activation du groupe carboxyle : ex situ sous forme d'un chlorure d'acyle ou d'un anhydride d'acide ; in situ par protonation.</p> <p>Synthèse des esters à partir des acides carboxyliques, des chlorures d'acyle : aspects cinétiques et thermodynamiques, mécanismes limites.</p> <p>Hydrolyses acide et basique des esters : conditions opératoires. Mécanisme limite de la saponification.</p>	<p>Discuter de la régiosélectivité de la transformation à l'aide de la stabilité des ions carbénium intermédiaires.</p> <p>Interpréter la formation de produits indésirables par la compétition entre les réactions de substitution et d'élimination.</p> <p>Comparer les réactivités électrophiles des acides carboxyliques, chlorures d'acyle, anhydrides d'acide, esters, les aptitudes nucléofuges des groupes partants dans les molécules correspondantes et en déduire l'importance de l'activation du groupe carboxyle.</p> <p>Proposer et/ou analyser différents moyens d'activation d'un groupe carboxyle.</p> <p>Expliquer comment obtenir un bon rendement de synthèse d'ester à partir d'un alcool primaire ou secondaire et d'un acide carboxylique selon la méthode d'activation choisie et les conditions expérimentales.</p> <p>Utiliser la formation des esters dans le cadre d'une stratégie de synthèse nécessitant la protection d'un groupe hydroxyle.</p> <p>Justifier le choix des conditions opératoires d'hydrolyse d'un dérivé d'acide.</p>

<p>Conversion par oxydoréduction Les groupes caractéristiques et leur niveau d'oxydation.</p> <p>Processus d'oxydation</p> <ul style="list-style-type: none">• Oxydation des alcools selon leur classe ; principe de l'oxydation contrôlée des alcools primaires.• Passage de l'alcène au diol par action catalytique de OsO₄ en présence d'un co-oxydant. Coupure oxydante par action d'un mélange OsO₄/NaIO₄ (oxydation de Lemieux-Johnson) principe et conditions opératoires, intérêt en stratégie de synthèse. <p>Processus de réduction</p> <ul style="list-style-type: none">• Réduction des composés carbonylés en alcool par action du tétrahydroborate de sodium (conditions opératoires, mécanisme réactionnel).• Hydrogénation des alcènes en catalyse hétérogène (aspects stéréochimiques, mécanisme) et en catalyse homogène.	<p>Identifier, le cas échéant, une interconversion entre groupes caractéristiques comme un processus d'oxydation ou de réduction du substrat ; associer les demi-équations d'oxydoréduction correspondantes.</p> <p>Déterminer le ou les produits d'oxydation d'un alcool selon sa classe.</p> <p>Identifier les différents types d'interactions entre le catalyseur hétérogène et les réactifs. Interpréter la stéréospécificité syn de l'addition du dihydrogène à l'aide du mécanisme en catalyse hétérogène.</p>
<p>Création de liaisons carbone-carbone</p> <p>Création de liaisons simples C-C Intérêt des organométalliques dans la construction d'une chaîne carbonée ; structure et réactivité des organomagnésiens mixtes ; préparation à partir des halogénoalcanes et des alcynes terminaux.</p> <p>Synthèse magnésienne d'alcools et acides carboxyliques : conditions expérimentales, mécanismes.</p> <p>Création de liaisons doubles C=C Réaction de Wittig.</p>	<p>Justifier l'inversion de polarité sur l'atome de carbone résultant de l'insertion de magnésium dans la liaison carbone-halogène.</p> <p>Concevoir une stratégie de synthèse par voie magnésienne.</p> <p>Identifier le dérivé carbonyle et le dérivé halogéné, précurseur de l'ylure, mis en œuvre dans la création d'une liaison C=C par une réaction de Wittig.</p>

Annexe 7

Objectifs de formation et programme de génie des procédés de la classe préparatoire scientifique ATS métiers de la chimie

Partie 1 - Formation disciplinaire

Les différentes parties de ce programme s'appuient sur des notions et des capacités travaillées par ailleurs dans les enseignements de physique et de chimie. Il est donc nécessaire d'organiser globalement la progression dans ces trois enseignements.

1. Transferts de matière et d'énergie dans un procédé

Cette partie nécessite la maîtrise des notions de thermodynamique et notamment celle du premier principe de thermodynamique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Observation d'un procédé	
- Variables fondamentales : masse, quantité de matière, grandeurs énergétiques, titre molaire, titre massique. - Bilan de matière.	Reconnaître si un système est ouvert ou fermé. Définir le taux de conversion du réactif clé et l'utiliser pour faire un bilan-matière. Établir un bilan matière global ou partiel (c'est à dire sur une seule espèce chimique) pour un procédé industriel complet.
2. Transfert de matière	
Vecteur densité de flux de particules \vec{J}_N .	Exprimer le nombre de particules traversant une surface en utilisant le vecteur \vec{J}_N .
Bilans de particules.	Utiliser la notion de flux pour traduire un bilan global de particules. Établir une équation traduisant un bilan local de particules dans le cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne, éventuellement en présence de sources internes. Admettre et exploiter une généralisation du bilan de particules en géométrie quelconque mettant en œuvre l'opérateur divergence dont l'expression est fournie.
Loi de Fick.	Utiliser la loi de Fick. Citer l'ordre de grandeur d'un coefficient de diffusion dans un gaz dans les conditions usuelles.
Régimes stationnaires.	Utiliser la conservation du flux sous forme locale ou globale en l'absence de source interne.
Équation de diffusion en l'absence de sources internes.	Modéliser le phénomène de diffusion dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Exploiter une généralisation en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur laplacien dont l'expression est fournie. Analyser un modèle de diffusion en termes d'ordres de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle.
3. Transfert thermique	
3.1 Phénomènes de transport	
Phénomènes de transport.	Distinguer les différents phénomènes de transport thermique.
Vecteur densité de flux thermique \vec{J}_Q .	Exprimer le flux thermique à travers une surface en utilisant le vecteur \vec{J}_Q .
Premier principe de la thermodynamique.	Appliquer le premier principe dans un milieu solide pour établir un modèle local dans le cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne, éventuellement en présence de sources internes. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence dont l'expression est fournie.

Loi de Fourier.	Utiliser la loi de Fourier. Citer quelques ordres de grandeur de conductivité thermique dans les conditions usuelles : air, eau, béton, acier.
Équation de la diffusion thermique avec ou sans sources internes.	Établir un modèle de la diffusion dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Admettre et exploiter une généralisation de l'équation de diffusion en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur laplacien dont l'expression est fournie. Analyser une équation de diffusion en termes d'ordres de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle.
Interface solide-fluide.	Utiliser la relation de Newton $Q=h(T_s-T_a)dSdt$ fournie comme condition aux limites à une interface solide-fluide.
3.2 Application à l'étude des échangeurs thermiques en régime permanent	
Résistance thermique. Coefficient global d'échange.	Utiliser la conservation du flux sous forme locale ou globale en l'absence de source interne. Calculer la résistance thermique équivalente dans le cas d'une géométrie plane ou cylindrique. Dédire de la conservation du flux thermique l'expression du coefficient global d'échange en géométrie plane ou cylindrique.
Bilan en régime permanent dans le cas d'un échangeur coaxial.	Décrire les circulations des fluides dans un échangeur coaxial à co-courant et contre-courant. Tracer l'allure de l'évolution des températures des fluides en fonction de la position dans un échangeur coaxial à co-courant et contre-courant. Réaliser un bilan énergétique global sur l'échangeur dans le cas d'un changement de température avec ou sans changement d'état d'un des deux fluides. Calculer la température moyenne logarithmique dans le cas d'un échangeur coaxial à co-courant ou contre-courant. Dimensionner un échangeur en déterminant la surface totale nécessaire à l'échange.
Technologie des échangeurs.	Définir et exploiter l'efficacité d'un échangeur. Citer différents types d'échangeurs : échangeur à plaque, échangeur passe tube et échangeur calandre. Décrire la technologie et les circulations des fluides dans ces échangeurs. Dimensionner ces échangeurs comparativement aux échangeurs coaxiaux à contre-courant grâce à l'introduction d'un facteur de correction.

2. Réaction chimique à l'échelle industrielle

Cette partie nécessite la maîtrise des notions de cinétique en système fermé et de thermochimie. L'outil informatique peut être mis à profit pour résoudre les équations différentielles impliquant les concentrations des différentes espèces chimiques et tracer l'évolution des profils de concentrations en fonction du temps.

1. Modèle des réacteurs idéaux	
Réacteur fermé (RF) à volume constant. Temps de séjour.	Exprimer la vitesse de réaction dans le cas de stœchiométries simples et multiples. Établir un bilan de matière. Déterminer un temps de séjour dans le cas des réactions avec ordre simple (1, 2), et ordre global 2. Dimensionner un réacteur.
- Réacteur parfaitement agité continu à volume constant (RPAC). Temps de passage. - Association série de RPAC à volume constant.	Établir un bilan de matière. Déterminer un temps de passage (cas des réactions avec ordre simple (1, 2), et ordre global 2). Dimensionner un réacteur. Exprimer et déterminer les valeurs des concentrations en sortie de chaque réacteur. Déterminer le temps de passage dans la cascade.
Réacteur piston à volume constant (RP). Temps de passage.	Établir un bilan de matière. Calculer un temps de passage (cas des réactions avec ordre simple (1, 2), et ordre global 2). Dimensionner un réacteur.
Comparaison de réacteurs ouverts : choix en fonction du volume, temps de passage et/ou en fonction des contraintes (température, pression, produits à former).	Comparer les temps de passage pour différents réacteurs.
2. Maîtrise thermodynamique d'un réacteur	
Étude énergétique des RPAC en fonctionnement. Importance du contrôle de température sur un réacteur chimique.	Appliquer le premier principe de la thermodynamique en régime permanent dans un réacteur chimique. Déterminer la température du réacteur à l'issue de la réaction, dans le cas d'un réacteur adiabatique. Déterminer le flux thermique échangé par le réacteur dans le cas d'un réacteur isotherme. Choisir la plage de température de fonctionnement d'un réacteur en fonction des contraintes cinétiques et thermodynamiques.

3. Procédés de séparation

Cette partie nécessite la maîtrise des notions d'équilibre liquide-vapeur isobare.

L'outil informatique peut être mis à profit pour déterminer le nombre de plateaux nécessaire d'une colonne de rectification continue dans le cas d'un reflux total (relation de Fenske)

1. Procédés d'extraction	
<p>1.1 Absorption et désorption Équilibre liquide-gaz. Loi de Henry, influence de P et de T, courbe de partage, isothermes.</p> <p>Absorption à contre-courant non réactive.</p> <p>Colonne d'absorption.</p> <p>2.2 Extraction Liquide-Liquide Équilibre liquide-liquide. Miscibilité totale, partielle ou nulle.</p> <p>Extraction liquide-liquide à contre-courant.</p> <p>Colonne d'extraction.</p>	<p>Exploiter la courbe d'équilibre reliant le titre vapeur y et le titre liquide x.</p> <p>Effectuer un bilan de matière global et partiel. Déterminer la droite opératoire dans le cas général et dans le cas des solutions diluées (titre molaire). Déterminer le nombre d'étages théoriques par la méthode de Mac Cabe et Thiele.</p> <p>Dimensionner une colonne d'absorption. Déterminer le débit de solvant minimum.</p> <p>Définir le coefficient de partage.</p> <p>Effectuer un bilan de matière global et partiel. Déterminer la droite opératoire dans le cas général et dans le cas des solutions diluées (titre massique). Déterminer le nombre d'étages théoriques par la méthode de Mac Cabe et Thiele.</p> <p>Dimensionner une colonne d'extraction. Déterminer le débit de solvant minimum.</p>
2. Procédés de rectification	
<p>Procédés de distillation.</p> <p>Procédés de rectification. Taux de reflux.</p> <p>Colonne à reflux total.</p> <p>Construction de Mac Cabe et Thiele : hypothèses, limitation.</p>	<p>Citer différentes technologies et applications de la distillation à l'échelle industrielle.</p> <p>Citer les éléments constitutifs d'une colonne.</p> <p>Établir les bilans de matière partiel et total et l'équation de la droite opératoire.</p> <p>Déterminer le nombre de plateaux théoriques à partir de la construction de Mac Cabe et Thiele.</p> <p>Évaluer la hauteur équivalente à un plateau théorique.</p> <p>Évaluer le nombre de plateaux réels ou la hauteur de garnissage.</p>

Rectification continue d'un mélange binaire idéal. Tronçon d'épuisement, d'enrichissement. Tronçon d'alimentation. Taux de vaporisation.	Établir les bilans de matière sur la colonne et calculer le rendement de la rectification. Établir les droites opératoires pour un taux de reflux fixé. Établir la droite opératoire par un bilan énergétique. Déterminer le nombre de plateaux théoriques à partir de la construction de Mac Cabe et Thiele. Montrer qu'il existe un taux de reflux minimum à partir duquel on calcule le taux optimal. Établir le bilan énergétique sur le condenseur, sur le bouilleur et sur l'ensemble de la colonne.
Rectification discontinue. Fonctionnement à reflux constant. Fonctionnement à qualité de distillat constante.	Établir les bilans de matière partiel et total et l'équation de la droite opératoire à un instant donné. Déterminer graphiquement l'évolution de la composition du distillat. Établir graphiquement la loi d'évolution du taux de reflux.

Partie 2 - Capacités expérimentales

L'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent avoir acquises, durant leur parcours antérieur constitue quatre domaines en génie des procédés :

1. Prévention du risque en hall de génie des procédés

Les étudiants ont pris conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. Le respect des règles de sécurité leur permet de prévenir et de minimiser ce risque. Ils ont été sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

2. Synthèses

Les étudiants maîtrisent expérimentalement les différentes techniques à mettre en œuvre dans les synthèses : réalisation des montages et utilisation des appareillages.

Ils connaissent les fondements théoriques de ces techniques, en lien avec les propriétés physico-chimiques concernées.

Ils sont capables de proposer des stratégies de transformation des réactifs en produits recherchés en fonction des contraintes à l'échelle industrielle (gestion des mélanges, évacuations des déchets...).

3. Procédés de séparation et de purification

Les étudiants sont capables de proposer des stratégies de séparation et de purification des produits :

- cristallisation ;
- extraction liquide-liquide ;
- absorption et désorption ;
- distillation, rectification continue ou discontinue.

4. Mesures de grandeurs physiques- Analyse quantitative

Les étudiants maîtrisent les techniques de mesure de masse, de pH, de conductivité, d'absorbance, de pouvoir rotatoire, d'indice de réfraction, de température mais aussi des techniques plus sophistiquées telles que la chromatographie phase gaz (CPG), la chromatographie liquide haute performance (HPLC).

Ces techniques expérimentales étant maîtrisées, ils pourront mobiliser leurs compétences dans une **démarche de projet** qui devra montrer le degré d'autonomie acquis en génie des procédés, la capacité de l'étudiant à mener une démarche expérimentale raisonnée et à trouver les informations nécessaires à l'atteinte de l'objectif fixé. Une analyse critique de ses résultats expérimentaux et de la démarche mise en œuvre sera attendue.

La mise en œuvre expérimentale des enseignements proposés devra mettre en avant la logique industrielle des techniques employées. On privilégiera des installations différentes de celles utilisées en chimie (transferts des fluides par pompe ou par vide, chauffage à la vapeur, thermofluide, épingle thermique, agitation, régulation, etc.). Il est important de compléter l'utilisation des installations en verre (intéressantes pour leur aspect didactique) par l'utilisation d'installations en acier (inox par exemple) ou tout autre matériau utilisé dans l'industrie, afin de détecter les phénomènes non visibles grâce à des mesures. Il est souhaitable que les installations comportent des régulations laissant une certaine autonomie au conducteur de l'appareil.

Classe préparatoire ATS Métiers de la chimie

Programme de mathématiques

Table des matières

Objectifs de formation	2
Compétences développées	2
Description et prise en compte des compétences	2
Unité de la formation scientifique	3
Architecture et contenu du programme	4
Organisation du texte	4
Usage de la liberté pédagogique	5
PROGRAMME	6
Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement	6
Pratique calculatoire	8
Nombres complexes	10
Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles	11
Géométrie élémentaire du plan	13
Géométrie élémentaire de l'espace	14
Équations différentielles linéaires	15
Systèmes linéaires	16
Nombres réels et suites numériques	17
Limites, continuité et dérivabilité	19
A - Limites et continuité	19
B - Dérivabilité	20
Intégration sur un segment	22
Développements limités	23
Polynômes	24
Calcul matriciel	25
Espace vectoriel \mathbb{R}^n et applications linéaires	26
A - Espace vectoriel \mathbb{R}^n	26
B - Dimension de \mathbb{R}^n et de ses sous-espaces vectoriels	27
C - Applications linéaires de \mathbb{R}^p dans \mathbb{R}^n et représentations matricielles	27
Déterminants	28
Réduction d'endomorphismes	29
Intégration d'une fonction continue sur un intervalle	30
Séries numériques	31
Séries de Fourier	32
Probabilités	33
Probabilités sur un univers fini	33
Variables aléatoires réelles sur un univers fini	34
Couples de Variables aléatoires réelles sur un univers fini	35

Objectifs de formation

Le programme de mathématiques d'ATS Métiers de la chimie s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes de BTS et DUT, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

En mathématiques comme dans les autres disciplines, il est demandé aux étudiants de prendre du recul par rapport à leurs savoirs opérationnels afin de progresser vers une approche plus conceptuelle. C'est cette greffe d'un enseignement plus théorique sur une pratique professionnelle maîtrisée à un certain niveau qui fait l'originalité et la richesse de la filière ATS.

Compétences développées

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Ces compétences sont dans le prolongement des compétences développées dans les sections de technicien supérieur.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques, permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences industrielles de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire ou de la géométrie. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles de l'ingénieur, mathématiques et informatique).

Représenter

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonnement, argumenter

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.

Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et chimiques.

C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire et de la géométrie en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques...).

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.

Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. Si le choix a été fait de ne pas introduire les probabilités dans les contenus du programme, on pourra cependant illustrer certaines notions du programme à l'aide d'exemples faisant intervenir des probabilités.

Le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et les fonctions de variable réelle. En introduction à l'algèbre linéaire, le chapitre sur les systèmes linéaires permet de rappeler les propriétés élémentaires relatives aux droites du plan, aux droites et plans de l'espace.

Ces aménagements devraient permettre de constituer un programme cohérent autour de quelques notions essentielles, en dégagant les idées majeures et leur portée, en fournissant des outils puissants et efficaces, en évitant toute technicité gratuite, et en écartant les notions qui ne pourraient être traitées que de façon superficielle.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.

Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.

En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression et on évitera en particulier de regrouper en un seul bloc l'enseignement de l'algèbre. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

- celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
- celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
- celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole \Leftrightarrow PC pour la physique et la chimie, \Leftrightarrow P pour la physique, \Leftrightarrow GP pour le génie des procédés et \Leftrightarrow I pour l'informatique.

On pourra aussi se reporter à l'annexe aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, on prendra soin d'organiser les enseignements en commençant par donner aux étudiants les bases mathématiques utiles aux autres disciplines. Cette organisation, construite par le professeur en coordination avec les autres disciplines scientifiques et technologiques pourra en particulier concerner les chapitres suivants : pratique calculatoire, nombres complexes, géométrie élémentaire du plan et de l'espace, étude globale d'une fonction d'une variable réelle, équations différentielles linéaires, fonctions vectorielles et courbes paramétrées. On notera que le premier chapitre, vocabulaire ensembliste et méthode de raisonnement, n'a pas vocation à être traité d'un bloc en début d'année mais que les notions qui y figurent doivent au contraire être introduites de manière progressive en cours d'année.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

PROGRAMME

Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement

Ce chapitre regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnements nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions sont introduites progressivement et trouvent naturellement leur place dans les autres chapitres, en vue d'être acquises en cours d'année. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés dans le cadre du programme, la terminologie associée peut être utilisée, mais aucune connaissance théorique n'est exigible.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Ensembles

Cette partie a entre autres des applications aux probabilités. On se limite à une approche naïve. Aucun développement n'est fait sur la théorie des ensembles.

Appartenance, inclusion.

Démontrer une égalité, une inclusion de deux ensembles.

Sous-ensemble (ou partie) de E . Ensemble vide.
Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.

Maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes.
Notations $\mathbb{C}_E A$, \bar{A} , $E \setminus A$.

Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.
Ensemble des parties d'un ensemble.

Un élément de E^p est appelé p -liste ou p -uplet d'éléments de E .

b) Rudiments de logique

Quantificateurs.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant les quantificateurs.
Formuler une négation.
Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

Connecteurs logiques : disjonction (ou), conjonction (et), implication, équivalence.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant des connecteurs. Formuler une négation.

c) Méthodes de raisonnement

Raisonnement par contraposition.

Écrire la contraposée d'une assertion.

Raisonnement par l'absurde.

Mener un raisonnement par l'absurde.

Raisonnement par récurrence
Principe d'analyse/synthèse.

On se limitera aux récurrences simples
Distinguer condition nécessaire et condition suffisante.
L'objectif est de donner une méthode de résolution détaillée pour les exemples du programme nécessitant ce type de raisonnement. On se limite à des exemples simples. Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et de condition suffisante.

d) Applications d'un ensemble E dans un ensemble F .

Application (ou fonction) d'un ensemble E dans un ensemble F . Graphe d'une application.

Restrictions.

Image directe

bijection, réciproque d'une bijection, composée de bijections.

Application identité.

Manipuler le langage élémentaire des applications. Faire le lien avec la notion de graphe.

Le point de vue est intuitif : une application de E dans F associe à tout élément de E un unique élément de F .

Toute formalisation est hors programme.

Notation $f|_I$.

Les notions d'injectivité et de surjectivité ne sont pas exigibles.

Reconnaître une fonction composée.

Résoudre des équations.

Pratique calculatoire

Ce chapitre a pour but de mettre en œuvre des techniques de calcul indispensables en mathématiques et dans les autres disciplines scientifiques. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul intégral et différentiel sont différées à des chapitres ultérieurs. Le point de vue adopté ici est principalement pratique. Le professeur organise ce chapitre de la façon qui lui semble la plus appropriée, en tenant compte des acquis des étudiants et des besoins des autres disciplines. Il est nécessaire d'insister sur ces notions tôt dans l'année afin de faciliter le reste de l'apprentissage. Les objectifs de formation sont les suivants :

- une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;
- l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;
- la manipulation des fonctions classiques ;
- le calcul de limites, de dérivées et de primitives ;
- l'utilisation des notations techniques fondamentales du calcul algébrique.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Inégalités dans \mathbb{R}

Inégalités larges, inégalités strictes, intervalles de \mathbb{R} .
Compatibilité avec les opérations.

Dresser un tableau de signe.
Résoudre des inéquations.
Interpréter graphiquement une inéquation du type $f(x) \leq \lambda$.
L'objectif est une maîtrise de la manipulation élémentaire des inégalités.
Interpréter sur la droite réelle des inégalités du type $|x - a| \leq b$.

Valeur absolue, inégalité triangulaire.

Majoration, minoration et encadrement de sommes, de produits et de quotients.

b) Équations, inéquations polynomiales et trigonométriques

Équation du second degré.

Déterminer le signe d'un trinôme.

Cercle trigonométrique, valeurs usuelles, formules exigibles :

$$\cos(a + b), \sin(a + b), \cos(2x), \sin(2x)$$

Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre des équations et inéquations trigonométriques simples : $\cos x = \cos a$, $\sin x = \sin a$ et $\tan x = \tan a$; $\cos x \leq \cos a$, $\sin x \leq \sin a$ et $\tan x \leq \tan a$.
Exprimer $\cos(a - b)$, $\sin(a - b)$.

Déterminer l'ensemble de définition de fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles.
Résolution d'équations du type $\cos x + \sin x = r$.
 \Leftrightarrow P Amplitude et phase.

c) Calcul de limites en un point ou à l'infini

Aucune étude théorique de la limite n'est abordée à ce stade. On s'appuiera sur les connaissances des limites acquises au lycée.

Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'un inverse.

Exemples de formes indéterminées.

Lever, sur des exemples simples, certaines formes indéterminées à l'aide de limites de taux d'accroissement, à savoir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x};$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x) - 1}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2}.$$

On s'appuie sur l'étude de la dérivée faite au lycée.

Croissances comparées.

Calculer une limite par encadrement ou par comparaison.

Limite d'une fonction composée.

d) Calcul de dérivées et de primitivesDérivées des fonctions usuelles : $x \mapsto x^n$ avec $n \in \mathbb{Z}$, exp, ln, cos, sin.

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées dans des cas simples.

Aucune étude théorique de la dérivation n'est abordée à ce stade.

Opérations : somme, produit, quotient et composée.
Dérivation de $t \mapsto \exp(\varphi(t))$ avec φ à valeurs dans \mathbb{C} .
Dérivées partielles de fonctions de plusieurs variables. \Leftrightarrow P et GP : thermodynamique, mécanique des fluides, diffusion.

Primitive sur un intervalle.

Reconnaître des expressions du type $\frac{u'}{u}$, $u' u^n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{u'}{u^n}$, $u' \cdot (v' \circ u)$ où v est une fonction dérivable afin d'en calculer les primitives. \Leftrightarrow PC et GP : mécanique, cinétique.**e) Sommes et produits**

Notations et règles de calcul.

Effectuer un changement d'indice.

Sommes et produits télescopiques.

L'objectif est de faire acquérir aux étudiants une aisance dans la manipulation des symboles \sum et \prod sur des exemples de difficulté raisonnable.

Factorielle, coefficients binomiaux.

Notations $n!$, $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ lue « k parmi n ». Aucun

lien avec le dénombrement n'est attendu à ce stade.

Triangle de Pascal, formule de binôme de Newton.

Développer $(a \pm b)^n$.

Exemple de calcul de sommes :

$$\sum_{k=0}^n k \quad \sum_{k=0}^n q^k.$$

Nombres complexes

L'objectif est de consolider et d'approfondir les acquis du cycle terminal. Le programme combine plusieurs aspects :

- équations algébriques ;
- interprétation géométrique des nombres complexes ;
- exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures et de relier ce chapitre aux besoins des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) L'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes

La construction de \mathbb{C} n'est pas exigible.

Parties réelle et imaginaire, forme algébrique.
Opérations sur les nombres complexes.
Conjugaison : définition, compatibilité avec les opérations.

Le plan étant muni d'un repère orthonormal, affixe d'un point, d'un vecteur et image d'un nombre complexe.
Module d'un nombre complexe. Relation $|z|^2 = z\bar{z}$. Module d'un produit et d'un quotient. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

Notations $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$.

Interpréter géométriquement le conjugué d'un nombre complexe.

Notation \bar{z} .

On identifie \mathbb{C} au plan usuel muni d'un repère orthonormal direct.

Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe.

Interpréter géométriquement $|z - a|$ avec $a, z \in \mathbb{C}$.

b) Ensemble \mathbb{U} des nombres complexes de module 1

Définition de $e^{i\theta}$ où $\theta \in \mathbb{R}$, formules d'Euler. Description des éléments de \mathbb{U} .

Relation $e^{ia}e^{ib} = e^{i(a+b)}$. Formule de Moivre.

Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe : $e^z = e^x e^{iy}$ où $z = x + iy$ et $x, y \in \mathbb{R}$.

Factoriser $1 \pm e^{i\theta}$.

Linéariser et factoriser des expressions trigonométriques.

Retrouver les expressions de $\cos(nt)$ et $\sin(nt)$ en fonction de $\cos(t)$ et $\sin(t)$ pour de petites valeurs de n .

Il s'agit de consolider une pratique du calcul, en évitant tout excès de technicité.

c) Arguments d'un nombre complexe non nul

Arguments d'un nombre complexe non nul. Coordonnées polaires.

Arguments d'un produit, d'un quotient.
Forme exponentielle d'un nombre complexe.

Écrire un nombre complexe non nul sous la forme $z = \rho e^{i\theta}$ où $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$ (forme trigonométrique).

Interpréter géométriquement un argument d'un nombre complexe.

\Leftrightarrow P : système sinusoïdal forcé (mécanique et électricité).

d) Équation du second degré dans \mathbb{C}

Racines carrées d'un nombre complexe.

Équation du second degré dans \mathbb{C} .

Déterminer les racines carrées d'un nombre complexe sous forme algébrique ou trigonométrique.

Résoudre une équation du second degré dans \mathbb{C} .
Exemples de recherche guidée de racines cubiques, racines quatrièmes. Les racines n -ièmes sont hors programme.

Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles

Ce chapitre est naturellement à relier aux disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans \mathbb{R}

Représentation graphique d'une fonction.	Représenter graphiquement une fonction donnée par son expression.
Reconnaître une bijection à partir d'une représentation graphique	
Fonctions paires, impaires, périodiques.	Interpréter géométriquement ces propriétés.
Somme, produit, composée. Monotonie.	
Fonctions majorées, minorées, bornées.	Interpréter géométriquement ces propriétés. Une fonction f est bornée si et seulement si $ f $ est majorée.
Extremum, extremum local.	

b) Dérivation

Équation de la tangente en un point.	Interpréter géométriquement la dérivée d'une fonction en un point.
Application à l'étude des variations d'une fonction.	Dresser le tableau de variation d'une fonction. À ce stade, un tableau de variation clairement présenté, accompagné de la détermination du signe de la dérivée et des valeurs ou limites aux bornes, vaut justification de bijectivité.
Fonction réciproque.	Tracer le graphe d'une fonction réciproque. Calculer la dérivée d'une fonction réciproque. La dérivée de la réciproque est obtenue géométriquement à l'aide de la symétrie des tangentes.

c) Étude d'une fonction

Plan d'étude d'une fonction.	Déterminer le domaine de définition d'une fonction Déterminer les symétries et les périodicités afin de réduire l'ensemble d'étude d'une fonction. Déterminer les variations et les limites d'une fonction. Déterminer les extremums éventuels d'une fonction. Tracer le graphe d'une fonction. Obtenir des inégalités grâce à une étude de fonction. Les asymptotes ainsi que la position des tangentes par rapport à la courbe seront traitées ultérieurement comme des applications des développements limités.
------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

d) Fonctions usuelles

Valeur absolue.	Représenter graphiquement la fonction.
Étude des fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.	Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions. Les fonctions puissances sont définies sur \mathbb{R}_+^* et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur \mathbb{R}_-^* . Relations $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$, $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$, $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.

CONTENUS

Fonctions circulaires directes et réciproques : rappels sur les fonctions cos et sin, définition et étude des fonctions tan, arcsin, arccos, arctan .
Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, puissances et exponentielle.

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

Comparer des fonctions au voisinage de l'infini.

Géométrie élémentaire du plan

Les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien en tant qu'ensemble de points, la façon d'associer à deux points A et B le vecteur \overrightarrow{AB} , ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient d'observer que tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de deux vecteurs indépendants, c'est-à-dire non colinéaires. Dans le plan, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormal, angles. La donnée d'un repère orthonormal identifie le plan à \mathbb{R}^2 ou à \mathbb{C} . La géométrie joue un rôle essentiel en mathématiques et dans les disciplines scientifiques et technologiques ; elle est au cœur des compétences de modélisation et de représentation. Ce chapitre doit être traité en liaison avec les autres disciplines. Il a d'autre part aussi la vocation d'introduire aux espaces vectoriels.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Repérage dans le plan

Repère orthonormal (ou orthonormé).
Coordonnées cartésiennes

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.

Les coordonnées polaires seront vues en cours de physique.

On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires.

b) Produit scalaire

Définition géométrique : si \vec{u} et \vec{v} sont non nuls alors

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ sinon.

Bilinéarité, symétrie.

Interpréter le produit scalaire en termes de projection orthogonale.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale.

Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs.

Déterminer une mesure d'un angle non orienté.

\Leftrightarrow P et GP : travail d'une force en mécanique, flux en mécanique des fluides et en diffusion.

c) Déterminant dans une base orthonormée directe

Définition géométrique : si \vec{u} et \vec{v} sont non nuls alors

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\vec{u}, \vec{v})$$

et $[\vec{u}, \vec{v}] = 0$ sinon.

Bilinéarité, antisymétrie.

Interpréter un déterminant en termes d'aire orientée d'un parallélogramme.

Caractériser la colinéarité de deux vecteurs.

La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe.

Calculer le déterminant dans une base orthonormale directe.

d) Droites

Définition, vecteur directeur, vecteur normal.
Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.

Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et inversement.

Déterminer l'intersection de deux droites.

Exemples de calcul de projeté orthogonal d'un point sur une droite et de distance d'un point à une droite en exercice.

Géométrie élémentaire de l'espace

Dans ce chapitre, on adapte à l'espace les notions étudiées dans le chapitre de géométrie plane. L'étude de ce contenu mathématique nouveau s'appuie de façon essentielle sur le chapitre de géométrie plane et sur l'intuition géométrique développée dans les autres disciplines. Des notions telles que le repérage dans l'espace et le produit vectoriel doivent être abordées en concertation avec les professeurs des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Repérage dans l'espace

Repère orthonormal (ou orthonormé) de l'espace ; coordonnées cartésiennes.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.

On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires, combinaison linéaires de vecteurs.

b) Produit scalaire

Définition géométrique.
Bilinéarité, symétrie.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale directe.

Démonstrations hors programme.

\Leftrightarrow P et GP : travail d'une force en mécanique, flux en mécanique des fluides et en diffusion.

c) Plans et droites

Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, un point et un vecteur normal, trois points non alignés.

Déterminer une équation cartésienne ou un système d'équations paramétriques d'un plan. Passer d'une représentation à l'autre.

Différents modes de définition d'une droite : par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, comme intersection de deux plans.

Déterminer un vecteur directeur d'une droite définie comme intersection de deux plans.

Déterminer un système d'équations cartésiennes ou un système d'équations paramétriques d'une droite.

Passer d'une représentation à l'autre.

Étudier les intersections.

Exemples de calcul de distance d'un point à un plan, distance d'un point à une droite et du projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan en exercice.

Équations différentielles linéaires

Les étudiants ont déjà étudié des exemples simples d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, du premier et du second ordre. Il s'agit dans ce chapitre de consolider et d'étendre cette étude. Les équations différentielles sont un domaine à la fois très riche pour les mathématiques, pour la physique et la chimie. Ce chapitre doit être traité en concertation avec les professeurs des autres disciplines afin de l'illustrer par des exemples issus des domaines scientifiques et technologiques.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Équations différentielles linéaires du premier ordre

Équation $y' + a(x)y = b(x)$, où a et b sont des fonctions, à valeurs réelles, définies et continues sur un intervalle de \mathbb{R} .

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Écrire et résoudre l'équation homogène associée.

Utiliser le principe de superposition ou la méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière.

Déterminer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.

Décrire l'ensemble des solutions.

Les étudiants doivent savoir étudier des équations dans lesquelles la variable et la fonction inconnue sont représentées par d'autres lettres que x et y .

À ce stade, la résolution ne doit pas faire appel à une intégration par parties ou à un changement de variable.

⇔ PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.

Théorème admis.

Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.

⇔ P : modélisation des circuits électriques RC, RL et de systèmes mécaniques linéaires.

⇔ I : méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.

b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants

Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants $y'' + ay' + by = f(t)$ où a et b sont des nombres réels et f est une application continue à valeurs dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} .

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Donner l'équation caractéristique.

Résoudre l'équation homogène, notamment dans le cas d'une équation de la forme $y'' \pm \omega^2 y = 0$.

Déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme $P(x)e^{\omega x}$ avec $\omega \in \mathbb{C}$ et P une fonction polynomiale.

Utiliser le principe de superposition.

Exprimer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.

Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre.

⇔ PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.

⇔ P : résistance des matériaux, pôles d'un système.

⇔ GP : réacteurs.

Théorème admis.

Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.

⇔ P : modélisation des circuits électriques LC, RLC et de systèmes mécaniques linéaires.

Systèmes linéaires

Il s'agit d'introduire des notions nouvelles pour les étudiants. L'objectif est double :

- maîtriser la théorie des systèmes linéaires du point de vue de la méthode du pivot, pour son intérêt mathématique et algorithmique, ainsi que pour ses applications aux disciplines scientifiques et technologiques ;
- préparer l'introduction de l'algèbre linéaire abstraite.

Les résultats, présentés dans le cadre des systèmes à coefficients réels, sont étendus sans difficulté au cas des systèmes à coefficients complexes.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Systèmes linéaires

Définition d'un système linéaire de n équations à p inconnues.

Système homogène.

Matrice A d'un système linéaire ; matrice augmentée $(A|B)$ où B est la colonne des seconds membres.

Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice : échange des lignes L_i et L_j , multiplication de L_i par $\lambda \neq 0$, ajout de $\lambda \cdot L_j$ à L_i pour $i \neq j$.

Résolution pratique par la méthode du pivot de Gauss. Inconnues principales, inconnues secondaires.

Reconnaître qu'un système donné est un système linéaire.

Les solutions sont définies comme éléments de \mathbb{R}^p .

Système homogène associé à un système quelconque.

Calculer le produit d'une matrice par une colonne. Écrire un système sous la forme matricielle $AX = B$.

Interpréter les opérations sur les lignes en termes de système linéaire.

Notations $L_i \leftrightarrow L_j$; $L_i \leftarrow \lambda L_i$; $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.

Nombres réels et suites numériques

L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximations de nombres réels).

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Nombres réels

Ensembles usuels de nombres : entiers relatifs, nombres décimaux, nombres rationnels.

Il s'agit de brefs rappels.

La construction de ces ensembles de nombres est hors programme.

Droite réelle.

Faire le lien avec la géométrie.

La construction de \mathbb{R} est hors programme.

La relation d'ordre \leq dans \mathbb{R} : majorant, maximum, minorant, minimum.

Partie entière d'un nombre réel

Notation $[x]$.

Approximations décimales d'un nombre réel.

Déterminer les valeurs décimales approchées à la précision 10^{-n} par défaut et par excès.

b) Généralités sur les suites réelles

Modes de définition d'une suite.

Reconnaître une suite définie de façon explicite, implicite ou par récurrence.

Opérations.

Monotonie, stricte monotonie.

Suites minorées, majorées, bornées.

Manipuler sur des exemples des majorations et minoration.

Une suite (u_n) est bornée si et seulement si $(|u_n|)$ est majorée.

Suites arithmétiques et suites géométriques.

c) Limite d'une suite réelle

Limite finie ou infinie d'une suite.

Prouver l'existence d'une limite ℓ en majorant $|u_n - \ell|$, notamment lorsque la suite vérifie une inégalité du type :

$|u_{n+1} - \ell| \leq k |u_n - \ell|$.

Notation $u_n \rightarrow \ell$.

Notation $\lim u_n$.

Unicité de la limite.

Suite convergente, suite divergente.

Toute suite réelle convergente est bornée.

Opérations sur les limites de suites : somme, multiplication par un scalaire, produit, inverse.

Lever une indétermination.

Cas des suites géométriques, arithmétiques.

Passage à la limite dans une inégalité.

d) Théorèmes d'existence d'une limite

Théorèmes de convergence par encadrement.

Divergence par comparaison : si (u_n) tend vers $+\infty$ et si, pour tout n , on a $u_n \leq v_n$, alors (v_n) tend vers $+\infty$.

Adapter cet énoncé aux suites tendant vers $-\infty$.

Théorème de la limite monotone.

Théorème admis.
Exploiter ce théorème sur des exemples.

e) Comparaisons de suites

Relations de comparaison : négligeabilité, équivalence.

Notations, $u_n = o(v_n)$ et $u_n \sim v_n$.

Croissances comparées des suites usuelles : $\ln^\beta(n)$, n^α et $e^{\gamma n}$.

On définit ces relations à partir du quotient $\frac{u_n}{v_n}$ en supposant que la suite (v_n) ne s'annule pas à partir d'un certain rang.

Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient, les puissances.

Traduire les croissances comparées à l'aide de o .

Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

Exploiter ces résultats pour déterminer le comportement asymptotique de suites.

Limites, continuité et dérivabilité

Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans le premier chapitre d'analyse.

Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.

Les fonctions sont définies sur un intervalle I de \mathbb{R} non vide et non réduit à un point et sont à valeurs réelles.

Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction f définie sur I est vraie au voisinage de a si elle est vraie sur l'intersection de I avec un intervalle ouvert centré sur a si a est réel, avec un intervalle $[A, +\infty[$ si $a = +\infty$, avec un intervalle $] -\infty, A]$ si $a = -\infty$.

A - Limites et continuité

L'essentiel du paragraphe a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Limite finie ou infinie en un point ou en $\pm\infty$

Étant donné un point a appartenant à I ou extrémité de I , limite finie ou infinie d'une fonction en a .

Unicité de la limite.

Si f admet une limite finie en a alors f est bornée au voisinage de a .

Limite à droite, limite à gauche.

Extension de la notion de limite en a lorsque f est définie sur $I \setminus \{a\}$.

Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en a .

La définition quantifiée n'est pas exigible. Notations

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell, f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \ell.$$

$$\text{Notation } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell.$$

$$\text{Notations } \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x) \text{ ou } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x).$$

Exploiter ces résultats sur des exemples.

Adaptation des énoncés relatifs aux suites.

b) Comparaison des fonctions

Passage à la limite dans une inégalité. Théorème d'encadrement pour les fonctions.

Théorème de la limite monotone.

Relations de négligeabilité et d'équivalence.

Démonstration non exigible.

Adapter au cas des fonctions les définitions et les résultats étudiés sur les suites.

c) Continuité en un point

Continuité de f en un point a de I .

Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en un point.

Opérations sur les fonctions continues : somme, produit, quotient, composition.

Pour a n'appartenant pas à I , la fonction f a une limite finie en a si et seulement si elle se prolonge par continuité en a .

Exploiter ces résultats sur des exemples.

d) Continuité sur un intervalle

Définition. Opérations.

Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue.

Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

La démonstration n'est pas exigible.

\Leftrightarrow I : application de la dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration est hors programme.

e) Continuité et bijectivité

Toute fonction f continue et strictement monotone sur un intervalle I réalise une bijection de I sur l'intervalle $f(I)$ dont la réciproque est continue et strictement monotone sur $f(I)$ et de même monotonie que f .

Appliquer ce résultat sur des exemples.

Comparer la représentation graphique d'une fonction continue strictement monotone et celle de sa réciproque.

La démonstration est hors programme.

B - Dérivabilité**a) Nombre dérivé, fonction dérivée**

Dérivabilité de f en a , nombre dérivé.

Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point particulier, à partir de la définition.

Notation $f'(a)$.

La droite d'équation

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

est appelée tangente au graphe de f au point d'abscisse a . Cette définition peut être justifiée (limite de sécantes).
Interprétation cinématique.

\Leftrightarrow I : méthode de Newton.

Dérivabilité à droite et à gauche en a .

Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.

b) Opérations sur les fonctions dérivables

Si f et g sont dérivables en a , dérivabilité et dérivée en a de $f + g$, $f g$ et, si $g(a) \neq 0$, de $\frac{f}{g}$.

Dérivabilité et dérivée en a de $g \circ f$ lorsque f est dérivable en a et g est dérivable en $f(a)$.

Si f est une fonction continue et strictement monotone (donc bijective) de l'intervalle I sur l'intervalle J et si f est dérivable en a , condition nécessaire et suffisante de dérivabilité de f^{-1} en $f(a)$ et calcul de la dérivée en ce point.

c) Propriétés des fonctions dérivables

Notion d'extremum local. Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.

Théorème de Rolle.

Égalité des accroissements finis.

Inégalité des accroissements finis : si une fonction f de $[a, b]$ dans \mathbb{R} , continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$, vérifie pour tout t de $]a, b[$, $|f'(t)| \leq M$, alors, pour tous x, y de $[a, b]$, on a $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$.

Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes, parmi les fonctions dérivables.

Utiliser le théorème de Rolle pour établir l'existence de zéros d'une fonction.

Démonstration non exigible.

Interpréter ce résultat de manière géométrique et cinématique.

Démonstration non exigible.

Appliquer ces résultats sur des exemples.

d) Fonctions de classe \mathcal{C}^k

Fonction de classe \mathcal{C}^k sur un intervalle I , où k appartient à $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$,

Opérations : combinaison linéaire, produit, quotient, composée, réciproque.

Ensemble $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{R})$.

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées.

Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

Intégration sur un segment

L'objectif de ce chapitre est de consolider, d'approfondir et d'étendre la notion d'intégrale étudiée au lycée. La présentation de l'intégrale d'une fonction positive sur un segment s'appuie sur la notion d'aire, mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Intégrale $\int_{[a,b]} f$ d'une fonction f continue sur un segment $[a, b]$ définie avec l'aire sous la courbe.

Valeur moyenne.

Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.

$$\text{Inégalité } \left| \int_{[a,b]} f \right| \leq \int_{[a,b]} |f|.$$

Relation de Chasles.

Interpréter géométriquement l'intégrale d'une fonction positive (aire sous la courbe).

Modéliser une situation physique par une intégration.

La construction est hors programme.

$$\text{Notations } \int_a^b f(t) dt, \int_a^b f.$$

Majorer et minorer une intégrale.

Extension de la notation $\int_a^b f(t) dt$ au cas où $b \leq a$.

\Leftrightarrow I : méthode des rectangles, des trapèzes.

b) Calcul intégral

Si f est une fonction continue sur I et si x_0 est un point de cet intervalle, alors

$$x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$$

est l'unique primitive de f sur I s'annulant en x_0 .

En particulier, toute fonction continue sur I admet des primitives sur I .

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. Pour f de classe \mathcal{C}^1 :

$$\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a).$$

Intégration par parties.

Changement de variable : si φ est de classe \mathcal{C}^1 sur I et si f est continue sur $\varphi(I)$, alors, pour tous a et b dans I ,

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x) dx = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t) dt.$$

Primitives des fonctions usuelles.

Appliquer ce théorème sur des exemples.

Deux primitives d'une fonction continue sur l'intervalle I , diffèrent d'une constante.

Appliquer ces techniques au calcul de primitives.

Tout excès de technicité est exclu. Les changements de variables seront donnés aux élèves.

Savoir reconnaître des primitives usuelles.

Développements limités

L'objectif est la maîtrise du calcul de développements limités simples. Le calcul de développements limités à un ordre élevé n'est pas un objectif du programme ; il relève des outils logiciels.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Généralités

Si f est définie sur l'intervalle I et si a est un point de I ou une extrémité de I , développement limité d'ordre n de f au voisinage de a .

Unicité, troncature.

Forme normalisée d'un développement limité :

$$f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{=} h^p (a_0 + a_1 h + \dots + a_n h^n + o(h^n))$$

ou encore

$$f(x) \underset{x \rightarrow a}{=} (x-a)^p (a_0 + a_1(x-a) + \dots + a_n(x-a)^n + o((x-a)^n))$$

avec $a_0 \neq 0$.

Équivalence $f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\sim} a_0 h^p$; $f(x) \underset{x \rightarrow a}{\sim} a_0 (x-a)^p$.

Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit.

Composition, application au quotient.

Intégration terme à terme d'un développement limité.

Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre n en un point a de I d'une application de classe \mathcal{C}^n sur I .

Développements limités usuels.

Interpréter un développement limité comme approximation d'une fonction.

Ramener un développement limité en 0 par translation.

Adaptation au cas où f est définie sur $I \setminus \{a\}$.

Développement limité en 0 d'une fonction paire ou impaire.

Étudier le signe d'une fonction au voisinage d'un point à l'aide d'un développement limité.

Exploiter la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement limité.

Déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée.

Aucun résultat général sur ce point n'est exigible.

La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Démonstration non exigible.

Aucune autre formule dite de Taylor n'est exigible.

Calculer le développement limité d'une application de classe \mathcal{C}^n à partir de ses dérivées successives.

Exploiter les développements limités usuels dans le cadre de calculs de développements limités simples.

Exploiter des outils logiciels pour des développements limités plus complexes.

Les étudiants doivent connaître les développements limités à tout ordre en 0 de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, \exp , \sin , \cos , $x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \ln(1+x)$, ainsi que celui de \tan à l'ordre 3.

b) Applications des développements limités

Aucune théorie n'est attendue dans ce paragraphe. On illustrera seulement les différents cas de figure.

Calcul de limites.

Utiliser les développements limités pour lever une forme indéterminée.

Étude locale d'une fonction.

Déterminer un prolongement par continuité, la dérivabilité en un point, la nature d'un extremum, une tangente et sa position relative locale par rapport à la courbe, grâce à un développement limité.

Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives locales.

Déterminer la position de la courbe d'une fonction dérivable en a par rapport à sa tangente au point d'abscisse a .

Aucun résultat général n'est exigible.

Polynômes

L'objectif est d'étudier, par des méthodes élémentaires, les propriétés de base des polynômes, et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques. Le programme se limite au cas où les coefficients sont réels.

a) Polynômes à une indéterminée

Ensemble $\mathbb{R}[X]$ des polynômes à coefficients dans \mathbb{R} .

Aucune connaissance de la construction de $\mathbb{R}[X]$ n'est exigible.

Notation $a_0 + a_1X + \dots + a_nX^n$ ou $\sum_{p=0}^n a_pX^p$.

Opérations : somme, produit et composée.

Degré d'un polynôme. Coefficient dominant, polynôme unitaire (ou normalisé). Degré d'une somme et d'un produit.

Le degré du polynôme nul vaut par convention $-\infty$.

Ensemble $\mathbb{R}_n[X]$ des polynômes de degré au plus n .

Fonction polynomiale associée à un polynôme.

Divisibilité dans $\mathbb{R}[X]$

b) Racines

Racine (ou zéro) d'un polynôme.

Déterminer les racines d'un polynôme.

Caractériser les racines par la divisibilité.

Savoir factoriser par $X - \alpha$ par une division euclidienne.

Multiplicité d'une racine.

Majoration du nombre de racines d'un polynôme non nul par son degré.

Polynôme scindé sur \mathbb{R} , polynôme scindé à racines simples sur \mathbb{R} .

c) Fractions rationnelles

Définition d'une fraction de rationnelle comme quotient de deux polynômes

Calcul de la partie entière d'une fraction rationnelle par division euclidienne.

Décomposition en éléments simples de fractions rationnelles dont le dénominateur est scindé à racines simples ou de degré inférieur ou égal à 3.

Calcul de la partie polaire en un pôle simple. Aucune connaissance n'est exigible dans le cas de pôles d'ordre supérieur.
 \Leftrightarrow GP : réacteurs.

Calcul matriciel

a) Matrices : opérations et propriétés

Ensemble des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans \mathbb{R} .

Notation $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$.

Matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales.

Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.

Interpréter le produit AX d'une matrice par une colonne comme une combinaison linéaire des colonnes de A .

Produit de deux matrices.

Interpréter la j -ième colonne du produit AB comme le produit de A par la j -ième colonne de B .
 Interpréter la i -ième ligne du produit AB comme le produit de la i -ième ligne de A par B .

Formule du binôme.

Calculer les puissances de certaines matrices carrées.

b) Matrice inversible

Matrice carrée inversible. Inverse.
 On appelle groupe linéaire, noté $GL_n(\mathbb{R})$, l'ensemble des matrices inversibles de taille n .

Caractériser l'inversibilité d'une matrice carrée A par l'existence et l'unicité de la solution de tout système de la forme $AX = B$ où X et B sont deux matrices colonnes.
 Caractériser l'inversibilité par le nombre de pivots.
 Reconnaître une matrice inversible et calculer son inverse.
 On admet que l'inversibilité à droite implique l'inversibilité à gauche et réciproquement.
 Toute théorie générale des groupes est exclue.
 La notion de comatrice est non exigible.

Inverse du produit de matrices inversibles.

c) Transposition

Transposée d'une matrice.

Notation tA .

Espace vectoriel \mathbb{R}^n et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur \mathbb{R} . Après l'approche numérique des chapitres « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel », on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans le sous-chapitre « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans...

Le deuxième sous-chapitre « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels au sous-chapitre « C - Applications linéaires et représentations matricielles ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires. Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

A - Espace vectoriel \mathbb{R}^n

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) \mathbb{R}^n et ses sous-espaces vectoriels

Espace vectoriel \mathbb{R}^n sur \mathbb{R} .

On pourra citer les espaces vectoriels $\mathbb{K}[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ en exemple. Seul \mathbb{R}^n est exigible.

Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

Sous-espaces vectoriels de \mathbb{R}^n : définition et caractérisation. Droites et plans vectoriels.

Identifier un ensemble comme un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu.

L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à p inconnues et à coefficients dans \mathbb{R} est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^p .

Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs.

Notation $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$.

Intersection de sous-espaces vectoriels.

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

b) Familles finies de vecteurs

Vecteurs colinéaires.

Déterminer si une famille donnée est libre ou liée.

Famille libre, famille liée.

Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.

Déterminer si une famille est génératrice.

Bases.

On pourra donner les bases canoniques de $\mathbb{K}_n[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Seule celle de \mathbb{R}^n est exigible.

Base canonique de \mathbb{R}^n .

Coordonnées dans une base. Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur x dans une base \mathcal{B} .

Déterminer les coordonnées d'un vecteur donné dans une base donnée.

Notation $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(x)$.

B - Dimension de \mathbb{R}^n et de ses sous-espaces vectoriels

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Dimension finie

Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un \mathbb{R} -espace vectoriel non nul, on peut extraire une base.

Théorème de la base incomplète : toute famille libre d'un \mathbb{R} -espace vectoriel de dimension finie peut être complétée en une base.

Dans un espace engendré par n vecteurs, toute famille de $n + 1$ vecteurs est liée.

Dimension.

Dimension de \mathbb{R}^n .

Si E est de dimension p et \mathcal{F} une famille de n vecteurs de E , alors \mathcal{F} est une base de E si et seulement si \mathcal{F} est libre, si et seulement si \mathcal{F} est génératrice.

Exhiber une base d'un \mathbb{R} -espace vectoriel non nul de dimension finie.

Application à l'existence d'une base pour tout \mathbb{R} -espace vectoriel non nul de dimension finie.

On convient que l'espace $\{0_E\}$ est de dimension nulle.

b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie

Si F est un sous-espace de \mathbb{R}^n , alors F est de dimension finie et $\dim(F) \leq n$. De plus, $F = \mathbb{R}^n$ si et seulement si les deux dimensions sont égales.

Démontrer l'égalité de deux sous-espaces vectoriels à l'aide d'une inclusion et de l'égalité de leurs dimensions.

C - Applications linéaires de \mathbb{R}^p dans \mathbb{R}^n et représentations matricielles

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Généralités

Applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes et automorphismes.

Opérations sur les applications linéaires : combinaisons linéaires et composées.

Règles de calcul.

Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.

Image directe d'un sous-espace vectoriel.

Image et noyau.

L'image par une application linéaire u d'une famille génératrice de \mathbb{R}^p est une famille génératrice de $\text{Im}(u)$.

Notations $\mathcal{L}(\mathbb{R}^p, \mathbb{R}^n)$ et $\mathcal{L}(\mathbb{R}^n)$.

Notation $\text{GL}(\mathbb{R}^n)$ pour le groupe linéaire.

Déterminer une base de l'image, du noyau d'une application linéaire.

Notations $\text{Im}(u)$, $\text{Ker}(u)$.

b) Isomorphismes

Une application linéaire de \mathbb{R}^p dans \mathbb{R}^n est bijective si et seulement si $\text{Ker}(f) = \{0\}$ si et seulement si $\text{Im}(f) = \mathbb{R}^n$.

c) Modes de définition d'une application linéaire

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.

d) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel

Identité, homothéties.

Notation Id_E .**e) Rang d'une application linéaire**

Définition du rang d'une application linéaire comme la dimension de son image.

Théorème du rang : si $u \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^p, \mathbb{R}^n)$ alors u est de rang fini et $\dim(\mathbb{R}^p) = \dim(\text{Ker}(u)) + \text{rg}(u)$.

La démonstration est hors programme.

f) Représentation matricielle en dimension finieMatrice d'une application linéaire u dans un couple de bases.

Matrice d'une composée.

Lien entre matrices inversibles et isomorphismes.

Matrice de passage d'une base à une autre.

Effet d'un changement de bases sur la matrice d'un vecteur, d'un endomorphisme.

Matrices semblables.

Passer du registre vectoriel au registre matriciel pour exprimer les coordonnées de $u(x)$ en fonction de celles de x .Passer d'une écriture du type $(x, y) \mapsto (ax + by, cx + dy)$ à une écriture matricielle et réciproquement.Notation $\text{Mat}_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}(u)$, où \mathcal{B} est une base de l'espace de départ et \mathcal{C} une base de l'espace d'arrivée.Notation $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$ dans le cas où $\mathcal{B} = \mathcal{C}$.

Déterminer la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, après un changement de base(s).

Choisir une base adaptée à un problème donné.

Déterminants

Ce chapitre développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence l'aspect algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et l'aspect géométrique (volume orienté).

Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.

a) Déterminant d'une matrice carréeIl existe une unique application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ dans \mathbb{R} , appelée déterminant, telle que :

- (i) le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ;
- (ii) l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par -1 ;
- (iii) le déterminant de la matrice unité I_n vaut 1.

Notation \det .La démonstration de ce théorème pour $n \geq 4$ et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme.Interprétation géométrique de cette définition pour $n \in \{2, 3\}$ par les notions d'aire et de volume algébriques.**b) Propriétés du déterminant**

Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul.

Effet sur un déterminant des opérations élémentaires en colonnes.

 \Leftrightarrow I : calcul du déterminant d'une matrice.

Déterminant d'une matrice triangulaire.
Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.

Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.

Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.
Démonstration non exigible.
La notion de comatrice est non exigible.

c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme

Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base.
Caractérisation des bases.
Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des automorphismes.

La formule de changement de bases pour un déterminant est hors programme.
Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices.

Réduction d'endomorphismes

Ce chapitre étudie la réduction des matrices et des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.

a) Éléments propres et polynôme caractéristique

Valeur propre, vecteur propre, sous-espaces propre d'un endomorphisme. Spectre.
Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.

Polynôme caractéristique d'un endomorphisme.
Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres.
Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Comparaison entre l'ordre de multiplicité d'une valeur propre et la dimension du sous-espace propre associé.
Éléments propres d'une matrice.

Interprétation en termes de droite stable.
Notation Sp .

Extension des définitions et de ces résultats aux matrices.

b) Endomorphismes et matrices diagonalisables

Un endomorphisme est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous-espaces propres est égale à la dimension de E .
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé.
Un endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé et dont toutes les valeurs propres sont simples est diagonalisable.

Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.

Une matrice est dite diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale.

Extension des résultats précédents au cas des matrices.

c) Applications de la réduction

Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.
Résolution de systèmes récurrents linéaires homogènes.

Les étudiants doivent aussi savoir traduire une récurrence scalaire en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type $X_{n+1} = AX_n$.

Intégration d'une fonction continue sur un intervalle

L'objectif de ce chapitre est d'étendre la notion d'intégrale à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées.

L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.

Les fonctions considérées sont continues sur un intervalle de \mathbb{R} et à valeurs dans \mathbb{R} .

On pourra illustrer ces intégrales avec des variables aléatoires à densité vues en BTS.

a) Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle

Pour $f: [a, b[\rightarrow \mathbb{R}$, $b > a$ ou $b = +\infty$, l'intégrale $\int_a^b f(t) dt$ est dite convergente si la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ admet une limite finie quand x tend vers b par valeurs inférieures. Si tel est le cas, on note cette limite $\int_a^b f(t) dt$.

Théorèmes de comparaison pour les fonctions à valeurs réelles, continues et de signe constant sur $[a, b[$, sous l'hypothèse $f \leq g$ ou $f(t) \underset{t \rightarrow b}{\sim} g(t)$ ou $f(t) \underset{t \rightarrow b}{=} o(g(t))$.

Adaptation aux fonctions définies sur un intervalle $]a, b[$, avec $a < b$ ou $a = -\infty$, puis sur un intervalle $]a, b[$.

Intégrales de référence :

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt, \int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$$

Nature de $\int_0^1 \ln(t) dt$ et $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ selon le signe de α .

Relation de Chasles.

Linéarité, positivité, croissance de l'intégrale.

Il suffit de vérifier l'hypothèse $f \leq g$ au voisinage de b .

\Leftrightarrow P : énergie en électricité.

\Leftrightarrow GP : transformée de Laplace.

On repassera par la limite de l'intégrale sur un segment pour effectuer des changements de variable et des intégrations par parties.

b) Intégrale absolument convergente

On dit qu'une fonction f continue par morceaux sur I a une intégrale absolument convergente si l'intégrale de la fonction $|f| : t \mapsto |f(t)|$ est convergente.

Une intégrale absolument convergente est convergente.

L'étude de la semi-convergence n'est pas au programme.

Résultat admis.

Séries numériques

L'étude des séries prolonge celle des suites et prépare celle des séries de Fourier. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue.

a) Généralités

Série à termes réels ; sommes partielles ; convergence ou divergence ; en cas de convergence, somme et restes.

Linéarité de la somme.

Le terme général d'une série convergente tend vers 0.

Une suite (u_n) converge si et seulement si la série $\sum (u_{n+1} - u_n)$ converge.

Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, valeur de la somme en cas de convergence.

Convergence et somme des séries dérivées $\sum_{n \geq 1} nq^{n-1}$ et

$$\sum_{n \geq 2} n(n-1)q^{n-2}$$

Convergence et somme de la série exponentielle $\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{n!}$.

La série est notée $\sum u_n$. En cas de convergence, sa somme est notée $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$.

Les étudiants doivent savoir prouver qu'une série diverge grossièrement en étudiant la limite du terme général.

Résultat admis.

b) Séries à termes positifs

Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.

Si (u_n) et (v_n) sont positives et si, pour tout n , $u_n \leq v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$, et

$$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leq \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$$

Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ est équivalente à celle de $\sum u_n$.

Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n = o(v_n)$, alors la convergence de $\sum v_n$ entraîne celle de $\sum u_n$.

Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert.

Théorème de comparaison séries-intégrales : si $f : [n_0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue, positive et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale

$$\int_{n_0}^{+\infty} f(t) dt$$

sont de même nature.

Séries de Riemann.

Toute autre règle de comparaison est hors programme.

Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles ou de restes.

Les étudiants doivent savoir comparer une série à termes positifs à une série de Riemann.

c) Séries absolument convergentes

Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.

La convergence absolue implique la convergence.

Démonstration non exigible. La notion de semi-convergence est hors programme.

Séries de Fourier

L'étude des séries de Fourier est présentée dans le cadre des fonctions T -périodiques, continues par morceaux et à valeurs dans \mathbb{R} . Ce chapitre développe des compétences de calcul à travers celui des coefficients de Fourier et l'application du théorème de Parseval. Ce chapitre est aussi particulièrement favorable aux interactions entre les disciplines.

a) Complément sur les fonctions définies par morceaux

Une fonction définie sur un segment $[a, b]$ à valeurs dans \mathbb{R} est dite continue par morceaux (respectivement de classe \mathcal{C}^1 par morceaux) sur $[a, b]$ s'il existe une subdivision $a_0 = a < a_1 < \dots < a_n = b$ telle que la restriction de f à chaque intervalle $]a_i, a_{i+1}[$ soit prolongeable comme fonction continue (respectivement de classe \mathcal{C}^1) sur $[a_i, a_{i+1}]$.

Une fonction T -périodique est dite continue par morceaux (respectivement de classe \mathcal{C}^1 par morceaux) si elle est continue par morceaux (respectivement de classe \mathcal{C}^1 par morceaux) sur une période.

Intégrale sur une période d'une fonction T -périodique et continue par morceaux.

Interprétation graphique.

\Leftrightarrow P : signaux physiques ; dualité temps-fréquence.

Extension rapide de la définition et des propriétés de l'intégrale au cas des fonctions continues par morceaux.

b) Coefficients et séries de Fourier

Coefficients de Fourier trigonométriques d'une fonction f .

Cas des fonctions paires, impaires.

Sommes partielles de Fourier d'une fonction f définies, pour $n \in \mathbb{N}^*$, par :

$$S_n(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) \text{ où } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Notation $a_k(f)$ et $b_k(f)$ ou, plus simplement, a_k et b_k .

Le coefficient a_0 est défini comme la valeur moyenne sur une période.

c) Théorèmes de convergence

Théorème de Parseval : si f est une fonction T -périodique et continue par morceaux sur \mathbb{R} , les séries $\sum a_n^2$ et $\sum b_n^2$ convergent et :

$$\frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

Démonstration hors programme.

Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

\Leftrightarrow P : puissance, valeur efficace

Théorème de Dirichlet : si f est une fonction T -périodique et de classe \mathcal{C}^1 par morceaux sur \mathbb{R} , alors la série de Fourier de f converge en tout point et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n(f)(t) = \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} (f(t+h) + f(t-h))$$

Cas où f est continue et de classe \mathcal{C}^1 par morceaux.

Démonstration hors programme.

On appelle régularisée de f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$t \mapsto \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} (f(t+h) + f(t-h)).$$

\Leftrightarrow I : tracé de sommes partielles de Fourier d'une fonction.

Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

\Leftrightarrow PC : décomposition en harmoniques.

Probabilités

Probabilités sur un univers fini

Ce chapitre a pour objectifs de mettre en place un cadre théorique permettant de fonder l'étude des probabilités dans le cas d'un univers fini et de développer la formation des étudiants au raisonnement probabiliste. On enrichit le point de vue fréquentiste étudié au lycée par une formalisation ensembliste. On mettra l'accent sur des exemples issus de la vie courante ou provenant des autres disciplines.

a) Espaces probabilisés finis

Expérience aléatoire. L'ensemble des issues (ou résultats possibles, ou réalisations) d'une expérience aléatoire est appelé univers.

Événement, événement élémentaire (singleton). Événement certain, événement impossible, événement contraire, événements incompatibles. Opérations sur les événements. Système complet d'événements.

On appelle probabilité sur un univers fini Ω toute application P de $\mathcal{P}(\Omega)$ dans $[0, 1]$ vérifiant $P(\Omega) = 1$ et, pour tout couple (A, B) de parties disjointes de Ω , $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Un espace probabilisé fini est un couple (Ω, P) où Ω est un univers fini et P une probabilité sur Ω .

Probabilité de l'union de deux événements, probabilité de l'événement contraire, croissance d'une probabilité.

Si $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ et p_1, \dots, p_n sont des réels positifs de somme 1, il existe une et une seule probabilité P sur Ω telle que :

$$\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, P(\{\omega_i\}) = p_i$$

Équiprobabilité (ou probabilité uniforme).

Modéliser des situations aléatoires.

On se limite au cas où l'univers Ω est fini.

Maîtriser le lien entre point de vue ensembliste et point de vue probabiliste.

On se limite au cas où l'ensemble des événements est l'ensemble des parties de Ω .

Notation \bar{A} pour l'événement contraire.

Expliciter l'espace probabilisé modélisant une situation aléatoire décrite en langage naturel.

Calculer la probabilité d'un événement à partir d'un tableau de probabilités.

Choisir les valeurs des p_i revient à choisir un modèle probabiliste.

b) Indépendance et conditionnement

Si A et B sont deux événements tels que $P(B) > 0$, on appelle probabilité conditionnelle de A sachant B le réel $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.
On la note aussi $P(A|B)$.

Formules des probabilités composées, des probabilités totales.

Formules de Bayes : si A et B sont deux événements tels que $P(A) > 0$ et $P(B) > 0$, alors

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Indépendance de deux événements.

Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.

Illustrer une expérience aléatoire à l'aide d'arbres de probabilités.

La définition de $P_B(A)$ est justifiée par une approche heuristique fréquentiste.

L'application P_B est une probabilité.

On donnera plusieurs applications issues de la vie courante.

Si $P(B) > 0$, l'indépendance de A et B équivaut à $P(A|B) = P(A)$.

L'indépendance des événements A_i deux à deux n'entraîne pas leur indépendance mutuelle si $n \geq 3$.

Variables aléatoires réelles sur un univers fini

La notion de variable aléatoire modélise le résultat d'une expérience aléatoire. L'utilisation des variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite aux variables aléatoires réelles définies sur un univers fini.

a) Variable aléatoire

Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers Ω à valeurs dans un ensemble E . Lorsque $E \subset \mathbb{R}$, la variable aléatoire est dite réelle.

Loi de probabilité P_X et fonction de répartition.

Image d'une variable aléatoire par une application.

Modéliser des situations données en langage naturel à l'aide de variables aléatoires.

Si X est une variable aléatoire et si A est une partie de E , notation $\{X \in A\}$ ou $(X \in A)$ Notations $P(X \in A)$, $P(X = x)$, $P(X \leq x)$.

Déterminer la loi d'une variable aléatoire à partir de sa fonction de répartition.

L'application P_X est définie par la donnée des $P(X = x)$ pour x dans $X(\Omega)$.

La connaissance des propriétés générales des fonctions de répartition n'est pas exigible.

b) Espérance

Définition de l'espérance d'une variable aléatoire. Variable centrée.

$$\text{Relation : } E(X) = \sum_{\omega \in \Omega} P(\{\omega\})X(\omega).$$

Théorème de transfert : si X est une variable aléatoire réelle à valeurs finies et $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, alors l'espérance de la variable aléatoire $\varphi(X)$ est donnée par la formule

$$E(\varphi(X)) = \sum_{x \in X(\Omega)} \varphi(x)P(X = x).$$

En particulier, $E(aX + b) = aE(X) + b$ pour a et b deux réels donnés.

Interpréter l'espérance en terme de moyenne pondérée.

Calculer une espérance à l'aide de la formule du transfert.

On admet de manière plus générale la linéarité de l'espérance.

c) Variance et écart type d'une variable aléatoire

Variance et écart type d'une variable aléatoire. Variable réduite.

Relation $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ (Kœnig-Huygens).
 $V(aX + b) = a^2V(X)$ pour a et b deux réels donnés.
 Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Interpréter la variance comme indicateur de dispersion. Les moments d'ordre supérieur ne sont pas au programme.

Interpréter la variance comme un indicateur de dispersion.
 L'inégalité de Markov n'est pas au programme.

d) Loïs usuelles

Loi certaine.
 Loi uniforme.

Loi de Bernoulli de paramètre $p \in [0, 1]$.

Loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0, 1]$.

Espérance et variance associées à ces différentes lois.

Reconnaître des situations modélisables par une loi uniforme.

Reconnaître des situations modélisables par une loi de Bernoulli.
 Notation $\mathcal{B}(p)$.

On fera le lien entre $\binom{n}{p}$ et le cardinal du nombre de parties à p éléments dans un ensemble à n éléments.
 Reconnaître des situations modélisables par une loi binomiale.
 Notation $\mathcal{B}(n, p)$.

Couples de Variables aléatoires réelles sur un univers fini

Ce sous-chapitre a pour objectifs de consolider les acquis sur les variables aléatoires réelles finies et d'étendre les résultats au cas de deux variables aléatoires. Dans ce cadre, l'accent est mis sur les couples. La notion d'espace probabilisé produit n'est pas au programme. L'univers est supposé fini.

a) Couple de variables aléatoires finies

Couple de variables aléatoires.
 Loi du couple ou loi conjointe, lois marginales d'un couple de variables aléatoires.

La loi conjointe de X et Y est la loi de (X, Y) , les lois marginales de (X, Y) sont les lois de X et Y .
 Les lois marginales ne déterminent pas la loi conjointe.

b) Variables aléatoires indépendantes

Couple de variables aléatoires indépendantes : pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$,

$$P(X = x \cap Y = y) = P(X = x)P(Y = y).$$

Si X et Y sont indépendantes, pour tout $(A, B) \subset X(\Omega) \times Y(\Omega)$,

$$P((X, Y) \in A \times B) = P(X \in A)P(Y \in B).$$

Démonstration hors programme.

Si X et Y sont indépendantes, les variables aléatoires $f(X)$ et $g(Y)$ le sont aussi.
Loi de $X + Y$ si X et Y sont indépendantes.

Démonstration hors programme.

Application à la somme de deux variables aléatoires binomiales indépendantes.

c) Covariance et coefficient de corrélation linéaire

Covariance d'un couple de variables aléatoires.

Variance de $aX + bY$.

Coefficient de corrélation linéaire.

Inégalité $|\rho(X, Y)| \leq 1$.

Caractérisation des égalités $\rho(X, Y) = 0$ et $\rho(X, Y) = \pm 1$.

Si X et Y sont indépendantes,

$$E(XY) = E(X)E(Y); \quad \text{Cov}(X, Y) = 0;$$

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y).$$

Notation $\text{Cov}(X, Y)$.

Notation $\rho(X, Y)$.

Analogie avec la formule donnant le cosinus d'un angle formé par deux vecteurs à partir du produit scalaire et des normes.

Les réciproques sont fausses en général.

Enseignements secondaire et supérieur

Classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs

Objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle

NOR : MENS1506091A

arrêté du 5-5-2015 - J.O. du 5-6-2015

MENESR - DGESIP A1-2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 23-11-1994 modifié, notamment article 5 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 23-3-1995 ; arrêtés du 7-1-1998 ; avis du CSE du 10-4-2015 ; avis du Cneser du 13-4-2015

Article 1 - Les objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle sont fixés respectivement aux annexes 1 (mathématiques), 2 (informatique), 3 (physique), 4 (sciences industrielles de l'ingénieur), 5 (français et philosophie) et 6 (langues vivantes étrangères) du présent arrêté.

Article 2 - Les dispositions du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2015.

Article 3 - L'arrêté du 7 janvier 1998 modifié définissant les objectifs de formation et le programme de la classe de technologie industrielle pour techniciens supérieurs (ATS) est abrogé.

Article 4 - La directrice générale de l'enseignement scolaire et la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle sont chargées, chacune en ce qui la concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 5 mai 2015

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
La directrice générale de l'enseignement scolaire,
Florence Robine

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
pour la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,
Le chef de service de la stratégie des formations et de la vie étudiante
Rachel-Marie Pradeilles-Duval

Annexe 1

↳ *Objectifs de formation et programme de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle*

Annexe 2

Objectifs de formation et programme d'informatique de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle

I - Objectifs de formation

1. Généralités

L'informatique, omniprésente dans les différentes sphères de l'entreprise, de la recherche, des services, de la culture et des loisirs, repose sur des mécanismes fondamentaux devant être maîtrisés par les futurs ingénieurs, enseignants et chercheurs qui auront à s'en servir pour agir en connaissance de cause dans leur vie professionnelle.

La rapide évolution des outils informatiques et des sciences du numérique dans tous les secteurs de l'ingénierie (industrielle, logicielle et des services) et de la recherche rend indispensable un enseignement de l'informatique spécifiquement conçu pour l'étudiant de CPGE scientifiques. Celui-ci devra pouvoir dans sa vie professionnelle communiquer avec les informaticiens de son entreprise ou de son laboratoire, participer aux prises de décision en matière de systèmes d'information, posséder des connaissances de base nécessaires à la compréhension des défaillances et des risques informatiques, ainsi que des solutions permettant d'y remédier, et exploiter à bon escient les résultats de calculs numériques. Pour ce faire, il devra comprendre des concepts tels que la précision numérique, la faisabilité, l'efficacité, la qualité et les limites de solutions informatiques, ce qui requiert une certaine familiarité avec les architectures matérielles et logicielles, les systèmes d'exploitation, le stockage des données et les réseaux. Cette diversité d'exigences impose une formation à la fois fondamentale et appliquée.

Au niveau fondamental, on se fixe pour objectif la maîtrise d'un certain nombre de concepts de base, et avant tout, la conception rigoureuse d'algorithmes et le choix de représentations appropriées des données. Ceci impose une expérience pratique de la programmation et de la manipulation informatique de données, notamment d'origine expérimentale ou industrielle, et parfois disponibles en ligne.

Au niveau des applications, la rapidité d'évolution des technologies logicielles et matérielles renforce l'intérêt de présenter des concepts fondamentaux pérennes sans s'attacher outre mesure à la description de technologies, protocoles ou normes actuels. En revanche, la formation s'attachera à contextualiser le plus souvent possible les activités pratiques en s'appuyant sur les autres disciplines scientifiques : physique, mathématiques, sciences industrielles de l'ingénieur.

2. Compétences visées

Cet enseignement doit permettre de développer les compétences suivantes :

Analyser et modéliser	un problème, une situation ;
Imaginer et concevoir	une solution algorithmique modulaire, utilisant des méthodes de programmation, des structures de données appropriées pour le problème étudié ;
Traduire	un algorithme dans un langage de programmation moderne et généraliste ;
Spécifier	rigoureusement les modules ou fonctions ;

Évaluer, contrôler, valider	des algorithmes et des programmes ;
Communiquer	à l'écrit ou à l'oral, une problématique, une solution ou un algorithme, une documentation.

L'étude et la maîtrise de quelques algorithmes fondamentaux, l'utilisation de structures de données adaptées et l'apprentissage de la syntaxe du langage de programmation choisi permettent de développer des méthodes (ou paradigmes) de programmation appropriés, fiables et efficaces : programmation impérative, approche descendante, programmation structurée, utilisation de bibliothèques logicielles, documentation des programmes en vue de leur réutilisation et possibles modifications ultérieures.

La pratique régulière de la résolution de problèmes par une approche algorithmique et des activités de programmation qui en résultent constitue un aspect essentiel de l'apprentissage de l'informatique. Il est éminemment souhaitable que les exemples choisis ainsi que certains exercices d'application soient directement inspirés par les enseignements de physique, de mathématiques, et de sciences industrielles de l'ingénieur.

3. Outil employé

L'enseignement se fonde sur un outil de programmation (langage et bibliothèques) basé sur un langage interprété largement répandu et à source libre. Au moment de la conception de ce programme, l'outil sélectionné est Scilab. Les travaux pratiques conduiront à éditer et manipuler fréquemment des codes sources et des fichiers. Les étudiants doivent être familiarisés avec les tâches de création d'un fichier source, d'édition d'un programme, de gestion des fichiers, d'exécution et d'arrêt forcé d'un programme. Cet outil de calcul scientifique est utilisé en lien avec l'étude des problèmes de simulation. Son étude n'est pas une fin en soi et n'est pas un attendu du programme. Des textes réglementaires ultérieurs pourront mettre à jour ce choix en fonction des évolutions et des besoins.

II - Programme

1. Architectures matérielles

a) Présentation du système informatique utilisé et éléments d'architecture des ordinateurs

Une ou deux séances introductives seront consacrées à présenter et à familiariser les étudiants :

- aux principaux composants d'une machine numérique telle que l'ordinateur personnel, une tablette, etc. : sources d'énergie, mémoire vive, mémoire de masse, unité centrale, périphériques d'entrée-sortie, ports de communication avec d'autres composants numériques (aucune connaissance particulière des composants cités n'est cependant exigible) ;

- à la manipulation d'un système d'exploitation (gestion des ressources, essentiellement : organisation des fichiers, arborescence, droits d'accès, de modification, entrées/sorties) ; à la manipulation d'un environnement de développement.

La principale capacité développée dans cette partie de la formation est de manipuler en mode « utilisateur » les principales fonctions d'un système d'exploitation et d'un environnement de développement.

b) Représentation des nombres et conséquences

Il s'agit de familiariser les étudiants avec les problèmes liés à la représentation finie des nombres et à la discrétisation des modèles numériques. Les calculatrices peuvent servir de support d'étude de ces questions.

Contenus	Précisions et commentaires
----------	----------------------------

Principe de la représentation des nombres entiers en mémoire.	On introduit ou rappelle brièvement le principe des représentations binaire et hexadécimale ainsi que leurs limites.
Principe de la représentation des nombres réels en mémoire.	On se limite à la définition de l'écriture en virgule flottante normalisée et on explique le codage d'un nombre réel en général sans entrer dans les cas particuliers comme les non-nombres « not a number » ou les infinis.
Conséquences de la représentation limitée des nombres réels en machine.	On illustre, sur des exemples simples, pouvant être illustrés au moyen d'une calculatrice, les phénomènes de dépassement de capacité (ou « overflow ») de séquences de calculs conduisant à des résultats faux et erreurs d'arrondis. On illustre aussi le problème de la comparaison à zéro, par exemple dans une équation du second degré.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :

- appréhender les limitations intrinsèques à la manipulation informatique des nombres ;
- initier un sens critique au sujet de la qualité et de la précision des résultats de calculs numériques sur ordinateur.

2. Algorithmique et programmation

a) Algorithmique

Les compétences en matière d'algorithmique et de programmation étant profondément liées, il est souhaitable que ces deux sujets soient abordés de concert, même si pour des raisons de clarté d'exposition ils sont ici séparés.

L'introduction à l'algorithmique contribue à apprendre à l'étudiant à analyser, à spécifier et à modéliser de manière rigoureuse une situation ou un problème. Cette démarche algorithmique procède par décomposition en sous-problèmes et par affinements successifs. L'accent étant porté sur le développement raisonné d'algorithmes, leur implantation dans un langage de programmation n'intervient qu'après une présentation organisée de la solution algorithmique, indépendante du langage choisi.

La notion de complexité temporelle des algorithmes est introduite de manière expérimentale sur des exemples simples.

Pour faire mieux comprendre la notion d'algorithme et sa portée universelle, on s'appuie sur un petit nombre d'algorithmes simples, classiques et d'usage universel, que les étudiants doivent savoir expliquer et programmer, voire modifier selon les besoins et contraintes des problèmes étudiés.

Contenus	Précisions et commentaires
Recherche dans une liste, recherche du maximum dans une liste de nombres, calcul de la moyenne et de la variance.	

Recherche par dichotomie dans un tableau trié. Recherche par dichotomie du zéro d'une fonction continue et monotone.	Les questions de précision du calcul sont en lien avec la partie 1.b.
Méthodes des rectangles et des trapèzes pour le calcul approché d'une intégrale sur un segment.	Les questions de précision du calcul sont en lien avec la partie 1.b.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :

- comprendre un algorithme et expliquer ce qu'il fait ;
- modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent ;
- concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé et le documenter ;
- expliquer le fonctionnement d'un algorithme ;
- écrire des instructions conditionnelles avec alternatives, éventuellement imbriquées ;
- s'interroger sur l'efficacité algorithmique temporelle d'un algorithme.

b) Programmation

On insistera sur une organisation modulaire des programmes ainsi que sur la nécessité d'une programmation structurée et parfaitement documentée.

Contenus	Précisions et commentaires
Variables : notion de type et de valeur d'une variable, types simples.	Les types simples présentés sont les entiers, flottants, booléens et chaînes de caractères.
Expressions et instructions simples : affectation, opérateurs usuels, distinction entre expression et instruction.	Les expressions considérées sont à valeurs numériques, booléennes ou de type chaîne de caractères.
Instructions conditionnelles : expressions booléennes et opérateurs logiques simples, instruction if. Variantes avec alternative (else).	Les étudiants devront être capables de structurer et comprendre plusieurs niveaux d'alternatives implantées par des instructions conditionnelles imbriquées.
Instructions itératives : boucles for , boucles conditionnelles while .	Les sorties de boucle (instruction break) peuvent être présentées et se justifient uniquement lorsqu'elles contribuent à simplifier notablement la programmation sans réelle perte de lisibilité des conditions d'arrêt.
Fonctions : notion de fonction (au sens informatique), définition dans le langage utilisé, paramètres (ou arguments) et résultats, portée des variables.	On distingue les variables locales des variables globales et on décourage l'utilisation des variables globales autant que possible.

Manipulation de quelques structures de données : chaînes de caractères (création, accès à un caractère, concaténation), listes (création, ajout d'un élément, suppression d'un élément, accès à un élément, extraction d'une partie de liste), tableaux à une ou plusieurs dimensions.	On met en évidence le fait que certaines opérations d'apparence simple cachent un important travail pour le processeur. On met à profit la structure de tableau d'entiers à deux dimensions pour introduire la notion d'image ponctuelle (« bitmap »). Les algorithmes de traitement d'image seront abordés plus tard.
Fichiers : notion de chemin d'accès, lecture et écriture de données numériques ou de type chaîne de caractères depuis ou vers un fichier.	On encourage l'utilisation de fichiers en tant que supports de données ou de résultats avant divers traitements, par exemple graphiques.

Les exemples de programmation ne se limitent pas à la traduction des algorithmes introduits en partie 2-b.

Les principales capacités développées dans cette partie sont les suivantes :

- choisir un type de données en fonction d'un problème à résoudre ;
- concevoir l'en-tête (ou la spécification) d'une fonction, puis la fonction elle-même ;
- traduire un algorithme dans un langage de programmation ;
- gérer efficacement un ensemble de fichiers correspondant à des versions successives d'un fichier source ;
- rechercher une information au sein d'une documentation en ligne, analyser des exemples fournis dans cette documentation ;
- documenter une fonction, un programme ;
- modifier une programmation en vue de changer le comportement de tout ou partie d'un système complexe.

3. Ingénierie numérique et simulation

Dans cette partie de programme, on étudie le développement d'algorithmes numériques sur des problèmes scientifiques étudiés et mis en équation. La pédagogie par projets est encouragée.

Il s'agit d'apprendre aux étudiants à utiliser des algorithmes numériques simples et/ou à utiliser des bibliothèques pour résoudre des problèmes étudiés et mis en équation dans les autres disciplines.

Dans cette partie, on n'aborde pas les aspects théoriques des algorithmes étudiés (qui peuvent être traités dans d'autres disciplines). Seules la mise en œuvre constructive des algorithmes et l'analyse empirique des résultats sont concernées. On illustre ainsi les performances de différents algorithmes pour la résolution des problèmes. On met l'accent sur les aspects pratiques comme l'impact des erreurs d'arrondi sur les résultats, les conditions d'arrêt, la complexité en temps de calcul.

Contenus	Précisions et commentaires
Bibliothèques logicielles : utilisation de quelques fonctions d'une bibliothèque et de leur documentation en ligne.	On met en évidence l'intérêt de faire appel aux bibliothèques, évitant de devoir réinventer des solutions à des problèmes bien connus. La recherche des spécifications des bibliothèques joue un rôle essentiel pour le développement de solutions fiables aux problèmes posés.

Problème stationnaire à une dimension, linéaire ou non, conduisant à la résolution approchée d'une équation algébrique ou transcendante. Méthode de dichotomie, méthode de Newton.	On souligne les différences du comportement informatique des deux algorithmes en termes de rapidité. On illustre le problème du test d'arrêt (inadéquation de la comparaison à zéro).
Problème dynamique à une dimension, linéaire ou non, conduisant à la résolution approchée d'une équation différentielle ordinaire par la méthode d'Euler.	On compare les résultats obtenus avec les fonctions de résolution approchée fournies par une bibliothèque numérique. On met en évidence l'impact du pas de discrétisation et du nombre d'itérations sur la qualité des résultats et sur le temps de calcul.
Problème discret multidimensionnel, linéaire, conduisant à la résolution d'un système linéaire inversible (ou de Cramer) par la méthode de Gauss avec recherche partielle du pivot.	Il ne s'agit pas de présenter cet algorithme mais de l'exécuter pour étudier sa mise en œuvre et les problèmes que pose cette démarche. On souligne la complexité de l'algorithme en fonction de la taille des matrices et son impact sur le temps de calcul.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :

- réaliser un programme complet structuré allant de la prise en compte de données expérimentales à la mise en forme des résultats permettant de résoudre un problème scientifique donné ;
- utiliser les bibliothèques de calcul standard pour résoudre un problème scientifique mis en équation lors des enseignements, de physique, mathématiques, sciences industrielles de l'ingénieur ;
- tenir compte des aspects pratiques comme l'impact des erreurs d'arrondi sur les résultats, le temps de calcul ou le stockage en mémoire.

4. Réalisation d'un projet

L'acquisition durable de compétences en informatique repose sur une pratique régulière et s'accorde au mieux avec le développement de projets. Il est donc recommandé de faire réaliser aux étudiants un projet mettant en œuvre les compétences des programmes de la filière.

Pour la réalisation de ce projet, les étudiants peuvent travailler en groupe de taille réduite. Le temps passé sur les projets doit rester modeste. Les thèmes des projets doivent être choisis de manière à représenter la diversité des applications possibles, notamment en physique et sciences industrielles de l'ingénieur.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :

- recueillir des informations et mobiliser des ressources ;
- décomposer un problème complexe en tâches élémentaires ;
- organiser un travail impliquant un développement logiciel ;
- collaborer au sein d'une équipe pour réaliser une tâche ;
- avoir un regard critique sur les résultats obtenus ;
- présenter une solution à l'écrit, à l'oral.

Ces projets doivent pouvoir être présentés (sous forme écrite et orale) par les étudiants en mettant en valeur :

- la nature et l'intérêt du problème scientifique étudié ;
- l'approche choisie pour résoudre le problème ;
- l'organisation choisie pour la conduite du projet (répartition des tâches, échéancier) ;

- la structuration de la solution ;
- l'adéquation de la solution par rapport au problème initialement posé.

Annexe 3

↳ *Objectifs de formation et programme de physique de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle*

Annexe 4

↳ *Objectifs de formation et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle*

Annexe 5

Objectifs de formation et programme de français et de philosophie de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle

I - Objectifs de formation

Commun à toutes les classes préparatoires scientifiques, cet enseignement qui concerne à part égale les lettres et la philosophie, est partie constituante de la formation générale des étudiants. Sa finalité est de former l'esprit à une réflexion autonome et éclairée par la lecture ample et directe des grands textes et par la pratique de la dissertation, qui apprend à l'étudiant à s'interroger, à conduire une pensée cohérente et à exploiter d'une manière pertinente ses lectures. Il poursuit trois objectifs majeurs :

1. Il vise à développer leur maîtrise de l'expression écrite et orale ainsi que leur aptitude à communiquer, compétences indispensables pour leur future vie professionnelle.

Le travail méthodique sur des textes extraits ou non du programme par l'exercice de la lecture et du résumé, sollicite leurs qualités de compréhension et de reformulation, les conduit à identifier diverses stratégies de communication, à hiérarchiser des informations d'origines variées et à savoir en proposer une présentation structurée, leur apprend à entrer dans un système d'argumentation et à en apprécier la pertinence.

La pratique des interrogations orales leur donne l'occasion de s'exercer à présenter un sujet, d'argumenter avec rigueur, de se mettre à l'écoute d'un interlocuteur et de renforcer leur aptitude au dialogue.

2. Il les entraîne à approfondir leur réflexion personnelle et leur sens critique en sollicitant leurs capacités de comprendre une problématique large ou limitée, d'imaginer des solutions, de mobiliser rapidement leurs connaissances et de savoir choisir avec discernement des arguments convaincants.

3. Il leur permet, par la lecture des œuvres inscrites au programme, d'enrichir leur culture et de mieux comprendre le monde dans lequel ils vivent. Grâce à un choix obéissant aux critères suivants :

- qualité d'écriture ;
- richesse, attrait et signification des œuvres ;
- variété des genres ;
- présence d'une œuvre traduite ;

il invite les étudiants à confronter sur un même thème des points de vue diversifiés et à en tirer profit pour leur formation personnelle.

II - Programme

Durant l'année de préparation, l'enseignement prend appui notamment sur un thème étudié dans deux œuvres littéraires et philosophiques.

Ce thème et les œuvres correspondantes sont fixés pour un an par arrêté.

Annexe 6

Objectifs de formation et programme de langues vivantes étrangères de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle

I - Objectifs de formation

L'étude des langues vivantes étrangères dans la classe préparatoire ATS a comme objectifs :

1. de consolider, d'approfondir et de compléter les acquis des scolarités antérieures sur le double plan linguistique et culturel ;
2. d'entraîner les étudiants à la méthodologie et à la pratique des différentes formes d'évaluation par des exercices portant notamment sur :
 - la compréhension de l'écrit et celle de l'oral ;
 - l'expression orale et écrite ;
 - les activités de traduction et de contraction de texte ;
 - la compétence linguistique ;
3. de mettre en perspective les grands repères culturels relatifs aux pays dont la langue est étudiée.

II - Programme

Pendant l'année de préparation, on veillera à développer chez les étudiants les aptitudes qui leur permettent :

- de comprendre un document enregistré (audio ou vidéo) portant sur un sujet d'intérêt général dans une aire linguistique donnée en évitant les écarts trop marqués sur les plans lexical, syntaxique et phonologique ;
- d'appréhender le sens de textes d'origine et de nature variées, de rendre compte de leur contenu et de leur structure et de mettre en évidence les enjeux qu'ils soulèvent ;
- de s'exprimer, tant à l'oral qu'à l'écrit, dans une langue syntaxiquement correcte faisant appel à des ressources lexicales progressivement enrichies ;
- de prendre la parole en recherchant aisance dans l'expression et qualité de la prononciation.

Annexe 3**Objectifs de formation et programme de physique de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle****Préambule**

Le programme de physique d'ATS est construit de manière à ce que soit assurée une continuité de formation depuis le lycée, pour des étudiants issus de sections de techniciens supérieurs et d'instituts universitaires de technologie. Il s'agit de les amener progressivement au niveau requis pour poursuivre avec succès des études scientifiques et techniques en école d'ingénieur et, plus généralement, de conforter leur capacité à se former tout au long de la vie. La physique est une science fondamentale à forte dimension expérimentale. Ces deux aspects s'enrichissent mutuellement et leur intrication est un élément essentiel de l'enseignement. Cela nécessite de consolider le socle de connaissances et de capacités dans le domaine de la physique mais aussi de continuer à développer les compétences permettant de les mettre en œuvre de manière efficiente. Le programme est construit afin d'atteindre ces deux objectifs.

Ce développement des compétences nécessite la mise en œuvre de modalités pédagogiques favorisant la mise en activité des étudiants et s'appuyant sur des composantes de la démarche scientifique : la démarche expérimentale, la résolution de problème et l'analyse documentaire. Elles visent la poursuite du développement chez l'étudiant, outre des compétences purement scientifiques, de l'esprit critique, de l'autonomie, de la prise d'initiative, de la capacité à acquérir par soi-même de nouvelles connaissances et capacités. Ces modalités permettent aussi à chacun d'être acteur de sa formation et favorisent l'épanouissement des différentes intelligences.

La priorité doit être mise sur la modélisation des phénomènes et sur l'analyse des résultats obtenus. La résolution des équations issues des phases de modélisation doit faire appel autant que possible aux outils numériques afin de réduire la part des calculs analytiques et, ainsi, de reporter l'attention des étudiants vers des aspects plus fondamentaux (modélisation, analyse des résultats, etc.). Cela permet aussi d'aborder (même modestement) des systèmes plus proches de la réalité en s'affranchissant d'une résolution analytique pas toujours accessible.

Le programme fait toujours une très large place à la démarche expérimentale, essentielle à l'acquisition et à la consolidation des notions. Tout au long du programme, des problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale sont **identifiées en gras**. Elles doivent être abordées, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Au regard de ce qui précède, le programme est organisé en trois parties :

1. dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problème. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de l'année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Leur mise en œuvre doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée ;

2. dans la deuxième partie « **formation expérimentale** » sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les étudiants doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues ;

3. dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires. Elles sont organisées en deux colonnes : aux « notions et contenus » de la première colonne correspondent une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise.

Les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en ATS sont précisés en annexe.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée à l'intérieur de chaque semestre. Le professeur doit organiser son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

1. la mise en activité des étudiants : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problème permettent cette mise en activité. Le professeur peut mettre en œuvre d'autres activités visant les mêmes objectifs ;

2. la mise en contexte des contenus scientifiques : la physique s'est développée afin de répondre à des questions que l'Homme se pose. Ainsi en ATS, le questionnement scientifique, prélude à la construction des notions et concepts, se déploiera à partir d'objets technologiques emblématiques du monde contemporain, de procédés simples ou complexes, de phénomènes naturels ;

3. une nécessaire mise en cohérence des différents enseignements scientifiques et technologiques : la progression en physique doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les enseignements de

mathématiques et de sciences industrielles.**Partie 1 - Démarche scientifique****Démarche expérimentale**

Les activités expérimentales mises en œuvre dans le cadre d'une démarche scientifique mobilisent les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres composantes du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les étudiants et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence.

Compétence	Capacités exigibles associées
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation. Énoncer une problématique. Définir des objectifs.
Analyser	Formuler une hypothèse. Proposer une stratégie pour répondre à une problématique. Proposer un modèle. Choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental. Évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations.
Réaliser	Mettre en œuvre un protocole. Utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « Grandeurs et instruments », avec aide pour tout autre matériel. Mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates. Effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales.
Valider	Exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes. Confronter un modèle à des résultats expérimentaux. Confirmer ou infirmer une hypothèse, une information. Analyser les résultats de manière critique. Proposer des améliorations de la démarche ou du modèle.
Communiquer	À l'écrit comme à l'oral : - présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible ; - utiliser un vocabulaire scientifique adapté ; - s'appuyer sur des schémas, des graphes ; - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue.
Être autonome, faire preuve d'initiative	Travailler seul ou en équipe. Solliciter une aide de manière pertinente. S'impliquer, prendre des décisions, anticiper.

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de bien préparer les étudiants à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

Concernant la compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** », elle est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les étudiants à l'autonomie et l'initiative.

Approches documentaires

Les approches documentaires mises en œuvre dans le cadre d'une démarche scientifique mobilisent les compétences indiquées dans le tableau ci-dessous. Le professeur a toute latitude de choisir les thèmes faisant l'objet d'une approche documentaire. Une liste indicative non exhaustive d'exemples est donnée à la fin de certaine partie.

Dans ce cadre, il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...) dans les domaines de la physique des xx^e et xxi^e siècles et de ses applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétences	Capacités associées
S'approprier	Dégager la problématique principale. Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie. Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau, etc.). ...
Analyser	Identifier les idées essentielles et leurs articulations. Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments de documents. Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence. Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire pour apporter de la plus-value aux documents proposés. ...
Réaliser	Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau. Trier et organiser des données, des informations. Tracer un graphe à partir de données. Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure... Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau... Conduire une analyse dimensionnelle. Utiliser un modèle décrit. ...
Valider	Confronter les idées d'un texte à ses connaissances. Faire preuve d'esprit critique. Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude, etc.). Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance. ...
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation... (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique). Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale. Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques. ...

Résolution de problème

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problème » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problème permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les étudiants d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence ; elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Capacités exigibles associées
S'approprier le problème	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ...
Établir une stratégie de résolution (analyser)	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, etc.). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. ...
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser)	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider)	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, etc.). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.
Communiquer	Présenter la résolution, en expliquant le raisonnement et les résultats.

Remarques complémentaires

Suivent des possibilités d'articulation entre la résolution de problème et les autres types de compétences développées.

En lien avec les incertitudes :

- évaluer ou déterminer la précision de la solution proposée, notamment lorsqu'il s'agit d'une solution approchée sans la surestimer ni la sous-estimer (on a souvent tendance à dire que l'on fait un calcul d'ordre de grandeur alors que l'on a un résultat à 10 % près) ;
- déterminer ce qu'il faudrait faire pour améliorer la précision d'un résultat.

En lien avec l'analyse de documents :

- analyser de manière critique un texte dont l'objet est scientifique ou technique, en mobilisant ses connaissances, notamment sur les valeurs quantitatives annoncées. Être capable de vérifier la cohérence des chiffres proposés en développant un modèle simple ;
- vérifier à l'aide d'un document technique, d'une photographie... le résultat d'une modélisation.

En lien avec la démarche expérimentale :

- l'approche « résolution de problème » peut se prêter à des activités expérimentales pour lesquelles une tâche précise sera demandée sans que la méthode ne soit donnée. Par exemple : mesurer une quantité physique donnée, comparer deux grandeurs, mettre en évidence un phénomène... ;
- la vérification d'une modélisation sera effectuée en réalisant l'expérience. Cela peut s'effectuer en prédisant quantitativement l'issue d'une expérience, puis en effectuant les mesures pour vérifier les valeurs prédites.

En lien avec les compétences de « rédaction » :

- rédiger de manière concise et directe une solution qui a souvent été trouvée par un long cheminement.

Partie 2 - Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la pratique de la démarche expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la troisième partie du programme – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie. Elle permet de poursuivre la formation initiée en sections de techniciens supérieurs ou en IUT, ou, pour le moins, de donner aux étudiants le socle minimum dans le domaine

de la « **mesure et des incertitudes** » et permettre l'acquisition des capacités expérimentales présentées dans la partie « **mesures et savoir-faire** » afin qu'elles soient pratiquées en autonomie par les étudiants.

Mesures et incertitudes

Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les étudiants doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont lors de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure, etc., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières S, STI2D et STL du lycée et de certaines sections de technicien supérieur.

Les étudiants doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Pour assurer le succès de cette formation en ATS, il est essentiel que ces notions diffusent dans chacun des thèmes du programme et qu'elles soient régulièrement évaluées. Dans un souci de contextualisation, on évitera toute séquence de cours spécifiques. L'informatique fournit aux étudiants les outils nécessaires à l'évaluation des incertitudes (notamment composées) sans qu'ils soient conduits à entrer dans le détail des concepts mathématiques sous-jacents.

Notions et contenu	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur	Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique. Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.
Notion d'incertitude, incertitude-type Évaluation d'une incertitude-type Incertitude-type composée Incertitude élargie	Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée. Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité). Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...) Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel. Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs. Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.
Présentation d'un résultat expérimental Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure)	Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance. Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence. Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.

Mesures et savoir-faire

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes – repérés en gras dans le corps du programme – peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaines, le premier étant davantage transversal. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
Mesures de temps et de fréquences Fréquence, période ou temps de réponse : mesure à l'oscilloscope ou via une carte d'acquisition Analyse spectrale	Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition. Reconnaître une avance ou un retard. Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique ou non à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.
Mécanique Visualiser et décomposer un	Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie. Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la

mouvement Mesurer une vitesse, une accélération Quantifier une action	trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération. Mettre en œuvre un capteur de vitesse, un accéléromètre. Utiliser un dynamomètre, un capteur de force.
Thermodynamique et mécanique des fluides Mesurer une pression Mesurer une température Effectuer des bilans d'énergie	Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu. Mettre en œuvre un capteur de température. Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.
Conduction thermique	Mettre en œuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique, le protocole étant donné. Utiliser un capteur dans le domaine des infrarouges.
Électricité et électromagnétisme Mesurer une tension : - mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique. Mesurer un courant : - mesure directe à l'ampèremètre numérique ; - mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée. Mesurer une énergie électrique ou magnétique Transmettre une information à l'aide d'une onde hertzienne	Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques : - préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et ses limites (bande passante, résistance d'entrée) ; - définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête, etc.). Mettre en œuvre un montage électrique permettant d'apprécier l'énergie reçue par un composant. Mettre en œuvre un dispositif permettant de moduler, d'émettre et de recevoir une onde électromagnétique.

Partie 3 - Formation disciplinaire

Premier semestre

Comportement dynamique des systèmes

La dynamique des systèmes est proposée en deux parties, séparées par la thermodynamique.

Cela permet à l'étudiant de s'appropriier les modèles et les outils associés sur une plus longue période ; l'objectif est de minimiser les confusions entre les régimes libres et les régimes forcés.

La dynamique des systèmes est d'abord décrite par des équations scalaires. Cette partie sera l'occasion d'introduire auprès des étudiants quelques modélisations classiques qui seront de nouveau exploitées ultérieurement avec un degré de complexité plus important.

Dans ce but, les interactions seront d'abord décrites au travers de l'étude des aspects énergétiques.

L'étude de l'énergie permet d'analyser qualitativement le comportement d'un système avant de le modéliser par des équations différentielles.

Les systèmes simples étudiés font appel, pour leur description au niveau des interactions, à la gravitation en champ uniforme, à l'action de ressorts et à l'action d'un support en l'absence de frottement solide.

Ces systèmes évoluent spontanément vers des minima d'énergie.

On introduit des pertes énergétiques conduisant à des équations différentielles linéaires ou linéarisables.

Les compétences développées en mécanique pourront être transférées à d'autres systèmes physiques aux comportements similaires (notamment pour les régimes transitoires, les oscillations, les ondes...). Ces analogies permettront d'étudier des systèmes en postulant les équations régissant leur évolution.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Observation d'un mouvement	
Point matériel	Citer des exemples de systèmes pouvant se ramener à l'étude de leur centre de masse.
Principe d'inertie	Citer quelques exemples d'expériences où les référentiels d'étude peuvent être considérés comme galiléens.
Énergie cinétique	Définir la vitesse et l'énergie cinétique d'un point matériel.
2. Interactions conservatives	
Énergie potentielle fonction d'une seule variable spatiale	Citer les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur associée à un champ uniforme et de l'énergie potentielle élastique associée à un ressort.
Équilibre en référentiel galiléen	Identifier sur le graphe de l'énergie potentielle les éventuelles positions d'équilibre stable et instable. Exploiter d'autres situations où l'expression de l'énergie potentielle est fournie.

3. Énergie mécanique	
Énergie mécanique	Distinguer une énergie cinétique d'une énergie potentielle.
Conservation de l'énergie	Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique. Déduire d'un graphe d'énergie potentielle ou d'une expression d'une énergie mécanique une vitesse ou une position en des points particuliers. Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement borné ou non de la trajectoire.
Non conservation de l'énergie mécanique Modèle d'ordre 1	Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. Énoncer le théorème liant l'énergie mécanique à la puissance des forces non conservatives. Étudier un système modélisé par une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants ; interprétation qualitative du temps caractéristique. Exploiter numériquement une interaction dissipative amenant à une équation différentielle linéaire ou non linéaire.
4. Oscillations libres	
Interprétation avec le graphe de l'énergie potentielle	Expliquer l'existence d'oscillations autour d'une position d'équilibre stable. Prévoir l'amplitude des oscillations et la vitesse maximale.
Oscillateur non amorti	Identifier et utiliser le modèle de l'oscillateur harmonique. Étude expérimentale d'un oscillateur harmonique.
Portrait de phase	Interpréter un portrait de phase fourni ou relevé expérimentalement.
Non conservation de l'énergie mécanique Modèle d'ordre 2	Utiliser le modèle de l'oscillateur harmonique amorti par frottements fluides. Résoudre et interpréter les solutions de l'équation différentielle canonique. Identifier les différents régimes et exploiter les courbes. Commenter le cas où le facteur de qualité est grand devant 1. Relier facteur de qualité et facteur d'amortissement.

Thermodynamique industrielle

Le cours de thermodynamique industrielle est une seconde approche du concept d'énergie. C'est le terreau dans lequel les étudiants vont consolider leur expertise en bilan d'énergie et leur compréhension des transformations possibles.

Le choix de l'étude de situations simples issues de la vie courante et faisant appel à des machines cycliques dithermes permet de constituer le socle indispensable à l'apprentissage des concepts de base de la thermodynamique.

Cette approche purement macroscopique vise à permettre aux étudiants de s'approprier les notions d'enthalpie H et d'entropie S et de leur faire découvrir l'univers de la thermodynamique par des exemples concrets.

On se limitera aux cas où les capacités thermiques seront indépendantes de la température.

Outre la maîtrise des capacités reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude ;
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation ;
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales ;
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

Des études documentaires seront l'occasion de discuter de la pertinence des modèles simples proposés à l'étude.

Des logiciels de simulation permettront aussi d'améliorer ces modèles et d'étudier les effets des différents paramètres.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Formes d'énergie	
L'énergie fonction d'état Stockage de l'énergie	Citer différentes formes d'énergies et les paramètres les caractérisant ; énergie cinétique (vitesse), énergie potentielle (position), énergie électrostatique (tension), énergie magnétique (intensité)...
Énergie interne U d'un système Capacité thermique à volume constant dans le cas d'un gaz parfait Capacité thermique à volume constant d'une phase condensée considérée indilatable et	Associer la modification de la température, le changement de phase d'un système, à la variation d'énergie interne. Utiliser le fait que l'énergie interne ne dépend que de la température pour un gaz parfait. Utiliser le fait que l'énergie interne ne dépend que de la température pour une phase condensée incompressible et indilatable.

incompressible	
Notion de thermostat	Décrire des thermostats naturels (atmosphère, fleuve, etc.) ou artificiels (pièce, compartiment frigorifique, etc.)
6. Transferts d'énergie	
État d'équilibre d'un système	Proposer un jeu de paramètres d'état permettant de caractériser un état d'équilibre. Différencier un système ouvert d'un système fermé. Distinguer les grandeurs extensives et les grandeurs intensives.
Transformations	Utiliser le vocabulaire usuel : isochore, isotherme, monobare, isobare, adiabatique.
Travail des forces de pression	Distinguer la pression extérieure de la pression du système. Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans le cas où la pression extérieure et la pression du système sont égales. Différencier un transfert d'énergie de l'énergie interne fonction d'état.
Les transferts thermiques	Décrire qualitativement la conduction, la convection et le rayonnement. Proposer des solutions technologiques pour les diminuer ou les favoriser.
Puissances électrique, mécanique et thermique	Distinguer la puissance (dimensionnement d'une installation) et l'énergie (consommation ou production).
Diagramme fonctionnel des machines cycliques dithermes	Prévoir les signes des transferts d'énergie. Définir le rendement d'un moteur. Définir le coefficient de performance (CoP) d'une machine frigorifique et celui d'une pompe à chaleur (PAC).
7. Conservation de l'énergie	
Premier principe de la thermodynamique en système fermé	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir le travail et le transfert thermique. Expliquer en quoi le premier principe de la thermodynamique est un principe de conservation.
Bilan énergétique pour un cycle ditherme	Écrire le bilan énergétique.
8. Bilans enthalpiques	
Enthalpie d'un système monophasé, capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	Définir l'enthalpie d'un système. Exprimer le premier principe sous la forme d'un bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final.
Enthalpie de changement d'état d'un corps pur	Connaître le vocabulaire des changements d'état et le diagramme (p, T) . Comparer les ordres de grandeurs des variations d'enthalpie des systèmes monophasés avec celles des changements d'état d'un corps pur. Calculer l'énergie récupérable lors d'un changement d'état d'un corps pur à pression constante.
Enthalpie standard de réaction	Effectuer un bilan de matière lors d'une réaction chimique. Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique.
9. Second principe de la thermodynamique	
Le second principe $\sum \frac{Q_i}{T_i} \leq \Delta S$	Commenter la différence entre l'inégalité du second principe et l'égalité du premier.
La transformation idéale réversible	Identifier les causes d'irréversibilité. Définir une transformation isentropique.
L'inégalité de Clausius pour les machines dithermes cycliques	Majorer le rendement ou le coefficient de performance (CoP) des machines dithermes cycliques.
10. Machines dithermes	
Le premier principe en système ouvert	Définir un système ouvert en écoulement stationnaire. Utiliser des grandeurs massiques ; définir le travail indiqué massique sur les parties mobiles. Décrire les différents organes des machines (détendeur, compresseur, turbine, condenseur, évaporateur, chambre de combustion, etc.). Appliquer le premier principe en système ouvert.
Système diphasé liquide-vapeur	Exploiter les diagrammes (T,s) , (h,s) et (p,h) .

Théorèmes des moments	Calculer ou exploiter un titre massique en vapeur.
Exploitations de diagrammes ou de tableaux de données	Calculer les transferts thermiques massiques, les travaux indiqués massiques et le coefficient de performance (CoP).
Puissances	Utiliser le débit massique pour évaluer des puissances.
11. Utilisation d'un modèle	
Technologie des moteurs à pistons	Distinguer les temps mécaniques (4 temps ou 2 temps) et identifier les temps thermodynamiques (modélisation par des transformations thermodynamiques).
Modèle du gaz parfait	Calculer un paramètre avec l'équation d'état du gaz parfait. Utiliser, dans l'approximation où les capacités thermiques à pression constante et à volume constant sont constantes, la relation de Mayer et le coefficient isentropique. Citer quelques limites du modèle.
Loi de Laplace	Utiliser les lois de Laplace pour évaluer des pressions ou des températures dans le cas de compressions ou détentes de gaz parfait dans l'hypothèse adiabatique et mécaniquement réversible.
Diagramme de Clapeyron	Tracer un cycle dans l'approximation d'une transformation mécaniquement réversible.
Aspects énergétiques	Calculer les transferts thermiques, les travaux et en déduire le coefficient de performance (CoP) ou le rendement.
Puissance, consommation	Lier la puissance au nombre de tours par minute.

Lois de Newton, régimes sinusoïdaux, ondes

La grandeur modélisant l'interaction est la force. Cette approche vise à enrichir l'étude énergétique.

La dynamique des systèmes en régime forcé est introduite ainsi que les outils mathématiques permettant sa modélisation.

L'utilisation de la notation complexe et le formalisme des ondes sont introduits et seront renforcés par le cours d'électromagnétisme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
12. Lois de Newton	
Travail d'une force	Définir le travail et la puissance d'une force. Calculer le travail d'une interaction conservative. Calculer la force associée à une interaction conservative. Calculer la puissance d'une force dissipative.
Principe des actions réciproques	Énoncer le principe des actions réciproques et l'appliquer dans le cas de la réaction d'un support en l'absence de frottement solide.
Principe fondamental de la dynamique pour un point matériel de masse constante	Appliquer le principe fondamental de la dynamique dans le cas d'un mouvement rectiligne. Établir que le théorème de l'énergie mécanique découle du principe fondamental de la dynamique.
13. Oscillations forcées	
Régime sinusoïdal forcé	Utiliser la notation complexe modélisant un signal sinusoïdal. Établir en régime forcé les expressions de la position et de la vitesse d'un mobile en mouvement rectiligne oscillant. Simplifier et interpréter les solutions dans les cas limites basses fréquences et hautes fréquences ; tracer des diagrammes asymptotiques fréquentiels. Établir la possibilité de l'existence d'une résonance en amplitude.
Analogies électromécaniques	Montrer que le modèle reste pertinent pour des systèmes mécaniques ou électriques où les équations décrivant le système sont données.
Généralisation aux signaux périodiques	Exploiter un spectre, analyser la réponse du système.
14. Ondes	
Onde mécanique transversale	Établir l'équation de propagation dans le cas des ondes transversales d'une corde. Reconnaître le caractère progressif ou stationnaire d'une onde. Utiliser les conditions aux limites et identifier les modes propres d'une onde stationnaire.

Second semestre

Étude des fluides statiques et en écoulements stationnaires

Les parties 1 et 2 introduisent concrètement les concepts de champs scalaires et vectoriels. Elles doivent aussi permettre aux étudiants de saisir les notions importantes de flux et de circulation d'un champ de vecteur. Une analyse qualitative de cartographies de lignes de champ des vitesses sera recherchée et doit permettre l'appropriation des outils de l'analyse vectorielle (on pourra faire le lien avec la signification physique des opérateurs rotationnel, gradient et divergence qui seront utilisés dans le cours d'électromagnétisme).

Partie 1 : l'étudiant pourra retenir des ordres de grandeur du champ de pression et s'aider de ce champ scalaire pour saisir les propriétés de l'opérateur gradient. On évitera les calculs de force de pression délicats au profit d'exemples simples et pratiques.

Partie 2 : la notion de dérivée particulière ainsi que l'équation de Navier-Stokes ne sont pas au programme. Seule la description eulérienne sera détaillée ; on pourra alors traiter des exemples simples d'écoulements (puits, sources, vortex, uniforme...) permettant des analogies fortes avec les champs vus en électromagnétisme. Un écoulement homogène (masse volumique uniforme dans l'espace) et stationnaire permet de traiter l'écoulement incompressible pour lequel l'équation de conservation de la masse sera introduite. L'utilisation des relations de Bernoulli constitue un prolongement du cours de thermodynamique du 1^{er} semestre, la compréhension des hypothèses de travail doit permettre aux étudiants d'adapter l'écriture du premier principe des systèmes ouverts aux problèmes étudiés. L'écoulement parfait sera défini comme étant exempt de toute dissipation énergétique et d'échange thermique interne et externe. La notion de perte de charge permet d'introduire un exemple d'écoulement non conservatif (sa présentation permettra de décrire qualitativement des écoulements réels).

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Description d'un fluide statique	
Échelle mésoscopique	Définir et connaître des ordres de grandeurs des dimensions de l'échelle mésoscopique dans le cas des liquides et des gaz.
Pression dans un fluide Forces surfaciques, forces volumiques	Citer des ordres de grandeur de la pression. Définir la force de pression. Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Champ de pression Relation de la statique des fluides	Donner l'expression de la résultante des forces pressantes s'exerçant sur un volume élémentaire de fluide. Énoncer et établir la relation de la statique des fluides dans le cas d'un fluide soumis uniquement à la pesanteur. Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible pour l'atmosphère isotherme dans le cadre du modèle du gaz parfait. Mettre en œuvre un dispositif expérimental utilisant un capteur de pression.
2. Description d'un fluide en écoulement en régime stationnaire	
Grandeurs eulériennes Champ des vitesses Ligne de courant, tube de courant Régime stationnaire	Décrire les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs locales pertinentes. Analyser des vidéos, des simulations ou des cartographies. Évaluer le caractère divergent ou rotationnel d'un écoulement uniforme, à symétrie sphérique, à symétrie axiale (radiale ou orthoradiale) en connaissant l'expression du champ des vitesses.
Débit volumique et débit massique	Exprimer les débits volumique et massique. Définir le vecteur densité de flux de masse.
Écoulement stationnaire dont le champ des masses volumiques est uniforme	Établir un bilan local et global de matière en régime stationnaire. Établir qu'en régime stationnaire le champ des vitesses est à flux conservatif. Connaître les propriétés d'un écoulement pour lequel le champ des vitesses est à flux conservatif.
Écoulement stationnaire et irrotationnel	Connaître les propriétés d'un écoulement pour lequel le champ des vitesses est à circulation conservative.
Énergétique des écoulements parfaits dans une conduite	Définir un écoulement parfait. Énoncer, à l'aide d'un bilan d'énergie, la relation de Bernoulli en précisant les hypothèses. Établir un bilan de puissance pour un circuit hydraulique ou pneumatique avec ou sans pompe. Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'étudier et d'illustrer la relation de Bernoulli.

Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie mécanique par frottement. Mettre en évidence la perte de charge.
------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Exemples d'approches documentaires :

- interprétation de la viscosité d'un écoulement dit newtonien ;
- loi de Poiseuille et analogie électrique.

Conduction thermique

La partie 3 permet une nouvelle approche de la notion de bilan d'une grandeur physique. Les outils de l'analyse vectorielle déjà rencontrés en mécanique des fluides pourront être réinvestis dans cette partie. L'étude de la conduction thermique présentera des applications concrètes en se limitant à l'étude de problèmes unidimensionnels. Un retour sur les notions thermodynamiques vues au premier semestre permet d'effectuer un bilan enthalpique permettant ensuite l'établissement de l'équation de la chaleur.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Transfert d'énergie par conduction thermique	
Densité de flux thermique	Définir et algébriser la puissance thermique échangée à travers une surface.
Loi de Fourier	Relier la non-uniformité de la température à l'existence d'un flux thermique et interpréter son sens. Citer des ordres de grandeur de conductivité thermique pour des matériaux dans le domaine de l'habitat.
Analogie électrique dans le cas du régime stationnaire	Définir la résistance thermique. Exploiter l'analogie électrique lors d'un bilan thermique. Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'évaluer la conductivité thermique d'un matériau.
Loi de Newton	Exploiter la loi de Newton fournie pour prendre en compte les échanges conducto-convectifs en régime stationnaire.
Équation de la chaleur sans terme source dans le cas d'une conduction thermique unidirectionnelle	Établir l'équation de la diffusion thermique dans le cas unidimensionnel. Interpréter qualitativement l'irréversibilité du phénomène. Relier le temps et la longueur caractéristiques d'un phénomène de diffusion thermique au coefficient de diffusion thermique par une analyse dimensionnelle.
Ondes thermiques	Établir une distance ou un temps caractéristique d'atténuation en utilisant le modèle de l'onde plane en géométrie unidirectionnelle.

Exemples d'approches documentaires :

- déterminer la résistance thermique d'un mur en analysant une documentation donnant les résistances thermiques surfaciques de différents matériaux ;
- conditionner la résistance thermique d'un transistor de puissance.

Électromagnétisme

L'électromagnétisme utilise les outils mathématiques présentés dans les parties 1, 2 et 3. Les milieux matériels envisagés auront des propriétés d'aimantation et de polarisation négligées.

Partie 4 : la détermination du champ électrostatique à l'aide du théorème de Gauss (ou de l'équation de Maxwell-Gauss) dans le cas de situations présentant de hautes symétries sera privilégiée et permettra la présentation d'applications concrètes.

Partie 5 : la conduction électrique permet de traiter un nouveau bilan en postulant la conservation de la charge. On cherchera à effectuer des analogies (avec la conductivité thermique, la mécanique des fluides...) et ainsi montrer la transversalité des modèles utilisés en physique.

Partie 6 : la détermination du champ magnétostatique à l'aide du théorème d'Ampère (ou de l'équation de Maxwell-Ampère) dans le cas de situations présentant de hautes symétries sera privilégiée et permettra la présentation d'applications concrètes.

Partie 7 : cette partie repose sur la loi de Faraday qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui peut constituer un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue que l'on peut avoir sur le même phénomène selon le référentiel où l'on se place.

Partie 8 : le phénomène d'auto-induction puis le couplage par induction-mutuelle entre deux circuits fixes permettent d'aborder le modèle du transformateur parfait ainsi que d'autres applications de l'induction dans des circuits fixes indéformables.

Partie 9 : seul le cas d'un conducteur en translation rectiligne sera abordé. Le rail de Laplace permet une mise en équation aisée du couplage électromécanique permettant ensuite d'étudier le cas du haut-parleur.

Partie 10 : les équations de Maxwell sont admises mais pourront largement être justifiées à l'aide des connaissances issues des parties précédentes. La propagation des ondes électromagnétiques dans le vide permettra de justifier la pertinence du modèle d'onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement. La réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait et son confinement dans une cavité permettent aux étudiants d'approfondir leurs connaissances sur les ondes stationnaires.

Partie 11 : le dispositif des trous (ou fentes) d'Young permettra d'expliquer efficacement la modulation spatiale de l'énergie lumineuse lors d'interférences entre deux sources monochromatiques cohérentes. Aucune autre connaissance sur un autre diviseur du front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Électrostatique du vide	
Description et effets électriques d'une accumulation de charges statiques	Définir et utiliser une fonction densité volumique, surfacique ou linéique de charges. Définir le champ électrostatique à l'aide de la force électrostatique ressentie par une charge ponctuelle d'essai placée dans le champ électrostatique d'une autre distribution. Citer quelques ordres de grandeurs de champs électriques. Énoncer le principe de Curie. Repérer les symétries et invariances d'une distribution. Définir la notion de ligne de champ électrostatique et prévoir la topographie des lignes de champ associées à une charge ponctuelle, un cylindre infini, un plan infini uniformément chargés et une sphère chargée uniformément.
Équation de Maxwell-Gauss, théorème de Gauss et équation de Maxwell-Faraday de la statique	Énoncer l'expression du champ créé par une charge ponctuelle. Énoncer le théorème de Gauss et le relier à l'équation de Maxwell-Gauss. Utiliser le théorème de Gauss pour calculer un champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (plan, cylindre, sphère). Énoncer l'équation de Maxwell-Faraday de la statique et justifier l'existence du potentiel électrostatique. Justifier les propriétés des lignes de champ électrostatique.
Conducteur en équilibre électrostatique	Énoncer les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique. Énoncer le théorème de Coulomb et les relations de passage du champ électrostatique.
Le condensateur	Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide en négligeant les effets de bords. Établir l'expression de la capacité linéique d'un condensateur cylindrique dans le vide en négligeant les effets de bords. Définir la notion de densité volumique d'énergie électrique à l'aide de l'exemple du condensateur plan. Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer l'énergie emmagasinée par un condensateur.
5. Conduction électrique	
Courant dans un conducteur	Définir le vecteur densité de courant. Établir l'équation de conservation de la charge à une dimension en régime variable. Énoncer sa généralisation à trois dimensions puis expliquer que le vecteur densité de courant est à flux conservatif en régime stationnaire. Énoncer la loi d'Ohm locale. Expliquer l'effet Joule, définir la résistance électrique dans un conducteur et présenter le lien avec la conduction thermique en régime stationnaire. Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence des signaux.
6. Magnétostatique du vide	
Effets magnétiques d'un courant de charges	Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme. Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre. Définir la notion de ligne de champ magnétostatique. Énoncer la relation donnant la force de Laplace s'exerçant sur un élément de circuit filiforme parcouru par un courant et placé dans un champ magnétostatique.

	<p>Identifier les propriétés de symétrie et d'invariance d'une distribution de courant. Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, un fil rectiligne, une spire circulaire, une bobine longue et un tore.</p>
Équation de Maxwell-Ampère de la statique, théorème d'Ampère et équation de Maxwell relative au flux du champ magnétique	<p>Énoncer le théorème d'Ampère et le relier à l'équation de Maxwell-Ampère de la statique. Énoncer l'équation de Maxwell relative au flux du champ magnétique. Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (fil infini, câble coaxial, nappe de courant supposée « infinie », tore, solénoïde « infini » en admettant que le champ magnétique est nul à l'extérieur). Énoncer les relations de passage du champ magnétostatique. Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant d'apprécier la validité du modèle du solénoïde infini.</p>
7. Lois de l'induction	
Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
Loi de Faraday Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit	Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.
Loi de modulation de Lenz	Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
Force électromotrice induite, loi de Faraday	Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'alébrisation.
8. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps	
Auto-induction Flux propre et inductance propre Étude énergétique	<p>Différencier le flux propre des flux extérieurs. Utiliser la loi de modulation de Lenz. Évaluer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par la bobine est admis comme étant équivalent à celui déterminé en régime stationnaire. Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine. Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent. Définir la notion de densité volumique d'énergie magnétique à l'aide de l'exemple du solénoïde infini. Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer l'énergie emmagasinée par une bobine.</p>
Induction mutuelle entre deux bobinages	<p>Définir les flux mutuels. Indiquer l'égalité des inductances mutuelles. Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction et d'induction mutuelle en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent. Définir le couplage parfait de deux circuits. Mettre en œuvre un protocole expérimental utilisant un transformateur utilisé en transformateur de tensions, de courants et adaptateur d'impédance.</p>
Applications	Expliquer le principe du chauffage inductif, le principe d'une détection ampèremétrique, le fonctionnement d'un alternateur.
9. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire	
Circuit en translation rectiligne dans un champ magnétique stationnaire. Rail de Laplace	<p>Interpréter qualitativement les phénomènes observés dans le cas du rail de Laplace. Établir les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe. Établir et interpréter la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique. Effectuer un bilan énergétique. Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples</p>

	d'utilisation. Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.
Conversion de puissance électrique en puissance mécanique Haut-parleur électrodynamique	Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique. Établir l'équation mécanique et l'équation électrique. Effectuer un bilan énergétique. Effectuer une étude en régime sinusoïdal forcé.
10. Propagation des ondes électromagnétiques	
Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide	Énoncer les équations de Maxwell dans le vide. Interpréter qualitativement le lien entre l'équation de Maxwell-Faraday et la loi de Faraday. Établir l'équation de propagation des champs dans le vide.
Équation locale de Poynting	Décrire un bilan d'énergie électromagnétique dans le cas du vide et définir le vecteur de Poynting. Citer des ordres de grandeur de flux énergétiques moyens (Laser, flux solaire, etc.) Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée.
Onde plane, onde plane progressive, onde plane progressive harmonique	Définir une onde plane, une onde plane progressive et une onde plane progressive harmonique. Expliquer la pertinence et les limites de ces modèles.
Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement	Décrire la structure d'une onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement. Expliquer la pertinence de ce modèle. Décrire la propagation de l'énergie des ondes planes progressives harmoniques polarisées rectilignement. Mettre en œuvre un protocole expérimental illustrant la polarisation rectiligne d'une onde électromagnétique.
Spectre des ondes électromagnétiques	Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire	Exploiter la nullité des champs dans un métal parfait. Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies. Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface. Reconnaître et caractériser une onde stationnaire.
Applications aux cavités à une dimension. Mode d'onde stationnaire	Mettre en œuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique, dans le domaine des ondes centimétriques.
11. Optique ondulatoire	
Interférences	Expliquer le modèle scalaire de l'onde lumineuse. Définir l'intensité lumineuse. Décrire le phénomène d'interférence à deux ondes monochromatiques dans le cas du dispositif des trous d'Young. Définir la différence de phase, la différence de marche, l'ordre d'interférence et l'intensité lumineuse en un point du champ d'interférence de deux ondes monochromatiques cohérentes. Mettre en œuvre le dispositif expérimental des trous d'Young ou des fentes d'Young.

Exemples d'approches documentaires :

- les travaux d'Ampère sur le magnétisme ;
- validité des lois de l'électrocinétique ;
- analyse du document constructeur d'un haut-parleur (détermination du facteur de qualité, de la fréquence de résonance, du rendement, etc.).

Appendice : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maîtrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique d'ATS sont ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

L'expression des différents opérateurs introduits sont exigibles en coordonnées cartésiennes. Les expressions des opérateurs en coordonnées cylindriques et sphériques et les formules d'analyse vectorielle ne sont pas exigibles ; elles doivent donc être systématiquement rappelées. Pour le cas où d'autres outils seraient ponctuellement nécessaires, il conviendrait de les mettre à disposition des étudiants sous une forme opérationnelle (formulaires...) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

Outils	Niveau d'exigence
1. Fonctions	
Fonctions usuelles	Exponentielle, logarithmes népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, $x \rightarrow x^2$, $x \rightarrow \frac{1}{x}$, $x \rightarrow \sqrt{x}$.
Dérivée	Interpréter géométriquement la dérivée. Dériver une fonction composée. Rechercher un extremum. Exemple : phénomène de résonance.
Primitive et intégrale Valeurs moyenne	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales. Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, \cos^2 et \sin^2 . Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples. Exemple : étude de la valeur moyenne du produit de deux grandeurs harmoniques (grandeurs énergétiques).
Représentation graphique d'une fonction	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log. Exemple : diagramme p(h)
Développements limités	Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre 1 ou 2 ; interpréter graphiquement. Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1+x)^\alpha$, exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	Utiliser un développement en série de Fourier fourni via un formulaire. Mettre en évidence les propriétés de symétrie dans le domaine temporel (demi-période).
2. Équations différentielles	
Équation différentielle linéaire du premier et du second ordres à coefficients constants	Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales. Exploiter le polynôme caractéristique. Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité). Mettre une équation sous forme canonique. L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques. Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI). Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ou du deuxième ordre et d'un second membre constant. Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal. Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime forcé sinusoïdal. Déterminer le module et la phase des grandeurs. Mettre en évidence les notions de régime libre, régime permanent, régime forcé et régime transitoire. Exemples : mécanique, thermique...
Équation quelconque	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Exemples : équations issues du principe fondamental de la dynamique.
3. Analyse vectorielle	

Gradient	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction f est perpendiculaire aux surfaces iso- f et orienté dans le sens des valeurs de f croissantes.
Divergence.	Utiliser le théorème d'Ostrogradski fourni. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
Rotationnel	Utiliser le théorème de Stokes fourni. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ scalaire	Définir $\Delta f = \text{div}(\mathbf{grad} f)$. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ de vecteurs	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes. Utiliser la formule d'analyse vectorielle : $\text{rot}(\text{rot}\mathbf{A}) = -\Delta\mathbf{A} + \text{grad}(\text{div}\mathbf{A})$.
4. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert	Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution fréquemment rencontrée dans un domaine de la physique à un autre domaine. Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.
5. Calcul différentiel	
Différentielle d'une fonction de plusieurs variables Dérivée partielle	Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Identifier la valeur d'une dérivée partielle, l'expression de la différentielle étant donnée.
6. Géométrie	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques. Exemples : repérage d'un champ des vitesses d'un écoulement ou d'un champ électromagnétique
Projection d'un vecteur et produit scalaire	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées sur une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire. Exemple : projection en mécanique dans un repère
Produit vectoriel	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres. Exemple : propriétés du champ magnétique
Transformations géométriques	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.
Longueurs, aires et volumes classiques	Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
7. Trigonométrie	
Angle orienté	Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire, relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs

	<p>des fonctions pour les angles usuels. Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas. Passer de la forme $A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ à la forme $C \cos(\omega t - \varphi)$.</p>
<p>Nombres complexes et représentation dans le plan Somme et produit de nombres complexes</p>	<p>Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument. Exemple : régime sinusoïdal forcé</p>

Annexe 4

Objectifs de formation et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle

La filière ATS **ingénierie industrielle** est une classe préparatoire aux grandes écoles d'ingénieurs pour des étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT scientifique ou technologique. Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur s'inscrit dans une volonté d'adaptation aux enseignements dispensés dans les grandes écoles et plus généralement aux poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour renforcer, approfondir et élargir leur formation générale, scientifique et technologique. Cette formation se fait en une année, non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais aussi pour permettre de se former tout au long de la vie. Les programmes de la filière ATS **ingénierie industrielle** ont été écrits de façon concertée et avec une volonté de cohérence transversale. Comme pour les autres disciplines, celui de sciences industrielles de l'ingénieur fait apparaître des renvois vers les mathématiques, la physique et l'informatique.

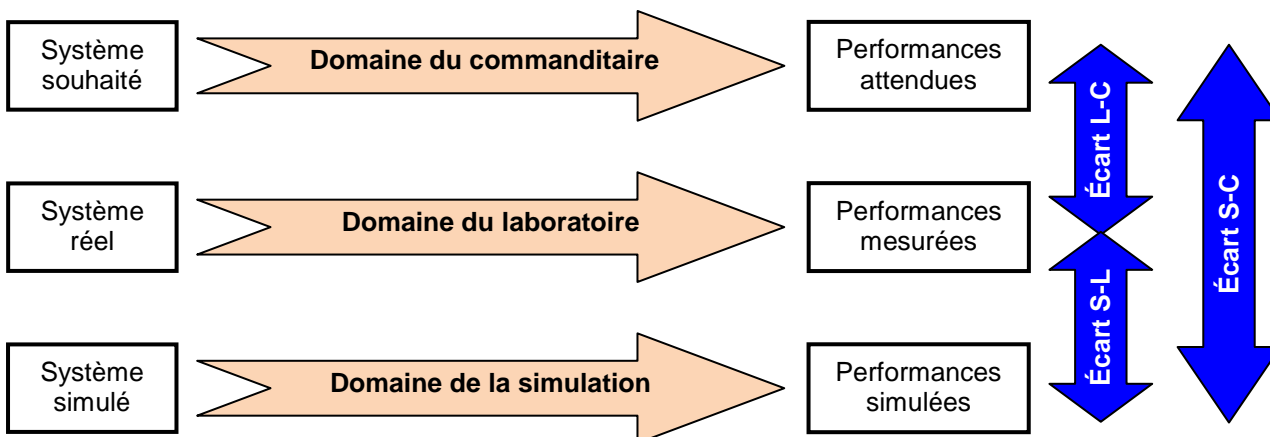
I. Objectifs de formation**1.1 Finalités**

La complexité des systèmes et leur développement, dans un contexte économique et écologique contraint, requièrent des ingénieurs et des scientifiques ayant des compétences scientifiques et technologiques de haut niveau, capables d'innover, de prévoir et maîtriser les performances de ces systèmes.

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur s'inscrit dans la préparation des étudiants à l'adaptabilité, la créativité et la communication nécessaires dans les métiers d'ingénieurs, de chercheurs et d'enseignants.

L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur a pour objectif d'aborder la démarche de l'ingénieur qui permet, en particulier :

- de conduire l'analyse fonctionnelle, structurelle et comportementale d'un système pluri-technologique ;
- de vérifier les performances attendues d'un système, par l'évaluation de l'écart entre un cahier des charges et des réponses expérimentales ;
- de proposer et de valider des modèles d'un système à partir d'essais, par l'évaluation de l'écart entre les performances mesurées et les performances simulées ;
- de prévoir les performances d'un système à partir de modélisations, par l'évaluation de l'écart entre les performances simulées et les performances exprimées dans le cahier des charges ;
- d'analyser ces écarts et de proposer des solutions en vue d'une amélioration des performances.



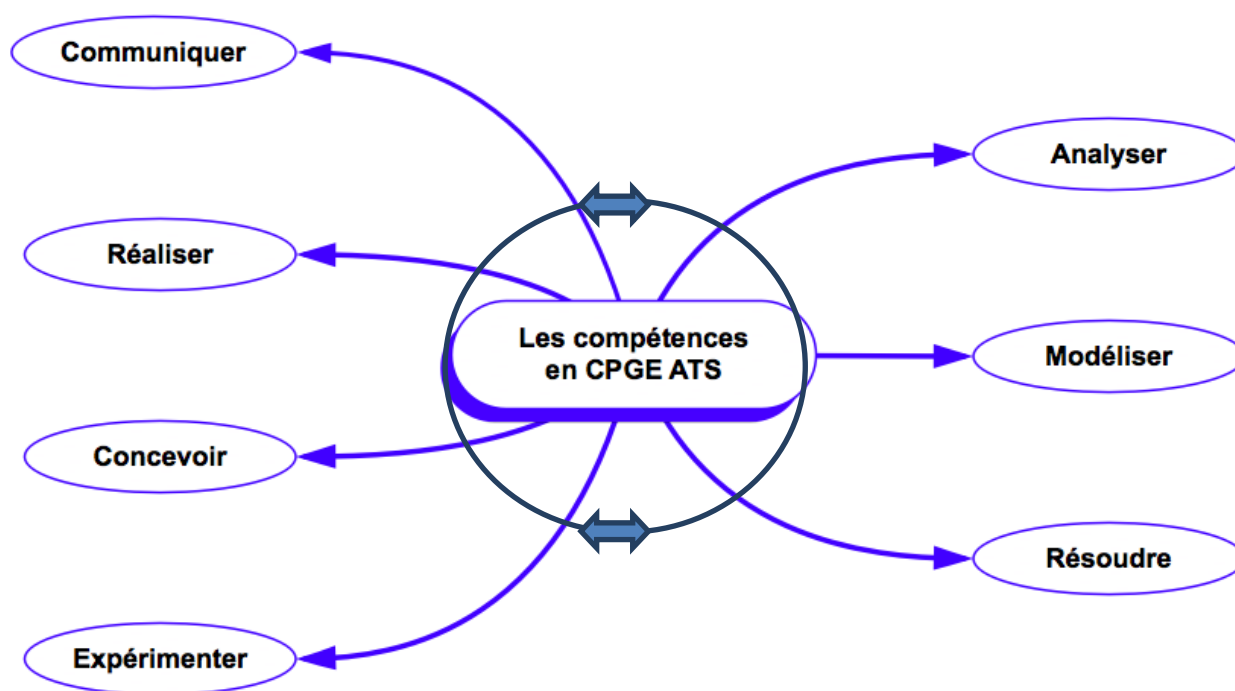
L'identification et l'analyse des écarts mobilisent des compétences transversales qui sont développées en particulier en mathématiques et en physique. Les sciences industrielles de l'ingénieur constituent un vecteur de coopération interdisciplinaire et participent à la poursuite d'études dans l'enseignement supérieur.

Les systèmes complexes pluri-technologiques étudiés relèvent de grands secteurs technologiques : transport, énergie, production, bâtiment, santé, communication, environnement. Cette liste n'est pas exhaustive et les enseignants ont la possibilité de s'appuyer sur d'autres domaines qu'ils jugent pertinents. En effet, les compétences développées dans le programme sont transposables à l'ensemble des secteurs industriels.

Les technologies de l'information et de la communication sont systématiquement mises en œuvre dans l'enseignement. Elles accompagnent toutes les activités proposées, individuelles et en équipe, et s'inscrivent naturellement dans le contexte collaboratif d'un environnement numérique de travail (ENT).

1.2 Objectifs généraux

À partir de systèmes industriels placés dans leur environnement technico-économique, l'organisation du programme, qui est décliné en compétences associées à des connaissances et savoir-faire, est présentée ci-dessous :



Les compétences développées en sciences industrielles de l'ingénieur forment un tout cohérent, en relation directe avec la réalité industrielle qui entoure l'étudiant. Couplées à la démarche de l'ingénieur, elles lui permettent d'être sensibilisé aux travaux de recherche, de développement et d'innovation.

Analyser permet des études fonctionnelles, structurelles et comportementales des systèmes, conduisant à la compréhension de leur fonctionnement et à une justification de leur architecture. Via les activités expérimentales, elles permettent d'acquérir une culture des solutions industrielles qui facilitent l'appropriation de tout système nouveau. Cette approche permet de fédérer et assimiler les connaissances présentées dans l'ensemble des disciplines scientifiques et technologiques de classes préparatoires aux grandes écoles.

Modéliser permet d'appréhender le réel et d'en proposer, après la formulation d'hypothèses, une représentation graphique, symbolique ou équationnelle, pour comprendre son fonctionnement, sa structure et son comportement. Le modèle retenu permet des simulations afin d'analyser, de vérifier, de prévoir et d'améliorer les performances d'un système.

Résoudre permet de donner la démarche pour atteindre de manière optimale un résultat. La résolution peut être analytique ou numérique. L'outil de simulation numérique permet de prévoir les performances de systèmes complexes en s'affranchissant de la maîtrise d'outils mathématiques spécifiques.

Expérimenter permet d'appréhender le comportement des systèmes, de mesurer, d'évaluer et de modifier les performances. Les activités expérimentales sont au cœur de la formation et s'organisent autour de systèmes industriels instrumentés ou de systèmes didactisés utilisant des solutions innovantes. Elles permettent de se confronter à la complexité de la réalité industrielle, d'acquérir une culture des solutions technologiques, de formuler des hypothèses pour modéliser le réel, d'en apprécier leurs limites de validité, de développer le sens de l'observation, le goût du concret et la prise d'initiative.

Concevoir permet à l'étudiant d'imaginer un produit conforme aux exigences d'un cahier des charges à partir d'un système réel ou d'une maquette virtuelle, notamment dans le cadre des mini-projets. Les modalités pédagogiques spécifiques liées à la résolution de problèmes et à la recherche documentaire sont mises en œuvre.

Réaliser permet à l'étudiant des réalisations partielles à l'aide d'un prototypage rapide et d'effectuer certains contrôles de conformité au travers d'expérimentations, notamment dans le cadre des mini-projets.

Communiquer permet de décrire, avec les outils de la communication technique et l'expression technologique adéquate, le fonctionnement, la structure et le comportement des systèmes.

1.3 Usage de la liberté pédagogique

Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses étudiants. Elle met fondamentalement en exergue sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. La liberté pédagogique de l'enseignant peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation de l'ingénieur et du scientifique. Globalement dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux principes directeurs :

- pédagogue, il doit privilégier la mise en activités d'étudiants en évitant le dogmatisme ; l'acquisition des connaissances et des savoir-faire sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La détermination des problématiques et des systèmes, alliée à un temps approprié d'échanges, favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il doit recourir à la mise en contexte des connaissances et des systèmes étudiés ; les sciences industrielles de l'ingénieur et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant de sciences industrielles de l'ingénieur est ainsi conduit naturellement à mettre son enseignement « en culture » pour rendre sa démarche plus naturelle et motivante auprès des étudiants.

II. Organisation de l'enseignement

2.1 Activités proposées

L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur doit être centré sur les activités de modélisation, de travaux pratiques (TP) à partir des systèmes présents dans le laboratoire et de mini-projets. Les TP et les mini-projets sont organisés par groupe de 15 étudiants au maximum dans le laboratoire de sciences industrielles de l'ingénieur.

Les activités de modélisation nécessitent de la part du ou des enseignants de sciences industrielles de l'ingénieur en CPGE de prévoir des travaux pratiques qui ont pour objectif de développer des aptitudes spécifiques, complémentaires de celles qui sont valorisées dans les autres disciplines. Ils permettent :

- d'acquérir une opérationnalité dans la démarche ingénieur, c'est-à-dire de développer les compétences nécessaires pour analyser et concevoir un système complexe ;
- de consolider les connaissances et la maîtrise des outils vus en cours et en TD ;
- de découvrir la réalité des solutions industrielles, et de développer le sens de l'observation, le goût du concret et la prise d'initiative et de responsabilité.

Les mini-projets sont des travaux incluant un temps d'analyse, de propositions de solutions puis de validation à l'aide de simulations, d'expérimentations ou de mise en œuvre avec des techniques de prototypages rapides. Les activités sont encadrées mais une autonomie importante sera recherchée. Chaque séance donne lieu à la rédaction d'une note de synthèse par les étudiants qui doit traduire l'avancement des travaux et les difficultés rencontrées. Cette synthèse est analysée par le ou les professeurs de sciences industrielles de l'ingénieur. Les conclusions de cette analyse guident la progression pédagogique qui doit être élaborée à partir des compétences à faire acquérir aux étudiants.

Les activités proposées à l'occasion des mini-projets peuvent être :

- des travaux de modélisation portant sur des systèmes complexes réels ;
- des travaux de simulation portant sur des systèmes complexes réels ;
- des travaux d'essais et de mesures sur des systèmes existants soit au laboratoire, soit accessibles en ligne ;
- des modifications concernant des lois de commande destinées à des systèmes existants dans le laboratoire ;
- la rédaction de procédures de réglage ou de mesures.

L'ensemble de ces activités doit renforcer les acquis scientifiques et technologiques, l'autonomie des étudiants, les facultés de prise de décisions et favoriser la gestion de projet en équipe. L'articulation de l'enseignement autour des activités de TP et de mini-projets est imposée.

L'objectif de la formation consiste à réduire les différences de maîtrise des compétences, qui sont constatées à l'entrée en ATS ingénierie industrielle. Dans ces conditions, l'enseignement de sciences industrielles de l'ingénieur comporte deux périodes de formation différentes. La première période est une période de mise à niveau qui permet d'assurer une pédagogie par projets dispensée durant la seconde période.

Durant la première période (de septembre à janvier), l'hétérogénéité de l'origine des étudiants impose une répartition en trois groupes qui recevront un enseignement différencié : un groupe avec une sensibilité génie électrique (GE), un groupe avec une sensibilité génie mécanique (GM) et un troisième groupe (AU) regroupant les formations plus spécifiques des sciences industrielles de l'ingénieur (génie civil, mesures physiques, génie thermique et énergétique, géomètre topographe, fluide énergie, construction et autres formations « rares »).

Les cours et TD sont articulés autour de cycles de travaux pratiques de trois ou quatre séances, suivies d'une séance de synthèse, centrées sur une problématique claire et précise, associée à des compétences à faire acquérir aux étudiants.

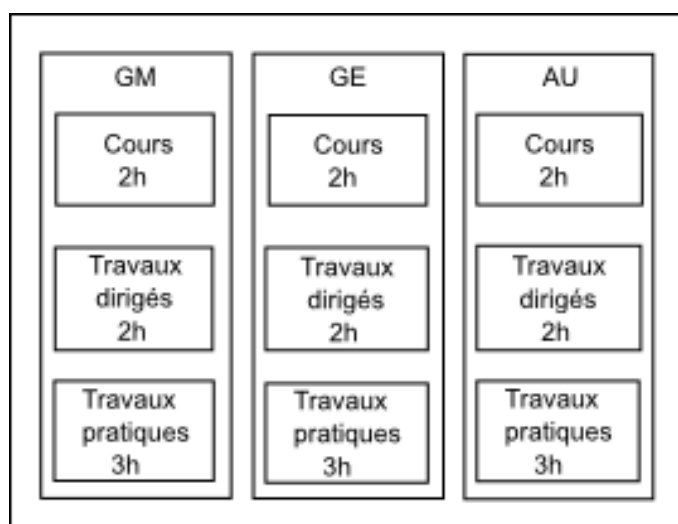
Durant la seconde période (à partir de janvier), l'enseignement est articulé autour de mini-projets d'une durée de 2 à 4 semaines associant des équipes mixtes issues des trois groupes.

La répartition hebdomadaire des horaires est décrite ci-dessous.

2.2 Organisation pendant la première période de l'année

Il existe trois groupes qui fonctionnent en parallèle (un groupe GE, un groupe GM et un groupe AU). Chaque groupe se voit proposer un enseignement adapté (2 h de cours, 2 h de TD et 3 h de TP). La différenciation peut porter sur les niveaux d'approfondissement, les contenus ou les modalités pédagogiques mises en œuvre.

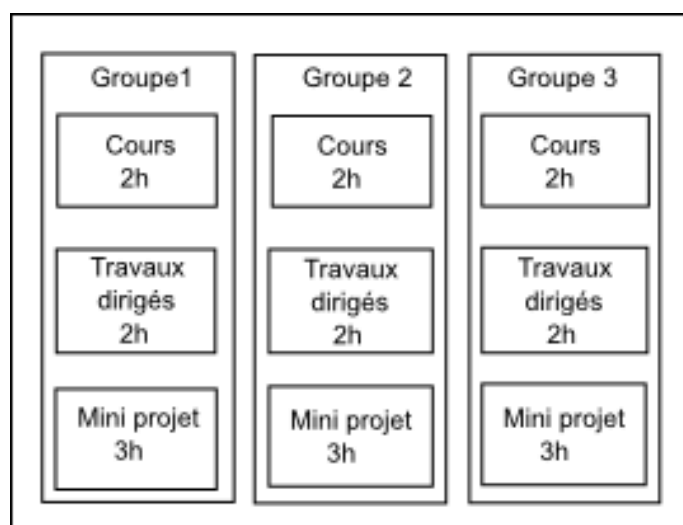
1^{re} période



2.3 Organisation pendant la seconde période de l'année

Il existe trois groupes pédagogiques constitués d'étudiants issus des trois groupes de la première période (GE, GM et AU). Chaque groupe pédagogique se voit proposer un enseignement de sciences industrielles de l'ingénieur (2 h de cours, 2 h de TD et 3 h de mini-projets) articulé autour de mini-projets différenciés. Les mini-projets, sous la responsabilité du ou des professeurs de sciences industrielles de l'ingénieur, sont réalisés par des équipes mixtes de trois à cinq étudiants issus des trois groupes de la première période (GE, GM et AU).

2^e période



III. Programme

3.1 Présentation

L'écriture du programme en compétences permet de structurer les connaissances et de développer ainsi chez l'étudiant l'esprit critique, la prise d'initiative et la créativité indispensables à un ingénieur.

Dans les tableaux décrivant les compétences, la colonne « P » précise la période 1 ou 2 souhaitée pour développer chaque compétence. Les trois colonnes suivantes indiquent un niveau d'entrée en fonction du champ du diplôme obtenu : génie électrique (GE), génie mécanique (GM), autre (AU). La dernière colonne correspond au niveau requis à la sortie pour les concours (S).

Les tableaux liés aux compétences n'ont pas pour objet de définir une progression pédagogique. Les connaissances et les savoir-faire associés sont répartis selon une progression organisée en deux périodes. Lorsqu'ils sont positionnés en période 1, cela signifie :

- qu'ils doivent être acquis en fin de période 1 ;
- qu'ils peuvent être utilisés en période 2.

Lorsqu'une connaissance et le(s) savoir-faire associé(s) sont positionnés en période 2, cela signifie qu'ils peuvent être introduits au cours de la période 1.

La diversité des outils existants pour décrire les systèmes pluri-technologiques rend difficile la communication et la compréhension au sein d'une équipe regroupant des spécialistes de plusieurs disciplines. Il est indispensable d'utiliser des outils compréhensibles par tous et compatibles avec les spécificités de chacun. Le langage de modélisation SysML (System Modeling Language) s'appuie sur une description graphique des systèmes et permet d'en représenter les constituants, les programmes, les flux d'information et d'énergie. L'adoption de ce langage en classes préparatoires, associé à un outil de simulation non causal, permet de répondre au besoin de modélisation à travers un langage unique. Il intègre la double approche structurelle et comportementale des systèmes représentatifs du triptyque Matière - Énergie - Information. Le langage SysML permet de décrire les systèmes selon différents points de vue cohérents afin d'en permettre la compréhension et l'analyse. Les diagrammes SysML remplacent les outils de description fonctionnelle et comportementale auparavant utilisés et qui ne sont plus au programme.

Il sera fait appel, chaque fois que nécessaire, à une étude documentaire, éventuellement en anglais, destinée à analyser et à traiter l'information relative à la problématique choisie.

3.2 Niveaux d'approfondissement

Les niveaux d'approfondissement des connaissances et savoir-faire sont spécifiés ci-dessous. Ce niveau de d'approfondissement étant différent pour chaque groupe à l'entrée en ATS ingénierie industrielle, il est précisé dans les colonnes GE, GM et AU.

Le niveau 1 est relatif à l'appréhension de la vue d'ensemble d'un sujet. Les réalités sont montrées sous certains aspects de manière partielle ou globale. Ce niveau indique la capacité d'identifier, de citer et d'évoquer un phénomène sans nécessairement le placer dans son contexte.

Le niveau 2 est relatif à l'acquisition de moyens d'expression et de communication. Il s'agit de maîtriser une connaissance. Ce niveau indique la capacité de décrire, d'expliquer, de faire un schéma et d'exprimer la compréhension d'un phénomène dans le contexte demandé.

Le niveau 3 est relatif à la maîtrise de procédés et d'outils d'étude ou d'action. Il s'agit de maîtriser un savoir-faire. Ce niveau indique la capacité d'utiliser un modèle, de mettre en œuvre une démarche de dimensionnement, de représenter et simuler un fonctionnement, d'effectuer une mesure, avec une certaine autonomie.

3.3 Contenu

A – Analyser

A1 Identifier le besoin et appréhender les problématiques

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Analyse fonctionnelle	Décrire le besoin	1	1	1	1	2
	Présenter la fonction globale	1	1	1	1	2
	Identifier les domaines d'application, les critères technico-économiques	1	1	1	1	2
	Identifier les contraintes	1	1	1	1	2
	Qualifier et quantifier les exigences (critères, niveaux)	1	1	1	1	2
	Identifier et caractériser les fonctions	1	1	1	1	2
Commentaires						

Les diagrammes SysML, des cas d'utilisation et des exigences, sont présentés à la lecture. L'analyse fonctionnelle, outil indispensable à la conception et à la réalisation de produits compétitifs, constitue un moyen de situer une problématique technique ; elle fournit un cadre structurant des connaissances visées par le programme, quel que soit le champ disciplinaire abordé. La sensibilisation aux différents outils est abordée à travers quelques exemples pertinents et par la mise en situation systématique des objets d'études lors des TD ou des TP. Sur un système complexe, l'analyse et la description fonctionnelles doivent être partielles. L'étude se limitera donc à une seule chaîne d'énergie dans le cas d'un système complexe.

Impact environnemental	Évaluer l'impact environnemental (matériaux, énergie, nuisances)	1	1	1	1	2
	Établir une analyse du cycle de vie et analyser les résultats	1	1	1	1	2
	Effectuer un bilan carbone	1	1	1	1	2

Commentaires

On met en évidence ces notions par l'intermédiaire d'un outil numérique adapté. L'analyse du cycle de vie se limite à l'étude d'un produit simple ou d'une partie d'un système.

A2 Définir les frontières de l'analyse

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Impact environnemental	Définir les éléments influents du milieu extérieur	1	1	1	1	2
	Identifier les contraintes	1	1	1	1	2
Notion d'isolement	Isoler un système et justifier l'isolement	1	1	1	1	2
Cas d'utilisation	Définir les limites et les contraintes choisies ou imposées	1	1	1	1	2

A3 Appréhender les analyses fonctionnelle, structurelle et comportementale

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Analyse fonctionnelle Analyse structurelle Analyse comportementale	Identifier les fonctions techniques	1	2	2	1	3
	Déterminer les fonctions associées aux constituants et en justifier le choix	1	1	2	1	3
	Identifier les architectures fonctionnelles et structurelles	1	2	2	1	3
	Identifier la nature des flux échangés (matière, énergie, information) traversant la frontière d'étude	1	2	2	1	3
	Préciser leurs caractéristiques (variable potentielle, variable flux)	1	1	1	1	2
	Identifier et décrire les chaînes d'information et d'énergie	1	2	2	1	3
	Identifier les constituants réalisant les fonctions : acquérir, traiter, communiquer, alimenter, moduler, convertir, transmettre et agir	1	2	2	1	3
	Vérifier l'homogénéité et la compatibilité des flux entre les différents constituants	1	1	1	1	2
	Analyser un système réel ou sa représentation 3D en vue de déterminer la nature d'une liaison	1	1	3	1	3
	Analyser le comportement d'un système ou d'un modèle	1	2	2	1	2

Commentaires

Les diagrammes SysML des cas d'utilisation, des exigences, de définition de blocs, de blocs internes, des états, de séquences, paramétrique, sont présentés à la lecture. Certains diagrammes peuvent être modifiés ou complétés mais la syntaxe du langage SysML doit être fournie.

La représentation plane d'un mécanisme peut être utilisée mais sa maîtrise n'est pas exigée.

Dans les diagrammes de blocs internes, on précise les variables potentielles (vitesse, vitesse angulaire, tension, pression, température, etc.) et les variables de flux (force, couple, courant, débit, flux thermique, etc.).

Cette description permet de construire une culture de solutions technologiques.

Système asservi multi-physique	Identifier la structure d'un système asservi : chaîne directe, chaîne de retour	1	3	1	1	3
	Identifier et positionner les perturbations	1	2	1	1	3
	Différencier régulation et asservissement	1	2	1	1	3

Commentaire

Il faut insister sur la justification de l'asservissement par la présence de perturbations et de critères de rapidité et de précision.

Chaîne d'énergie	Identifier les liens entre chaîne d'énergie et chaîne	1	2	2	1	3
Chaîne d'information	d'information Identifier les sens de transfert d'énergie	1	2	1	1	3

	Caractériser la nature d'une source Analyser la réversibilité de la chaîne d'énergie Analyser l'effet de la commande sur le comportement de la chaîne d'énergie	1 2 2	2 1 1	11 1 1	1 1 1	3 2 2
Comportement des systèmes logiques Représentation des signaux	Analyser le comportement d'un système décrit par un graphe d'état, un logigramme ou un chronogramme	1	2	1	1	3
Algorithmique Comportement des systèmes numériques	(Informatique 2) Analyser et interpréter un algorithme (Informatique 1.b) Représenter une information numérique sous différents formats (décimal, binaire, hexadécimal, nombre réel à virgule fixe ou flottante) (Informatique 1.b) Analyser la conséquence de la représentation choisie					
Transport et transmission de l'information	Identifier les architectures matérielles et fonctionnelles d'un réseau de communication Déterminer le débit de transmission Décoder une trame en vue d'analyser les différents champs	2 2 2	2 2 2	1 1 1		2 3 3

Commentaire

On insiste sur la relation entre la bande passante et le débit d'une liaison numérique, ainsi que sur l'influence du rapport signal / bruit.
La notion de protocole (règles, formats, conventions, débits de transmission) est introduite, y compris dans l'étude des liaisons point à point.

Acquisition de l'information : capteurs et détecteurs Traitement de l'information	Identifier et caractériser un capteur ou un détecteur Analyser le besoin et proposer un gabarit de filtre	1 2	2 2	2 2	1 1	2 2
--------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------	--------	--------	--------	--------

Commentaire

Les solutions techniques retenues sont les capteurs de position, de déplacement, de vitesse, d'accélération, d'effort, de pression, de débit et de température.
Le théorème de Shannon est donné sans démonstration. Pour les convertisseurs analogique-numérique, la présence d'un filtre anti-repliement est précisée et justifiée sans calcul.

A4 Caractériser des écarts

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Identification des écarts	Exploiter et interpréter les résultats d'un calcul ou d'une simulation (analyse de la modélisation proposée et des résultats obtenus)	1	1	1	1	3
	Traiter des données de mesures et de simulations et extraire les caractéristiques statistiques	1	1	1	1	3
	Extraire du cahier des charges les grandeurs pertinentes	1	1	1	1	3

Commentaire

On insiste sur le choix des résultats de simulation et des réponses expérimentales.

Quantification des écarts	Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs mesurées	1	1	1	1	3
	Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs obtenues par simulation	1	1	1	1	3
	Quantifier des écarts entre des valeurs mesurées et des valeurs obtenues par simulation	1	1	1	1	3
Analyse structurelle Comportement des systèmes	Rechercher et proposer des causes aux écarts constatés	2	1	1	1	2
	Vérifier la cohérence du modèle choisi avec des résultats d'expérimentation	2	1	1	1	3

A5 Apprécier la pertinence et la validité des résultats

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	

Comportement des systèmes	Prévoir l'ordre de grandeur et l'évolution de la mesure ou de la simulation	2	1	1	1	3
	Critiquer les résultats issus d'une mesure ou d'une simulation	2	1	1	1	2
	Identifier des valeurs erronées	2	1	1	1	3
	Analyser la pertinence du choix des grandeurs simulées	2	1	1	1	3
	Valider ou affirmer une hypothèse	2	1	1	1	3
Protocole expérimental et réalisation	Exploiter et interpréter des résultats de mesure ou de simulation	2	2	2	1	3
	Utiliser des symboles et des unités adéquates	2	2	2	1	3
	Vérifier l'homogénéité des résultats	2	2	2	1	3

B - Modéliser

B1 Identifier et caractériser les grandeurs physiques agissant sur un système

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Analyse structurelle Modélisation des entrées - sorties d'un système	Qualifier les grandeurs d'entrée et de sortie d'un système isolé	1	1	1	1	2
Commentaires On insiste sur les notions d'association en fonction de la nature des sources et des charges Le point de vue de l'étude conditionne le choix de la variable potentielle ou de la variable de flux à utiliser.						
Représentation des signaux	Décrire les évolutions temporelles ou fréquentielles des grandeurs dans les chaînes d'énergie et d'information	1	2	1	1	3
Chaîne d'énergie	Associer les grandeurs physiques aux échanges d'énergie et à la transmission de puissance	1	2	1	1	3
	Identifier les pertes d'énergie dans un convertisseur statique d'énergie, dans un actionneur ou dans une liaison	2	2	1	1	2
Action mécanique	Réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur un solide ou un ensemble de solides	1	1	3	1	3
Commentaires La puissance est toujours égale au produit d'une variable potentielle (vitesse, vitesse angulaire, tension, pression, température, etc.) par une variable de flux (force, couple, courant, débit, flux thermique, etc.). Les systèmes multi-physique sont limités aux domaines de l'électricité, de la mécanique, de l'hydraulique et de la thermique.						
Chaîne d'information	Identifier la nature de l'information et la nature du signal	1	2	1	1	3
Analyse structurelle	Identifier les grandeurs influentes d'un système	2	1	1	1	2
	Proposer des hypothèses simplificatrices en vue de la modélisation	2	1	1	1	2
Commentaire On vérifiera l'adéquation des hypothèses avec les objectifs à atteindre.						

B2 Proposer un modèle de connaissance et de comportement

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Conditionnement de l'information	Établir le modèle de comportement d'un constituant	1	2	1	1	3
Transmission de l'énergie	Associer un modèle à un constituant	1	1	1	1	3
Commentaires On se limite aux fonctions suivantes : filtrer et amplifier. On se limite aux constituants suivants : trains d'engrenage simple et épicycloïdal, poulies-courroie, vis-écrou, bielle-manivelle, roue et vis sans fin. Les paramètres des modèles associés sont limités au rapport de réduction, au rendement et à la réversibilité. D'autres études peuvent être proposées à partir de documents ressources fournis.						
Modulation de l'énergie	Modéliser l'association convertisseur statique-machine	2	2	1	1	3
Conversion de l'énergie	Modéliser une non-réversibilité dans une chaîne d'énergie	2	1	1	1	2
Commentaires On insiste sur la nature des grandeurs physiques d'entrée et de sortie. Pour les solutions électriques, on précise les régimes continu ou alternatif, les sources de courant ou de tension						

parfaites : - réseaux de distribution monophasé et triphasé équilibré ; - réseaux embarqués, piles, panneaux solaires et accumulateurs (différentes technologies et leurs principales applications). On limite les études aux convertisseurs statiques directs, non isolés. Les convertisseurs statiques au programme sont les hacheurs série, parallèle et 4 quadrants, l'onduleur de tension et le montage redresseur PD2. Dans le cadre d'une démarche pédagogique, le montage PD2 est abordé à partir du montage P2. On montre l'intérêt de la commande MLI du point de vue de la qualité de l'énergie. Les développements en série de Fourier seront fournis. On insiste sur l'obligation d'une commande en couple d'un actionneur électromécanique. Voir annexe « outils mathématiques » pour les développements en série de Fourier.						
Liaison mécanique	Proposer et justifier un modèle de liaison entre deux solides à partir d'un système réel ou de sa représentation 3D	1	1	3	1	3
	Associer à une liaison un torseur d'action mécanique transmissible et un torseur cinématique	1	1	3	1	3
	Déterminer la liaison cinématiquement équivalente à un ensemble de deux liaisons	1	1	2	1	3
Commentaires Le modèle de liaison est déterminé, soit à partir des surfaces fonctionnelles, soit à partir des mobilités. La représentation plane d'un mécanisme peut être utilisée mais sa maîtrise n'est pas exigée.						
Loi de mouvement	Paramétrer les mouvements d'un solide indéformable	1	1	2	1	2
Schématisation des solutions	Réaliser le graphe des liaisons de tout ou partie d'un mécanisme	1	1	3	1	3
	Proposer un schéma cinématique (plan ou 3D) minimal de tout ou partie d'un mécanisme	1	1	2	1	3
Action mécanique Solide indéformable	Associer un modèle à une action mécanique avec ou sans frottement (lois de Coulomb)	1	1	2	1	2
	Écrire la relation entre modèle local et modèle global dans le cas d'actions réparties	1	1	1	1	2
	Déterminer la masse et le centre d'inertie d'un solide indéformable	2	1	1	1	2
	Déterminer la matrice d'inertie d'un solide indéformable à l'aide d'un modèle volumique	2	1	1	1	2
Commentaire Les résistances au roulement, au pivotement, ainsi que la théorie de Hertz, ne sont pas au programme.						
Distribution et modulation de l'énergie	Adapter la typologie d'un convertisseur statique à la nature des sources	2	1	1	1	2
Commentaire On se limite à la conversion directe non isolée.						
Représentation et identification d'un système asservi multi-physique	Établir le schéma-blocs du système	1	2	1	1	3
	Déterminer les fonctions de transfert à partir d'équations physiques (modèle de connaissance)	1	2	1	1	3
	Déterminer les fonctions de transfert en boucle ouverte et boucle fermée	1	1	1	1	3
	Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle du premier ou du second ordre à partir de sa réponse indicielle	1	1	1	1	3
Commentaire On se limite aux opérateurs de dérivation et d'intégration de la transformée de Laplace.						
Modélisation d'un système asservi multi-physique Système non linéaire	Linéariser un modèle autour d'un point de fonctionnement	1	1	1	1	2
	Définir les paramètres du modèle	1	1	1	1	2
	Compléter un diagramme paramétrique	1	1	1	1	2
	Identifier les paramètres d'un modèle de comportement à partir d'un diagramme de Bode	1	1	1	1	3
	Associer à un modèle de comportement (premier et second ordre, dérivateur, intégrateur), l'analyse d'un diagramme de Bode	1	1	1	1	3
Commentaires Les abaques nécessaires à l'identification temporelle sont fournis pour le modèle du second ordre. Dans le domaine fréquentiel, seul le diagramme de Bode est développé pour l'identification d'un modèle de comportement. Des modules de simulation et de calcul de type non causal sont à privilégier.						

B3 Valider un modèle

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Modélisation d'un système multi-physique	Vérifier la cohérence du modèle choisi avec les résultats d'expérimentation	2	1	1	1	3
	Modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser l'écart entre les résultats simulés et les réponses mesurées	2	1	1	1	2
Simplification d'une modélisation	Réduire l'ordre de la fonction de transfert selon l'objectif visé, à partir des pôles dominants qui déterminent la dynamique asymptotique du système	2	1	1	1	2
Système non linéaire	Définir les limites de validité d'un modèle	2	1	1	1	2
Commentaire						
On met l'accent sur les approximations faites, leur cohérence et domaine de validité par rapport aux objectifs. L'étude des systèmes non linéaires n'est pas au programme. Les activités de simulation et d'expérimentation doivent être l'occasion de mettre en évidence les limites des modèles linéaires (présence de saturation, d'hystérésis, de retard, etc.).						

C - Résoudre

C1 Choisir une démarche de résolution

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Performances d'un système multi-physique	Proposer une démarche permettant de prévoir les performances d'un système asservi	2	1	1	1	2
Réglage de correcteurs	Proposer une démarche de réglage d'un paramètre d'un correcteur proportionnel ou proportionnel-intégral	2	2	1	1	3
Loi de mouvement	Proposer une démarche permettant de déterminer une loi de mouvement	1	1	2	1	2
Action mécanique Inconnues de liaison	Proposer une méthode permettant la détermination des inconnues de liaison	1	1	2	1	2
	Proposer une méthode permettant la détermination des paramètres conduisant à des positions d'équilibre	1	1	2	1	2
Alimentation en énergie Modulation d'énergie Conversion d'énergie	Proposer une méthode de résolution permettant la détermination des courants, des tensions, des puissances échangées, des énergies transmises ou stockées	2	2	1	1	3

C2 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Représentation des signaux	Tracer les évolutions des grandeurs physiques dans les domaines fréquentiel et temporel	1	2	1	1	2
	Prévoir les réponses temporelles des systèmes linéaires continus invariants du premier et second ordre	1	2	1	1	3
	Prévoir les réponses fréquentielles des systèmes linéaires continus invariants	1	2	1	1	3
Performances d'un système asservi (précision, rapidité et stabilité)	Caractériser la stabilité d'un système du premier et du second ordre	1	2	1	1	3
	Justifier le choix d'un correcteur vis-à-vis des performances attendues	2	2	1	1	3
	Déterminer des paramètres permettant d'assurer la stabilité dans les domaines fréquentiel et de Laplace	2	2	1	1	2
	Déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation)	1	1	1	1	3
	Prévoir les performances de rapidité et de précision d'un système linéaire continu et invariant	1	2	1	1	3

Commentaires

La transformée de Laplace inverse est hors programme.

<p>Le critère de Routh est hors programme. La synthèse complète des correcteurs est hors-programme. L'étude théorique des systèmes non linéaires est hors programme. La mise en évidence des non linéarités est faite lors des activités expérimentales ou au travers de simulations. Les diagrammes de Black et de Nyquist ne sont pas au programme. Il faut attirer l'attention des étudiants sur la nécessité de comparer des grandeurs homogènes, par exemple la nécessité d'adapter la sortie et sa consigne. Les théorèmes de la valeur finale et initiale sont donnés sans démonstration. On insiste sur la dualité temps / fréquence pour la rapidité et sur la classe pour la précision. Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations différentielles, pour la représentation des fonctions.</p>						
Loi de mouvement (trajectoire, vitesse, accélération, fermetures géométriques et cinématiques)	Déterminer la loi entrée-sortie d'une chaîne cinématique simple	1	1	2	1	3
	Déterminer la trajectoire d'un point d'un solide par rapport à un autre solide	1	1	2	1	3
	Déterminer le vecteur-vitesse d'un point d'un solide par rapport à un autre solide	1	1	2	1	3
	Déterminer le vecteur-accélération d'un point d'un solide par rapport à un autre solide	1	1	2	1	3
	Déterminer les relations de fermeture géométrique et cinématique d'une chaîne cinématique, et résoudre le système associé	1	1	1	1	3
<p>Commentaires Pour la dérivée d'un vecteur, on insiste sur la différence entre référentiel d'observation et base d'expression du résultat. Les méthodes graphiques peuvent être utilisées mais leur maîtrise n'est pas exigée. Voir annexe « outils mathématiques » pour les projections d'un vecteur, pour le produit vectoriel, pour les fonctions, pour la géométrie (vecteurs et systèmes de coordonnées).</p>						
Chaîne de solide Degré de mobilité et d'hyperstaticité	Déterminer le degré de mobilité et d'hyperstaticité.	1	1	2	1	2
<p>Commentaire Le degré d'hyperstaticité doit être mis en relation avec les contraintes géométriques. Le vocabulaire associé à ces contraintes n'est pas exigé.</p>						
Loi de mouvement Action mécanique Torseur dynamique Énergie cinétique	Mettre en œuvre une démarche en vue de déterminer les inconnues de liaison	1	1	3	1	3
	Déterminer les paramètres conduisant à des positions d'équilibre	1	1	3	1	3
	Déterminer les inconnues de liaison ou les efforts extérieurs spécifiés dans le cas où le mouvement est imposé	1	1	3	1	3
	Écrire le torseur dynamique d'un solide en mouvement au centre de masse ou en un point fixe du solide dans un référentiel galiléen	2	1	2	1	3
	Exprimer la loi de mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus	2	1	2	1	3
	Exprimer l'énergie cinétique d'un solide dans un référentiel galiléen	2	1	2	1	3
	Exprimer les puissances extérieures et les inter-efforts	2	1	2	1	3
	Appliquer le théorème de l'énergie-puissance	2	1	2	1	3
<p>Commentaires Les méthodes graphiques peuvent être utilisées mais leur maîtrise n'est pas exigée. Le modèle est isostatique. La résolution de ces équations différentielles peut être conduite par des logiciels adaptés. L'accent est alors mis sur la modélisation, l'acquisition correcte des données et l'exploitation des résultats. On définit précisément la nature des grandeurs extérieures (variables potentielles, variables flux) dans le calcul des puissances. On insiste sur la relation entre les grandeurs mécaniques et électriques. Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations quelconques, pour le barycentre d'un système de points, pour le calcul matriciel.</p>						
Alimentation en énergie et stockage de l'énergie Modulation d'énergie Actionneurs et pré-actionneurs incluant leurs commandes	Déterminer les courants et les tensions dans les composants	1	2	1	1	3
	Déterminer les puissances échangées	1	2	1	1	3
	Déterminer les énergies transmises ou stockées	1	2	1	1	3
<p>Commentaires</p>						

On peut utiliser les vecteurs de Fresnel pour la modélisation des sources alternatives sinusoïdales et des machines électriques synchrones et asynchrones, mais leur maîtrise n'est pas exigée.
On insiste sur les formes d'ondes et la qualité de l'énergie.

Chaîne d'énergie	Déterminer la caractéristique mécanique de l'actionneur	2	2	1	1	3
Caractéristique mécanique et point de fonctionnement	Déterminer le point de fonctionnement et le rendement associé	2	2	1	1	3

Commentaires

Pour les solutions techniques électriques :

- machine à courant continu à excitation constante ;
- machine synchrone triphasée ;
- machine asynchrone triphasée à cage.

Les modèles des actionneurs électriques sont donnés sans justification.

Pour la machine à courant continu, le modèle présenté est de type RLE (résistance d'induit R, inductance d'induit L, et force contre électromotrice E).

Pour la machine asynchrone triphasée, le modèle étudié est un modèle statique monophasé composé de l'inductance magnétisante L, de la résistance rotorique ramenée au stator et de l'inductance de fuite rotorique ramenée au stator. Seules les commandes scalaires en U/f et en courant sont étudiées.

Pour la machine synchrone triphasée, le modèle statique étudié est le modèle monophasé composé de l'inductance cyclique Ls, de la résistance statorique Rs, et de la force contre électromotrice à vide Ev.

On insiste sur la nécessité d'une commande en couple des actionneurs électromécaniques.

Pour les solutions hydrauliques et pneumatiques, on se limite à l'étude des vérins et moteurs.

Pour les actionneurs hydrauliques, le fluide est considéré incompressible.

Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations non linéaires, pour les projections d'un vecteur.

C3 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Simulation d'un système multi-physique	Compléter le diagramme paramétrique pour renseigner un modèle	2	1	1	1	2
	Choisir et justifier le choix des grandeurs simulées	2	1	1	1	2
	Qualifier l'influence d'un paramètre sur les performances simulées	2	1	1	1	2
Résolution numérique	(Informatique 3) Utiliser un outil informatique pour résoudre tout ou partie d'un problème technique donné					

Commentaire Le choix des grandeurs analysées doit être en relation avec le choix des performances à vérifier.

D – Expérimenter

D1 Découvrir le fonctionnement d'un système pluri-technologique

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Protocole expérimental	Mettre en œuvre un système dans le respect des règles de sécurité	1	2	1	1	3
Chaîne d'énergie Chaîne d'information	Identifier les constituants réalisant les fonctions élémentaires de la chaîne d'énergie et d'information	1	2	2	1	3
	Repérer les flux d'entrée et de sortie de chaque constituant, leurs natures (électrique, mécanique, pneumatique, thermique ou hydraulique) et leurs sens de transfert	1	1	1	1	3

D2 Proposer et justifier un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Réponse expérimentale et ordre de grandeur	Prévoir l'allure de la réponse attendue	2	2	1	1	2
	Prévoir l'ordre de grandeur de la mesure	2	2	1	1	2
Protocole expérimental	Choisir les configurations matérielles du système en fonction de l'objectif visé	2	1	1	1	3
	Justifier le choix de la grandeur physique à mesurer	2	1	1	1	3

	Choisir les entrées à imposer pour identifier un modèle de comportement	2	1	1	1	3
	Choisir les appareillages et les conditions d'exploitation en adéquation avec la législation	2	2	2	2	2
Analyse structurelle	Proposer et justifier le lieu de prise de mesures vis-à-vis de l'objectif à atteindre	2	2	1	1	2
Acquisition de l'information : capteurs et détecteurs	Qualifier les caractéristiques d'entrée-sortie d'un capteur ou d'un détecteur	1	2	1	1	2
	Justifier le choix d'un capteur, d'un détecteur ou d'un appareil de mesure vis-à-vis de la grandeur physique à mesurer	2	2	1	1	2
	Justifier les caractéristiques d'un appareil de mesure	2	2	1	1	2
Chaîne d'acquisition	Proposer les paramètres de configuration d'une chaîne d'acquisition (capteurs intelligents, conditionneur, réseaux)	2	1	1	1	2
Conditionnement du signal	Prévoir la quantification nécessaire à la précision souhaitée	22	22	11	11	2
	Vérifier l'adéquation entre le temps de conversion et la fréquence d'échantillonnage					2
Système asservi multi-physique Identification de modèles	Proposer une méthode d'identification, dans le domaine temporel ou fréquentiel, pour renseigner le modèle de comportement d'un système limité à l'ordre 2	2	1	1	1	3

D3 Mettre en œuvre un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Protocole expérimental	Mettre en œuvre un appareil de mesure adapté à la caractéristique de la grandeur à mesurer	2	2	2	2	2
	Régler les paramètres de fonctionnement d'un système	2	1	1	1	2
	Mettre en œuvre un système complexe en respectant les règles de sécurité	2	2	2	2	3
	Respecter les protocoles expérimentaux	2	2	2	2	3
Chaîne d'acquisition Chaîne d'information Réseaux de communication	Paramétrer une chaîne d'acquisition en fonction des caractéristiques des capteurs, détecteurs et des résultats de mesures attendus Paramétrer les constituants d'un réseau local	2	2	1	1	2
Système asservi multi-physique Identification de modèles	Mettre en œuvre une méthode d'identification, dans le domaine temporel ou fréquentiel, pour renseigner le modèle de comportement d'un système limité à l'ordre 2	2	1	1	1	3
Commentaire On insiste sur la relation existant entre la fréquence d'échantillonnage, la quantification et les résultats attendus.						
Représentation des signaux	Choisir une fenêtre d'observation en fonction des résultats attendus	2	1	1	1	2
Commentaire L'influence du temps d'échantillonnage est illustrée.						
Chaîne d'énergie Analyse structurelle	Mesurer les grandeurs potentielles et les grandeurs de flux dans les différents constituants d'une chaîne d'énergie	1	2	1	1	3
Comportement des systèmes logiques	(Informatique) Générer un programme et l'implanter dans un système cible	1	2	1	1	2
Simulation numérique Traitement de l'information	(Informatique 3) Réaliser une intégration ou une dérivée sous forme numérique (somme et différence) (Informatique 3) Effectuer des traitements (filtrage, régression linéaire, méthode des moindres carrés, analyse statistique, etc.) à l'aide de logiciels adaptés à partir des données de mesures expérimentales	1	2	2	1	3
Commentaire On insiste sur la caractérisation du signal en vue d'une comparaison avec les résultats d'une simulation ou les spécifications d'un cahier des charges (valeur moyenne, valeur efficace...). Les convertisseurs analogique-numérique sont des constituants dont le choix est limité à la résolution et au temps de conversion.						

E – Concevoir

E1 Imaginer des architectures ou des solutions technologiques

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Architecture fonctionnelle Architecture structurelle	Proposer une architecture fonctionnelle de tout ou partie d'un système en vue de sa conception	2	2	2	1	2
	Proposer une architecture structurelle de tout ou partie d'un système en vue de sa conception	2	2	2	1	2
Architecture fonctionnelle Comportement des systèmes logiques Comportement des systèmes numériques	Proposer des évolutions sous forme fonctionnelle	2	2	2	1	2
Algorithmique Comportement des systèmes logiques Comportement des systèmes numériques	Modifier une programmation (graphe d'états, logigramme ou algorithme) en vue de changer le comportement de tout ou partie du système (Informatique 2.b) Proposer et valider la solution d'une structure algorithmique (boucle, instructions conditionnelles, instructions itératives, fonction, structures de données)	1	2	2	1	3
<p>Commentaires On insiste sur la relation entre les caractéristiques fréquentielles et temporelles pour le traitement d'un signal. Les outils de simulations graphiques sont utilisés pour réaliser les fonctions logiques complexes, étant entendu que celles-ci sont intégrées dans des circuits logiques programmables et ne se présentent pas sous forme de composants discrets. La simplification des fonctions logiques n'est pas au programme. Seules les structures algorithmiques de base sont étudiées. La mise en œuvre de ces structures peut être l'occasion de réaliser des correcteurs numériques avec des intégrations et dérivations numériques.</p>						

E2 Choisir une solution technologique

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Chaîne d'énergie	Choisir un convertisseur statique en fonction des transferts énergétiques souhaités	2	2	1	1	2
Conversion de l'énergie Actionneurs	Choisir un actionneur adapté aux exigences	2	2	2	1	3
Contrôle et commande d'un système asservi Correcteurs	Choisir un correcteur adapté aux performances attendues	2	1	1	1	2
<p>Commentaire L'amélioration des performances apportée par le correcteur est illustrée.</p>						
Chaîne d'énergie Chaîne d'information Solution technique	Proposer et hiérarchiser des critères de choix d'une solution technique	2	2	2	1	2
	Choisir et justifier la solution technique retenue	2	2	2	1	2
<p>Commentaires Les critères de choix de la solution technique retenue sont : - pour la chaîne d'énergie (adaptation du mouvement ou de l'énergie, rendement, autonomie, réversibilité) ; - pour la chaîne d'information (débit binaire ; nature des grandeurs d'entrées/sorties). Le choix de solutions techniques vis-à-vis d'autres critères peut être étudié à partir de documents ressources fournis.</p>						

E3 Dimensionner une solution technique

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Chaîne d'énergie Chaîne d'information	Dimensionner les constituants de la chaîne d'énergie et de la chaîne d'information à partir d'une documentation technique	2	1	1	1	2
Commentaires Le dimensionnement est réalisé à partir de critères énergétiques : - couple (effort) thermique équivalent ; - réversibilité ; - critère pV. Le dimensionnement des convertisseurs analogique-numérique et des mémoires est réalisé à partir de critères de rapidité et de capacité. Le dimensionnement d'une solution technique vis-à-vis d'autres critères peut être étudié à partir de documents ressources fournis.						

F – Réaliser

F1 Réaliser et valider un prototype ou une maquette

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Réalisation	Réaliser un prototype de tout ou partie d'un système en vue de valider l'architecture fonctionnelle et structurelle	2	1	1	1	2
	Valider les choix des composants vis-à-vis des performances attendues	2	1	1	1	2
	Analyser les facteurs d'échelle et les proportions des grandeurs influentes	2	1	1	1	2
Commentaire Les solutions de prototypage rapide sont privilégiées (imprimante 3D, cartes de développement).						
Contrôle et commande d'un système asservi	Mettre en place un asservissement à l'aide de constituants numériques	2	1	1	1	2

F2 Intégrer des constituants dans un prototype ou une maquette

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Réalisation	Assembler un ou plusieurs constituants pour permettre de répondre à une fonction	2	1	1	1	2
Commentaire L'approche constituant (solution intégrée) est favorisée par rapport à l'approche composant (élément qui fait partie d'un système)						
Comportement des systèmes numériques	Mettre en œuvre des composants programmables à l'aide d'un outil graphique de description (graphe d'état, algorithme, etc.).	2	1	1	1	2
Analyse structurelle	Identifier le ou les élément(s) limitant(s) du point de vue des performances globales du prototype	2	1	1	1	2
Programmation d'un système complexe : graphe d'état, implantation dans un système cible	Choisir un type de données en fonction d'un problème à résoudre Concevoir l'en-tête (ou la spécification) d'une fonction, puis la fonction elle-même Traduire un algorithme dans un langage de programmation Gérer efficacement un ensemble de fichiers correspondant à des versions successives d'un fichier source Rechercher une information au sein d'une documentation en ligne, analyser des exemples fournis dans cette documentation Documenter une fonction, un programme Modifier une programmation en vue de changer le comportement de tout ou partie d'un système complexe	2	2	1	1	2
Commentaire On propose des activités (adaptées aux équipements et logiciels disponibles dans l'établissement) permettant de programmer l'exécution d'une tâche complexe d'un système cible.						

G - Communiquer

G1 Rechercher et traiter des informations

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Information technique Tri des informations Synthèse et analyse critique des informations	Extraire les informations utiles d'un dossier technique	2	2	2	2	3
	Effectuer une synthèse des informations disponibles dans un dossier technique	2	2	2	2	3
	Vérifier la nature des informations	2	2	2	2	3
	Définir les critères de tri des informations	2	2	2	2	3
	Trier les informations selon des critères	2	2	2	2	3
Schématisation des solutions	Distinguer les différents types de documents en fonction de leurs usages	2	2	2	2	3
	Lire et interpréter un schéma	2	2	2	2	3
Commentaire Les normes de représentation des schémas sont fournies.						
Modélisation d'un système multi-physique	Lire et interpréter un diagramme	2	1	1	1	2
Commentaire Les normes de représentation du langage SysML sont fournies, la connaissance de la syntaxe n'est pas exigible.						

G2 Choisir les contenus et l'outil de description adapté

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Outils de communication	Cibler le contenu de la communication et choisir l'outil de description adapté	2	2	2	2	3
Commentaires On insiste sur la pertinence de la représentation vis-à-vis des informations (courbes, tableau, carte heuristique, etc.). Un dessin à main levée peut constituer un outil de description performant.						

G3 Afficher et communiquer des résultats

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Outils de communication	Utiliser les outils de communication adaptés à son auditoire	2	2	2	2	3
	Avoir une attitude conforme à l'éthique	2	2	2	2	3
	Respecter son temps de parole	2	2	2	2	3
	Être attentif aux réactions de son auditoire	2	2	2	2	3
	Faire preuve d'écoute et confronter des points de vue	2	2	2	2	3
	Être capable de reformuler un questionnement	2	2	2	2	3
	Synthétiser des informations sous une forme écrite ou orale	2	2	2	2	3
Commentaire Les outils numériques sont privilégiés.						

Appendice aux programmes de physique et de sciences industrielles de l'ingénieur pour la classe ATS ingénierie industrielle

« Outils mathématiques »

Au niveau des classes préparatoires, le rôle structurant des outils fournis par les mathématiques est incontournable en physique et en sciences industrielles de l'ingénieur, mais il convient d'éviter les dérives formelles ou calculatoires : le recours au calcul analytique doit être limité aux cas les plus simples et des outils de calcul numérique sont utilisés dans tous les autres cas, y compris dans certains cas où des calculs analytiques seraient a priori possibles mais hors de portée des étudiants du fait de leur longueur ou de leur technicité.

Afin de cibler au mieux la formation et l'évaluation, cette annexe liste les outils mathématiques dont une bonne maîtrise est indispensable pour que les objectifs de formation des programmes de physique et de sciences industrielles de l'ingénieur puissent être pleinement atteints. Le niveau d'exigence requis est systématiquement précisé pour chaque outil afin d'éviter toute dérive.

L'apprentissage de ces outils doit être réparti sur l'année en fonction de l'avancement des cours en ayant un souci permanent de contextualisation. Ceci suppose notamment une concertation au sein de l'équipe pédagogique.

Dans le cas où d'autres outils sont ponctuellement nécessaires, il convient de les mettre à disposition des étudiants sous une forme opérationnelle (formulaires,) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

Outils	Niveau d'exigence
1. Équations algébriques	
Système linéaire de n équations à p inconnues	Identifier un nombre minimal d'inconnues, confronter au nombre d'équations indépendantes disponibles Exprimer la dépendance dans le seul cas $n = p = 2$ Résoudre analytiquement dans le seul cas $n = p = 2$ Utiliser des outils numériques ou formels dans les autres cas Exemples : systèmes d'ordre 3 : $n = p = 3$ en mécanique (statique du solide)
Équation non linéaire	Discuter graphiquement dans le cas où l'équation se présente sous la forme $f(x) = g(x)$ de l'égalité de deux fonctions f et g classiques Résoudre, dans le cas général, à l'aide d'un outil numérique Exemples : point de fonctionnement d'un actionneur associé à sa charge, d'un générateur associé à sa charge

Outils	Niveau d'exigence
2. Équations différentielles	
Équation différentielle linéaire du premier et du second ordre à coefficients constants	Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales. Exploiter l'équation caractéristique Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité) Mettre une équation sous forme canonique L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ordre et d'un second membre constant Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime forcé sinusoïdal Déterminer le module et la phase des grandeurs Mettre en évidence les notions de régime libre, régime permanent, régime forcé et régime transitoire Exemples : électrocinétique, mécanique, thermique...
Équation quelconque	Intégrer numériquement avec un outil fourni Exemples : équations issues du principe fondamental de la dynamique

Outils	Niveau d'exigence
3. Fonctions	
Fonctions usuelles	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, $x \rightarrow x^2$, $x \rightarrow \frac{1}{x}$, $x \rightarrow \sqrt{x}$
Dérivée	Interpréter géométriquement la dérivée Dériver une fonction composée Rechercher un extremum Exemples : phénomène de résonance, couple maximal d'une machine asynchrone
Primitive et intégrale Valeurs moyenne et efficace	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions \cos , \sin , \cos^2 et \sin^2 Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples Exemples : fonctions périodiques constantes par morceaux pour les convertisseurs statiques
Représentation graphique d'une fonction	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée Déterminer un comportement asymptotique Rechercher un extremum Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log Exemples : réponses fréquentielles (diagramme de Bode)
Développements limités	Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1+x)^\alpha$, exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	Utiliser un développement en série de Fourier fourni via un formulaire Mettre en évidence les propriétés de symétrie dans le domaine temporel (demi-période)

Outils	Niveau D'exigence
4. Géométrie	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques Exemple : repérage d'un point dans l'espace en cinématique
Projection d'un vecteur et produit scalaire	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire Exemples : projection en mécanique dans un repère, diagramme de Fresnel
Produit vectoriel	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel Faire le lien avec l'orientation des trièdres Exemples : calcul des moments, dérivation des vecteurs unitaires
Transformations géométriques	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace
Courbes planes Courbes planes paramétrées	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite et d'un cercle Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation $r=f(\theta)$ Reconnaître les équations paramétriques $x=a \cos(\omega t)$ et $y=a \sin(\omega t - \varphi)$ d'une ellipse et la tracer dans les cas particuliers : $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = \pi$ Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur
Longueurs, aires et volumes classiques	Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre
Barycentre d'un système de points	Connaître la définition du barycentre Utiliser son associativité Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène Exemple : recherche d'un centre de gravité d'un solide

Outils	Niveau d'exigence
5. Trigonométrie	
Angle orienté	Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe
Fonctions cosinus, sinus et tangente	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs des fonctions pour les angles usuels Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus Utiliser un formulaire dans les autres cas Passer de la forme $A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ à la forme $C \cos(\omega t - \varphi)$
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe Exemples : diagramme de Fresnel. Application aux systèmes triphasés : $\underline{a} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$; $1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$
Calcul matriciel	Effectuer le produit d'une matrice par un vecteur Exemple : calcul du moment dynamique Choisir une base pour simplifier la structure d'une matrice Exemple : simplification d'une matrice d'inertie

Classe préparatoire ATS

Programme de mathématiques

Table des matières

Mission de la filière et acquis des étudiants	2
Objectifs de formation	2
Compétences développées	2
Description et prise en compte des compétences	3
Unité de la formation scientifique	4
Architecture et contenu du programme	4
Organisation du texte	5
Usage de la liberté pédagogique	5
PROGRAMME	6
Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement	6
Pratique calculatoire	7
Nombres complexes	9
Géométrie élémentaire du plan	10
Géométrie élémentaire de l'espace	12
Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles	13
Équations différentielles linéaires	15
Systèmes linéaires	16
Polynômes	17
Calcul matriciel	19
Espaces vectoriels et applications linéaires	20
A - Espaces vectoriels	20
B - Espaces vectoriels de dimension finie	21
C - Applications linéaires et représentations matricielles	22
Déterminants	24
Réduction d'endomorphismes	25
Espaces euclidiens	26
Nombres réels et suites numériques	27
Limites, continuité et dérivabilité	29
A - Limites et continuité	29
B - Dérivabilité	30
Intégration sur un segment	32
Intégration d'une fonction continue sur un intervalle	33
Développements limités	34
Fonctions vectorielles et courbes paramétrées	35
Séries numériques	36
Séries entières	37
Séries de Fourier	38
Équations différentielles	39
Fonctions de plusieurs variables	40

Mission de la filière et acquis des étudiants

Les classes préparatoires ATS sont destinées aux étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT désireux de poursuivre leurs études dans une école d'ingénieurs. Depuis plusieurs années, les grandes écoles d'ingénieurs accueillent des étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT. Ces derniers ont besoin d'une formation scientifique plus solide pour suivre avec profit des études d'ingénieur. C'est à eux que s'adresse la filière ATS.

En ce qui concerne les titulaires d'un BTS, les plus nombreux, cette formation mathématique adaptée s'insère dans une organisation de l'enseignement de la discipline valide pour toutes les sections. Les objectifs de formation sont définis comme suit :

- fournir les outils nécessaires pour permettre aux élèves de suivre avec profit d'autres enseignements utilisant des savoir-faire mathématiques ;
- contribuer au développement de la formation scientifique grâce à l'exploitation de toute la richesse de la démarche mathématique : mathématisation d'un problème (modélisation), mise en œuvre d'outils théoriques pour résoudre ce problème, analyse de la pertinence des résultats obtenus ;
- développer des capacités personnelles : acquisition des méthodes de travail, maîtrise des moyens d'expression et des méthodes de représentation, emploi des moyens de documentation.

Le programme des sections de techniciens supérieurs est organisé en modules, chaque module correspondant à un champ mathématique précis. On distingue 25 champs, le programme de chaque BTS indiquant les modules à enseigner. Les étudiants fréquentant la filière ATS provenant de spécialités différentes ont donc suivi en mathématiques des formations différentes. Compte tenu de la répartition des étudiants de la filière, on suppose a priori, pour l'organisation de l'enseignement, qu'ils ont suivi les enseignements correspondant aux modules suivants :

- nombres complexes ;
- suites numériques ;
- fonctions d'une variable réelle ;
- calcul intégral ;
- équations différentielles ;
- probabilités 1 ;
- probabilités 2.

On peut également remarquer que beaucoup d'étudiants auront suivi les modules suivants :

- séries de Fourier ;
- transformation de Laplace ;
- statistique descriptive ;
- statistique inférentielle.

On remarque que la formation mathématique des titulaires de BTS est essentiellement tournée vers l'analyse. Dans les classes ATS, une grande attention devra donc être portée à l'enseignement de l'algèbre linéaire. En particulier, on prendra soin de ne pas regrouper l'enseignement de l'algèbre en un seul bloc mais au contraire de le répartir sur l'ensemble de l'année afin que ces notions nouvelles pour les étudiants soient assimilées dans la durée.

Objectifs de formation

Le programme de mathématiques d'ATS s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes de BTS et DUT, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

En mathématiques comme dans les autres disciplines, il est demandé aux étudiants de prendre du recul par rapport à leurs savoirs opérationnels afin de progresser vers une approche plus conceptuelle. C'est cette greffe d'un enseignement plus théorique sur une pratique professionnelle maîtrisée à un certain niveau qui fait l'originalité et la richesse de la filière ATS.

Compétences développées

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;

- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Ces compétences sont dans le prolongement des compétences développées dans les sections de technicien supérieur.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques, permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences industrielles de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire ou de la géométrie. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles de l'ingénieur, mathématiques et informatique).

Représenter

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.

Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles de l'ingénieur.

C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire et de la géométrie en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques...).

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.

Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. Si le choix a été fait de ne pas introduire les probabilités dans les contenus du programme, on pourra cependant illustrer certaines notions du programme à l'aide d'exemples faisant intervenir des probabilités.

Le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et les fonctions de variable réelle. En introduction à l'algèbre linéaire, le chapitre sur les systèmes linéaires permet de rappeler les propriétés élémentaires relatives aux droites du plan, aux droites et plans de l'espace.

Ces aménagements devraient permettre de constituer un programme cohérent autour de quelques notions essentielles, en dégageant les idées majeures et leur portée, en fournissant des outils puissants et efficaces, en évitant toute technicité gratuite, et en écartant les notions qui ne pourraient être traitées que de façon superficielle.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.

Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.

En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression et on évitera en particulier de regrouper en un seul bloc l'enseignement de l'algèbre. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

- celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
- celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
- celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole \Leftrightarrow PC pour la physique et la chimie, \Leftrightarrow SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et \Leftrightarrow I pour l'informatique.

On pourra aussi se reporter à l'annexe aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, on prendra soin d'organiser les enseignements en commençant par donner aux étudiants les bases mathématiques utiles aux autres disciplines. Cette organisation, construite par le professeur en coordination avec les autres disciplines scientifiques et technologiques pourra en particulier concerner les chapitres suivants : pratique calculatoire, nombres complexes, géométrie élémentaire du plan et de l'espace, étude globale d'une fonction d'une variable réelle, équations différentielles linéaires, fonctions vectorielles et courbes paramétrées. On notera que le premier chapitre, vocabulaire ensembliste et méthode de raisonnement, n'a pas vocation à être traité d'un bloc en début d'année mais que les notions qui y figurent doivent au contraire être introduites de manière progressive en cours d'année.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

PROGRAMME

Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement

Ce chapitre regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnements nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions sont introduites de manière progressive et trouvent naturellement leur place dans les autres chapitres, en vue d'être acquises en cours d'année. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés dans le cadre du programme, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique n'est exigible.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Rudiments de logique

Quantificateurs.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant les quantificateurs.

Formuler une négation.

Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

Connecteurs logiques : disjonction (ou), conjonction (et), implication, équivalence.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant des connecteurs. Formuler une négation.

\Leftrightarrow SI, I

Ce chapitre est naturellement relié au chapitre de logique en sciences industrielles de l'ingénieur.

b) Ensembles

On se limite à une approche naïve. Aucun développement n'est fait sur la théorie des ensembles.

Appartenance, inclusion.

Démontrer une égalité, une inclusion de deux ensembles.

Sous-ensemble (ou partie) de E . Ensemble vide.

Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.

Maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes.

Notations $\mathbb{C}_E A$, \bar{A} , $E \setminus A$.

\Leftrightarrow I

Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.

Un élément de E^p est appelé p -liste ou p -uplet d'éléments de E .

c) Méthodes de raisonnement

Raisonnement par contraposition.

Écrire la contraposée d'une assertion.

Raisonnement par l'absurde.

Mener un raisonnement par l'absurde.

Raisonnement par récurrence.

Limité aux récurrences simples.

d) Applications

Application (ou fonction) d'un ensemble E dans un ensemble F . Graphe d'une application.

Manipuler le langage élémentaire des applications. Faire le lien avec la notion de graphe.

Le point de vue est intuitif : une application de E dans F associe à tout élément de E un unique élément de F . Toute formalisation est hors programme.

Restrictions.

Notation $f|_I$.

Image directe.

Composition.	Reconnaître une fonction composée.
Injection, surjection, bijection, réciproque d'une bijection. Application identité.	Résoudre des équations.

Pratique calculatoire

Ce chapitre a pour but de mettre en œuvre des techniques de calcul indispensables en mathématiques et dans les autres disciplines scientifiques. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul intégral et différentiel sont différées à des chapitres ultérieurs. Le point de vue adopté ici est principalement pratique. Le professeur organise ce chapitre de la façon qui lui semble la plus appropriée, en tenant compte des acquis des étudiants et des besoins des autres disciplines. Il est nécessaire d'insister sur ces notions tôt dans l'année afin de faciliter le reste de l'apprentissage.

Les objectifs de formation sont les suivants :

- une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;
- l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;
- la manipulation des fonctions classiques ;
- le calcul de limites, de dérivées et de primitives ;
- l'utilisation des notations techniques fondamentales du calcul algébrique.

a) Inégalités dans \mathbb{R}

Inégalités larges, inégalités strictes, intervalles de \mathbb{R} . Compatibilité avec les opérations.	Dresser un tableau de signe. Résoudre des inéquations. Interpréter graphiquement une inéquation du type $f(x) \leq \lambda$. L'objectif est une maîtrise de la manipulation élémentaire des inégalités.
Valeur absolue, inégalité triangulaire.	Interpréter sur la droite réelle des inégalités du type $ x - a \leq b$.
Majoration, minoration et encadrement de sommes, de produits et de quotients.	

b) Équations, inéquations polynomiales et trigonométriques

Équation du second degré.	Déterminer le signe d'un trinôme.
Cercle trigonométrique, valeurs usuelles.	Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre des équations et inéquations trigonométriques.
Formules exigibles : $\cos(a + b)$, $\sin(a + b)$, $\cos(2a)$, $\sin(2a)$, $\tan(a + b)$.	Exprimer $\cos(a - b)$, $\sin(a - b)$.

c) Calcul de limites en un point ou à l'infini

Aucune étude théorique de la limite n'est abordée à ce stade. On s'appuiera sur les connaissances des limites acquises au lycée.

Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'un inverse.	
----------------------------------------------------------------	--

Exemples de formes indéterminées.

Lever, sur des exemples simples, certaines formes indéterminées à l'aide de limites de taux d'accroissement, à savoir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x)-1}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)-1}{x^2}.$$

Croissances comparées.

On s'appuie sur l'étude de la dérivée faite au lycée. Calculer une limite par encadrement ou par comparaison.

Limite d'une fonction composée.

d) Calcul de dérivées et de primitives

Dérivées des fonctions usuelles : $x \mapsto x^n$ avec $n \in \mathbb{Z}$, exp, ln, cos, sin.

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées dans des cas simples.

Aucune étude théorique de la dérivation n'est abordée à ce stade.

Opérations : somme, produit, quotient.

Dériver une fonction composée.

Calcul pratique de dérivées partielles.

Dérivation de $t \mapsto \exp(\varphi(t))$ avec φ à valeurs dans \mathbb{C} .

Primitive sur un intervalle.

Reconnaître des expressions du type $\frac{u'}{u}$, $u'u^n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{u'}{u^n}$, $(v' \circ u).u'$ où v est une fonction dérivable afin d'en calculer les primitives.

e) Sommes et produits

Notations et règles de calcul.

Effectuer un changement d'indice.

Sommes et produits télescopiques.

L'objectif est de faire acquérir aux étudiants une aisance dans la manipulation des symboles \sum et \prod sur des exemples de difficulté raisonnable.

On utilise aussi la notation $a_0 + \dots + a_n$.

Factorielle, coefficients binomiaux.

Notations $n!$, $\binom{n}{k}$ lue « k parmi n ».

Triangle de Pascal, formule de binôme de Newton.

Développer $(a \pm b)^n$.

Factorisation de $a^n - b^n$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.

Exemple de calcul de sommes :

$$\sum_{k=0}^n k \quad \sum_{k=0}^n q^k.$$

Nombres complexes

L'objectif est de consolider et d'approfondir les acquis des années précédentes. Le programme combine plusieurs aspects :

- équations algébriques (équations du second degré, racines n -ièmes d'un nombre complexe) ;
- interprétation géométrique des nombres complexes ;
- exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures et de relier ce chapitre aux besoins des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) L'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes

La construction de \mathbb{C} n'est pas exigible.

Parties réelle et imaginaire, forme algébrique.
Opérations sur les nombres complexes.
Conjugaison : définition, compatibilité avec les opérations.

Le plan étant muni d'un repère orthonormal, affixe d'un point, d'un vecteur et image d'un nombre complexe.
Module d'un nombre complexe. Relation $|z|^2 = z\bar{z}$. Module d'un produit et d'un quotient. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

Notations $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$.

Interpréter géométriquement le conjugué d'un nombre complexe.

Notation \bar{z} .

On identifie \mathbb{C} au plan usuel muni d'un repère orthonormal direct.

Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe.

Interpréter géométriquement $|z - a|$ avec $a, z \in \mathbb{C}$.

b) Ensemble \mathbb{U} des nombres complexes de module 1

Définition de $e^{i\theta}$ où $\theta \in \mathbb{R}$, formules d'Euler. Description des éléments de \mathbb{U} .

Relation $e^{ia}e^{ib} = e^{i(a+b)}$. Formule de Moivre.

Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe : $e^z = e^x e^{iy}$ où $z = x + iy$ et $x, y \in \mathbb{R}$.

Factoriser $1 \pm e^{i\theta}$.

Linéariser et factoriser des expressions trigonométriques.

Retrouver les expressions de $\cos(nt)$ et $\sin(nt)$ en fonction de $\cos(t)$ et $\sin(t)$ pour de petites valeurs de n .

Il s'agit de consolider une pratique du calcul, en évitant tout excès de technicité.

c) Arguments d'un nombre complexe non nul

Arguments d'un nombre complexe non nul. Coordonnées polaires.

Arguments d'un produit, d'un quotient.

Écrire un nombre complexe non nul sous la forme $z = \rho e^{i\theta}$ où $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$ (forme trigonométrique).

Interpréter géométriquement un argument d'un nombre complexe.

Transformer $a \cos(t) + b \sin(t)$ en $A \cos(t - \varphi)$.

\Leftrightarrow PC et SI. Amplitude et phase.

\Leftrightarrow Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §5.

d) Équation du second degré dans \mathbb{C}

Racines carrées d'un nombre complexe.

Équation du second degré dans \mathbb{C} .

Déterminer les racines carrées d'un nombre complexe sous forme algébrique ou trigonométrique.

Résoudre une équation du second degré dans \mathbb{C} .

e) Racines n -ièmes

Racines de l'unité : définition, description, propriétés.

Représenter géométriquement les racines de l'unité.

Description des racines n -ième d'un nombre complexe.Notation \mathbb{U}_n .Résoudre l'équation $z^n = \lambda$.**f) Nombres complexes et transformations affines du plan**

Interpréter géométriquement les transformations :

$$z \mapsto z + b ; z \mapsto az ; z \mapsto \bar{z}$$

où a et b sont des nombres complexes.**Géométrie élémentaire du plan**

Les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien en tant qu'ensemble de points, la façon d'associer à deux points A et B le vecteur \overrightarrow{AB} , ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient d'observer que tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de deux vecteurs indépendants, c'est-à-dire non colinéaires. Dans le plan, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormal, angles. La donnée d'un repère orthonormal identifie le plan à \mathbb{R}^2 ou à \mathbb{C} . La géométrie joue un rôle essentiel en mathématiques et dans les disciplines scientifiques et technologiques ; elle est au cœur des compétences de modélisation et de représentation. Ce chapitre doit être traité en liaison avec les autres disciplines ; on pourra se reporter à l'annexe « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».

a) Repérage dans le plan

Repère orthonormal (ou orthonormé).

Coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.

Passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes.

On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires.

b) Produit scalaireDéfinition géométrique : si \vec{u} et \vec{v} sont non nuls alors

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ sinon.

Bilinéarité, symétrie.

Interpréter le produit scalaire en termes de projection orthogonale.

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale (démonstration non exigible).

Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs.

Déterminer une mesure d'un angle non orienté.

⇔ SI (Mécanique)

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4 et 5.

c) Déterminant dans une base orthonormée directe

Définition géométrique : si \vec{u} et \vec{v} sont non nuls alors

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\vec{u}, \vec{v})$$

et $[\vec{u}, \vec{v}] = 0$ sinon.

Bilinéarité, antisymétrie.

Interpréter un déterminant en termes d'aire orientée d'un parallélogramme.

Caractériser la colinéarité de deux vecteurs.

La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe.

Calculer le déterminant dans une base orthonormale directe.

Démonstrations non exigibles.

\Leftrightarrow SI (Mécanique)

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4 et 5.

d) Droites

Définition, vecteur directeur, vecteur normal.

Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.

Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et inversement.

Déterminer l'intersection de deux droites.

Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite.

Calculer la distance d'un point à une droite.

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.

e) Cercles

Définition, équation cartésienne.

Représentation paramétrique.

Reconnaître une équation cartésienne de cercle.

Déterminer une équation d'un cercle à partir de son centre et de son rayon.

Déterminer le centre et le rayon d'un cercle à partir d'une équation.

Déterminer une équation d'un cercle connaissant les extrémités d'un diamètre.

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.

Géométrie élémentaire de l'espace

Dans ce chapitre, on adapte à l'espace les notions étudiées dans le chapitre de géométrie plane. L'étude de ce contenu mathématique nouveau s'appuie de façon essentielle sur le chapitre de géométrie plane et sur l'intuition géométrique développée dans les autres disciplines. Des notions telles que le repérage dans l'espace et le produit vectoriel doivent être abordées en concertation avec les professeurs des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Repérage dans l'espace

Repère orthonormal (ou orthonormé) de l'espace ; coordonnées cartésiennes.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.

On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.

b) Produit scalaire

Définition géométrique.
Bilinéarité, symétrie.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale directe (démonstration hors programme).

c) Produit vectoriel dans l'espace orienté

Définition géométrique : si \vec{u} et \vec{v} sont non colinéaires, le produit vectoriel de \vec{u} et \vec{v} est le vecteur de norme $\|\vec{u}\| \|\vec{v}\| |\sin(\vec{u}, \vec{v})|$ directement orthogonal à (\vec{u}, \vec{v}) ; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul.
Bilinéarité, antisymétrie.

La notion d'orientation de l'espace, reposant sur les conventions physiques usuelles, est admise.

Exprimer le produit vectoriel dans une base orthonormale directe.

Déterminer si deux vecteurs sont colinéaires.

Démonstrations hors programme.

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*

⇔ SI (Cinématique)

d) Produit mixte dans l'espace orienté

Définition du produit mixte de trois vecteurs :

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = (\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}$$

Trilinéarité, antisymétrie.

Déterminer si trois vecteurs sont coplanaires.

Interpréter $|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$ comme volume du parallélépipède construit sur \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} .

Notation $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$.

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*

Exprimer le produit mixte dans une base orthonormale directe.

Démonstrations hors programme.

e) Plans et droites

Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, un point et un vecteur normal, trois points non alignés.

Déterminer une équation cartésienne ou un système d'équations paramétriques d'un plan. Passer d'une représentation à l'autre.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Différents modes de définition d'une droite : par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, comme intersection de deux plans.

Déterminer un vecteur directeur d'une droite définie comme intersection de deux plans.
 Déterminer un système d'équations cartésiennes ou un système d'équations paramétriques d'une droite.
 Passer d'une représentation à l'autre.
 Étudier les intersections.

Distance d'un point à un plan, distance d'un point à une droite.

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*
 Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan.

f) Sphères

Définition, équation cartésienne en repère orthonormé.

Reconnaître une équation cartésienne de sphère.
 Déterminer une équation d'une sphère à partir de son centre et de son rayon.
 Déterminer le centre et le rayon d'une sphère à partir d'une équation.
 Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan.

Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles

Ce chapitre est naturellement à relier aux disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans \mathbb{R}

Domaine de définition d'une fonction.
 Représentation graphique d'une fonction.

Représenter graphiquement une fonction donnée par son expression.

Fonctions paires, impaires, périodiques.

Interpréter géométriquement ces propriétés.
 Exemples de fonctions paires ou impaires définies sur une demi-période en vue de l'étude des séries de Fourier.

Somme, produit, composée.
 Monotonie.
 Fonctions majorées, minorées, bornées.

Interpréter géométriquement ces propriétés.
 Une fonction f est bornée si et seulement si $|f|$ est majorée.

Extremum, extremum local.

b) Dérivation

Équation de la tangente en un point.

Interpréter géométriquement la dérivée d'une fonction en un point.

Application à l'étude des variations d'une fonction.

Dresser le tableau de variation d'une fonction.
 À ce stade, un tableau de variation clairement présenté, accompagné de la détermination du signe de la dérivée et des valeurs ou limites aux bornes, vaut justification de bijectivité.

Fonction réciproque.

Tracer le graphe d'une fonction réciproque.
Calculer la dérivée d'une fonction réciproque.
La dérivée de la réciproque est obtenue géométriquement à l'aide de la symétrie des tangentes. La formule sera démontrée ultérieurement.

c) Étude d'une fonction

Plan d'étude d'une fonction.

Déterminer les symétries et les périodicités afin de réduire l'ensemble d'étude d'une fonction.
Déterminer les variations et les limites d'une fonction.
Déterminer les extremums éventuels d'une fonction.
Tracer le graphe d'une fonction.
Obtenir des inégalités grâce à une étude de fonction.
Les asymptotes ainsi que la position des tangentes par rapport à la courbe seront traitées ultérieurement comme des applications des développements limités.
 \Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

d) Fonctions usuelles

Valeur absolue.

Représenter graphiquement la fonction.

Partie entière.

Représenter graphiquement la fonction.
Notation $\lfloor x \rfloor$. L'existence est admise.
Toute technicité est exclue.

Étude des fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

Les fonctions puissances sont définies sur \mathbb{R}_+^* et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur \mathbb{R}_-^* . Relations $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$, $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$, $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.

Fonctions circulaires directes et réciproques : rappels sur les fonctions cos et sin, définition et étude des fonctions tan, arcsin, arccos, arctan.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, puissances et exponentielle.

Comparer des fonctions au voisinage de l'infini.

Fonctions hyperboliques directes : ch, sh et th.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions. Concernant la trigonométrie hyperbolique, la seule formule exigible est $\text{ch}^2(t) - \text{sh}^2(t) = 1$.
Les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme.

Équations différentielles linéaires

Les étudiants ont étudié des exemples simples d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, du premier et du second ordre. Il s'agit dans ce chapitre de consolider et d'étendre cette étude. Les équations différentielles sont un domaine à la fois très riche pour les mathématiques, pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur. Ce chapitre doit être traité en concertation avec les professeurs des autres disciplines afin de l'illustrer par des exemples issus des domaines scientifiques et technologiques. On se référera à l'annexe « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Équations différentielles linéaires du premier ordre

Équation $y' + a(x)y = b(x)$, où a et b sont des fonctions, à valeurs réelles ou complexes, définies et continues sur un intervalle de \mathbb{R} .

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Écrire et résoudre l'équation homogène associée.
Utiliser le principe de superposition ou la méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière.
Déterminer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.
Décrire l'ensemble des solutions.
Les étudiants doivent savoir étudier des équations dans lesquelles la variable et la fonction inconnue sont représentées par d'autres lettres que x et y .

Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.
La démonstration est hors programme.
⇔ PC, SI : circuits électriques RC, RL.

b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants

Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants $y'' + ay' + by = f(x)$ où a et b sont des nombres réels et f est une application continue à valeurs dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} .

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Donner l'équation caractéristique.
Résoudre l'équation homogène, notamment dans le cas d'une équation de la forme $y'' \pm \omega^2 y = 0$.
⇔ Circuits électriques LC, RLC. Résistance des matériaux. Régime transitoire, régime stationnaire. Pôles d'un système.
⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §2.*
Déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme $P(x)e^{\omega x}$ avec $\omega \in \mathbb{C}$ et P une fonction polynomiale.
Utiliser le principe de superposition.
Exprimer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.
Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre.
Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.
La démonstration est hors programme.

Systemes lineaires

Il s'agit d'introduire des notions nouvelles pour les etudiants. L'objectif est double :

- maitriser la theorie des systemes lineaires du point de vue de la methode du pivot, pour son interet mathematique et algorithmique, ainsi que pour ses applications aux disciplines scientifiques et technologiques ;
- preparer l'introduction de l'algebre lineaire abstraite.

Les resultats, presentes dans le cadre des systemes a coefficients reels, sont etendus sans difficulte au cas des systemes a coefficients complexes.

CONTENUS

CAPACITES & COMMENTAIRES

a) Systemes lineaires

Definition d'un systeme lineaire de n equations a p inconnues.

Systeme homogene.

Matrice A d'un systeme lineaire ; matrice augmentee $(A|B)$ ou B est la colonne des seconds membres.

Operacions elementaires sur les lignes d'un systeme ou d'une matrice : echange des lignes L_i et L_j , multiplication de L_i par $\lambda \neq 0$, ajout de $\lambda \cdot L_j$ a L_i pour $i \neq j$.

Deux systemes sont dits equivalents si on passe de l'un a l'autre par une suite finie d'operacions elementaires sur les lignes.

Deux systemes equivalents ont le meme ensemble de solutions.

Deux matrices sont dites equivalentes en lignes si elles se deduisent l'une de l'autre par une suite finie d'operacions elementaires sur les lignes.

Si on passe d'un systeme \mathcal{S} a un autre systeme \mathcal{S}' par une suite finie d'operacions elementaires sur les lignes, la matrice augmentee de \mathcal{S}' s'obtient en effectuant la meme suite d'operacions elementaires sur la matrice augmentee de \mathcal{S} .

Reconnaitre qu'un systeme donne est un systeme lineaire.

Les solutions sont definies comme elements de \mathbb{R}^p .

Systeme homogene associe a un systeme quelconque.

Calculer le produit d'une matrice par une colonne. Ecrire un systeme sous la forme matricielle $AX = B$.

Interpreter les operacions sur les lignes en termes de systeme lineaire.

Notations $L_i \leftrightarrow L_j$; $L_i \leftarrow \lambda L_i$; $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.

Maitriser la notion de systeme equivalent.

Relier cette notion a la theorie des systemes lineaires.

Notation $A \underset{L}{\sim} A'$.

Cela justifie la presentation matricielle d'un systeme lineaire.

b) Echelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan

Matrice echelonnee en ligne.

Reconnaitre et exploiter des matrices echelonnees dans le cadre de l'etude de systemes lineaires.

Un schema « en escalier » illustre la notion de matrice echelonnee.

On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non entierement nulle.

c) Resolution d'un systeme lineaire

Inconnues principales et inconnues secondaires (parametres).

Faire le lien entre nombre d'equations, nombre d'inconnues et nombre de pivots.

\Leftrightarrow PC SI : degres de liberte en mecanique, systeme hyperstatique ou isostatique.

\Leftrightarrow Outils mathematiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingenieur §1.

Rang d'un système linéaire.

Système incompatible. Système compatible.

Le rang est ici défini comme égal au nombre de pivots. On admettra la cohérence de cette définition. Déterminer des conditions de compatibilité pour un système donné.

d) Famille de vecteurs de \mathbb{R}^n

Combinaison linéaire d'une famille finie \mathcal{F} de vecteurs. Famille libre, famille liée.

Si A est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de p vecteurs u_1, u_2, \dots, u_p de \mathbb{R}^n , les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) la famille (u_1, \dots, u_p) est libre ;
- (ii) le système $AX = 0$ a pour seule solution la solution triviale ;
- (iii) le nombre de pivots est égal à p .

Famille génératrice de \mathbb{R}^n .

Si A est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de p vecteurs u_1, u_2, \dots, u_p de \mathbb{R}^n , les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) les vecteurs u_1, \dots, u_p forment une famille génératrice de \mathbb{R}^n ;
- (ii) pour toute matrice colonne B à n lignes, le système $AX = B$ est compatible ;
- (iii) le nombre de pivots est égal à n .

Notation $\text{Vect}(\mathcal{F})$.

Déterminer si une famille de vecteurs est libre ou liée.

L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

Déterminer un système d'équations linéaires de $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$.

Donner une interprétation géométrique dans les cas $n = 2$ et $n = 3$.

L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

\Leftrightarrow Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §1.

Polynômes

L'objectif est d'étudier, par des méthodes élémentaires, les propriétés de base des polynômes, et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques. Le programme se limite au cas où les coefficients sont réels ou complexes (\mathbb{K} désignant \mathbb{R} ou \mathbb{C}). On pourra confondre polynômes et fonctions polynomiales.

a) Polynômes à une indéterminée

Définition d'un polynôme comme fonction polynomiale de \mathbb{K} dans \mathbb{K} .

Ensemble $\mathbb{K}[X]$ des polynômes à coefficients dans \mathbb{K} .

Opérations : somme, produit et composée.

Degré d'un polynôme. Coefficient dominant, polynôme unitaire (ou normalisé). Degré d'une somme et d'un produit.

Aucune connaissance de la construction de $\mathbb{K}[X]$ n'est exigible.

Notation $a_0 + a_1 X + \dots + a_n X^n$ ou $\sum_{p=0}^n a_p X^p$.

Le degré du polynôme nul vaut par convention $-\infty$. Ensemble $\mathbb{K}_n[X]$ des polynômes de degré au plus n .

b) Bases de l'arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$

Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$. Diviseurs et multiples.

Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.

Effectuer une division euclidienne de polynômes.
 \Leftrightarrow I

c) Racines

Racine (ou zéro) d'un polynôme.

Déterminer les racines d'un polynôme.
 Caractériser les racines par la divisibilité.
 Factoriser par $(X - a)$ lorsque a est racine.

Multiplicité d'une racine.

Caractérisation par les valeurs des dérivées successives en a de l'ordre de multiplicité de la racine a .

Majoration du nombre de racines d'un polynôme non nul par son degré.

Polynôme scindé sur \mathbb{K} .

Démonstration non exigible. Factoriser par $(X - a)^\alpha$ lorsque a est racine d'ordre de multiplicité α .

d) Décomposition en facteurs irréductibles

Théorème de d'Alembert-Gauss.

Polynômes irréductibles.

Description des polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$.

Décomposition d'un polynôme en facteurs irréductibles sur \mathbb{C} et sur \mathbb{R} .

La démonstration de ce théorème est hors programme.

e) Somme et produit des racines d'un polynôme

Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme en fonction de ses coefficients.

Cas des polynômes de degré deux.

Les autres fonctions symétriques élémentaires sont hors programme.

f) Fractions rationnelles

Existence et unicité de la partie entière d'une fraction rationnelle R ; détermination de la partie polaire de R relative à un pôle a .

Calcul de la partie polaire en un pôle simple. Aucune connaissance n'est exigible dans le cas de pôles d'ordre supérieur.

La démonstration de l'existence et de l'unicité de la partie polaire est hors programme.

Exemples de décomposition en éléments simples sur \mathbb{C} ou \mathbb{R} d'une fraction rationnelle à coefficients réels, lorsque les pôles complexes sont d'ordre 1 ou 2.

L'objectif est la mise en pratique sur des cas simples.

a) Matrices : opérations et propriétés

Ensemble des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans \mathbb{K} .	Notation $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
Matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales. Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.	Interpréter le produit AX d'une matrice par une colonne comme une combinaison linéaire des colonnes de A .
Produit de deux matrices.	Interpréter la j -ème colonne du produit AB comme le produit de A par la j -ème colonne de B . Interpréter la i -ème ligne du produit AB comme le produit de la i -ème ligne de A par B .
Formule du binôme.	Calculer les puissances de certaines matrices carrées.

b) Matrice inversible

Matrice carrée inversible. Inverse. On appelle groupe linéaire, noté $GL_n(\mathbb{K})$, l'ensemble des matrices inversibles de taille n .	Caractériser l'inversibilité d'une matrice carrée A par l'existence et l'unicité de la solution de tout système de la forme $AX = B$ où X et B sont deux matrices colonnes. Caractériser l'inversibilité par le nombre de pivots. Reconnaître une matrice inversible et calculer son inverse. On admet que l'inversibilité à droite implique l'inversibilité à gauche et réciproquement. Toute théorie générale des groupes est exclue. La notion de comatrice est non exigible.
Inverse du produit de matrices inversibles.	

c) Application linéaire de \mathbb{K}^p dans \mathbb{K}^n canoniquement associée à une matrice

<i>On peut identifier les éléments de \mathbb{K}^p et de \mathbb{K}^n avec des matrices colonnes.</i>	
Application $X \mapsto AX$. Linéarité.	Passer d'une écriture du type $(x, y) \mapsto (ax + by, cx + dy)$ à une écriture matricielle et réciproquement.
L'image AX est combinaison linéaire des colonnes de A . Image et noyau d'une matrice.	Déterminer des équations de l'image et du noyau de A . On utilise l'échelonnement d'un système pour déterminer des équations de l'image.

Espaces vectoriels et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur \mathbb{R} et sur \mathbb{C} . Après l'approche numérique des chapitres « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel », on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans le sous-chapitre « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans...

Le deuxième sous-chapitre « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels au sous-chapitre « C - Applications linéaires et représentations matricielles ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires. Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :

- traiter ce chapitre selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces \mathbb{K}^n à l'aide des techniques développées dans les chapitres « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel » ;
- mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces \mathbb{K}^n avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.

Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation se prêtant à une modélisation linéaire conduisant à une représentation adaptée dans un espace bien choisi.

A - Espaces vectoriels

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Espaces et sous-espaces vectoriels

Définition d'un \mathbb{K} -espace vectoriel.

Espaces vectoriels de référence : \mathbb{K}^n pour $n \in \mathbb{N}^*$, $\mathbb{K}[X]$, \mathbb{K}^Ω pour Ω non vide (cas particulier des suites) et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

Sous-espaces d'un \mathbb{K} -espace vectoriel : définition et caractérisation. Droites et plans vectoriels.

Identifier un ensemble comme un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu.

L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à p inconnues et à coefficients dans \mathbb{K} est un sous-espace vectoriel de \mathbb{K}^p .

L'ensemble des solutions sur un intervalle I d'une équation différentielle linéaire homogène est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^I = \mathcal{F}(I, \mathbb{K})$.

Appréhender le concept d'espace vectoriel de fonctions.

Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs. Intersection de sous-espaces vectoriels.

Notation $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$.

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

Somme de deux sous-espaces F et G d'un \mathbb{K} -espace vectoriel E .

La somme $F + G$ est dite directe si l'écriture de tout vecteur de $F + G$ comme somme d'un élément de F et d'un élément de G est unique.

Exploiter une relation $F \cap G = \{0\}$ pour démontrer que F et G sont en somme directe.

Déterminer l'unique décomposition d'un vecteur donné dans une somme directe.

Sous-espaces supplémentaires.

b) Familles finies de vecteurs

Vecteurs colinéaires.
Famille libre, famille liée.

Déterminer si une famille donnée est libre ou liée.

Toute famille de polynômes non nuls à coefficients dans \mathbb{K} et de degrés échelonnés est libre.
Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.

Déterminer si une famille est génératrice.

Bases.
Exemples usuels : bases canoniques des espaces \mathbb{K}^n , $\mathbb{K}_n[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Coordonnées dans une base. Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur x dans une base \mathcal{B} .

Déterminer les coordonnées d'un vecteur donné dans une base donnée.

Notation $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(x)$.

Base adaptée à une somme directe.

Si $(e_1, \dots, e_k, e_{k+1}, \dots, e_n)$ est une famille libre d'un \mathbb{K} -espace vectoriel E alors $\text{Vect}(e_1, \dots, e_k)$ et $\text{Vect}(e_{k+1}, \dots, e_n)$ sont en somme directe.

B - Espaces vectoriels de dimension finie**a) Dimension finie**

Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie.

Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un \mathbb{K} -espace vectoriel non nul E , on peut extraire une base de E .

Exhiber une base d'un \mathbb{K} -espace vectoriel E non nul de dimension finie.

Application à l'existence d'une base pour tout \mathbb{K} -espace vectoriel non nul de dimension finie.

Théorème de la base incomplète : toute famille libre de E peut être complétée en une base.

Dans un espace engendré par n vecteurs, toute famille de $n + 1$ vecteurs est liée.

Dimension.

Dimensions de \mathbb{K}^n , $\mathbb{K}_n[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Si E est de dimension n et \mathcal{F} une famille de n vecteurs de E , alors \mathcal{F} est une base de E si et seulement si \mathcal{F} est libre, si et seulement si \mathcal{F} est génératrice.

On convient que l'espace $\{0_E\}$ est de dimension nulle.

b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie

Si F est un sous-espace d'un espace vectoriel E de dimension finie alors F est de dimension finie et $\dim(F) \leq \dim(E)$. De plus, $F = E$ si et seulement si les deux dimensions sont égales.

Démontrer l'égalité de deux sous-espaces vectoriels à l'aide d'une inclusion et de l'égalité de leurs dimensions.

Supplémentaires d'un sous-espace. Existence, dimension commune.

Démontrer que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires à l'aide de la caractérisation par l'intersection nulle et la somme des dimensions.

Dimension de la somme de deux sous-espaces : formule de Grassmann.

Cas d'une somme directe.

c) Famille finie de vecteurs

Rang d'une famille finie (u_1, \dots, u_p) de vecteurs d'un \mathbb{K} -espace vectoriel.

Majorer le rang d'une famille de vecteurs en exhibant une relation linéaire. Le minorer en exhibant une sous-famille libre.

Utiliser le rang d'une famille de vecteurs pour démontrer qu'elle est libre ou génératrice.

Notation $\text{rg}(u_1, \dots, u_p)$.

C - Applications linéaires et représentations matricielles

a) Généralités

Applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes et automorphismes.

Opérations sur les applications linéaires : combinaisons linéaires et composées.

Règles de calcul.

Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.

Image directe d'un sous-espace vectoriel.

Image et noyau.

L'image par une application linéaire u d'une famille génératrice de E est génératrice de $\text{Im}(u)$.

Notations $\mathcal{L}(E, F)$ et $\mathcal{L}(E)$.

Notation $\text{GL}(E)$ pour le groupe linéaire.

Déterminer une base de l'image, du noyau d'une application linéaire.

Caractériser l'injectivité d'une application linéaire à l'aide du noyau, la surjectivité à l'aide de l'image.

Notations $\text{Im}(u)$, $\text{Ker}(u)$.

b) Isomorphismes

Une application linéaire de E dans F est un isomorphisme si et seulement si elle transforme une (toute) base de E en une base de F .

Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.

Si E et F ont même dimension finie alors une application linéaire de E dans F est bijective si et seulement si elle est injective ou surjective.

Cas particulier des endomorphismes.

Contre-exemples en dimension infinie.

c) Modes de définition d'une application linéaire

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.

Une application linéaire définie sur $E = E_1 \oplus E_2$ est déterminée par ses restrictions à E_1 et E_2 .

d) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel

Identité, homothéties.

Notation Id_E .

Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces supplémentaires.

e) Rang d'une application linéaire

Rang d'une application linéaire.

Théorème du rang : si E est de dimension finie et $u \in \mathcal{L}(E, F)$ alors u est de rang fini et $\dim(E) = \dim(\text{Ker}(u)) + \text{rg}(u)$.

La démonstration est hors programme.

f) Équations linéaires

Une équation, d'inconnue $x \in E$, est dite linéaire si elle est de la forme $u(x) = b$ où $u \in \mathcal{L}(E, F)$ et $b \in F$.

Structure des solutions, condition de compatibilité, lien avec $\text{Ker}(u)$ et $\text{Im}(u)$.

Exemples des systèmes linéaires et des équations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2.

La notion de sous-espace affine est hors programme.

g) Représentation matricielle en dimension finie

Matrice d'une application linéaire u dans un couple de bases.

Un couple de bases étant fixé, isomorphisme $u \mapsto \text{Mat}_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}(u)$. Application au calcul de la dimension de $\mathcal{L}(E, F)$.

Matrice d'une composée.

Lien entre matrices inversibles et isomorphismes.

Matrice de passage d'une base à une autre.

Effet d'un changement de bases sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme.

Matrices semblables.

Passer du registre vectoriel au registre matriciel pour exprimer les coordonnées de $u(x)$ en fonction de celles de x .

Déterminer la matrice, dans une base adaptée, d'un projecteur et d'une symétrie.

Notation $\text{Mat}_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}(u)$, où \mathcal{B} est une base de l'espace de départ et \mathcal{C} une base de l'espace d'arrivée.

Notation $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$ dans le cas où $\mathcal{B} = \mathcal{C}$.

Déterminer la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, après un changement de base(s).

Choisir une base adaptée à un problème donné.

h) Rang d'une matrice

Rang d'une matrice A , pour $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Caractérisation des matrices inversibles à l'aide du rang.

Faire le lien entre divers aspects de la notion de rang (rang d'une matrice, d'une application linéaire, d'une famille de vecteurs, d'un système linéaire).

Calculer le rang d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire par la méthode du pivot.

Pour le calcul à la main, on se limite à des cas simples \Leftrightarrow I.

i) Trace et transposée d'une matrice

Trace d'une matrice.

Linéarité. $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$.

Deux matrices semblables ont même trace.

Trace d'un endomorphisme en dimension finie.

Transposée d'une matrice.
Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit, inverse.

Notations A^T et tA .
Matrice symétrique, antisymétrique.

Déterminants

Ce chapitre développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence l'aspect algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et l'aspect géométrique (volume orienté).

Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.

Dans toute cette partie, \mathbb{K} désigne \mathbb{R} ou \mathbb{C} .

a) Déterminant d'une matrice carrée

Il existe une unique application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans \mathbb{K} , appelée déterminant, telle que :

- (i) le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ;
- (ii) l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par -1 ;
- (iii) le déterminant de la matrice unité I_n vaut 1.

Notation \det .

La démonstration de ce théorème pour $n \geq 4$ et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme.
Interprétation géométrique de cette définition pour $n \in \{2, 3\}$ par les notions d'aire et de volume algébriques.

b) Propriétés du déterminant

Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul.

Expression de $\det(\lambda A)$ pour $\lambda \in \mathbb{K}$ et $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

Effet sur un déterminant des opérations élémentaires en colonnes.

Déterminant d'une matrice triangulaire.

Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.

Déterminant d'un produit de matrices carrées.

Déterminant de l'inverse.

Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.

Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.

Déterminant d'une matrice de la forme $\begin{pmatrix} A & B \\ 0 & D \end{pmatrix}$

\Leftrightarrow I : calcul du déterminant d'une matrice.

Démonstration hors programme.

Démonstration hors programme.

Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.

Démonstration non exigible.

La notion de comatrice est hors programme.

Démonstration non exigible.

c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme

Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base.
Caractérisation des bases.

Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des automorphismes.

La formule de changement de bases pour un déterminant est hors programme.

Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices.

Réduction d'endomorphismes

Ce chapitre étudie la réduction des matrices et des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Éléments propres et polynôme caractéristique

Valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre d'un endomorphisme. Spectre.

Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.

Polynôme caractéristique d'un endomorphisme.

Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres.

Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Comparaison entre l'ordre de multiplicité d'une valeur propre et la dimension du sous-espace propre associé.

Éléments propres d'une matrice.

Interprétation en termes de droite stable.

Notation Sp .

\Leftrightarrow SI : matrice d'inductance, d'inductance cyclique et d'inductance homopolaire.

Extension des définitions et de ces résultats aux matrices.

b) Endomorphismes et matrices diagonalisables

Un endomorphisme est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.

Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme de ses sous-espaces propres est égale à E .

Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé.

Un endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé et dont toutes les valeurs propres sont simples est diagonalisable.

Une matrice est dite diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale.

Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.

Extension des résultats précédents au cas des matrices.

\Leftrightarrow SI : machines électriques.

c) Endomorphismes et matrices trigonalisables

Un endomorphisme est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.

Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé.

En particulier, tout endomorphisme d'un \mathbb{C} -espace vectoriel est trigonalisable.

Expression du déterminant et de la trace d'un endomorphisme trigonalisable en fonction des valeurs propres.

Démonstration hors programme.

Aucune technique de trigonalisation effective n'est au programme.

Extension des résultats aux matrices.

d) Applications de la réduction

Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.

Résolution de systèmes récurrents linéaires homogènes.

Les étudiants doivent aussi savoir traduire une récurrence scalaire en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type $X_{n+1} = AX_n$.

Espaces euclidiens

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :

- introduire les notions fondamentales liées à la structure euclidienne de \mathbb{R}^n ;
- étudier les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions 2 et 3 en insistant sur les représentations géométriques ;
- traiter la réduction des matrices symétriques réelles,

Dans ce chapitre, seules les connaissances liées à la structure euclidienne de \mathbb{R}^n peuvent faire l'objet d'une évaluation.

a) Produit scalaire et norme

Produit scalaire.
Espace euclidien.

Notations $\langle x, y \rangle$, $(x|y)$, $x \cdot y$.

On pourra donner des exemples de produits scalaires définis par une intégrale sur des espaces de fonctions et de polynômes mais aucune connaissance sur des espaces euclidiens autres que \mathbb{R}^n n'est exigible.

Produit scalaire euclidien canonique sur \mathbb{R}^n .
Norme associée à un produit scalaire, distance associée.
Bases orthonormales de \mathbb{R}^n . Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale ; expression du produit scalaire et de la norme.

b) Isométries vectorielles de l'espace euclidien \mathbb{R}^n et matrices orthogonales

Un endomorphisme de l'espace euclidien \mathbb{R}^n est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme.
Matrice orthogonale : définition par l'égalité ${}^tAA = I_n$.
Caractérisation à l'aide des colonnes ou des lignes.
Groupe orthogonal d'ordre n .
Si \mathcal{B}_0 est une base orthonormale de \mathbb{R}^n et u un endomorphisme de \mathbb{R}^n , alors u est une isométrie vectorielle si et seulement si $\text{Mat}_{\mathcal{B}_0}(u)$ est orthogonale.
Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle.

Démonstration non exigible.

Notations $O_n(\mathbb{R})$, $O(n)$.

Démonstration non exigible.

Application à l'orientation d'un espace euclidien et à la notion de base orthonormale directe.

c) Classification en dimensions 2 et 3

Description du groupe orthogonal en dimensions 2 et 3.

Utilisation des éléments propres pour la classification des isométries. Les étudiants doivent savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie.

d) Matrices symétriques réelles

Théorème spectral : pour toute matrice symétrique réelle A , il existe une matrice diagonale D et une matrice orthogonale P telles que $D = P^{-1}AP$.

Démonstration hors programme. La notion d'endomorphisme symétrique est hors programme.

\Leftrightarrow PC/SI : matrice d'inertie.

Nombres réels et suites numériques

L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximations de nombres réels). Les notions de borne supérieure et inférieure sont introduites uniquement pour aboutir au théorème de la limite monotone.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Nombres réels

Ensembles usuels de nombres : entiers relatifs, nombres décimaux, nombres rationnels.	La construction de ces ensembles de nombres est hors programme.
Droite réelle.	Faire le lien avec la géométrie. La construction de \mathbb{R} est hors programme.
La relation d'ordre \leq dans \mathbb{R} : majorant, maximum, mineur, minimum.	
Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de \mathbb{R} .	Déterminer les bornes supérieure et inférieure éventuelles de fonctions. Aucun développement n'est attendu.
Approximations décimales d'un nombre réel.	Déterminer les valeurs décimales approchées à la précision 10^{-n} par défaut et par excès. \Leftrightarrow I : représentation informatique des réels.

b) Généralités sur les suites réelles

Modes de définition d'une suite.	Reconnaître une suite définie de façon explicite, implicite ou par récurrence. La notion de suite extraite n'est pas exigible.
Opérations. Monotonie, stricte monotonie. Suites minorées, majorées, bornées.	Manipuler sur des exemples des majorations et minoration. Une suite (u_n) est bornée si et seulement si (u_n) est majorée.
Suites arithmétiques et suites géométriques.	Les suites arithmético-géométriques ne font pas l'objet d'un cours.

c) Limite d'une suite réelle

Limite finie ou infinie d'une suite.	Prouver l'existence d'une limite ℓ en majorant $ u_n - \ell $, notamment lorsque la suite vérifie une inégalité du type : $ u_{n+1} - \ell \leq k u_n - \ell $. Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Notation $u_n \rightarrow \ell$. Notation $\lim u_n$.
Unicité de la limite. Suite convergente, suite divergente. Toute suite réelle convergente est bornée. Opérations sur les limites de suites : somme, multiplication par un scalaire, produit, inverse.	Lever une indétermination.
Cas des suites géométriques, arithmétiques. Passage à la limite dans une inégalité.	

d) Théorèmes d'existence d'une limite

Théorèmes de convergence par encadrement.

Divergence par comparaison : si (u_n) tend vers $+\infty$ et si, pour tout n , on a $u_n \leq v_n$, alors (v_n) tend vers $+\infty$.

Théorème de la limite monotone.

Théorème des suites adjacentes.

Adapter cet énoncé aux suites tendant vers $-\infty$.

Exploiter ce théorème sur des exemples.

La démonstration de ce théorème est hors programme.

Il convient d'insister sur l'intérêt algorithmique de cette notion : résolution approchée par dichotomie d'une équation du type $f(x) = 0$ et approximations décimales d'un nombre réel.

e) Comparaisons de suites

Relations de comparaison : négligeabilité, équivalence.

Croissances comparées des suites usuelles : $\ln^\beta(n)$, n^α , $e^{\gamma n}$ et $n!$.

Liens entre les différentes relations de comparaison.

Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient, les puissances.

Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

Notations $u_n = o(v_n)$ et $u_n \sim v_n$.

On définit ces relations à partir du quotient $\frac{u_n}{v_n}$ en supposant que la suite (v_n) ne s'annule pas à partir d'un certain rang.

Traduire les croissances comparées à l'aide de o .

Équivalence entre les relations $u_n \sim v_n$ et $u_n - v_n = o(v_n)$.

Exploiter ces résultats pour déterminer le comportement asymptotique de suites.

Limites, continuité et dérivabilité

Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans le premier chapitre d'analyse.

Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.

Les fonctions sont définies sur un intervalle I de \mathbb{R} non vide et non réduit à un point et sont à valeurs réelles.

Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction f définie sur I est vraie au voisinage de a si elle est vraie sur l'intersection de I avec un intervalle ouvert centré sur a si a est réel, avec un intervalle $[A, +\infty[$ si $a = +\infty$, avec un intervalle $] -\infty, A]$ si $a = -\infty$.

A - Limites et continuité

L'essentiel du paragraphe a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Limite finie ou infinie en un point ou en $\pm\infty$

Étant donné un point a appartenant à I ou extrémité de I , limite finie ou infinie d'une fonction en a .

Unicité de la limite.

Si f admet une limite finie en a alors f est bornée au voisinage de a .

Limite à droite, limite à gauche.

Extension de la notion de limite en a lorsque f est définie sur $I \setminus \{a\}$.

Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en a .

Image d'une suite de limite ℓ par une fonction admettant une limite en ℓ .

Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges.

Notations $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$, $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \ell$.

Notation $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$.

Notations $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x)$ ou $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$.

Exploiter ces résultats sur des exemples.

Adaptation des énoncés relatifs aux suites.

b) Comparaison des fonctions

Passage à la limite dans une inégalité. Théorème d'encadrement pour les fonctions.

Théorème de la limite monotone.

Relations de négligeabilité et d'équivalence.

Démonstration non exigible.

Adapter au cas des fonctions les définitions et les résultats étudiés sur les suites.

c) Continuité en un point

Continuité de f en un point a de I .

Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en un point.

Opérations sur les fonctions continues : somme, produit, quotient, composition.

Pour a appartenant à I , la fonction f est continue en a si et seulement si elle admet une limite finie en a .

Pour a n'appartenant pas à I , la fonction f a une limite finie en a si et seulement si elle se prolonge par continuité en a .

Exploiter ces résultats sur des exemples.

d) Continuité sur un intervalle

Définition. Opérations. Ensemble $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$.
Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue.

Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

Appliquer le procédé de dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration n'est pas exigible.

\Leftrightarrow I : application de la dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration est hors programme.

e) Continuité et bijectivité

Toute fonction f continue et strictement monotone sur un intervalle I réalise une bijection de I sur l'intervalle $f(I)$; sa réciproque est continue et strictement monotone sur $f(I)$ (de même monotonie que la fonction f).

Appliquer ce résultat sur des exemples.

Comparer la représentation graphique d'une fonction continue strictement monotone et celle de sa réciproque.

La démonstration est hors programme.

B - Dérivabilité**a) Nombre dérivé, fonction dérivée**

Dérivabilité de f en a , nombre dérivé.

Équivalence avec l'existence d'un développement limité en a à l'ordre 1.

Dérivabilité à droite et à gauche en a .

Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.

Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point particulier, à partir de la définition.

Notation $f'(a)$.

La droite d'équation

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

est appelée tangente au graphe de f au point d'abscisse a . Cette définition peut être justifiée (limite de sécantes).
Interprétation cinématique.

\Leftrightarrow I : méthode de Newton.

b) Opérations sur les fonctions dérivables

Si f et g sont dérivables en a , dérivabilité et dérivée en a de $f + g$, $f g$ et, si $g(a) \neq 0$, de $\frac{f}{g}$.

Dérivabilité et dérivée en a de $g \circ f$ lorsque f est dérivable en a et g est dérivable en $f(a)$.

Si f est une fonction continue et strictement monotone (donc bijective) de l'intervalle I sur l'intervalle J et si f est dérivable en a , condition nécessaire et suffisante de dérivabilité de f^{-1} en $f(a)$ et calcul de la dérivée en ce point.

Extension des résultats précédents aux fonctions dérivables sur un intervalle. En particulier, propriétés de la réciproque d'une bijection de classe \mathcal{C}^1 .

c) Propriétés des fonctions dérivables

Notion d'extremum local. Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.

Théorème de Rolle.

Égalité des accroissements finis.

Inégalité des accroissements finis : si une fonction f de $[a, b]$ dans \mathbb{R} , continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$, vérifie pour tout t de $]a, b[$, $|f'(t)| \leq M$, alors, pour tous x, y de $[a, b]$, on a $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$.

Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes, parmi les fonctions dérivables.

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

Utiliser le théorème de Rolle pour établir l'existence de zéros d'une fonction.

Démonstration non exigible.

Interpréter ce résultat de manière géométrique et cinématique.

Démonstration non exigible.

Appliquer ces résultats sur des exemples.

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

d) Fonctions de classe \mathcal{C}^k

Fonction de classe \mathcal{C}^k sur un intervalle I , où k appartient à $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$,

Opérations : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composée, réciproque.

Ensemble $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{R})$.

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées.

Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

Intégration sur un segment

L'objectif de ce chapitre est de consolider, d'approfondir et d'étendre la notion d'intégrale étudiée les années précédentes. La présentation de l'intégrale d'une fonction positive sur un segment s'appuie sur la notion d'aire, mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme. Le cas des fonctions à valeurs réelles est étendu sans difficulté au cas complexe.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Intégrale d'une fonction f continue sur un segment $[a, b]$.

Valeur moyenne.

Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.

$$\text{Inégalité } \left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt.$$

Relation de Chasles.

Une fonction continue et positive sur $[a, b]$ (où $a < b$) est nulle si et seulement si son intégrale est nulle.

Interpréter géométriquement l'intégrale d'une fonction positive (aire sous la courbe).

Modéliser une situation physique par une intégration.

La construction est hors programme.

$$\text{Notation } \int_a^b f(t) dt.$$

\Leftrightarrow Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Majorer et minorer une intégrale.

Extension de la notation $\int_a^b f(t) dt$ au cas où $b \leq a$.

\Leftrightarrow I Approximer une intégrale par la méthode des rectangles ou la méthode des trapèzes.

b) Calcul intégral

Si f est une fonction continue sur I et si x_0 est un point de cet intervalle, alors

$$x \longmapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$$

est l'unique primitive de f sur I s'annulant en x_0 .

En particulier, toute fonction continue sur I admet des primitives sur I .

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. Pour f de classe \mathcal{C}^1 :

$$\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a).$$

Intégration par parties.

Changement de variable : si φ est de classe \mathcal{C}^1 sur I et si f est continue sur $\varphi(I)$, alors, pour tous a et b dans I ,

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x) dx = \int_a^b f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt.$$

Primitives des fonctions usuelles.

Appliquer ce théorème sur des exemples.

Deux primitives d'une fonction continue sur l'intervalle I diffèrent d'une constante.

Appliquer ces techniques au calcul de primitives.

Tout excès de technicité est exclu.

Savoir reconnaître des primitives usuelles.

Intégration d'une fonction continue sur un intervalle

L'objectif de ce chapitre est d'étendre la notion d'intégrale à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées

L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.

Les fonctions considérées sont continues sur un intervalle de \mathbb{R} et à valeurs dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} .

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle

Pour $f: [a, b[\rightarrow \mathbb{K}$, $b > a$ ou $b = +\infty$, l'intégrale $\int_a^b f(t)dt$ est dite convergente si la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ admet une limite finie quand x tend vers b par valeurs inférieures. Si tel est le cas, on note cette limite $\int_a^b f(t)dt$.

Théorèmes de comparaison pour les fonctions à valeurs réelles, continues et de signe constant sur $]a, b[$, sous l'hypothèse $f \leq g$ ou $f(t) \underset{t \rightarrow b}{\sim} g(t)$.

Adaptation aux fonctions définies sur un intervalle $]a, b[$, avec $a < b$ ou $a = -\infty$, puis sur un intervalle $]a, b[$.

Intégrales de référence :

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt, \int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$$

Relation de Chasles.

Linéarité, positivité, croissance de l'intégrale.

Inégalité : si $a < b$, $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|$.

Une fonction continue sur l'intervalle $]a, b[$ est identiquement nulle sur $]a, b[$ si et seulement si $\int_a^b |f(t)|dt = 0$.

Théorème de changement de variable : étant données une fonction f continue sur $]a, b[$ et une fonction φ strictement croissante de classe \mathcal{C}^1 sur $]\alpha, \beta[$, les intégrales $\int_a^b f(t)dt$ et $\int_\alpha^\beta f(\varphi(u))\varphi'(u)du$ avec $a = \lim_{t \rightarrow \alpha} \varphi(u)$ et $b = \lim_{t \rightarrow \beta} \varphi(u)$ sont de même nature et égales en cas de convergence.

Il suffit de vérifier l'hypothèse $f \leq g$ au voisinage de b .

Les étudiants doivent connaître la nature de $\int_0^1 \ln(t)dt$ et $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ selon le signe de α .

Adaptation au cas où φ est strictement décroissante.

b) Intégrale absolument convergente

On dit qu'une fonction f continue par morceaux sur I a une intégrale absolument convergente si l'intégrale de la fonction $|f| : t \mapsto |f(t)|$ est convergente.

Une intégrale absolument convergente est convergente.

L'étude de la semi-convergence n'est pas au programme.

Résultat admis.

Développements limités

L'objectif est la maîtrise du calcul de développements limités simples. Le calcul de développements limités à un ordre élevé n'est pas un objectif du programme ; il relève des outils logiciels.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Généralités

Si f est définie sur l'intervalle I et si a est un point de I ou une extrémité de I , développement limité d'ordre n de f au voisinage de a .

Unicité, troncature.

Forme normalisée d'un développement limité :

$$f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{=} h^p (a_p + a_{p+1}h + \dots + a_n h^{n-p} + o(h^{n-p}))$$

où a_p est le premier coefficient non nul.

Équivalence $f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\sim} a_p h^p$.

Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit.

Composition, application au quotient.

Intégration terme à terme d'un développement limité.

Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre n en un point a de I d'une application de classe \mathcal{C}^n sur I .

Développements limités usuels.

Interpréter un développement limité comme approximation d'une fonction.

Ramener un développement limité en 0 par translation.

Adaptation au cas où f est définie sur $I \setminus \{a\}$.

Développement limité en 0 d'une fonction paire ou impaire.

Étudier le signe d'une fonction au voisinage d'un point à l'aide d'un développement limité.

Exploiter la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement limité.

Déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée.

Aucun résultat général sur ce point n'est exigible.

La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Démonstration non exigible

Aucune autre formule dite de Taylor n'est exigible.

Calculer le développement limité d'une application de classe \mathcal{C}^n à partir de ses dérivées successives.

\Leftrightarrow Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Exploiter les développements limités usuels dans le cadre de calculs de développements limités simples.

Exploiter des outils logiciels pour des développements limités plus complexes.

Les étudiants doivent connaître les développements li-

mités à tout ordre en 0 de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, \exp , \sin , \cos , ch , sh ,

$x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \ln(1+x)$, ainsi que celui de \tan à l'ordre 3.

b) Applications des développements limités

Aucune théorie n'est attendue dans ce paragraphe. On illustrera seulement les différents cas de figure.

Calcul de limites.

Utiliser les développements limités pour lever une forme indéterminée.

\Leftrightarrow Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Étude locale d'une fonction.

Déterminer un prolongement par continuité, la dérivabilité en un point, la nature d'un extremum, une tangente et sa position relative locale par rapport à la courbe, grâce à un développement limité.

Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives locales.

Aucun résultat général n'est exigible.

Fonctions vectorielles et courbes paramétrées

Ce chapitre fournit l'occasion de revoir une partie des notions d'analyse abordées auparavant. L'étude des fonctions vectorielles en dimension inférieure ou égale à trois permet de présenter des résultats utiles dans les autres disciplines scientifiques et introduit le paragraphe sur les courbes paramétrées. Dans ce cadre, le but est de tracer des courbes sans support logiciel quand les calculs se prêtent à un tracé rapide. Pour des calculs dont la gestion relève d'une technicité excessive, on utilise un outil informatique qui permet en plus de mettre en évidence des problèmes d'échelle et de restriction d'intervalle. L'étude des courbes définies par une équation polaire est hors programme.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3

Continuité et dérivabilité (éventuellement à gauche ou à droite) en un point ou sur un intervalle.

Ces notions sont définies à l'aide des fonctions coordonnées.

Les étudiants doivent savoir interpréter géométriquement et cinématiquement la notion de dérivée en un point.

⇔ PC/SI : cinématique.

Dérivée d'une somme de deux fonctions vectorielles, du produit d'une fonction à valeurs réelles et d'une fonction à valeurs vectorielles.

Dans l'espace euclidien \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 (éventuellement orienté), dérivation d'un produit scalaire et d'un produit vectoriel.

b) Courbes paramétrées

Rappels sur les graphes de fonctions réelles d'une variable réelle, tangente à un tel graphe.

Courbe paramétrée. Tangente en un point.

La tangente en un point est définie comme la limite des sécantes.

Branches infinies : droites asymptotes à une courbe, branches paraboliques.

Exemples de constructions d'arcs plans.

Les étudiants doivent savoir exploiter les propriétés des fonctions (parité, périodicité) afin de restreindre l'ensemble d'étude.

⇔ I : tracé de courbes paramétrées.

Caractérisation de la tangente à partir du premier vecteur dérivé non nul.

L'étude locale en un point où tous les vecteurs dérivés successifs sont nuls est hors programme.

Cas particulier d'un point régulier.

Interprétation cinématique.

L'abscisse curviligne est hors programme.

Longueur d'un arc paramétré régulier de classe \mathcal{C}^1 .

Séries numériques

L'étude des séries prolonge celle des suites et prépare celle des séries entières et des séries de Fourier. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique et de mieux appréhender la notion de nombre réel à travers celle de développement décimal. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Généralités

Série à termes réels ou complexes ; sommes partielles ; convergence ou divergence ; en cas de convergence, somme et restes.

Linéarité de la somme.

Le terme général d'une série convergente tend vers 0.

Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, valeur de la somme en cas de convergence.

Une suite (u_n) converge si et seulement si la série $\sum (u_{n+1} - u_n)$ converge.

La série est notée $\sum u_n$. En cas de convergence, sa somme est notée $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$.

Les étudiants doivent savoir prouver qu'une série diverge grossièrement en étudiant la limite du terme général.

b) Séries à termes positifs

Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.

Si (u_n) et (v_n) sont positives et si, pour tout n , $u_n \leq v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$, et

$$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leq \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$$

Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ est équivalente à celle de $\sum u_n$.

Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert.

Théorème de comparaison séries-intégrales : si $f : [n_0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue, positive et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\int_{n_0}^{+\infty} f(t)dt$ sont de même nature.

Séries de Riemann.

Toute autre règle de comparaison est hors programme.

Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles ou de restes.

Les étudiants doivent savoir comparer une série à termes positifs à une série de Riemann.

c) Séries absolument convergentes

Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.

La convergence absolue implique la convergence.

Inégalité triangulaire.

Démonstration non exigible. La notion de semi-convergence est hors programme.

d) Séries alternées

Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro.

Séries entières

Les séries entières considérées sont à coefficients réels ou complexes. La variable est réelle ou complexe. Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :

- étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence;
- étudier les propriétés de sa somme en se limitant au cas d'une variable réelle;
- établir les développements en série entière des fonctions usuelles.

La théorie des séries entières sera appliquée à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Convergence d'une série entière

Série entière d'une variable réelle ou complexe.

Lemme d'Abel : étant donné un nombre réel $r > 0$, tel que la suite $(a_n r^n)_{n \in \mathbb{N}}$ soit bornée, alors, pour tout nombre complexe z tel que $|z| < r$, la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.

Rayon de convergence défini comme borne supérieure dans $\overline{\mathbb{R}}$ de l'ensemble des réels $r \geq 0$ tels que la suite $(a_n r^n)_{n \in \mathbb{N}}$ est bornée.

Disque ouvert de convergence, intervalle ouvert de convergence.

Les séries $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^{n-1}$ ont même rayon de convergence.

Si le rayon de convergence R est un réel strictement positif, alors pour $|z| < R$, la série $\sum a_n z^n$ converge absolument, et pour $|z| > R$, la série $\sum a_n z^n$ diverge grossièrement.

Toute étude systématique de la convergence sur le cercle de convergence est exclue.

Les étudiants doivent savoir déterminer le rayon de convergence d'une série entière dont l'absolue convergence peut être étudiée avec les règles sur les séries de terme général positif.

La règle de d'Alembert relative aux séries entières est hors programme.

Démonstration non exigible.

b) Somme d'une série entière d'une variable réelle

Fonction somme, domaine de définition.

La fonction somme est continue sur l'intervalle ouvert de convergence.

La fonction somme est de classe \mathcal{C}^∞ sur l'intervalle ouvert de convergence. Dérivation terme à terme. Intégration terme à terme sur un segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.

Démonstration hors programme.

On admet de plus que si le rayon de convergence R est un réel strictement positif, et si $\sum a_n x^n$ converge pour $x = R$ (resp. $x = -R$), la somme est continue sur l'intervalle $[0, R]$ (resp. $[-R, 0]$).

Démonstration hors programme.

Démonstration hors programme.

c) Fonctions développables en série entière

Fonction développable en série entière au voisinage de 0. Unicité du développement en série entière. Développements en série entière usuels.

Lien avec la série de Taylor.

$$\frac{1}{1-x}; \ln(1+x); e^x; (1+x)^\alpha; \\ \text{ch}(x); \text{sh}(x); \cos(x); \sin(x).$$

Les étudiants doivent savoir utiliser l'unicité de la solution d'un problème de Cauchy pour déterminer un développement en série entière.

d) Exponentielle complexe

Expression admise pour un nombre complexe z de $\exp(z)$
(ou e^z) comme somme de la série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$.

Séries de Fourier

L'étude des séries de Fourier est présentée dans le cadre des fonctions T -périodiques, continues par morceaux et à valeurs dans \mathbb{R} . Ce chapitre développe des compétences de calcul à travers celui des coefficients de Fourier et l'application du théorème de Parseval. Ce chapitre est aussi particulièrement favorable aux interactions entre les disciplines.

a) Complément sur les fonctions définies par morceaux

Une fonction définie sur un segment $[a, b]$ à valeurs dans \mathbb{R} est dite continue par morceaux (respectivement de classe \mathcal{C}^1 par morceaux) sur $[a, b]$ s'il existe une subdivision $a_0 = a < a_1 < \dots < a_n = b$ telle que la restriction de f à chaque intervalle $]a_i, a_{i+1}[$ soit prolongeable comme fonction continue (respectivement de classe \mathcal{C}^1) sur $[a_i, a_{i+1}]$.

Une fonction T -périodique est dite continue par morceaux (respectivement de classe \mathcal{C}^1 par morceaux) si elle est continue par morceaux (respectivement de classe \mathcal{C}^1 par morceaux) sur une période.

Espace vectoriel des fonctions à valeurs réelles, T -périodiques et continues par morceaux sur \mathbb{R} .

Intégrale sur une période d'une fonction T -périodique et continue par morceaux.

Interprétation graphique.

\Leftrightarrow PC/SI : signaux physiques ; dualité temps-fréquence.

Extension rapide de la définition et des propriétés de l'intégrale au cas des fonctions continues par morceaux.

b) Coefficients et séries de Fourier

Coefficients de Fourier trigonométriques d'une fonction f .

Notation $a_k(f)$ et $b_k(f)$ ou, plus simplement, a_k et b_k .

Le coefficient a_0 est défini comme la valeur moyenne sur une période.

Dans certains cas, on peut simplifier les calculs en définissant pour $n \in \mathbb{N}^*$:

$$c_n(f) = \frac{1}{2}(a_n(f) - ib_n(f))$$

$$c_{-n}(f) = \frac{1}{2}(a_n(f) + ib_n(f))$$

$$\text{et } c_0(f) = a_0(f),$$

mais aucune formule relative à la forme exponentielle des coefficients de Fourier n'est exigible.

Cas des fonctions paires, impaires.

Sommes partielles de Fourier d'une fonction f définies, pour $n \in \mathbb{N}^*$, par :

$$S_n(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) \quad \text{où } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

c) Théorèmes de convergence

Théorème de Parseval : si f est une fonction T -périodique et continue par morceaux sur \mathbb{R} , les séries $\sum a_n^2$ et $\sum b_n^2$ convergent et :

$$\frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

Théorème de Dirichlet : si f est une fonction T -périodique et de classe \mathcal{C}^1 par morceaux sur \mathbb{R} , alors la série de Fourier de f converge en tout point et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n(f)(t) = \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} (f(t+h) + f(t-h))$$

Cas où f est continue et de classe \mathcal{C}^1 par morceaux.

Démonstration hors programme.

Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

\Leftrightarrow PC/SI : puissance, valeur efficace, taux de distorsion.

Démonstration hors programme.

On appelle régularisée de f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$t \mapsto \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} (f(t+h) + f(t-h)).$$

\Leftrightarrow I : tracé de sommes partielles de Fourier d'une fonction.

Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

\Leftrightarrow PC/SI : décomposition en harmoniques.

\Leftrightarrow PC : ondes thermiques stationnaires.

Équations différentielles

L'accent est mis sur les techniques de résolution des équations scalaires d'ordre 2 et des systèmes linéaires à coefficients constants, en raison de leur importance dans d'autres champs disciplinaires.

a) Équations différentielles scalaires d'ordre 2

Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène $y'' + a(t)y' + b(t)y = 0$ sur un intervalle où a et b sont des fonctions continues à valeurs réelles ou complexes.

Équation avec second membre $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$.
Principe de superposition.

Résolution dans le cas où une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas est connue.

Démonstration hors programme.

\Leftrightarrow I : méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.

Les solutions s'écrivent comme la somme d'une solution particulière de l'équation avec second membre et d'une solution de l'équation homogène.

\Leftrightarrow PC/SI : étude de systèmes ayant une masse variable dans le temps.

Recherche de solutions particulières, notamment développables en série entière.

b) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants

Écriture sous la forme $X' = AX$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille $n \times n$ à coefficients constants. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Structure de l'ensemble des solutions.

Équivalence entre une équation scalaire d'ordre n et un système de n équations d'ordre 1.

\Leftrightarrow SI : problèmes d'asservissement.

Démonstration hors programme.

Pratique de la résolution dans le cas où la matrice A est diagonalisable ou trigonalisable.

Cas particulier des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogènes à coefficients constants.

Lien avec la forme des solutions d'une équation scalaire d'ordre 2.

c) Équations différentielles non linéaires

Exemples d'équations différentielles non linéaires.

Tout exercice d'intégration d'une équation différentielle non linéaire devra comporter l'indication d'une méthode.

Fonctions de plusieurs variables

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur une partie de \mathbb{R}^n et à valeurs dans \mathbb{R} . On se limite en pratique au cas $n \leq 3$. L'étude des fonctions de plusieurs variables se veut résolument pratique : présentation de recherche d'extremums, résolution d'équations aux dérivées partielles simples, application à l'étude de certaines courbes et surfaces.

a) Introduction à la topologie de \mathbb{R}^n ($n \leq 3$)

Norme et distance euclidienne dans \mathbb{R}^n .

Tout développement sur les normes non euclidiennes est hors programme.

Boules. Partie bornée de \mathbb{R}^n .
Partie ouverte, partie fermée.

La caractérisation séquentielle d'un fermé est hors-programme.

b) Continuité

Continuité en un point, continuité sur une partie.
Opérations.
Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.

L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme.

c) Dérivées partielles, applications de classe \mathcal{C}^1 et \mathcal{C}^2 sur une partie ouverte

Dérivées partielles d'ordre 1.

Notations $\partial_i f(a)$, $\frac{\partial f}{\partial x_i}(a)$.

La notion de différentielle en un point est hors programme.

\Leftrightarrow PC : mécanique des fluides.

\Leftrightarrow PC/SI : notation différentielle $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$.

Gradient.

Notations $\vec{\nabla} f$ et $\overrightarrow{\text{grad}} f$.

Application de classe \mathcal{C}^1 . Opérations.

Existence admise.

Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe \mathcal{C}^1 .

Dérivée de $t \mapsto f(x(t), y(t))$.

Dérivées partielles de $(u, v) \mapsto h(f(u, v), g(u, v))$.

Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires et savoir étendre les deux résultats précédents au cas de trois variables.

Notations $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\partial_1 \partial_2 f$.

Dérivées partielles d'ordre 2.

\Leftrightarrow PC : laplacien.

Application de classe \mathcal{C}^2 . Opérations.

Théorème de Schwarz.

Démonstration hors programme.

Développement limité à l'ordre 2 d'une fonction de classe \mathcal{C}^2 .

La démonstration de cette formule est hors programme.

d) Équations aux dérivées partielles

Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.

Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires. L'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu.
 \Leftrightarrow PC : équation de transport, équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

e) Extremums d'une fonction de deux variables

Si une fonction de classe \mathcal{C}^1 sur un ouvert de \mathbb{R}^2 admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.

Pour une fonction de classe \mathcal{C}^2 sur un ouvert de \mathbb{R}^2 , étude de l'existence d'un extremum local en un point critique où $r^2 - s^2 \neq 0$.

Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de \mathbb{R}^2 .

Démonstration non exigible.

On donnera l'interprétation géométrique de cette étude et on visualisera les surfaces à l'aide d'un logiciel.

f) Applications géométriques

Courbe du plan définie par une équation $f(x, y) = 0$ avec f de classe \mathcal{C}^1 .

Point régulier.

Tangente en un point régulier définie comme la droite orthogonale au gradient et passant par le point.

En un point où il est non nul, le gradient de f est orthogonal aux lignes de niveau $f(x, y) = \lambda$ et orienté dans le sens des valeurs croissantes de f .

Surface définie par une équation $f(x, y, z) = 0$ avec f de classe \mathcal{C}^1 .

Point régulier.

Plan tangent à une surface en un point régulier défini comme le plan orthogonal au gradient et passant par le point.

Position relative locale entre une surface d'équation $z = g(x, y)$ et son plan tangent.

Cas particulier des courbes d'équation $y = g(x)$.

En admettant l'existence d'un paramétrage local de classe \mathcal{C}^1 , lien avec la tangente à un arc paramétré.

Démonstration hors programme.

\Leftrightarrow PC : lignes équipotentielles et lignes de champ.

\Leftrightarrow I : tracé de lignes de niveau.

Cas particulier des surfaces d'équation $z = g(x, y)$.

Enseignements secondaire et supérieur

Classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs

Organisation générale des études, horaire et programme de la classe préparatoire scientifique ATS génie civil

NOR : MENS1506089A

arrêté du 5-5-2015 - J.O. du 5-6-2015

MENESR - DGESIP A1-2

Vu code de l'éducation notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 23-11-1994 modifié notamment article 5 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 23-3-1995 ; arrêté du 7-1-1998 ; avis du CSE du 10-4-2015 ; avis du Cneser du 13-4-2015

Article 1 - L'organisation générale des études et l'horaire de la classe préparatoire scientifique ATS génie civil sont définis par les dispositions du présent arrêté.

Article 2 - L'horaire hebdomadaire de l'année d'études en classe préparatoire scientifique ATS génie civil est fixé à l'annexe 1 du présent arrêté.

Article 3 - La durée hebdomadaire des interrogations orales effectuées dans la classe préparatoire scientifique ATS génie civil est fixée à l'annexe 2 du présent arrêté. Les interrogations orales sont organisées hebdomadairement durant vingt-cinq semaines. Dans les classes à faible effectif groupant moins de dix étudiants, la durée des interrogations orales est réduite de moitié.

Article 4 - Les objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire scientifique ATS génie civil sont fixés respectivement aux annexes 3 (mathématiques), 4 (informatique), 5 (physique), 6 (sciences industrielles de l'ingénieur), 7 (français et philosophie) et 8 (langues vivantes étrangères) du présent arrêté.

Article 5 - Les dispositions du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2015.

Article 6 - La directrice générale de l'enseignement scolaire et la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle sont chargées, chacune en ce qui la concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 5 mai 2015

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
La directrice générale de l'enseignement scolaire,
Florence Robine

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche

et par délégation,
pour la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,
Le chef de service de la stratégie des formations et de la vie étudiante
Rachel-Marie Pradeilles-Duval

Annexe 1

Horaire hebdomadaire de la classe préparatoire scientifique ATS génie civil (enseignement hebdomadaire élève)

Disciplines	Cours	TD	TP
Mathématiques	6	4 (a)	-
Informatique	-	(b)	-
Physique	5	3 (a)	2
Génie civil	2	2	3
Français-philosophie	2	1	-
Langue vivante étrangère	2	1	-
Education physique et sportive	2		
Total	19	11 (c)	5
Total heures élève	35		

a) dont 1 h de soutien.

b) 1 heure d'enseignement au total est consacré à l'informatique ; cet horaire est inclus dans celui des disciplines scientifiques et technologiques

c) dont 2 h de soutien.

Annexe 2

Durée hebdomadaire des interrogations orales dans la classe préparatoire scientifique ATS génie civil

Mathématiques	Informatique	Physique	Génie civil	Français-philosophie	Langue vivante étrangère
20 min	5 min	10 min	10 min	(a)	10 min

(a) deux séances d'interrogation de 30 min réparties sur l'année.

L'organisation de ces temps de formation est laissée à la discrétion de l'équipe pédagogique pour répondre de la manière la plus efficace possible à des besoins de différenciation et d'accompagnement.

Annexe 3

↳ Objectifs de formation et programme de mathématiques de la classe préparatoire scientifique ATS génie civil

Annexe 4

Objectifs de formation et programme d'informatique de la classe préparatoire scientifique ATS génie civil

I - Objectifs de formation

1. Généralités

L'informatique, omniprésente dans les différentes sphères de l'entreprise, de la recherche, des services, de la culture et des loisirs, repose sur des mécanismes fondamentaux devant être maîtrisés par les futurs ingénieurs, enseignants et chercheurs qui auront à s'en servir pour agir en connaissance de cause dans leur vie professionnelle.

La rapide évolution des outils informatiques et des sciences du numérique dans tous les secteurs de l'ingénierie (industrielle, logicielle et des services) et de la recherche rend indispensable un enseignement de l'informatique spécifiquement conçu pour l'étudiant de CPGE scientifiques. Celui-ci devra pouvoir dans sa vie professionnelle communiquer avec les informaticiens de son entreprise ou de son laboratoire, participer aux prises de décision en matière de systèmes d'information, posséder des connaissances de base nécessaires à la compréhension des défaillances et des risques informatiques, ainsi que des solutions permettant d'y remédier, et exploiter à bon escient les résultats de calculs numériques. Pour ce faire, il devra comprendre des concepts tels que la précision numérique, la faisabilité, l'efficacité, la qualité et les limites de solutions informatiques, ce qui requiert une certaine familiarité avec les architectures matérielles et logicielles, les systèmes d'exploitation, le stockage des données et les réseaux. Cette diversité d'exigences impose une formation à la fois fondamentale et appliquée.

Au niveau fondamental, on se fixe pour objectif la maîtrise d'un certain nombre de concepts de base, et avant tout, la conception rigoureuse d'algorithmes et le choix de représentations appropriées des données. Ceci impose une expérience pratique de la programmation et de la manipulation informatique de données, notamment d'origine expérimentale ou industrielle, et parfois disponibles en ligne.

Au niveau des applications, la rapidité d'évolution des technologies logicielles et matérielles renforce l'intérêt de présenter des concepts fondamentaux pérennes sans s'attacher outre mesure à la description de technologies, protocoles ou normes actuels. En revanche, la formation s'attachera à contextualiser le plus souvent possible les activités pratiques en s'appuyant sur les autres disciplines scientifiques : physique, mathématiques, sciences industrielles de l'ingénieur.

2. Compétences visées

Cet enseignement doit permettre de développer les compétences suivantes :

Analyser et modéliser	un problème, une situation ;
Imaginer et concevoir	une solution algorithmique modulaire, utilisant des méthodes de programmation, des structures de données appropriées pour le problème étudié ;
Traduire	un algorithme dans un langage de programmation moderne et généraliste ;
Spécifier	rigoureusement les modules ou fonctions ;
Évaluer, contrôler, valider	des algorithmes et des programmes ;
Communiquer	à l'écrit ou à l'oral, une problématique, une solution ou un algorithme, une documentation.

L'étude et la maîtrise de quelques algorithmes fondamentaux, l'utilisation de structures de données adaptées et l'apprentissage de la syntaxe du langage de programmation choisi permettent de développer des méthodes (ou paradigmes) de programmation appropriés, fiables et efficaces : programmation impérative, approche descendante, programmation structurée, utilisation de bibliothèques logicielles, documentation des programmes en vue de leur réutilisation et possibles modifications ultérieures.

La pratique régulière de la résolution de problèmes par une approche algorithmique et des activités de programmation qui en résultent constitue un aspect essentiel de l'apprentissage de l'informatique. Il est éminemment souhaitable que les exemples choisis ainsi que certains exercices d'application soient directement inspirés par les enseignements de physique, de mathématiques, et de sciences industrielles de l'ingénieur.

3. Outil employé

L'enseignement se fonde sur un outil de programmation (langage et bibliothèques) basé sur un langage interprété largement répandu et à source libre. Au moment de la conception de ce programme, l'outil sélectionné est Scilab. Les travaux pratiques conduiront à éditer et manipuler fréquemment des codes sources et des fichiers. Les étudiants doivent être familiarisés avec les tâches de création d'un fichier source, d'édition d'un programme, de gestion des fichiers, d'exécution et d'arrêt forcé d'un programme. Cet outil de calcul scientifique est utilisé en lien avec l'étude des problèmes de simulation. Son étude n'est pas une fin en soi et n'est pas un attendu du programme. Des textes réglementaires ultérieurs pourront mettre à jour ce choix en fonction des évolutions et des besoins.

II - Programme

1. Architectures matérielles

a) Présentation du système informatique utilisé et éléments d'architecture des ordinateurs

Une ou deux séances introductives seront consacrées à présenter et à familiariser les étudiants :

- aux principaux composants d'une machine numérique telle que l'ordinateur personnel, une tablette, etc. : sources d'énergie, mémoire vive, mémoire de masse, unité centrale, périphériques d'entrée-sortie, ports de communication avec d'autres composants numériques (aucune connaissance particulière des composants cités n'est cependant exigible) ;
- à la manipulation d'un système d'exploitation (gestion des ressources, essentiellement : organisation des fichiers, arborescence, droits d'accès, de modification, entrées/sorties) ; à la manipulation d'un environnement de développement.

La principale capacité développée dans cette partie de la formation est de manipuler en mode « utilisateur » les principales fonctions d'un système d'exploitation et d'un environnement de développement.

b) Représentation des nombres et conséquences

Il s'agit de familiariser les étudiants avec les problèmes liés à la représentation finie des nombres et à la discrétisation des modèles numériques. Les calculatrices peuvent servir de support d'étude de ces questions.

Contenus	Précisions et commentaires
Principe de la représentation des nombres entiers en mémoire.	On introduit ou rappelle brièvement le principe des représentations binaire et hexadécimale ainsi que leurs limites.
Principe de la représentation des nombres réels en mémoire.	On se limite à la définition de l'écriture en virgule flottante normalisée et on explique le codage d'un nombre réel en général sans entrer dans les cas particuliers comme les non- nombres « not a number » ou les infinis.
Conséquences de la représentation limitée des nombres réels en machine.	On illustre, sur des exemples simples, pouvant être illustrés au moyen d'une calculatrice, les phénomènes de dépassement de capacité (ou « overflow ») de séquences de calculs conduisant à des résultats faux et erreurs d'arrondis. On illustre aussi le problème de la comparaison à zéro, par exemple dans une équation du second degré.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :

- appréhender les limitations intrinsèques à la manipulation informatique des nombres ;
- initier un sens critique au sujet de la qualité et de la précision des résultats de calculs numériques sur ordinateur ;

2. Algorithmique et programmation

a) Algorithmique

Les compétences en matière d'algorithmique et de programmation étant profondément liées, il est souhaitable que ces deux sujets soient abordés de concert, même si pour des raisons de clarté d'exposition ils sont ici séparés.

L'introduction à l'algorithmique contribue à apprendre à l'étudiant à analyser, à spécifier et à modéliser de manière rigoureuse une situation ou un problème. Cette démarche algorithmique procède par décomposition en sous-problèmes et par affinements successifs. L'accent étant porté sur le développement raisonné d'algorithmes, leur implantation dans un langage de programmation n'intervient qu'après une présentation organisée de la solution algorithmique, indépendante du langage choisi.

La notion de complexité temporelle des algorithmes est introduite de manière expérimentale sur des exemples simples.

Pour faire mieux comprendre la notion d'algorithme et sa portée universelle, on s'appuie sur un petit nombre d'algorithmes simples, classiques et d'usage universel, que les étudiants doivent savoir expliquer et programmer, voire modifier selon les besoins et contraintes des problèmes étudiés.

Contenus	Précisions et commentaires
Recherche dans une liste, recherche du maximum dans une liste de nombres, calcul de la moyenne et de la variance.	
Recherche par dichotomie dans un tableau trié. Recherche par dichotomie du zéro d'une fonction continue et monotone.	Les questions de précision du calcul sont en lien avec la partie 1.b.
Méthodes des rectangles et des trapèzes pour le calcul approché d'une intégrale sur un segment.	Les questions de précision du calcul sont en lien avec la partie 1.b.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :

- comprendre un algorithme et expliquer ce qu'il fait ;
- modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent ;
- concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé et le documenter ;
- expliquer le fonctionnement d'un algorithme ;
- écrire des instructions conditionnelles avec alternatives, éventuellement imbriquées ;
- s'interroger sur l'efficacité algorithmique temporelle d'un algorithme.

b) Programmation

On insistera sur une organisation modulaire des programmes ainsi que sur la nécessité d'une programmation structurée et parfaitement documentée.

Contenus	Précisions et commentaires
Variables : notion de type et de valeur d'une variable, types simples.	Les types simples présentés sont les entiers, flottants, booléens et chaînes de caractères.
Expressions et instructions simples : affectation, opérateurs usuels, distinction entre expression et instruction.	Les expressions considérées sont à valeurs numériques, booléennes ou de type chaîne de caractères.
Instructions conditionnelles : expressions booléennes et opérateurs logiques simples, instruction if. Variantes avec alternative (else).	Les étudiants devront être capables de structurer et comprendre plusieurs niveaux d'alternatives implantées par des instructions conditionnelles imbriquées.
Instructions itératives : boucles for , boucles conditionnelles while .	Les sorties de boucle (instruction break) peuvent être présentées et se justifient uniquement lorsqu'elles contribuent à simplifier notablement la programmation sans réelle perte de lisibilité des conditions d'arrêt.

Fonctions : notion de fonction (au sens informatique), définition dans le langage utilisé, paramètres (ou arguments) et résultats, portée des variables.	On distingue les variables locales des variables globales et on décourage l'utilisation des variables globales autant que possible.
Manipulation de quelques structures de données : chaînes de caractères (création, accès à un caractère, concaténation), listes (création, ajout d'un élément, suppression d'un élément, accès à un élément, extraction d'une partie de liste), tableaux à une ou plusieurs dimensions.	On met en évidence le fait que certaines opérations d'apparence simple cachent un important travail pour le processeur. On met à profit la structure de tableau d'entiers à deux dimensions pour introduire la notion d'image ponctuelle (« bitmap »). Les algorithmes de traitement d'image seront abordés plus tard.
Fichiers : notion de chemin d'accès, lecture et écriture de données numériques ou de type chaîne de caractères depuis ou vers un fichier.	On encourage l'utilisation de fichiers en tant que supports de données ou de résultats avant divers traitements, par exemple graphiques.

Les exemples de programmation ne se limitent pas à la traduction des algorithmes introduits en partie 2-b.

Les principales capacités développées dans cette partie sont les suivantes :

- choisir un type de données en fonction d'un problème à résoudre ;
- concevoir l'en-tête (ou la spécification) d'une fonction, puis la fonction elle-même ;
- traduire un algorithme dans un langage de programmation ;
- gérer efficacement un ensemble de fichiers correspondant à des versions successives d'un fichier source ;
- rechercher une information au sein d'une documentation en ligne, analyser des exemples fournis dans cette documentation ;
- documenter une fonction, un programme ;
- modifier une programmation en vue de changer le comportement de tout ou partie d'un système complexe.

3. Ingénierie numérique et simulation

Dans cette partie de programme, on étudie le développement d'algorithmes numériques sur des problèmes scientifiques étudiés et mis en équation. La pédagogie par projets est encouragée.

Il s'agit d'apprendre aux étudiants à utiliser des algorithmes numériques simples et/ou à utiliser des bibliothèques pour résoudre des problèmes étudiés et mis en équation dans les autres disciplines.

Dans cette partie, on n'aborde pas les aspects théoriques des algorithmes étudiés (qui peuvent être traités dans d'autres disciplines). Seules la mise en œuvre constructive des algorithmes et l'analyse empirique des résultats sont concernées. On illustre ainsi les performances de différents algorithmes pour la résolution des problèmes. On met l'accent sur les aspects pratiques comme l'impact des erreurs d'arrondi sur les résultats, les conditions d'arrêt, la complexité en temps de calcul.

Contenus	Précisions et commentaires
----------	----------------------------

Bibliothèques logicielles : utilisation de quelques fonctions d'une bibliothèque et de leur documentation en ligne.	On met en évidence l'intérêt de faire appel aux bibliothèques, évitant de devoir réinventer des solutions à des problèmes bien connus. La recherche des spécifications des bibliothèques joue un rôle essentiel pour le développement de solutions fiables aux problèmes posés.
Problème stationnaire à une dimension, linéaire ou non, conduisant à la résolution approchée d'une équation algébrique ou transcendante. Méthode de dichotomie, méthode de Newton.	On souligne les différences du comportement informatique des deux algorithmes en termes de rapidité. On illustre le problème du test d'arrêt (inadéquation de la comparaison à zéro).
Problème dynamique à une dimension, linéaire ou non, conduisant à la résolution approchée d'une équation différentielle ordinaire par la méthode d'Euler.	On compare les résultats obtenus avec les fonctions de résolution approchée fournies par une bibliothèque numérique. On met en évidence l'impact du pas de discrétisation et du nombre d'itérations sur la qualité des résultats et sur le temps de calcul.
Problème discret multidimensionnel, linéaire, conduisant à la résolution d'un système linéaire inversible (ou de Cramer) par la méthode de Gauss avec recherche partielle du pivot.	Il ne s'agit pas de présenter cet algorithme mais de l'exécuter pour étudier sa mise en œuvre et les problèmes que pose cette démarche. On souligne la complexité de l'algorithme en fonction de la taille des matrices et son impact sur le temps de calcul.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :

- réaliser un programme complet structuré allant de la prise en compte de données expérimentales à la mise en forme des résultats permettant de résoudre un problème scientifique donné ;
- utiliser les bibliothèques de calcul standard pour résoudre un problème scientifique mis en équation lors des enseignements, de physique, mathématiques, sciences industrielles de l'ingénieur ;
- tenir compte des aspects pratiques comme l'impact des erreurs d'arrondi sur les résultats, le temps de calcul ou le stockage en mémoire.

4. Réalisation d'un projet

L'acquisition durable de compétences en informatique repose sur une pratique régulière et s'accorde au mieux avec le développement de projets. Il est donc recommandé de faire réaliser aux étudiants un projet mettant en œuvre les compétences des programmes de la filière.

Pour la réalisation de ce projet, les étudiants peuvent travailler en groupe de taille réduite. Le temps passé sur les projets doit rester modeste. Les thèmes des projets doivent être choisis de manière à représenter la diversité des applications possibles, notamment en physique et sciences industrielles de l'ingénieur.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :

- recueillir des informations et mobiliser des ressources ;
- décomposer un problème complexe en tâches élémentaires ;
- organiser un travail impliquant un développement logiciel ;
- collaborer au sein d'une équipe pour réaliser une tâche ;
- avoir un regard critique sur les résultats obtenus ;
- présenter une solution à l'écrit, à l'oral.

Ces projets doivent pouvoir être présentés (sous forme écrite et orale) par les étudiants en mettant en valeur :

- la nature et l'intérêt du problème scientifique étudié ;
- l'approche choisie pour résoudre le problème ;
- l'organisation choisie pour la conduite du projet (répartition des tâches, échéancier) ;
- la structuration de la solution ;
- l'adéquation de la solution par rapport au problème initialement posé.

Annexe 5

↳ *Objectifs de formation et programme de physique de la classe préparatoire scientifique ATS génie civil*

Annexe 6

↳ *Objectifs de formation et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe préparatoire scientifique ATS génie civil*

Annexe 7

Objectifs de formation et programme de français et philosophie de la classe préparatoire scientifique d'ATS génie civil

I - Objectifs de formation

Commun à toutes les classes préparatoires scientifiques, cet enseignement qui concerne à part égale les lettres et la philosophie, est partie constituante de la formation générale des étudiants. Sa finalité est de former l'esprit à une réflexion autonome et éclairée par la lecture ample et directe des grands textes et par la pratique de la dissertation, qui apprend à l'étudiant à s'interroger, à conduire une pensée cohérente et à exploiter d'une manière pertinente ses lectures. Il poursuit trois objectifs majeurs :

1. Il vise à développer leur maîtrise de l'expression écrite et orale ainsi que leur aptitude à communiquer, compétences indispensables pour leur future vie professionnelle.

Le travail méthodique sur des textes extraits ou non du programme par l'exercice de la lecture et du résumé, sollicite leurs qualités de compréhension et de reformulation, les conduit à identifier diverses stratégies de communication, à hiérarchiser des informations d'origines variées et à savoir en proposer une présentation structurée, leur apprend à entrer dans un système d'argumentation et à en apprécier la pertinence.

La pratique des interrogations orales leur donne l'occasion de s'exercer à présenter un sujet, d'argumenter avec rigueur, de se mettre à l'écoute d'un interlocuteur et de renforcer leur aptitude au dialogue.

2. Il les entraîne à approfondir leur réflexion personnelle et leur sens critique en sollicitant leurs capacités de comprendre une problématique large ou limitée, d'imaginer des solutions, de mobiliser rapidement leurs connaissances et de savoir choisir avec discernement des arguments convaincants.

3. Il leur permet, par la lecture des œuvres inscrites au programme, d'enrichir leur culture et de mieux comprendre le monde dans lequel ils vivent. Grâce à un choix obéissant aux critères suivants :

- qualité d'écriture ;
- richesse, attrait et signification des œuvres ;
- variété des genres ;
- présence d'une œuvre traduite ;

il invite les étudiants à confronter sur un même thème des points de vue diversifiés et à en tirer profit pour leur formation personnelle.

II - Programme

Durant l'année de préparation, l'enseignement prend appui notamment sur un thème étudié dans deux œuvres littéraires et philosophiques.

Ce thème et les œuvres correspondantes sont fixés pour un an par arrêté.

Annexe 8

Objectifs de formation et programme de langues vivantes étrangères de la classe préparatoire scientifique d'ATS génie civil

I - Objectifs de formation

L'étude des langues vivantes étrangères dans la classe préparatoire ATS a comme objectifs :

- 1) de consolider, d'approfondir et de compléter les acquis des scolarités antérieures sur le double plan linguistique et culturel ;
- 2) d'entraîner les étudiants à la méthodologie et à la pratique des différentes formes d'évaluation par des exercices portant notamment sur :
 - la compréhension de l'écrit et celle de l'oral ;
 - l'expression orale et écrite ;
 - les activités de traduction et de contraction de texte ;
 - la compétence linguistique ;
- 3) de mettre en perspective les grands repères culturels relatifs aux pays dont la langue est étudiée.

II - Programme

Pendant l'année de préparation, on veillera à développer chez les étudiants les aptitudes qui leur permettent :

- de comprendre un document enregistré (audio ou vidéo) portant sur un sujet d'intérêt général dans une aire linguistique donnée en évitant les écarts trop marqués sur les plans lexical, syntaxique et phonologique ;
- d'appréhender le sens de textes d'origine et de nature variées, de rendre compte de leur contenu et de leur structure et de mettre en évidence les enjeux qu'ils soulèvent ;
- de s'exprimer, tant à l'oral qu'à l'écrit, dans une langue syntaxiquement correcte faisant appel à des ressources lexicales progressivement enrichies ;
- de prendre la parole en recherchant aisance dans l'expression et qualité de la prononciation.

Annexe 5**Objectifs de formation et programme de physique de la classe préparatoire scientifique ATS génie civil****Préambule**

Le programme de physique d'ATS est construit de manière à ce que soit assurée une continuité de formation depuis le lycée, pour des étudiants issus de sections de techniciens supérieurs et d'instituts universitaires de technologie. Il s'agit de les amener progressivement au niveau requis pour poursuivre avec succès des études scientifiques et techniques en école d'ingénieur et, plus généralement, de conforter leur capacité à se former tout au long de la vie. La physique est une science fondamentale à forte dimension expérimentale. Ces deux aspects s'enrichissent mutuellement et leur intrication est un élément essentiel de l'enseignement. Cela nécessite de consolider le socle de connaissances et de capacités dans le domaine de la physique mais aussi de continuer à développer les compétences permettant de les mettre en œuvre de manière efficiente. Le programme est construit afin d'atteindre ces deux objectifs.

Ce développement des compétences nécessite la mise en œuvre de modalités pédagogiques favorisant la mise en activité des étudiants et s'appuyant sur des composantes de la démarche scientifique : la démarche expérimentale, la résolution de problème et l'analyse documentaire. Elles visent la poursuite du développement chez l'étudiant, outre des compétences purement scientifiques, de l'esprit critique, de l'autonomie, de la prise d'initiative, de la capacité à acquérir par soi-même de nouvelles connaissances et capacités. Ces modalités permettent aussi à chacun d'être acteur de sa formation et favorisent l'épanouissement des différentes intelligences.

La priorité doit être mise sur la modélisation des phénomènes et sur l'analyse des résultats obtenus. La résolution des équations issues des phases de modélisation doit faire appel autant que possible aux outils numériques afin de réduire la part des calculs analytiques et, ainsi, de reporter l'attention des étudiants vers des aspects plus fondamentaux (modélisation, analyse des résultats, etc.). Cela permet aussi d'aborder (même modestement) des systèmes plus proches de la réalité en s'affranchissant d'une résolution analytique pas toujours accessible.

Le programme fait toujours une très large place à la démarche expérimentale, essentielle à l'acquisition et à la consolidation des notions. Tout au long du programme, des problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale sont **identifiées en gras**. Elles doivent être abordées, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Au regard de ce qui précède, le programme est organisé en trois parties :

1. dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problème. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de l'année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Leur mise en œuvre doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée ;

2. dans la deuxième partie « **formation expérimentale** » sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les étudiants doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues ;

3. dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires. Elles sont organisées en deux colonnes : aux « notions et contenus » de la première colonne correspondent une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise.

Les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en ATS sont précisés en annexe.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée à l'intérieur de chaque semestre. Le professeur doit organiser son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

1. la mise en activité des étudiants : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problème permettent cette mise en activité. Le professeur peut mettre en œuvre d'autres activités visant les mêmes objectifs ;

2. la mise en contexte des contenus scientifiques : la physique s'est développée afin de répondre à des questions que l'homme se pose. Ainsi en ATS, le questionnement scientifique, prélude à la construction des notions et concepts, se déploiera à partir d'objets technologiques emblématiques du monde contemporain, de procédés simples ou complexes, de phénomènes naturels ;

3. une nécessaire mise en cohérence des différents enseignements scientifiques et technologiques : la progression en physique doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les enseignements de mathématiques et de sciences industrielles.

Partie 1 - Démarche scientifique

Démarche expérimentale

Les activités expérimentales mises en œuvre dans le cadre d'une démarche scientifique mobilisent les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres composantes du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les étudiants et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence.

Compétence	Capacités exigibles associées
S'approprier	<ul style="list-style-type: none">- Rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation.- Énoncer une problématique.- Définir des objectifs.
Analyser	<ul style="list-style-type: none">- Formuler une hypothèse.- Proposer une stratégie pour répondre à une problématique.- Proposer un modèle.- Choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental.- Évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations.
Réaliser	<ul style="list-style-type: none">- Mettre en œuvre un protocole.- Utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « Grandeurs et instruments », avec aide pour tout autre matériel.- Mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates.- Effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales.
Valider	<ul style="list-style-type: none">- Exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes.- Confronter un modèle à des résultats expérimentaux.- Confirmer ou infirmer une hypothèse, une information.- Analyser les résultats de manière critique.- Proposer des améliorations de la démarche ou du modèle.
Communiquer	<ul style="list-style-type: none">- À l'écrit comme à l'oral :<ul style="list-style-type: none">. présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible ;. utiliser un vocabulaire scientifique adapté ;. s'appuyer sur des schémas, des graphes.- Faire preuve d'écoute, confronter son point de vue.
Être autonome, faire preuve d'initiative	<ul style="list-style-type: none">- Travailler seul ou en équipe.- Solliciter une aide de manière pertinente.- S'impliquer, prendre des décisions, anticiper.

Concernant la compétence « **communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de bien préparer les étudiants à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

Concernant la compétence « **être autonome, faire preuve d'initiative** », elle est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les étudiants à l'autonomie et l'initiative.

Approches documentaires

Les approches documentaires mises en œuvre dans le cadre d'une démarche scientifique mobilisent les compétences indiquées dans le tableau ci-dessous. Le professeur a toute latitude de choisir les thèmes faisant l'objet d'une approche documentaire. Une liste indicative non exhaustive d'exemples est donnée à la fin de certaine partie. Dans ce cadre, il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo, etc.), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...) dans les domaines de la physique des xx^e et xxi^e siècles et de ses applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétences	Capacités associées
S'approprier	<ul style="list-style-type: none">- Dégager la problématique principale.- Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie.- Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau, etc.).- ...
Analyser	<ul style="list-style-type: none">- Identifier les idées essentielles et leurs articulations.- Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments de documents.- Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence.- Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif.- S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire pour apporter de la plus-value aux documents proposés.- ...
Réaliser	<ul style="list-style-type: none">- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau.- Trier et organiser des données, des informations.- Tracer un graphe à partir de données.- Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure, etc.- Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau, etc.- Conduire une analyse dimensionnelle.- Utiliser un modèle décrit.- ...
Valider	<ul style="list-style-type: none">- Confronter les idées d'un texte à ses connaissances.- Faire preuve d'esprit critique.- Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude, etc.).- Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance.- ...
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	<ul style="list-style-type: none">- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation, etc. (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique).- Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale.- Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques.- ...

Résolution de problème

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problème » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problème permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les étudiants d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence ; elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Capacités exigibles associées
S'approprier le problème	<ul style="list-style-type: none">- Faire un schéma modèle.- Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole.- Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées.- Relier le problème à une situation modèle connue.- ...
Établir une stratégie de résolution (analyser)	<ul style="list-style-type: none">- Décomposer le problème en des problèmes plus simples.- Commencer par une version simplifiée.- Expliciter la modélisation choisie (définition du système, etc.).- Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées.- ...
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser)	<ul style="list-style-type: none">- Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée.- Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique.- ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider)	<ul style="list-style-type: none">- S'assurer que l'on a répondu à la question posée.- Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus.- Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, etc.).- Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.
Communiquer	<ul style="list-style-type: none">- Présenter la résolution, en expliquant le raisonnement et les résultats.

Remarques complémentaires

Suivent des possibilités d'articulation entre la résolution de problème et les autres types de compétences développées.

En lien avec les incertitudes :

- évaluer ou déterminer la précision de la solution proposée, notamment lorsqu'il s'agit d'une solution approchée sans la surestimer ni la sous-estimer (on a souvent tendance à dire que l'on fait un calcul d'ordre de grandeur alors que l'on a un résultat à 10 % près) ;
- déterminer ce qu'il faudrait faire pour améliorer la précision d'un résultat ;

En lien avec l'analyse de documents :

- analyser de manière critique un texte dont l'objet est scientifique ou technique, en mobilisant ses connaissances, notamment sur les valeurs quantitatives annoncées. Être capable de vérifier la cohérence des chiffres proposés en développant un modèle simple ;
- vérifier à l'aide d'un document technique, d'une photographie, etc. le résultat d'une modélisation.

En lien avec la démarche expérimentale :

- l'approche « résolution de problème » peut se prêter à des activités expérimentales pour lesquelles une tâche précise sera demandée sans que la méthode ne soit donnée. Par exemple : mesurer une quantité physique donnée, comparer deux grandeurs, mettre en évidence un phénomène, etc. ;
- la vérification d'une modélisation sera effectuée en réalisant l'expérience. Cela peut s'effectuer en prédisant quantitativement l'issue d'une expérience, puis en effectuant les mesures pour vérifier les valeurs prédites.

En lien avec les compétences de « rédaction » :

- rédiger de manière concise et directe une solution qui a souvent été trouvée par un long cheminement.

Partie 2 - Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la pratique de la démarche expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude - en gras dans la troisième partie du programme - à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie. Elle permet de poursuivre la formation initiée en sections

de techniciens supérieurs ou en IUT, ou, pour le moins, de donner aux étudiants le socle minimum dans le domaine de la « **mesure et des incertitudes** » et permettre l'acquisition des capacités expérimentales présentées dans la partie « **mesures et savoir-faire** » afin qu'elles soient pratiquées en autonomie par les étudiants.

Mesures et incertitudes

Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les étudiants doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont lors de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure, etc., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières S, STI2D et STL du lycée et de certaines sections de technicien supérieur.

Les étudiants doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes.

Pour assurer le succès de cette formation en ATS, il est essentiel que ces notions diffusent dans chacun des thèmes du programme et qu'elles soient régulièrement évaluées. Dans un souci de contextualisation, on évitera toute séquence de cours spécifiques. L'informatique fournit aux étudiants les outils nécessaires à l'évaluation des incertitudes (notamment composées) sans qu'ils soient conduits à entrer dans le détail des concepts mathématiques sous-jacents.

Notions et contenu	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur	<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique. - Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.
Notion d'incertitude, incertitude-type Évaluation d'une incertitude-type Incertaince-type composée Incertaince élargie	<ul style="list-style-type: none"> - Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée. - Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité). - Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie, etc.). - Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel. - Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs. - Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.
Présentation d'un résultat expérimental Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure)	<ul style="list-style-type: none"> - Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance. - Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence. - Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.

Mesures et savoir-faire

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes - repérés en gras dans le corps du programme - peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaines, le premier étant davantage transversal. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
Mesures de temps et de fréquences Fréquence, période ou temps de réponse : mesure à l'oscilloscope ou via une carte d'acquisition Analyse spectrale	<ul style="list-style-type: none"> - Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition. - Reconnaître une avance ou un retard. - Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique ou non à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.
Mécanique	<ul style="list-style-type: none"> - Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie.

Visualiser et décomposer un mouvement Mesurer une vitesse, une accélération Quantifier une action	- Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération. - Mettre en œuvre un capteur de vitesse, un accéléromètre. - Utiliser un dynamomètre, un capteur de force.
Thermodynamique et mécanique des fluides Mesurer une pression Mesurer une température Effectuer des bilans d'énergie	- Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu. - Mettre en œuvre un capteur de température. - Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.
Conduction thermique	- Mettre en œuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique, le protocole étant donné. - Utiliser un capteur dans le domaine des infrarouges.
Électricité et électromagnétisme Mesurer une tension : - mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique. Mesurer un courant : - mesure directe à l'ampèremètre numérique ; - mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée. Mesurer une énergie électrique ou magnétique Transmettre une information à l'aide d'une onde hertzienne	- Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques : . préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et ses limites (bande passante, résistance d'entrée) ; . définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête, etc.). Mettre en œuvre un montage électrique permettant d'apprécier l'énergie reçue par un composant. Mettre en œuvre un dispositif permettant de moduler, d'émettre et de recevoir une onde électromagnétique.

Partie 3 - Formation disciplinaire

Premier semestre

Comportement dynamique des systèmes

La dynamique des systèmes est proposée en deux parties, séparées par la thermodynamique.

Cela permet à l'étudiant de s'approprier les modèles et les outils associés sur une plus longue période ; l'objectif est de minimiser les confusions entre les régimes libres et les régimes forcés.

La dynamique des systèmes est d'abord décrite par des équations scalaires. Cette partie sera l'occasion d'introduire auprès des étudiants quelques modélisations classiques qui seront de nouveau exploitées ultérieurement avec un degré de complexité plus important.

Dans ce but, les interactions seront d'abord décrites au travers de l'étude des aspects énergétiques.

L'étude de l'énergie permet d'analyser qualitativement le comportement d'un système avant de le modéliser par des équations différentielles.

Les systèmes simples étudiés font appel, pour leur description au niveau des interactions, à la gravitation en champ uniforme, à l'action de ressorts et à l'action d'un support en l'absence de frottement solide.

Ces systèmes évoluent spontanément vers des minima d'énergie.

On introduit des pertes énergétiques conduisant à des équations différentielles linéaires ou linéarisables.

Les compétences développées en mécanique pourront être transférées à d'autres systèmes physiques aux comportements similaires (notamment pour les régimes transitoires, les oscillations, les ondes, etc.). Ces analogies permettront d'étudier des systèmes en postulant les équations régissant leur évolution.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Observation d'un mouvement	
Point matériel	- Citer des exemples de systèmes pouvant se ramener à l'étude de leur centre de masse.
Principe d'inertie	- Citer quelques exemples d'expériences où les référentiels d'étude peuvent être considérés comme galiléens.
Énergie cinétique	- Définir la vitesse et l'énergie cinétique d'un point matériel.
2. Interactions conservatives	
Énergie potentielle fonction d'une seule variable spatiale	- Citer les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur associée à un champ uniforme et de l'énergie potentielle élastique associée à un ressort.
Équilibre en référentiel galiléen	- Identifier sur le graphe de l'énergie potentielle les éventuelles positions d'équilibre stable et instable.

	- Exploiter d'autres situations où l'expression de l'énergie potentielle est fournie.
3. Énergie mécanique	
Énergie mécanique	- Distinguer une énergie cinétique d'une énergie potentielle.
Conservation de l'énergie	- Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique. - Déduire d'un graphe d'énergie potentielle ou d'une expression d'une énergie mécanique une vitesse ou une position en des points particuliers. - Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement borné ou non de la trajectoire.
Non conservation de l'énergie mécanique Modèle d'ordre 1	- Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. - Énoncer le théorème liant l'énergie mécanique à la puissance des forces non conservatives. - Étudier un système modélisé par une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants ; interprétation qualitative du temps caractéristique. - Exploiter numériquement une interaction dissipative amenant à une équation différentielle linéaire ou non linéaire.
4. Oscillations libres	
Interprétation avec le graphe de l'énergie potentielle	- Expliquer l'existence d'oscillations autour d'une position d'équilibre stable. - Prévoir l'amplitude des oscillations et la vitesse maximale.
Oscillateur non amorti	- Identifier et utiliser le modèle de l'oscillateur harmonique. - Étude expérimentale d'un oscillateur harmonique.
Portrait de phase	- Interpréter un portrait de phase fourni ou relevé expérimentalement.
Non conservation de l'énergie mécanique Modèle d'ordre 2	- Utiliser le modèle de l'oscillateur harmonique amorti par frottements fluides. Résoudre et interpréter les solutions de l'équation différentielle canonique. - Identifier les différents régimes et exploiter les courbes. - Commenter le cas où le facteur de qualité est grand devant 1. - Relier facteur de qualité et facteur d'amortissement.

Thermodynamique industrielle

Le cours de thermodynamique industrielle est une seconde approche du concept d'énergie. C'est le terreau dans lequel les étudiants vont consolider leur expertise en bilan d'énergie et leur compréhension des transformations possibles.

Le choix de l'étude de situations simples issues de la vie courante et faisant appel à des machines cycliques dithermes permet de constituer le socle indispensable à l'apprentissage des concepts de base de la thermodynamique.

Cette approche purement macroscopique vise à permettre aux étudiants de s'approprier les notions d'enthalpie H et d'entropie S et de leur faire découvrir l'univers de la thermodynamique par des exemples concrets.

On se limitera aux cas où les capacités thermiques seront indépendantes de la température.

Outre la maîtrise des capacités reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude ;
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation ;
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales ;
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

Des études documentaires seront l'occasion de discuter de la pertinence des modèles simples proposés à l'étude.

Des logiciels de simulation permettront aussi d'améliorer ces modèles et d'étudier les effets des différents paramètres.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Formes d'énergie	
L'énergie fonction d'état Stockage de l'énergie	- Citer différentes formes d'énergies et les paramètres les caractérisant ; énergie cinétique (vitesse), énergie potentielle (position), énergie électrostatique (tension), énergie magnétique (intensité) etc.
Énergie interne U d'un système Capacité thermique à volume constant dans le cas d'un gaz parfait Capacité thermique à volume constant d'une phase condensée	- Associer la modification de la température, le changement de phase d'un système, à la variation d'énergie interne. - Utiliser le fait que l'énergie interne ne dépend que de la température pour un gaz parfait. - Utiliser le fait que l'énergie interne ne dépend que de la température pour une phase condensée incompressible et indilatable.

considérée indilatable et incompressible	
Notion de thermostat	- Décrire des thermostats naturels (atmosphère, fleuve, etc.) ou artificiels (pièce, compartiment frigorifique, etc.).
6. Transferts d'énergie	
État d'équilibre d'un système	- Proposer un jeu de paramètres d'état permettant de caractériser un état d'équilibre. - Différencier un système ouvert d'un système fermé. - Distinguer les grandeurs extensives et les grandeurs intensives.
Transformations	- Utiliser le vocabulaire usuel : isochore, isotherme, monobare, isobare, adiabatique.
Travail des forces de pression	- Distinguer la pression extérieure de la pression du système. - Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans le cas où la pression extérieure et la pression du système sont égales. - Différencier un transfert d'énergie de l'énergie interne fonction d'état.
Les transferts thermiques	- Décrire qualitativement la conduction, la convection et le rayonnement. - Proposer des solutions technologiques pour les diminuer ou les favoriser.
Puissances électrique, mécanique et thermique	- Distinguer la puissance (dimensionnement d'une installation) et l'énergie (consommation ou production).
Diagramme fonctionnel des machines cycliques dithermes	- Prévoir les signes des transferts d'énergie. - Définir le rendement d'un moteur. - Définir le coefficient de performance (CoP) d'une machine frigorifique et celui d'une pompe à chaleur (PAC).
7. Conservation de l'énergie	
Premier principe de la thermodynamique en système fermé	- Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir le travail et le transfert thermique. - Expliquer en quoi le premier principe de la thermodynamique est un principe de conservation.
Bilan énergétique pour un cycle ditherme	- Écrire le bilan énergétique.
8. Bilans enthalpiques	
Enthalpie d'un système monophasé, capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	- Définir l'enthalpie d'un système. - Exprimer le premier principe sous la forme d'un bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final.
Enthalpie de changement d'état d'un corps pur	- Connaître le vocabulaire des changements d'état et le diagramme (p, T). - Comparer les ordres de grandeurs des variations d'enthalpie des systèmes monophasés avec celles des changements d'état d'un corps pur. - Calculer l'énergie récupérable lors d'un changement d'état d'un corps pur à pression constante.
Enthalpie standard de réaction	- Effectuer un bilan de matière lors d'une réaction chimique. - Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique.
9. Second principe de la thermodynamique	
Le second principe	- Commenter la différence entre l'inégalité du second principe et l'égalité du premier.
La transformation idéale réversible	- Identifier les causes d'irréversibilité. - Définir une transformation isentropique.
L'inégalité de Clausius pour les machines dithermes cycliques	- Majorer le rendement ou le coefficient de performance (CoP) des machines dithermes cycliques.
10. Machines dithermes	
Le premier principe en système ouvert	- Définir un système ouvert en écoulement stationnaire. - Utiliser des grandeurs massiques ; définir le travail indiqué massique sur les parties mobiles. - Décrire les différents organes des machines (détendeur, compresseur, turbine, condenseur, évaporateur, chambre de combustion, etc.). - Appliquer le premier principe en système ouvert.

Système diphasé liquide-vapeur	- Exploiter les diagrammes (T,s), (h,s) et (p,h).
Théorèmes des moments	- Calculer ou exploiter un titre massique en vapeur.
Exploitations de diagrammes ou de tableaux de données	- Calculer les transferts thermiques massiques, les travaux indiqués massiques et le coefficient de performance (CoP).
Puissances	- Utiliser le débit massique pour évaluer des puissances.
11. Utilisation d'un modèle	
Technologie des moteurs à pistons	- Distinguer les temps mécaniques (4 temps ou 2 temps) et identifier les temps thermodynamiques (modélisation par des transformations thermodynamiques).
Modèle du gaz parfait	- Calculer un paramètre avec l'équation d'état du gaz parfait. - Utiliser, dans l'approximation où les capacités thermiques à pression constante et à volume constant sont constantes, la relation de Mayer et le coefficient isentropique. - Citer quelques limites du modèle.
Loi de Laplace	- Utiliser les lois de Laplace pour évaluer des pressions ou des températures dans le cas de compressions ou détentes de gaz parfait dans l'hypothèse adiabatique et mécaniquement réversible.
Diagramme de Clapeyron	- Tracer un cycle dans l'approximation d'une transformation mécaniquement réversible.
Aspects énergétiques	- Calculer les transferts thermiques, les travaux et en déduire le coefficient de performance (CoP) ou le rendement.
Puissance, consommation	- Lier la puissance au nombre de tours par minute.

Lois de Newton, régimes sinusoïdaux, ondes

La grandeur modélisant l'interaction est la force. Cette approche vise à enrichir l'étude énergétique.

La dynamique des systèmes en régime forcé est introduite ainsi que les outils mathématiques permettant sa modélisation.

L'utilisation de la notation complexe et le formalisme des ondes sont introduits et seront renforcés par le cours d'électromagnétisme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
12. Lois de Newton	
Travail d'une force	- Définir le travail et la puissance d'une force. - Calculer le travail d'une interaction conservative. - Calculer la force associée à une interaction conservative. - Calculer la puissance d'une force dissipative.
Principe des actions réciproques	- Énoncer le principe des actions réciproques et l'appliquer dans le cas de la réaction d'un support en l'absence de frottement solide.
Principe fondamental de la dynamique pour un point matériel de masse constante	- Appliquer le principe fondamental de la dynamique dans le cas d'un mouvement rectiligne. - Établir que le théorème de l'énergie mécanique découle du principe fondamental de la dynamique.
13. Oscillations forcées	
Régime sinusoïdal forcé	- Utiliser la notation complexe modélisant un signal sinusoïdal. - Établir en régime forcé les expressions de la position et de la vitesse d'un mobile en mouvement rectiligne oscillant. - Simplifier et interpréter les solutions dans les cas limites basses fréquences et hautes fréquences ; tracer des diagrammes asymptotiques fréquentiels. - Établir la possibilité de l'existence d'une résonance en amplitude.
Analogies électromécaniques	- Montrer que le modèle reste pertinent pour des systèmes mécaniques ou électriques où les équations décrivant le système sont données.
Généralisation aux signaux périodiques	- Exploiter un spectre, analyser la réponse du système.
14. Ondes	
Onde mécanique transversale	- Établir l'équation de propagation dans le cas des ondes transversales d'une corde. - Reconnaître le caractère progressif ou stationnaire d'une onde. - Utiliser les conditions aux limites et identifier les modes propres d'une onde stationnaire.

Second semestre

Étude des fluides statiques et en écoulements stationnaires

Les parties 1 et 2 introduisent concrètement les concepts de champs scalaires et vectoriels. Elles doivent aussi permettre aux étudiants de saisir les notions importantes de flux et de circulation d'un champ de vecteur. Une analyse qualitative de cartographies de lignes de champ des vitesses sera recherchée et doit permettre l'appropriation des outils de l'analyse vectorielle (on pourra faire le lien avec la signification physique des opérateurs rotationnel, gradient et divergence qui seront utilisés dans le cours d'électromagnétisme).

Partie 1 - l'étudiant pourra retenir des ordres de grandeur du champ de pression et s'aider de ce champ scalaire pour saisir les propriétés de l'opérateur gradient. On évitera les calculs de force de pression délicats au profit d'exemples simples et pratiques.

Partie 2 - la notion de dérivée particulière ainsi que l'équation de Navier-Stokes ne sont pas au programme. Seule la description eulérienne sera détaillée ; on pourra alors traiter des exemples simples d'écoulements (puits, sources, vortex, uniforme, etc.) permettant des analogies fortes avec les champs vus en électromagnétisme. Un écoulement homogène (masse volumique uniforme dans l'espace) et stationnaire permet de traiter l'écoulement incompressible pour lequel l'équation de conservation de la masse sera introduite. L'utilisation des relations de Bernoulli constitue un prolongement du cours de thermodynamique du 1er semestre, la compréhension des hypothèses de travail doit permettre aux étudiants d'adapter l'écriture du premier principe des systèmes ouverts aux problèmes étudiés. L'écoulement parfait sera défini comme étant exempt de toute dissipation énergétique et d'échange thermique interne et externe. La notion de perte de charge permet d'introduire un exemple d'écoulement non conservatif (sa présentation permettra de décrire qualitativement des écoulements réels).

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Description d'un fluide statique	
Échelle mésoscopique	- Définir et connaître des ordres de grandeurs des dimensions de l'échelle mésoscopique dans le cas des liquides et des gaz.
Pression dans un fluide Forces surfaciques, forces volumiques	- Citer des ordres de grandeur de la pression. - Définir la force de pression. Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Champ de pression Relation de la statique des fluides	- Donner l'expression de la résultante des forces pressantes s'exerçant sur un volume élémentaire de fluide. - Énoncer et établir la relation de la statique des fluides dans le cas d'un fluide soumis uniquement à la pesanteur. - Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible pour l'atmosphère isotherme dans le cadre du modèle du gaz parfait. - Mettre en œuvre un dispositif expérimental utilisant un capteur de pression.
2. Description d'un fluide en écoulement en régime stationnaire	
Grandeurs eulériennes Champ des vitesses Ligne de courant, tube de courant Régime stationnaire	- Décrire les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs locales pertinentes. - Analyser des vidéos, des simulations ou des cartographies. - Évaluer le caractère divergent ou rotationnel d'un écoulement uniforme, à symétrie sphérique, à symétrie axiale (radiale ou orthoradiale) en connaissant l'expression du champ des vitesses.
Débit volumique et débit massique	- Exprimer les débits volumique et massique. - Définir le vecteur densité de flux de masse.
Écoulement stationnaire dont le champ des masses volumiques est uniforme	- Établir un bilan local et global de matière en régime stationnaire. - Établir qu'en régime stationnaire le champ des vitesses est à flux conservatif. - Connaître les propriétés d'un écoulement pour lequel le champ des vitesses est à flux conservatif.
Écoulement stationnaire et irrotationnel	- Connaître les propriétés d'un écoulement pour lequel le champ des vitesses est à circulation conservative.
Énergétique des écoulements parfaits dans une conduite.	- Définir un écoulement parfait. - Énoncer, à l'aide d'un bilan d'énergie, la relation de Bernoulli en précisant les hypothèses. - Établir un bilan de puissance pour un circuit hydraulique ou pneumatique avec ou sans pompe. - Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'étudier et d'illustrer la relation de Bernoulli.
Perte de charge singulière et	- Modifier la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie

régulière.	mécanique par frottement. - Mettre en évidence la perte de charge.
------------	------------------------------------------------------------------------------

Exemples d'approches documentaires :

- interprétation de la viscosité d'un écoulement dit newtonien ;
- loi de Poiseuille et analogie électrique.

Conduction thermique

La partie 3 permet une nouvelle approche de la notion de bilan d'une grandeur physique. Les outils de l'analyse vectorielle déjà rencontrés en mécanique des fluides pourront être réinvestis dans cette partie. L'étude de la conduction thermique présentera des applications concrètes en se limitant à l'étude de problèmes unidimensionnels. Un retour sur les notions thermodynamiques vues au premier semestre permet d'effectuer un bilan enthalpique permettant ensuite l'établissement de l'équation de la chaleur.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Transfert d'énergie par conduction thermique	
Densité de flux thermique	- Définir et algébriser la puissance thermique échangée à travers une surface.
Loi de Fourier	- Relier la non-uniformité de la température à l'existence d'un flux thermique et interpréter son sens. - Citer des ordres de grandeur de conductivité thermique pour des matériaux dans le domaine de l'habitat.
Analogie électrique dans le cas du régime stationnaire	- Définir la résistance thermique. - Exploiter l'analogie électrique lors d'un bilan thermique. - Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'évaluer la conductivité thermique d'un matériau.
Loi de Newton	- Exploiter la loi de Newton fournie pour prendre en compte les échanges conducto-convectifs en régime stationnaire.
Équation de la chaleur sans terme source dans le cas d'une conduction thermique unidirectionnelle	- Établir l'équation de la diffusion thermique dans le cas unidimensionnel. - Interpréter qualitativement l'irréversibilité du phénomène. - Relier le temps et la longueur caractéristiques d'un phénomène de diffusion thermique au coefficient de diffusion thermique par une analyse dimensionnelle.
Ondes thermiques	- Établir une distance ou un temps caractéristique d'atténuation en utilisant le modèle de l'onde plane en géométrie unidirectionnelle.

Exemples d'approches documentaires :

- **Déterminer la résistance thermique d'un mur en analysant une documentation donnant les résistances thermiques surfaciques de différents matériaux.**
- **Conditionner la résistance thermique d'un transistor de puissance.**

Électromagnétisme

L'électromagnétisme utilise les outils mathématiques présentés dans les parties 1, 2 et 3. Les milieux matériels envisagés auront des propriétés d'aimantation et de polarisation négligées.

Partie 4 - la détermination du champ électrostatique à l'aide du théorème de Gauss (ou de l'équation de Maxwell-Gauss) dans le cas de situations présentant de hautes symétries sera privilégiée et permettra la présentation d'applications concrètes.

Partie 5 - la conduction électrique permet de traiter un nouveau bilan en postulant la conservation de la charge. On cherchera à effectuer des analogies (avec la conductivité thermique, la mécanique des fluides, etc.) et ainsi montrer la transversalité des modèles utilisés en physique.

Partie 6 - la détermination du champ magnétostatique à l'aide du théorème d'Ampère (ou de l'équation de Maxwell-Ampère) dans le cas de situations présentant de hautes symétries sera privilégiée et permettra la présentation d'applications concrètes.

Partie 7 - cette partie repose sur la loi de Faraday qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui peut constituer un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue que l'on peut avoir sur le même phénomène selon le référentiel où l'on se place.

Partie 8 - le phénomène d'auto-induction puis le couplage par induction-mutuelle entre deux circuits fixes permettent d'aborder le modèle du transformateur parfait ainsi que d'autres applications de l'induction dans des circuits fixes indéformables.

Partie 9 - seul le cas d'un conducteur en translation rectiligne sera abordé. Le rail de Laplace permet une mise en équation aisée du couplage électromécanique permettant ensuite d'étudier le cas du haut-parleur.

Partie 10 - les équations de Maxwell sont admises mais pourront largement être justifiées à l'aide des connaissances issues des parties précédentes. La propagation des ondes électromagnétiques dans le vide permettra de justifier la

pertinence du modèle d'onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement. La réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait et son confinement dans une cavité permettent aux étudiants d'approfondir leurs connaissances sur les ondes stationnaires.

Partie 11 - le dispositif des trous (ou fentes) d'Young permettra d'expliquer efficacement la modulation spatiale de l'énergie lumineuse lors d'interférences entre deux sources monochromatiques cohérentes. Aucune autre connaissance sur un autre diviseur du front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Électrostatique du vide	
Description et effets électriques d'une accumulation de charges statiques	<ul style="list-style-type: none"> - Définir et utiliser une fonction densité volumique, surfacique out linéique de charges. - Définir le champ électrostatique à l'aide de la force électrostatique ressentie par une charge ponctuelle d'essai placée dans le champ électrostatique d'une autre distribution. - Citer quelques ordres de grandeurs de champs électriques. - Énoncer le principe de Curie. - Repérer les symétries et invariances d'une distribution. - Définir la notion de ligne de champ électrostatique et prévoir la topographie des lignes de champ associées à une charge ponctuelle, un cylindrique infini, un plan infini uniformément chargés et une sphère chargée uniformément.
Équation de Maxwell-Gauss, théorème de Gauss et équation de Maxwell-Faraday de la statique	<ul style="list-style-type: none"> - Énoncer l'expression du champ créé par une charge ponctuelle. - Énoncer le théorème de Gauss et le relier à l'équation de Maxwell-Gauss. - Utiliser le théorème de Gauss pour calculer un champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (plan, cylindre, sphère). - Énoncer l'équation de Maxwell-Faraday de la statique et justifier l'existence du potentiel électrostatique. - Justifier les propriétés des lignes de champ électrostatique.
Conducteur en équilibre électrostatique	<ul style="list-style-type: none"> - Énoncer les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique. - Énoncer le théorème de Coulomb et les relations de passage du champ électrostatique.
Le condensateur	<ul style="list-style-type: none"> - Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide en négligeant les effets de bords. - Établir l'expression de la capacité linéique d'un condensateur cylindrique dans le vide en négligeant les effets de bords. - Définir la notion de densité volumique d'énergie électrique à l'aide de l'exemple du condensateur plan. - Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer l'énergie emmagasinée par un condensateur.
5. Conduction électrique	
Courant dans un conducteur	<ul style="list-style-type: none"> - Définir le vecteur densité de courant. - Établir l'équation de conservation de la charge à une dimension en régime variable. Énoncer sa généralisation à trois dimensions puis expliquer que le vecteur densité de courant est à flux conservatif en régime stationnaire. - Énoncer la loi d'Ohm locale. - Expliquer l'effet Joule, définir la résistance électrique dans un conducteur et présenter le lien avec la conduction thermique en régime stationnaire. - Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence des signaux.
6. Magnétostatique du vide	
Effets magnétiques d'un courant de charges	<ul style="list-style-type: none"> - Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme. - Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre. - Définir la notion de ligne de champ magnétostatique. - Énoncer la relation donnant la force de Laplace s'exerçant sur un élément de circuit filiforme parcouru par un courant et placé dans un champ magnétostatique. - Identifier les propriétés de symétrie et d'invariance d'une distribution de courant.

	<ul style="list-style-type: none"> - Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, un fil rectiligne, une spire circulaire, une bobine longue et un tore.
Équation de Maxwell-Ampère de la statique, théorème d'Ampère et équation de Maxwell relative au flux du champ magnétique	<ul style="list-style-type: none"> - Énoncer le théorème d'Ampère et le relier à l'équation de Maxwell-Ampère de la statique. - Énoncer l'équation de Maxwell relative au flux du champ magnétique. - Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (fil infini, câble coaxial, nappe de courant supposée « infinie », tore, solénoïde « infini » en admettant que le champ magnétique est nul à l'extérieur). - Énoncer les relations de passage du champ magnétostatique. - Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant d'apprécier la validité du modèle du solénoïde infini.
7. Lois de l'induction	
Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté	<ul style="list-style-type: none"> - Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
Loi de Faraday Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit	<ul style="list-style-type: none"> - Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.
Loi de modulation de Lenz	<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
Force électromotrice induite, loi de Faraday	<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algèbre.
8. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps	
Auto-induction Flux propre et inductance propre Étude énergétique	<ul style="list-style-type: none"> - Différencier le flux propre des flux extérieurs. - Utiliser la loi de modulation de Lenz. - Évaluer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par la bobine est admis comme étant équivalent à celui déterminé en régime stationnaire. - Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine. - Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent. - Définir la notion de densité volumique d'énergie magnétique à l'aide de l'exemple du solénoïde infini. - Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer l'énergie emmagasinée par une bobine.
Induction mutuelle entre deux bobinages	<ul style="list-style-type: none"> - Définir les flux mutuels. Indiquer l'égalité des inductances mutuelles. - Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction et d'induction mutuelle en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent. - Définir le couplage parfait de deux circuits. - Mettre en œuvre un protocole expérimental utilisant un transformateur utilisé en transformateur de tensions, de courants et adaptateur d'impédance.
Applications	<ul style="list-style-type: none"> - Expliquer le principe du chauffage inductif, le principe d'une détection ampèremétrique, le fonctionnement d'un alternateur.
9. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire	
Circuit en translation rectiligne dans un champ magnétique stationnaire. Rail de Laplace.	<ul style="list-style-type: none"> - Interpréter qualitativement les phénomènes observés dans le cas du rail de Laplace. - Établir les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe. - Établir et interpréter la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique. - Effectuer un bilan énergétique. - Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples d'utilisation. - Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.

Conversion de puissance électrique en puissance mécanique Haut-parleur électrodynamique	<ul style="list-style-type: none"> - Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique. - Établir l'équation mécanique et l'équation électrique. - Effectuer un bilan énergétique. - Effectuer une étude en régime sinusoïdal forcé.
10. Propagation des ondes électromagnétiques	
Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide	<ul style="list-style-type: none"> - Énoncer les équations de Maxwell dans le vide. - Interpréter qualitativement le lien entre l'équation de Maxwell-Faraday et la loi de Faraday. - Établir l'équation de propagation des champs dans le vide.
Équation locale de Poynting	<ul style="list-style-type: none"> - Décrire un bilan d'énergie électromagnétique dans le cas du vide et définir le vecteur de Poynting. - Citer des ordres de grandeur de flux énergétiques moyens (laser, flux solaire, etc.) - Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée.
Onde plane, onde plane progressive, onde plane progressive harmonique	<ul style="list-style-type: none"> - Définir une onde plane, une onde plane progressive et une onde plane progressive harmonique. Expliquer la pertinence et les limites de ces modèles.
Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement	<ul style="list-style-type: none"> - Décrire la structure d'une onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement. Expliquer la pertinence de ce modèle. - Décrire la propagation de l'énergie des ondes planes progressives harmoniques polarisées rectilignement. - Mettre en œuvre un protocole expérimental illustrant la polarisation rectiligne d'une onde électromagnétique.
Spectre des ondes électromagnétiques	<ul style="list-style-type: none"> - Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire.	<ul style="list-style-type: none"> - Exploiter la nullité des champs dans un métal parfait. - Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies. - Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface. - Reconnaître et caractériser une onde stationnaire.
Applications aux cavités à une dimension. Mode d'onde stationnaire.	<ul style="list-style-type: none"> - Mettre en œuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique, dans le domaine des ondes centimétriques.
11. Optique ondulatoire	
Interférences	<ul style="list-style-type: none"> - Expliquer le modèle scalaire de l'onde lumineuse. - Définir l'intensité lumineuse. - Décrire le phénomène d'interférence à deux ondes monochromatiques dans le cas du dispositif des trous d'Young. - Définir la différence de phase, la différence de marche, l'ordre d'interférence et l'intensité lumineuse en un point du champ d'interférence de deux ondes monochromatiques cohérentes. - Mettre en œuvre le dispositif expérimental des trous d'Young ou des fentes d'Young.

Exemples d'approches documentaires :

- les travaux d'Ampère sur le magnétisme ;
- validité des lois de l'électrocinétique ;
- analyse du document constructeur d'un haut-parleur (détermination du facteur de qualité, de la fréquence de résonance, du rendement, etc.).

Appendice : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maîtrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique d'ATS sont ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

L'expression des différents opérateurs introduits sont exigibles en coordonnées cartésiennes. Les expressions des opérateurs en coordonnées cylindriques et sphériques et les formules d'analyse vectorielle ne sont pas exigibles ; elles doivent donc être systématiquement rappelées. Pour le cas où d'autres outils seraient ponctuellement nécessaires, il conviendrait de les mettre à disposition des étudiants sous une forme opérationnelle (formulaires, etc.) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

Outils	Niveau d'exigence
1. Fonctions	
Fonctions usuelles	- Exponentielle, logarithmes népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, $x \rightarrow x^2$, $x \rightarrow \frac{1}{x}$, $x \rightarrow \sqrt{x}$.
Dérivée	- Interpréter géométriquement la dérivée. - Dériver une fonction composée. - Rechercher un extremum. Exemple : phénomène de résonance.
Primitive et intégrale Valeurs moyenne	- Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales. - Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, \cos^2 et \sin^2 . - Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples. Exemple : étude de la valeur moyenne du produit de deux grandeurs harmoniques (grandeurs énergétiques).
Représentation graphique d'une fonction	- Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée. - Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum. - Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log. Exemple : diagramme p(h)
Développements limités	- Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre 1 ou 2 ; interpréter graphiquement. - Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1+x)^\alpha$, exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	- Utiliser un développement en série de Fourier fourni via un formulaire. - Mettre en évidence les propriétés de symétrie dans le domaine temporel (demi-période).
2. Équations différentielles	
Équation différentielle linéaire du premier et du second ordres à coefficients constants	- Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales. - Exploiter le polynôme caractéristique. - Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité). - Mettre une équation sous forme canonique. L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques. - Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI). - Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ou du deuxième ordre et d'un second membre constant. - Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal. - Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime forcé sinusoïdal. - Déterminer le module et la phase des grandeurs. - Mettre en évidence les notions de régime libre, régime permanent, régime forcé et régime transitoire. - Exemples : mécanique, thermique...
Équation quelconque	- Intégrer numériquement avec un outil fourni. - Exemples : équations issues du principe fondamental de la dynamique.
3. Analyse vectorielle	
Gradient	- Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. - Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. - Utiliser le fait que le gradient d'une fonction f est perpendiculaire aux surfaces iso-f et orienté dans le sens des valeurs de f croissantes.
Divergence.	- Utiliser le théorème d'Ostrogradski fourni. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
Rotationnel	- Utiliser le théorème de Stokes fourni. Exprimer le rotationnel en

	coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ scalaire	- Définir $\Delta f = \text{div}(\mathbf{grad} f)$. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ de vecteurs	- Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes. - Utiliser la formule d'analyse vectorielle : $\text{rot}(\text{rot}\mathbf{A}) = -\Delta\mathbf{A} + \text{grad}(\text{div}\mathbf{A})$.
4. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert	- Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution fréquemment rencontrée dans un domaine de la physique à un autre domaine. - Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. - Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.
5. Calcul différentiel	
Différentielle d'une fonction de plusieurs variables. Dérivée partielle	- Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. - Identifier la valeur d'une dérivée partielle, l'expression de la différentielle étant donnée.
6. Géométrie	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	- Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur. - Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques. Exemples : repérage d'un champ des vitesses d'un écoulement ou d'un champ électromagnétique.
Projection d'un vecteur et produit scalaire	- Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées sur une base orthonormée. - Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire. Exemple : projection en mécanique dans un repère
Produit vectoriel	- Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées. - Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. - Faire le lien avec l'orientation des trièdres. - Exemple : propriétés du champ magnétique.
Transformations géométriques	- Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.
Longueurs, aires et volumes classiques	- Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
7. Trigonométrie	
Angle orienté	- Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire, relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs des fonctions pour les angles usuels. - Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas. Passer de la forme $A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ à la forme $C \cos(\omega t - j)$.
Nombres complexes et représentation dans le plan Somme et produit de nombres complexes	- Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument. Exemple : régime sinusoïdal forcé.

Annexe 6**Objectifs de formation et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe préparatoire scientifique ATS génie civil**

La filière ATS⁽¹⁾ génie civil est une classe préparatoire aux grandes écoles d'ingénieurs pour des étudiant(e)s titulaires d'un BTS⁽²⁾ ou d'un DUT⁽³⁾. Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur s'inscrit dans une volonté d'adaptation aux enseignements dispensés dans les grandes écoles et plus généralement aux poursuites d'études universitaires. Cette formation qui se déroule en un an permet de renforcer, d'approfondir et d'élargir les connaissances scientifiques et techniques. Les programmes ont été écrits de façon concertée et avec une volonté de cohérence transversale. Comme pour les autres disciplines, celui de sciences industrielles de l'ingénieur fait apparaître des liens avec les mathématiques, la physique et l'informatique.

1 - Objectifs de formation**1.1 Finalités**

Pour concevoir et bâtir un ouvrage, il faut, par une approche pragmatique, concilier les méthodes de l'ingénierie et celles de l'architecture. L'architecture est l'art de construire, de concevoir des espaces qui respectent des concepts d'esthétisme, de forme et d'agencement, en y incluant les aspects sociaux et environnementaux liés à la fonction de l'ouvrage et à son intégration dans son environnement. Il faut également considérer l'ensemble des systèmes physiques et organisationnels liés à la construction. Un ouvrage peut se définir « comme l'agencement d'un grand nombre de systèmes et sous-systèmes (techniques, physiques, organisationnels, etc.) qui sont nécessairement interférents, coordonnés et intégrés les uns aux autres dont la finalité est une forme tridimensionnelle organisée dans l'espace⁽⁴⁾... ».

La complexité des systèmes et leur développement, dans le cadre d'un acte architectural ou technique unique et dans un contexte économique et écologique contraint, induit le besoin de compétences scientifiques et technologiques de haut niveau. Cela demande donc de former des intervenants dans l'acte de bâtir capables d'innover, de prévoir et de maîtriser les performances de ces systèmes.

Pendant leurs années d'études en section de techniciens supérieurs ou en institut universitaire de technologie, les étudiant(e)s ont bénéficié d'une formation adaptée aux besoins de la spécialité choisie. En CPGE ATS génie civil, il est demandé aux étudiant(e)s de prendre du recul par rapport à leurs savoirs opérationnels afin de progresser vers une approche plus conceptuelle nécessaire pour intégrer un cursus long (ingénierie, enseignement, recherche). C'est cet apport d'un enseignement plus théorique à une pratique professionnelle maîtrisée à un certain niveau, qui fait l'originalité et la richesse de cette formation.

La formation dispensée au cours de l'année doit, par une approche équilibrée entre théorie et expérience et la mise en œuvre des technologies de l'information et de la communication, apporter à l'étudiant(e) les outils conceptuels et méthodologiques qui lui permettront de mieux comprendre le monde naturel, technique et scientifique qui l'entoure, et de faire l'analyse critique des phénomènes étudiés. Ainsi l'enseignement dispensé doit familiariser les étudiant(e)s aux concepts qui permettent :

- de conduire l'analyse performancielle, structurelle et comportementale d'un système ;
- de proposer et de valider des modèles d'un système à partir d'essais, par l'évaluation de l'écart entre les performances mesurées et les performances simulées ;
- de prévoir les performances d'un système à partir de modélisations, par l'évaluation de l'écart entre les performances simulées et les performances exprimées dans le cahier des charges ;
- d'analyser ces écarts et de proposer des solutions en vue d'une amélioration des performances.

(1) ATS : adaptation technicien supérieur.

(2) BTS : brevet de technicien supérieur.

(3) DUT : diplôme universitaire de technologie.

(4) F. Ching.

1.2 Objectifs généraux

À partir de cas réels placés dans leur environnement technico-économique ou de supports didactisés, l'organisation du programme, qui est décliné en compétences associées à des connaissances et savoir-faire, est présentée ci-dessous :

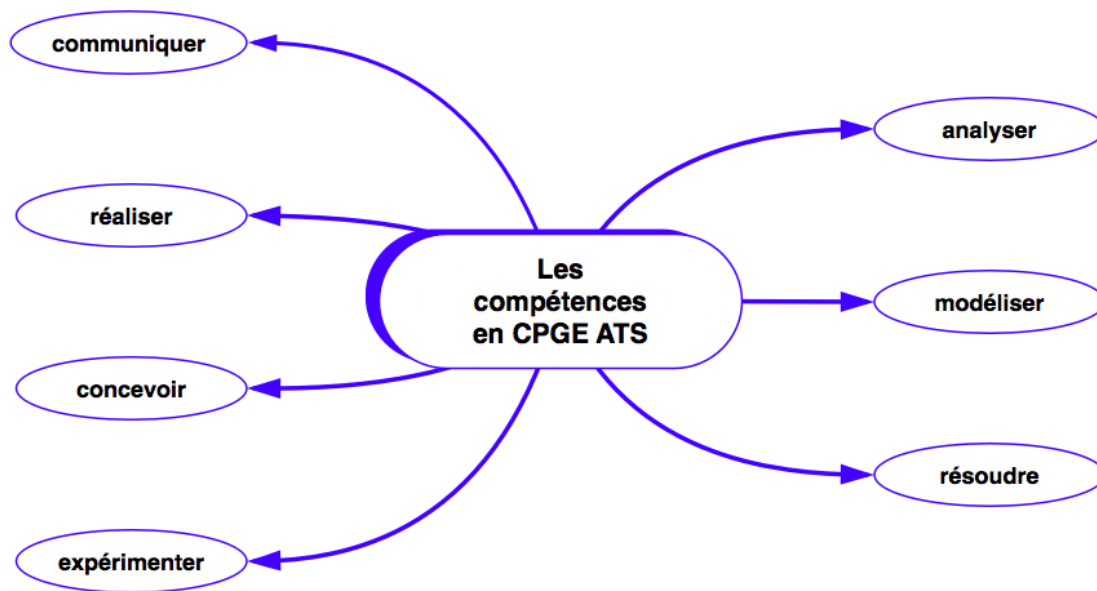


Figure 1 : compétences en CPGE ATS

1.2.1 Analyser

Établir ou exploiter une analyse performancielle ou comportementale sur des systèmes ou des ouvrages issus des grands secteurs d'activité : infrastructures routières, constructions, environnement, énergie.

Décrire et identifier une problématique technique ou scientifique

Formaliser l'ensemble des questions auxquelles il faut répondre pour réaliser une fonction ou atteindre un objectif dans un environnement donné.

Définir les frontières d'une problématique et fixer les objectifs à atteindre

Définir les limites et les contraintes choisies ou imposées.

Établir ou exploiter une analyse

Établir ou exploiter une analyse performancielle ou comportementale.

1.2.2 Concevoir

Concevoir tout ou partie d'une construction conforme aux exigences d'un cahier des charges basé sur une démarche performancielle. Proposer et adapter des solutions techniques répondant à un besoin exprimé en utilisant un langage performanciel et les représentations adaptées. Intégrer dans le cadre de la gestion d'un projet de construction les règles du développement durable (cycle de vie, environnement, etc.).

1.2.3 Modéliser

Modéliser un système permettant une approche théorique afin de prédire, d'analyser ou de valider ses performances. Le choix du modèle dépend très largement de ce que l'on cherche à obtenir et de la méthode de résolution envisagée. La modélisation repose sur la formalisation d'hypothèses, le choix et la justification de modèles théoriques, la détermination ou l'identification des paramètres du modèle.

Utiliser des outils de description

Choisir et justifier un modèle.

Identifier et choisir les paramètres du modèle

À partir d'un modèle, définir et identifier les paramètres du modèle afin de décrire au mieux le comportement d'un système.

Apprécier les limites de validité

Constater les écarts entre la réalité et le comportement du modèle. Identifier les limites de validité du modèle, le critiquer et déduire les actions correctrices à envisager le cas échéant.

1.2.4 Résoudre

Choisir et appliquer une méthode de résolution adaptée aux objectifs visés (simulation, résolution analytique, graphique ou numérique) et procéder à sa mise en œuvre.

Apprécier la validité du ou des résultats à partir du modèle, et/ou du système réel ou d'un cahier des charges.

1.2.5 Expérimenter

Appliquer un protocole expérimental et expliquer le choix des essais à réaliser ainsi que les grandeurs physiques mesurées.

Observer et décrire le fonctionnement, le comportement d'un système ou d'un modèle

Effectuer des manipulations et des observations en vue de décrire le comportement et le fonctionnement.

Utiliser un procédé de mesure

Mesurer des grandeurs physiques à l'aide d'appareils permettant l'acquisition, le filtrage et le traitement d'informations.

Vérifier les performances

Interpréter les résultats en tenant compte des incertitudes de mesure, des hypothèses de modélisation et de la variabilité des mesures.

1.2.6 Optimiser

Proposer une optimisation

Proposer une optimisation (ou une variante) du système réel ou du modèle.

Identifier le ou les paramètres à optimiser. Quantifier les marges de progression.

Prendre en compte les contraintes contextuelles (économiques, techniques, physiques, environnementales).

Prendre une décision

Porter une analyse critique en comparant les résultats obtenus à ceux attendus d'un système ou d'un modèle.

Faire un choix entre plusieurs solutions.

Conclure sur la pertinence des hypothèses de modélisation et sur le choix du modèle.

1.2.7 Communiquer

Utiliser différents modes et moyens de communication et les outils adaptés.

Choisir l'outil de description adapté

Retenir un outil de description adapté à une situation donnée (problématique à exposer et nature du destinataire).

Afficher et rendre compte

Savoir utiliser les différents outils de communication.

Structurer un exposé, adopter une attitude conforme aux usages.

Argumenter en fonction d'un objectif à atteindre et des remarques formulées ou des contraintes imposées.

Produire un relevé de conclusions, une synthèse.

1.3 Usage de la liberté pédagogique

Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses étudiants. Elle met fondamentalement en exergue sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. La liberté pédagogique de l'enseignant peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation de l'ingénieur et du scientifique.

Globalement dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux principes directeurs :

- pédagogue, il doit privilégier la mise en activités d'étudiant(e)s en évitant le dogmatisme ; l'acquisition des connaissances et des savoir-faire sera d'autant plus efficace que les étudiant(e)s seront acteurs de leur formation.

Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiant(e)s. La détermination des problématiques et des systèmes, alliée à un temps approprié d'échanges, favorise cette mise en activité ;

- didacticien, il doit recourir à la mise en contexte des connaissances et des systèmes étudiés ; les sciences industrielles de l'ingénieur et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant de sciences industrielles de l'ingénieur est ainsi conduit naturellement à mettre son enseignement « en culture » pour rendre sa démarche plus naturelle et motivante auprès des étudiant(e)s.

2 - Organisation de la formation

2.1 Organisation de l'enseignement et organisation pédagogique

La formation est organisée à partir d'activités de cours, travaux dirigés, travaux pratiques, mini-projets ; et la progression pédagogique établie en faisant appel autant que possible à des centres d'intérêts.

L'enseignement des sciences de l'ingénieur, en complément des enseignements traditionnels (cours, travaux dirigés) doit s'appuyer également sur des activités de travaux pratiques et de mini-projets organisées :

- au sein d'un laboratoire spécifique, adapté et équipé en maquettes et supports didactisés ;

- si possible, sur des plateaux techniques propres à l'établissement présentant des supports réels.
- De plus, les étudiant(e)s doivent avoir accès aux informations scientifiques et techniques par le biais :
- de bibliothèques numériques, revues, livres, encyclopédies, etc. ;
 - du réseau Internet.

L'organisation de la formation décomposée en deux périodes doit permettre la réduction des différences de maîtrise des savoirs et savoir-faire associés, constatés à l'entrée en ATS génie civil, dues à l'hétérogénéité des formations d'origine des étudiant(e)s : génie civil (GC), autres (AU). La première période est une période essentiellement de mise à niveau qui permet de passer à une pédagogie par projets durant la deuxième période. De septembre à fin janvier, lors de la première période, l'enseignement est différencié entre les groupes d'étudiants (GC et AU). Les activités de cours et de TD sont alors essentiellement articulées autour de cycles de travaux pratiques, comprenant par exemple trois ou quatre séances suivies d'une séance de synthèse. Durant la seconde période (à partir de janvier), l'enseignement est essentiellement articulé autour de mini-projets d'une durée de 2 à 4 semaines associant des équipes mixtes issues des différents groupes d'étudiant(e)s (GC ou AU).

Tableau 1 : répartition indicative des horaires

Activités	Période 1		Période 2
	GC	AU	GC et AU
Cours	2 h	2 h	2 h
Travaux Dirigés(*)	2 h	2 h	2 h
Travaux Pratiques(*)	3 h	3 h	
Mini-Projet(*)			3 h

(*) Activités organisées en groupe de 15 étudiant(e)s au maximum.

Les activités d'apprentissage devront stimuler l'esprit d'analyse et de synthèse, la créativité des étudiant(e)s afin de leur permettre de poser le bon diagnostic, de proposer et d'évaluer des solutions ainsi que de recommander une décision.

Les activités de travaux dirigés, de travaux pratiques et de mini-projets sont réalisées en groupe de quinze étudiants au maximum.

Les TP ont pour objectif de développer des aptitudes spécifiques, complémentaires de celles qui sont valorisées dans les autres disciplines. Ils permettent :

- de mettre en évidence et/ou de vérifier les comportements mécaniques, énergétiques... propres aux systèmes et/ou aux matériaux (sol, bois, béton, acier, alliage, etc.) ;
- d'acquérir une opérationnalité dans la démarche ingénieur, c'est-à-dire de développer les compétences nécessaires pour analyser et concevoir un système complexe ;
- de consolider les connaissances et la maîtrise des outils vus en cours et en TD ;
- de découvrir la réalité des solutions, et de développer le sens de l'observation, le goût du concret et la prise d'initiative et de responsabilité.

Les mini-projets devront mettre en évidence des problèmes techniques et scientifiques (passés, présents ou futurs) dont l'émergence ne prend tout son sens que dans un cadre réel. Organisés essentiellement sur le temps alloué en deuxième période de formation, les mini-projets peuvent prendre la forme :

- d'études de cas ;
- de travaux de conceptions, de recherches, de simulations portant sur des systèmes ou des ouvrages ;
- de travaux d'essais et de mesures sur des systèmes existants au sein du laboratoire, ou sur les plateaux techniques de l'établissement ;
- d'une initiation à la recherche et au développement ;
- ...

Les thématiques pouvant être proposées dans le cadre des apprentissages sont vastes. On pourra par exemple, prendre comme cadre général les concepts liés à la qualité environnementale des constructions (QEC). Les thèmes ainsi abordés peuvent :

- mettre en évidence les critères auxquels doit satisfaire une construction lors de sa mise en œuvre et au cours de sa vie jusqu'à sa déconstruction ;
- permettre de contextualiser trois piliers du développement durable appliqués aux domaines de la construction ;
- limiter l'impact et le coût environnemental des constructions et des équipements, dans une perspective de préservation des ressources ;
- veiller à la qualité de vie dans les bâtiments, et conjuguer fonctionnalité des espaces, confort et santé des usagers ;
- veiller à la qualité des services rendus des ouvrages et conjuguer fonctionnalités techniques, confort et sécurité des usagers ;
- réaliser en toute sécurité des équipements (ou ouvrages) qui puissent être gérés et entretenus dans la durée de manière simple et à des coûts raisonnables.

À titre d'exemples, quelques thèmes pouvant être mis œuvre dans le cadre de mini-projet et/ou d'activités expérimentales sont cités ci-après :

- étude du débit d'infiltration dans un bassin de décantation et caractérisation des facteurs aggravant les risques de pollution ;
- études de solutions constructives dans le cadre de fondations en mitoyenneté et de reprise en sous-œuvre ;
- optimisation d'une structure à l'aide de bétons adjuvantés et d'additions minérales ;
- conception d'un mur anti-bruit à l'aide de merlons en terre ;
- études comparatives des possibilités de mise en place d'un tablier de pont ;
- conception d'un carrefour et simulation des flux ;
- conception de réseaux (adduction en eau potable, gaz, électricité, eaux vannes, etc.) ;

- ...

L'utilisation de moyens et d'outils informatiques dans le cadre des activités, pour l'acquisition et le traitement de données expérimentales est indispensable. Cela permet de tester et de valider les modèles et renforce le lien entre la théorie / l'expérimentation / le réel.

Dans des situations qui se prêtent mal à une expérimentation, on pourra utiliser des outils informatiques spécifiques de simulation. L'utilisation des logiciels de simulation doit permettre d'explorer des points difficiles à mettre en œuvre d'un point de vue expérimental ou de gagner du temps en évitant des tâches répétitives (étude de l'influence d'un paramètre par exemple).

De plus, à partir des supports des thèmes, une contextualisation à l'aide de maquettes numériques 3D et une utilisation du BIM (Building Information Modeling) est attendue.

2.2 Niveau d'approfondissement et tableau croisé macro-compétences / connaissances

Le programme se structure en deux parties :

S1 : adaptations des ouvrages à l'homme et à l'environnement afin de répondre aux besoins ;

S2 : modélisations, équilibres et comportements des ouvrages.

La présentation n'induit en aucun cas une chronologie d'enseignement, mais une simple mise en ordre des concepts.

Le niveau de maîtrise étant très variable en fonction des parcours de formation des étudiant(e)s intégrant une CPGE ATS génie civil, il est utile de préciser :

- dans les colonnes GC, AU⁽¹⁾ le niveau moyen de maîtrise constaté à l'entrée ;

- dans la colonne « niveau concours », le niveau de maîtrise des savoirs attendus au moment des concours d'entrée aux grandes écoles ;

- lorsque le niveau de maîtrise n'est pas évaluable de façon suffisamment précise, il est indiqué par « ... ».

Les niveaux de maîtrise des savoirs sont présentés sous la forme d'une taxonomie à quatre niveaux :

1 - Niveau d'information ; le savoir est relatif à l'appréhension d'une vue d'ensemble d'une problématique. Les réalités sont montrées sous certains aspects de manière partielle ou globale.

C'est la capacité à identifier, citer, évoquer un phénomène.

Ce niveau n'est pas évaluable.

2 - Niveau d'expression ; le savoir est relatif à l'acquisition de moyens d'expression et de communication permettant de définir et utiliser les termes composant la discipline. Le « savoir » est maîtrisé.

C'est la capacité à décrire, expliquer, faire un schéma, etc., exprimer la compréhension d'un phénomène dans le contexte demandé.

3 - Niveau de maîtrise des outils ; le savoir est relatif à la maîtrise de procédés et d'outils d'étude ou d'action (lois, démarches, actes opératifs, etc.) permettant d'utiliser, de manipuler des règles, des principes ou des opérateurs techniques en vue d'un résultat à atteindre. Il s'agit de maîtriser un « savoir faire ».

C'est la capacité à maîtriser un savoir-faire associé à un savoir pour utiliser un modèle, mettre en œuvre une démarche de dimensionnement, représenter et simuler un fonctionnement, effectuer une mesure...

4 - Niveau de maîtrise méthodologique ; le savoir est relatif à la maîtrise d'une méthodologie d'énoncé et de résolution de problèmes en vue d'assembler et d'organiser les éléments d'une problématique, d'identifier les relations, de raisonner à partir de celles-ci et de décider en vue d'un but à atteindre. Il s'agit de maîtriser une démarche.

C'est la capacité à choisir par la mise en œuvre, en autonomie, d'une démarche d'analyse puis de synthèse. Il s'agit de maîtriser la résolution d'un problème sans indication sur la démarche à suivre.

Chacun de ces niveaux englobe les précédents.

(1) GC : étudiant(e)s titulaires d'un bac+2 du domaine du génie civil.

AU : étudiant(e)s titulaires d'un bac+2 autre que du domaine du génie civil.

Tableau 2 : Compétences / Connaissances

		Compétences						
		Analyser	Concevoir	Modéliser	Résoudre	Expérimenter	Optimiser	Communiquer
Connaissances - Savoir-faire								
S1	Adaptations des ouvrages à l'homme et à l'environnement afin de répondre aux besoins							
	S11 Architecture - Conception - Réalisation	X		X			X	X
	S12 Les matériaux, les produits, les composants de la construction	X			X	X	X	X
	S13 Qualités environnementales et durabilités	X						X
S2	Modélisations, équilibres et comportements des ouvrages							
	S21 Éléments de mécanique des milieux continus	X		X	X	X	X	X
	S22 Structures	X	X	X	X	X	X	X
	S23 Géotechnique	X	X	X	X	X	X	X
	S24 Qualité des ambiances	X		X	X	X	X	X
	S25 Algorithmique et analyse numérique appliquée	X	X	X	X	X		X

3 - Programme

S1 - Adaptations des ouvrages à l'homme et à l'environnement afin de répondre aux besoins

S11 Architecture - Conception - Réalisation

Compétences attendues	
Un ouvrage (ou partie) ou un système ou une problématique de construction étant fourni et/ou défini par un dossier architectural ou d'exécution, son environnement d'utilisation étant précisé, le cahier des charges étant fourni :	
Analyser	Identifier une fonction donnée : critères, niveaux... Mener une analyse performancielle simple. Lire et exploiter un plan. Expliquer le rôle de tout ou partie des éléments d'une construction. Expliquer une méthode d'exécution et les moyens associés. Extraire et interpréter les informations d'un document technique.
Concevoir	
Modéliser	Prendre en compte les principales données liées : à la forme et à la nature, à la localisation climatique et géologique, à la destination et l'usage...
Résoudre	
Expérimenter	
Optimiser	Adapter un ouvrage ou une partie (modification...) afin de satisfaire une fonction. Établir une analyse critique d'un procédé de construction et/ou d'un système constructif.
Communiquer	Utiliser différents modes et moyens de communication et les outils adaptés. Employer la terminologie adéquate.

Connaissances, savoir-faire	Niveau entrée		Niveau à atteindre
	GC	AU	
Analyse fonctionnelle et performancielle : - besoins à satisfaire. Déclinaison des fonctions d'usage en fonctions techniques et classification (adaptation, structure, enveloppe, partition, équipement, parachèvement, réalisation).	1	...	1
Cahier des charges.	1	1	2
Outils de représentation.	...	2	...
Typification des données et corrélations des données liées :			
- à la sociologie, à l'économie ;
- à l'usage ;	2	1	2
- aux sollicitations naturelles : géologie, climat.	1	...	1

Approche systémique : - procédés généraux de construction - terrassements, aménagements urbains, voiries et réseaux, ponts et viaducs, ouvrages hydrauliques, bâtiments, constructions industrielles, etc. - procédés liés à la conception/réalisation des éléments contribuant à la qualité des ambiances et à la satisfaction des usages.			
	2	...	2
	1	...	2
Schématisations, représentations des ouvrages et des systèmes.	2	...	2

Commentaires et limitations :

Les connaissances ci-dessus ne se situent pas dans un enseignement théorique distinct. Elles doivent s'intégrer au cas par cas, dans les différentes activités (TD, TP, mini-projets) afin de donner un cadre réel et concret aux différentes études.

On veillera à appréhender le monde de la construction à travers ses techniques et ses acteurs, à partir de facteurs socio-culturels, économiques et techniques. L'accent est mis sur la diversité des solutions technologiques possibles.

Un ouvrage du BTP est unique : il est le résultat d'assemblages de produits finis, semi-finis et de matériaux bruts, contrairement à un objet industriel, manufacturé, fabriqué en série. Cela induit des méthodes d'analyses, de raisonnements, de développements, de conceptions, de réalisations spécifiques.

Par exemple, définir un habitat c'est préciser, pour chaque activité dont il sera le support, les niveaux de performance attendus pour chacune des sept fonctions d'usage : c'est essentiellement une démarche type « architecturale ».

1 - Fournir les espaces pour mener des activités : service rendu par l'habitat qui permet à l'utilisateur de disposer d'espaces nécessaires pour accomplir différentes actions menées soit à l'intérieur du groupe familial, soit avec des personnes extérieures.

2 - Protéger les biens et outils ainsi que le groupe humain : service rendu par l'habitat qui permet à l'utilisateur de préserver (mais aussi d'utiliser) ses biens et ses outils malgré les diverses agressions climatiques, d'environnement ou d'actions volontaires d'autres personnes.

3 - Mettre à disposition les biens et outils : service rendu par l'habitat qui permet à l'utilisateur d'utiliser les outils nécessaires par ses activités et de profiter de ses biens.

4 - Fournir une ambiance : service rendu par l'habitat qui permet à l'utilisateur d'adapter l'ambiance intérieure en fonction de l'ambiance extérieure.

5 - Maîtriser les relations : service rendu par l'habitat qui permet à l'utilisateur de filtrer, d'empêcher ou de favoriser ses contacts avec les personnes de l'extérieur et avec les éléments naturels de son environnement.

6 - Tirer parti du site : service rendu par l'habitat qui permet à l'utilisateur de vivre dans un site sans lui porter atteinte.

7 - Fonction sémiologique : qualité du vécu de l'habitat par l'utilisateur. C'est donc ce qui fait la différence entre une somme aride de composants techniques et l'appropriation de l'habitat.

Ces sept fonctions doivent être considérablement adaptées et élargies dans le cas d'un ouvrage de génie civil (pont, barrage, route...) et dès lors que l'on s'intéresse à la réalisation des ouvrages. Aussi, l'analyse performancielle doit être un des outils d'aide à la conception et à la réalisation et être un moyen de situer une problématique technique. La sensibilisation aux différents outils sera abordée au travers de quelques exemples pertinents et par la mise en situation lors des activités (TD, TP, mini-projets).

S12 Les matériaux, les produits, les composants de la construction

Compétences attendues	
Un ouvrage (ou partie) ou un système ou une problématique de construction étant fourni et/ou défini par un dossier architectural ou d'exécution, son environnement d'utilisation étant précisé :	
Analyser	<p>Identifier les principales informations issues d'une carte géologique et d'une carte des risques naturels.</p> <p>Citer les principaux matériaux de construction et leurs utilisations.</p> <p>Citer les principales caractéristiques des matériaux : paramètres de définition, propriétés physico-chimiques, propriétés hygroscopiques, propriétés mécaniques et rhéologiques, propriétés thermiques, association, durabilité, altération, corrosion.</p> <p>Décrire les comportements mécaniques essentiels des principaux matériaux (résistance, retrait, fluage, relaxation, pathologie).</p> <p>Décrire les phénomènes liés à la capillarité et aux mouvements d'eaux dans les milieux poreux.</p> <p>Citer « les actions » des agents extérieurs (température, air, feu, corrosion) sur les matériaux et les constructions.</p>
Concevoir	
Modéliser	
Résoudre	Appliquer dans le cas d'écoulement dans les milieux poreux les lois de Jurin, Poiseuille, Kelvin, Laplace, Darcy.
Expérimenter	<p>Mesurer une masse, un volume, une température, une absorption, une surface spécifique, une perméabilité, une charge de rupture, etc.</p> <p>Utiliser une méthode de formulation des bétons en fonction d'objectifs fixés.</p> <p>Réaliser des essais destructifs et non-destructifs sur les matériaux.</p> <p>Contrôler des performances.</p>
Optimiser	Décrire les différents types de béton et leurs utilisations (béton courant, BHP, BAP, BAN, BUHP, etc.).
Communiquer	Utiliser différents modes et moyens de communication et les outils adaptés.

Connaissances, savoir-faire	Niveau entrée		Niveau à atteindre
	GC	AU	
Éléments de géologie pour l'ingénieur : - éléments de reconnaissance et de tectonique locale ; - les principales roches - origine et propriétés ; - gisements - origine, formation et exploitation ; - hydrogéologie - bassin versant, aquifère, géothermie.	1
Les principaux matériaux de construction (liants, bois, métaux, isolants) et les matériaux granulaires : - origine, élaboration ; - propriétés physico-chimiques, mécaniques ; - propriétés hydrauliques, thermiques, acoustiques.	2	...	3
Les bétons à base de liant : - hydraulique ; - hydrocarboné.	2	...	2

Commentaires et limitations :

Il s'agit de valoriser chez les étudiant(e)s l'importance d'une bonne compréhension des propriétés des matériaux et de leur origine et ce afin d'appréhender à fois les concepts liés au développement durable et aux problèmes d'ingénierie de la construction. En effet, les matériaux de construction sont complexes, leurs associations encore plus, et les variabilités couplées de certaines propriétés (mécaniques, géométriques, hygroscopiques, etc.) ont des incidences sur le parti constructif, les dispositions constructives, les procédés et les solutions technologiques à adopter.

S13 Qualités environnementales et durabilités des constructions

Compétences attendues	
La qualité environnementale des constructions (QEC) correspond à la capacité d'un ouvrage à préserver les ressources naturelles et à répondre aux exigences de confort, de qualité de vie et de santé. Un ouvrage doit satisfaire ces critères lors de sa mise en œuvre et au cours de sa vie jusqu'à sa déconstruction.	
Le développement durable est un concept qui ne peut se limiter à un enseignement théorique distinct. En effet, l'étendue de son champ d'application impose obligatoirement de le décliner et de l'intégrer dans tous les secteurs de la construction : bâtiment, ouvrage d'art, VRD, routes...	
Un ouvrage (ou partie) ou un système ou une problématique de construction étant fourni et/ou défini par un dossier architectural ou d'exécution, son environnement d'utilisation étant précisé, le cahier des charges étant fourni :	
Analyser	Citer et expliquer des critères et/ou des attentes liés aux concepts de qualité environnementale et de développement durable, pour leur prise en compte dans la programmation, la conception, la réalisation, la maintenance des constructions.
Concevoir	
Modéliser	
Résoudre	
Expérimenter	
Optimiser	
Communiquer	Utiliser différents modes et moyens de communication et les outils adaptés.

Connaissances, savoir-faire	Niveau entrée		Niveau à atteindre
	GC	AU	
• Limitation de l'impact et du coût environnemental des constructions et des équipements, dans une perspective de préservation des ressources, en particulier en matière énergétique.	1
• Veiller à la qualité de vie dans les bâtiments, et conjuguer fonctionnalité des espaces, confort et santé des usagers.	1
• Réaliser en toute sécurité des équipements (ou des ouvrages) qui puissent être gérés et entretenus dans la durée de manière simple, et à des coûts raisonnables.	1	...	2

Commentaires et limitations :

Les connaissances sont à développer dans les différentes activités proposées aux étudiant(e)s. À titre indicatif, les éléments ci-après pourront être abordés :

- La construction.

- Les matériaux utilisés.

Prise en compte de la durée de vie d'une matière première, et penser, dès le début, à son réemploi (transformation, recyclage).

- Les matériels et techniques de production utilisés.

- Favoriser le recours à des techniques à faible niveau de pollution (déchets énergétiques, déchets de chantiers, acoustique, etc.). Suivi des réglementations thermique, acoustique, antisismique, etc.

- Vie du bâtiment.

Favoriser une conception du bâtiment (ou adapter l'existant) facilitant une maintenance (entretien, réhabilitation, etc.), un confort (chauffage, aération, acoustique, etc.), une utilisation respectant un système de management environnemental et l'optimisation d'une ou plusieurs cibles HQE®.

Intégrer une phase de concertation avec l'habitant lors de la conception du bâtiment.

- Les réseaux urbains.

- Réseaux d'énergie.

Production ou distribution d'électricité, de gaz, de chaleur...

Effet de serre. Utilisation ou développement d'énergies renouvelables (solaire, éolienne, etc.).

- Eaux : EF-ECS, EP-EU-EV.

Production, assainissement, distribution d'eau potable.

Prévention des risques naturels. Préservation ou amélioration d'un environnement.

- Transports.

Mise en place ou gestion de transports publics, stationnement.

Effet de serre. Utilisation d'énergies renouvelables ou propres.

- L'environnement.
- Déchets.
- Traitement, recyclage de déchets ménagers, industriels, nucléaires...
- Préservation ou amélioration d'un environnement.
- Espaces paysagers.
- Aménagement, préservation du territoire et du littoral ; stations touristiques.
- Génération futures : préservation ou amélioration d'un environnement.
- Air.
- Pollution, assainissement ; air extérieur et intérieur.
- Préservation ou amélioration d'un environnement.

S2 Modélisations, équilibres et comportements des ouvrages

S21 Éléments de mécanique des milieux continus

Compétences attendues	
Un ouvrage (ou partie) ou un système ou une problématique de construction étant fourni et/ou défini par un dossier architectural ou d'exécution, son environnement d'utilisation étant précisé, le cahier des charges étant fourni :	
Analyser	Identifier les principaux comportements des solides ou des fluides. Expliquer des schémas de principe simples d'installations : chauffage, climatisation, aérodynamique, EF-ECS, EP-EU-EV.
Concevoir	
Modéliser	Qualifier les grandeurs et décrire leur évolution spatio-temporelle.
Résoudre	Déterminer la répartition des forces exercées par un milieu fluide sur un ouvrage et déterminer l'équilibre interne et externe de l'ouvrage. Déterminer des contraintes, des déformations en appliquant une loi de comportement (élasticité linéaire). Déterminer les pressions, les vitesses, les débits et prendre en compte les pertes de charges dans un réseau.
Expérimenter	Mesurer des pressions, des débits, des vitesses, des viscosités. Mesurer des déformations relatives, des déplacements, des efforts. Mettre en œuvre un système informatisé d'acquisition de mesures. Contrôler des performances.
Optimiser	Adapter la géométrie d'un ouvrage selon des critères. Interpréter, comparer, critiquer les résultats obtenus au regard des hypothèses adoptées. Valider le choix d'un composant hydraulique (pompe, ventilateur, etc.). Modifier des réseaux simples.
Communiquer	Utiliser différents modes et moyens de communication et les outils adaptés.

Connaissances, savoir-faire	Niveau entrée		Niveau à atteindre
	GC	AU	
Modélisations : vecteurs, torseurs, champs.	1	2	3
Concept de milieu continu et descriptions.	1
Éléments sur les contraintes et les déformations : définitions, représentations géométriques, état plan, notions de tenseurs.	1	1	3
Lois de comportement des solides : élasticité, plasticité.	1	1	3
Fluidique appliquée :			
- propriétés de l'eau et de l'air ;	1	1	2
- principe d'analyse dimensionnelle et similitude ;	...	1	1
- lois fondamentales des fluides ;	1	1	3
- éléments de rhéologie ;	1	1	3
- écoulements dans les conduites ;	1	...	2
- notions sur les réseaux	2
- écoulements à surface libre	2
Lois propres applicables aux systèmes :			
- réseaux de fluides (chauffage, climatisation, ventilation, adduction, assainissement, etc.) ;	1	...	2
- stabilité des ouvrages fluviaux et maritimes.			

Commentaires et limitations :

Il s'agit de donner aux étudiant(e)s les bases indispensables leur permettant d'aborder les enseignements dispensés en école d'ingénieurs. En plus des compétences scientifiques attachées à ces savoirs et de leurs développements en TD et TP, on veillera à leur mise en application dans le cadre des mini-projets dans les domaines de la mécanique des structures, géotechnique, qualité des ambiances.

S22 Structures : poutres, arcs, treillis, ossatures, etc.

Compétences attendues	
Une construction (ou partie) étant fournie et/ou définie par un dossier architectural ou d'exécution, son environnement d'utilisation étant précisé, le cahier des charges étant fourni ; il s'agit de caractériser les principaux comportements de tout ou partie d'une structure sollicitée par son environnement et son usage :	
Analyser	Identifier le type de liaison, la nature (action de contact, à distance) et le mode d'application (surfaccique, linéique, ponctuel) d'une action mécanique. Identifier, inventorier, classer les actions mécaniques. Classer une structure selon son degré d'hyperstaticité. Identifier, inventorier, classer les éléments assurant la stabilité globale d'une structure. Décrire l'approche semi-probabiliste de la sécurité d'une structure et citer le principe des vérifications aux états limites.
Concevoir	Déterminer les caractéristiques géométriques (centre de gravité, moments quadratiques, directions principales d'une surface plane). Établir le cheminement des charges dans le cas de constructions simples. Adapter la géométrie d'un objet selon des critères fixés.
Modéliser	Modéliser les liaisons, les actions, la géométrie. Déterminer les actions permanentes, variables.
Résoudre	Déterminer l'équilibre de tout ou partie d'une construction (isostatique ou hyperstatique). Déterminer la répartition des efforts internes et établir les graphes des sollicitations. Calculer les déplacements et les déformations.
Expérimenter	Mesurer des déformations relatives, des déplacements, des efforts. Mettre en œuvre un système informatisé d'acquisition de mesures. Contrôler des performances.
Optimiser	Proposer et critiquer des modifications du modèle ou du système pour satisfaire des critères de déplacements, de déformations, de contraintes, de durabilités. Établir une analyse critique d'une structure : incidence de l'hyperstaticité, nature des liaisons, influence de la géométrie, etc. Interpréter, comparer, critiquer les résultats obtenus au regard des hypothèses adoptées lors de la modélisation. Établir une analyse critique d'une disposition constructive, d'un assemblage, d'un équarrissage d'un élément de structure...
Communiquer	Utiliser différents modes et moyens de communication et les outils adaptés.

Connaissances, savoir-faire	Niveau entrée		Niveau à atteindre
	GC	AU	
Modélisations.	2	1	3
Équilibre, transfert de charges.	2	1	3
Sollicitations. Relations sollicitations-contraintes-déformations : effort normal, effort tangentiel, moment de flexion, moment de torsion.	2	1	3
Méthodes de résolution applicables aux poutres droites : formules de Bresse, théorème des trois moments, fonctions de singularité.	2	...	3
Méthodes énergétiques : théorème de Maxwell-Betti, théorème de Castigliano et de Muller-Breslau.	1	...	2
Lois propres applicables aux systèmes : fluage, relaxation, plastification, instabilités	1	1	2
Concepts de dimensionnement (aspects semi-probabilistes et généralités sur les règles de calculs).	1	...	2

Commentaires et limitations :

Il s'agit de donner les définitions et les propriétés essentielles des grandeurs qui caractérisent les efforts internes et les déformations des structures à barres.
Des études de cas en 3D sont à envisager notamment dans le cadre des transferts de charges.

Les méthodes de résolution pourront être vectorielles, analytiques ou matricielles (cas simple).
Les éléments de résistance des matériaux devront outre faire apparaître les critères classiques de dimensionnement des structures, appréhender l'association acier/béton afin de faire comprendre le fonctionnement du béton armé.

La résolution des systèmes hyperstatiques devra être abordée à l'aide d'équations de compatibilités et de continuités.

On veillera au travers des activités (TD, TP et mini-projets) à mettre en évidence les particularités des structures réalisées en divers matériaux - bois, lamellé-collé, acier, béton armé, béton précontraint - sans entrer dans les aspects réglementaires.

S23 Géotechnique

Compétences attendues	
Un site étant défini par un rapport de sol, un système constructif étant défini par un dossier architectural ou d'exécution, l'environnement d'utilisation étant précisé, le cahier des charges étant fourni ; il s'agit de caractériser les principaux comportements d'un sol et les interactions sol/structure :	
Analyser	Identifier et décrire les principaux comportements des sols pulvérulents et cohérents. Classer, décrire et interpréter les principaux essais de laboratoire et in-situ permettant la caractérisation des sols. Expliquer le phénomène de consolidation. Reconnaître et évaluer les caractéristiques géotechniques et hydrauliques qui influent sur le comportement d'un sol.
Concevoir	Adapter la géométrie d'un ouvrage (ou partie) selon des critères fixés.
Modéliser	Prendre en compte les états d'équilibre limite. Déterminer le diagramme de pressions des terres le long d'une paroi verticale (poussée et butée) et exprimer des efforts. Appliquer la loi de Coulomb et la représentation de Mohr.
Résoudre	Calculer les contraintes verticales (totales et effectives). Vérifier les stabilités : paroi verticale, soutènement, fondation superficielle et profonde. Vérifier la stabilité d'une tranchée, d'un talus. Évaluer les tassements.
Expérimenter	Mesurer des caractéristiques intrinsèques, des résistances, des perméabilités, etc. Mesurer des charges hydrauliques, des débits, des déplacements, des efforts, etc. Mettre en œuvre des mesures par analogies électriques. Mettre en œuvre un système informatisé d'acquisition de mesures.
Optimiser	Proposer et critiquer des modifications du modèle ou du système pour satisfaire des critères de stabilités, de déformations, de durabilités... Établir une analyse critique : interactions sol/structure. Interpréter, comparer, critiquer les résultats obtenus au regard des hypothèses adoptées lors de la modélisation.
Communiquer	Utiliser différents modes et moyens de communication et les outils adaptés.

Connaissances, savoir-faire	Niveau entrée		Niveau à atteindre
	GC	AU	
Paramètres d'état et caractéristiques liées à la nature, à l'arrangement, à la consistance, au compactage, à l'état hydrique. Les bases des classifications des sols.	2	...	3
Propriétés hydrauliques et écoulements (gradient hydraulique, loi de Darcy, phénomène de boulangerie, etc.).	1	...	2
Distribution de contraintes, tassement et consolidation.	1	...	3
Résistance au cisaillement.	1	...	3
Lois propres applicables aux systèmes : - ingénierie des fondations, stabilité des pentes-digues et des soutènements ; - routes et voiries.	2	...	3

Commentaires et limitations :

Il s'agit de faire acquérir les connaissances fondamentales concernant les propriétés physiques, hydrodynamiques et mécaniques des sols, de connaître et de comprendre les sujétions et les risques liés à la nature des terrains

pour les différents secteurs d'activité du génie civil. On veillera au travers des activités (TD, TP et mini-projets) à mettre en évidence les interactions sols/structures (au sens large) ; sans entrer dans les aspects réglementaires.

S24 Qualité des ambiances

Compétences attendues	
Une construction (ou partie) étant fournie et/ou définie par un dossier architectural ou d'exécution, son environnement d'utilisation étant précisé, le cahier des charges étant fourni ; il s'agit de caractériser les principaux comportements de tout ou partie d'une construction sollicitée par son environnement et son usage :	
Analyser	Citer les effets physiologiques de l'inconfort. Citer, classer les principaux matériaux et composants. Citer les principes et les bases réglementaires thermique et acoustique. Décrire les phénomènes régissant les échanges thermiques. Décrire les éléments à prendre en compte pour satisfaire les besoins en confort (été, hiver). Décrire ce qu'est un pont thermique et les conséquences. Décrire les phénomènes régissant la propagation des bruits aériens et solidiens. Décrire le phénomène physique de la réverbération d'une salle.
Concevoir	
Modéliser	Qualifier les grandeurs et décrire leur évolution spatio-temporelle. Mettre en œuvre des principes d'analogies.
Résoudre	Prendre en compte les différents modes de transfert (conduction, convection, rayonnement) en régime permanent. Appliquer la loi de Fourier. Déterminer les déperditions d'un logement simple et calculer une puissance de chauffage. Déterminer les risques de condensations superficielles et internes. Déterminer l'isolement aux bruits aériens et aux bruits d'impact entre deux locaux. Déterminer le temps de réverbération d'un local.
Expérimenter	Effectuer des mesures de grandeurs thermiques : température, flux, et conductivité Utiliser des logiciels de simulation. Mettre en œuvre des mesures par analogies électriques. Contrôler des performances.
Optimiser	Exploiter des résultats et proposer des solutions technologiques adaptées. Critiquer les performances de solutions technologiques.
Communiquer	Utiliser différents modes et moyens de communication et les outils adaptés.

Connaissances, savoir-faire	Niveau entrée		Niveau à atteindre
	GC	AU	
Air atmosphérique et phénomènes associés	1
Qualités thermiques et acoustiques des éléments de parois	1	...	1
Confort thermohygrométrique	2	1	2
Bilans et échanges thermiques	1	1	2
Acoustique des parois (absorption et transmission)	1	...	1
Acoustique architecturale (correction et isolation)	1	...	1
Aspects réglementaires (généralités, concepts, exigences, labels, etc.)	1	...	1

Commentaires et limitations :

Il s'agit de caractériser les principaux éléments de confort d'une construction dans un environnement donné et en fonction de son usage. À partir des principes et des lois fondamentales, il s'agira d'analyser et de valider les solutions technologiques permettant d'atteindre un niveau de confort correspondant à un niveau donné d'exigence :

- les échanges thermiques (émissions et déperditions) ;
- les phénomènes d'émission et de migration de vapeur d'eau, de condensation, de transmission des bruits dans un milieu (air, solide), de réflexion des bruits sur les parois, de perméabilité à l'eau, d'imbibition et séchage d'un matériau poreux ;
- le renouvellement d'air.

Le respect aux normes, labels et règlements en vigueur ne sera qu'abordé.

S25 Algorithmique et analyse numérique appliquée

Compétences attendues	
Une série de données ou une problématique scientifique étant fournie et/ou définie par un dossier, le cahier des charges étant fourni :	
Analyser	Transcrire un problème (technique, scientifique) en vue de l'informatiser.
Concevoir	Utiliser les techniques informatiques pour le traitement, la modélisation et la représentation d'un problème scientifique. Modifier ou concevoir un algorithme pour obtenir un résultat.
Modéliser	Adapter et mettre en œuvre des méthodes d'analyse numérique.
Résoudre	Dépouiller et exploiter les données d'expérience ou d'observation.
Expérimenter	Mettre en œuvre un langage de programmation.
Optimiser	
Communiquer	Utiliser différents modes et moyens de communication et les outils adaptés.

Connaissances, savoir-faire	Niveau entrée		Niveau à atteindre
	GC	AU	
Bases et éléments d'algorithmiques. Initiation à un langage structuré orienté objet : - variables : notion de type et de valeur d'une variable ; - expressions et instructions simples : affectation, opérateurs usuels, distinction entre expression et instruction ; - instructions conditionnelles : expressions booléennes et opérateurs logiques simples, instruction if, select case. Variantes avec alternative (else) ; - instructions itératives : boucles for, boucles conditionnelles while ; - fonctions : notion de fonction (au sens informatique), définition dans le langage utilisé, paramètres (ou arguments) et résultats, portée des variables ; - manipulation de quelques structures de données : chaînes de caractères (création, accès à un caractère, concaténation), listes (création, ajout d'un élément, suppression d'un élément, accès à un élément, extraction d'une partie de liste), tableaux à une ou plusieurs dimensions ; - fichiers : notion de chemin d'accès, lecture et écriture de données numériques ou de type chaîne de caractères depuis ou vers un fichier ; Méthodes numériques : applications de méthodes de résolution, d'interpolation, de lissage, de dérivation, d'intégration aux domaines de la : - mécanique des structures, - géotechnique, - fluïdique, - thermique et de l'acoustique.	...	1	2
	2
	2

Commentaires et limitations :

Il s'agit de pouvoir élaborer (ou modifier) un algorithme (ou un programme) simple pour résoudre un problème scientifique et acquérir quelques bases de calcul numérique et de programmation.
Les bases de l'algorithmique sont abordées : structures de contrôle, variables, définition de fonctions et procédure, etc.
Les concepts sont mis en application lors de travaux pratiques et de mini-projets, où les étudiant(e)s utilisent un langage structuré orienté objet.

Classe préparatoire ATS

Programme de mathématiques

Table des matières

Mission de la filière et acquis des étudiants	2
Objectifs de formation	2
Compétences développées	2
Description et prise en compte des compétences	3
Unité de la formation scientifique	4
Architecture et contenu du programme	4
Organisation du texte	5
Usage de la liberté pédagogique	5
PROGRAMME	6
Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement	6
Pratique calculatoire	7
Nombres complexes	9
Géométrie élémentaire du plan	10
Géométrie élémentaire de l'espace	12
Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles	13
Équations différentielles linéaires	15
Systèmes linéaires	16
Polynômes	17
Calcul matriciel	19
Espaces vectoriels et applications linéaires	20
A - Espaces vectoriels	20
B - Espaces vectoriels de dimension finie	21
C - Applications linéaires et représentations matricielles	22
Déterminants	24
Réduction d'endomorphismes	25
Espaces euclidiens	26
Nombres réels et suites numériques	27
Limites, continuité et dérivabilité	29
A - Limites et continuité	29
B - Dérivabilité	30
Intégration sur un segment	32
Intégration d'une fonction continue sur un intervalle	33
Développements limités	34
Fonctions vectorielles et courbes paramétrées	35
Séries numériques	36
Séries entières	37
Séries de Fourier	38
Équations différentielles	39
Fonctions de plusieurs variables	40

Mission de la filière et acquis des étudiants

Les classes préparatoires ATS sont destinées aux étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT désireux de poursuivre leurs études dans une école d'ingénieurs. Depuis plusieurs années, les grandes écoles d'ingénieurs accueillent des étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT. Ces derniers ont besoin d'une formation scientifique plus solide pour suivre avec profit des études d'ingénieur. C'est à eux que s'adresse la filière ATS.

En ce qui concerne les titulaires d'un BTS, les plus nombreux, cette formation mathématique adaptée s'insère dans une organisation de l'enseignement de la discipline valide pour toutes les sections. Les objectifs de formation sont définis comme suit :

- fournir les outils nécessaires pour permettre aux élèves de suivre avec profit d'autres enseignements utilisant des savoir-faire mathématiques ;
- contribuer au développement de la formation scientifique grâce à l'exploitation de toute la richesse de la démarche mathématique : mathématisation d'un problème (modélisation), mise en œuvre d'outils théoriques pour résoudre ce problème, analyse de la pertinence des résultats obtenus ;
- développer des capacités personnelles : acquisition des méthodes de travail, maîtrise des moyens d'expression et des méthodes de représentation, emploi des moyens de documentation.

Le programme des sections de techniciens supérieurs est organisé en modules, chaque module correspondant à un champ mathématique précis. On distingue 25 champs, le programme de chaque BTS indiquant les modules à enseigner. Les étudiants fréquentant la filière ATS provenant de spécialités différentes ont donc suivi en mathématiques des formations différentes. Compte tenu de la répartition des étudiants de la filière, on suppose a priori, pour l'organisation de l'enseignement, qu'ils ont suivi les enseignements correspondant aux modules suivants :

- nombres complexes ;
- suites numériques ;
- fonctions d'une variable réelle ;
- calcul intégral ;
- équations différentielles ;
- probabilités 1 ;
- probabilités 2.

On peut également remarquer que beaucoup d'étudiants auront suivi les modules suivants :

- séries de Fourier ;
- transformation de Laplace ;
- statistique descriptive ;
- statistique inférentielle.

On remarque que la formation mathématique des titulaires de BTS est essentiellement tournée vers l'analyse. Dans les classes ATS, une grande attention devra donc être portée à l'enseignement de l'algèbre linéaire. En particulier, on prendra soin de ne pas regrouper l'enseignement de l'algèbre en un seul bloc mais au contraire de le répartir sur l'ensemble de l'année afin que ces notions nouvelles pour les étudiants soient assimilées dans la durée.

Objectifs de formation

Le programme de mathématiques d'ATS s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes de BTS et DUT, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

En mathématiques comme dans les autres disciplines, il est demandé aux étudiants de prendre du recul par rapport à leurs savoirs opérationnels afin de progresser vers une approche plus conceptuelle. C'est cette greffe d'un enseignement plus théorique sur une pratique professionnelle maîtrisée à un certain niveau qui fait l'originalité et la richesse de la filière ATS.

Compétences développées

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;

- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Ces compétences sont dans le prolongement des compétences développées dans les sections de technicien supérieur.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques, permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences industrielles de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire ou de la géométrie. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles de l'ingénieur, mathématiques et informatique).

Représenter

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.

Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles de l'ingénieur.

C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire et de la géométrie en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques...).

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.

Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. Si le choix a été fait de ne pas introduire les probabilités dans les contenus du programme, on pourra cependant illustrer certaines notions du programme à l'aide d'exemples faisant intervenir des probabilités.

Le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et les fonctions de variable réelle. En introduction à l'algèbre linéaire, le chapitre sur les systèmes linéaires permet de rappeler les propriétés élémentaires relatives aux droites du plan, aux droites et plans de l'espace.

Ces aménagements devraient permettre de constituer un programme cohérent autour de quelques notions essentielles, en dégageant les idées majeures et leur portée, en fournissant des outils puissants et efficaces, en évitant toute technicité gratuite, et en écartant les notions qui ne pourraient être traitées que de façon superficielle.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.

Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.

En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression et on évitera en particulier de regrouper en un seul bloc l'enseignement de l'algèbre. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

- celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
- celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
- celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole \Leftrightarrow PC pour la physique et la chimie, \Leftrightarrow SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et \Leftrightarrow I pour l'informatique.

On pourra aussi se reporter à l'annexe aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, on prendra soin d'organiser les enseignements en commençant par donner aux étudiants les bases mathématiques utiles aux autres disciplines. Cette organisation, construite par le professeur en coordination avec les autres disciplines scientifiques et technologiques pourra en particulier concerner les chapitres suivants : pratique calculatoire, nombres complexes, géométrie élémentaire du plan et de l'espace, étude globale d'une fonction d'une variable réelle, équations différentielles linéaires, fonctions vectorielles et courbes paramétrées. On notera que le premier chapitre, vocabulaire ensembliste et méthode de raisonnement, n'a pas vocation à être traité d'un bloc en début d'année mais que les notions qui y figurent doivent au contraire être introduites de manière progressive en cours d'année.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

PROGRAMME

Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement

Ce chapitre regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnements nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions sont introduites de manière progressive et trouvent naturellement leur place dans les autres chapitres, en vue d'être acquises en cours d'année. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés dans le cadre du programme, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique n'est exigible.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Rudiments de logique

Quantificateurs.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant les quantificateurs.

Formuler une négation.

Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

Connecteurs logiques : disjonction (ou), conjonction (et), implication, équivalence.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant des connecteurs. Formuler une négation.

\Leftrightarrow SI, I

Ce chapitre est naturellement relié au chapitre de logique en sciences industrielles de l'ingénieur.

b) Ensembles

On se limite à une approche naïve. Aucun développement n'est fait sur la théorie des ensembles.

Appartenance, inclusion.

Démontrer une égalité, une inclusion de deux ensembles.

Sous-ensemble (ou partie) de E . Ensemble vide.

Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.

Maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes.

Notations $\mathbb{C}_E A$, \bar{A} , $E \setminus A$.

\Leftrightarrow I

Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.

Un élément de E^p est appelé p -liste ou p -uplet d'éléments de E .

c) Méthodes de raisonnement

Raisonnement par contraposition.

Écrire la contraposée d'une assertion.

Raisonnement par l'absurde.

Mener un raisonnement par l'absurde.

Raisonnement par récurrence.

Limité aux récurrences simples.

d) Applications

Application (ou fonction) d'un ensemble E dans un ensemble F . Graphe d'une application.

Manipuler le langage élémentaire des applications. Faire le lien avec la notion de graphe.

Le point de vue est intuitif : une application de E dans F associe à tout élément de E un unique élément de F . Toute formalisation est hors programme.

Restrictions.

Notation $f|_I$.

Image directe.

Composition.	Reconnaître une fonction composée.
Injection, surjection, bijection, réciproque d'une bijection. Application identité.	Résoudre des équations.

Pratique calculatoire

Ce chapitre a pour but de mettre en œuvre des techniques de calcul indispensables en mathématiques et dans les autres disciplines scientifiques. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul intégral et différentiel sont différées à des chapitres ultérieurs. Le point de vue adopté ici est principalement pratique. Le professeur organise ce chapitre de la façon qui lui semble la plus appropriée, en tenant compte des acquis des étudiants et des besoins des autres disciplines. Il est nécessaire d'insister sur ces notions tôt dans l'année afin de faciliter le reste de l'apprentissage.

Les objectifs de formation sont les suivants :

- une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;
- l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;
- la manipulation des fonctions classiques ;
- le calcul de limites, de dérivées et de primitives ;
- l'utilisation des notations techniques fondamentales du calcul algébrique.

a) Inégalités dans \mathbb{R}

Inégalités larges, inégalités strictes, intervalles de \mathbb{R} . Compatibilité avec les opérations.	Dresser un tableau de signe. Résoudre des inéquations. Interpréter graphiquement une inéquation du type $f(x) \leq \lambda$. L'objectif est une maîtrise de la manipulation élémentaire des inégalités.
Valeur absolue, inégalité triangulaire.	Interpréter sur la droite réelle des inégalités du type $ x - a \leq b$.
Majoration, minoration et encadrement de sommes, de produits et de quotients.	

b) Équations, inéquations polynomiales et trigonométriques

Équation du second degré.	Déterminer le signe d'un trinôme.
Cercle trigonométrique, valeurs usuelles.	Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre des équations et inéquations trigonométriques.
Formules exigibles : $\cos(a + b)$, $\sin(a + b)$, $\cos(2a)$, $\sin(2a)$, $\tan(a + b)$.	Exprimer $\cos(a - b)$, $\sin(a - b)$.

c) Calcul de limites en un point ou à l'infini

Aucune étude théorique de la limite n'est abordée à ce stade. On s'appuiera sur les connaissances des limites acquises au lycée.

Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'un inverse.	
----------------------------------------------------------------	--

Exemples de formes indéterminées.

Lever, sur des exemples simples, certaines formes indéterminées à l'aide de limites de taux d'accroissement, à savoir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x)-1}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)-1}{x^2}.$$

Croissances comparées.

On s'appuie sur l'étude de la dérivée faite au lycée. Calculer une limite par encadrement ou par comparaison.

Limite d'une fonction composée.

d) Calcul de dérivées et de primitives

Dérivées des fonctions usuelles : $x \mapsto x^n$ avec $n \in \mathbb{Z}$, exp, ln, cos, sin.

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées dans des cas simples.

Aucune étude théorique de la dérivation n'est abordée à ce stade.

Opérations : somme, produit, quotient.

Dériver une fonction composée.

Calcul pratique de dérivées partielles.

Dérivation de $t \mapsto \exp(\varphi(t))$ avec φ à valeurs dans \mathbb{C} .

Primitive sur un intervalle.

Reconnaître des expressions du type $\frac{u'}{u}$, $u'u^n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{u'}{u^n}$, $(v' \circ u).u'$ où v est une fonction dérivable afin d'en calculer les primitives.

e) Sommes et produits

Notations et règles de calcul.

Effectuer un changement d'indice.

Sommes et produits télescopiques.

L'objectif est de faire acquérir aux étudiants une aisance dans la manipulation des symboles \sum et \prod sur des exemples de difficulté raisonnable.

On utilise aussi la notation $a_0 + \dots + a_n$.

Factorielle, coefficients binomiaux.

Notations $n!$, $\binom{n}{k}$ lue « k parmi n ».

Triangle de Pascal, formule de binôme de Newton.

Développer $(a \pm b)^n$.

Factorisation de $a^n - b^n$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.

Exemple de calcul de sommes :

$$\sum_{k=0}^n k \quad \sum_{k=0}^n q^k.$$

Nombres complexes

L'objectif est de consolider et d'approfondir les acquis des années précédentes. Le programme combine plusieurs aspects :

- équations algébriques (équations du second degré, racines n -ièmes d'un nombre complexe) ;
- interprétation géométrique des nombres complexes ;
- exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures et de relier ce chapitre aux besoins des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) L'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes

La construction de \mathbb{C} n'est pas exigible.

Parties réelle et imaginaire, forme algébrique.
Opérations sur les nombres complexes.
Conjugaison : définition, compatibilité avec les opérations.

Le plan étant muni d'un repère orthonormal, affixe d'un point, d'un vecteur et image d'un nombre complexe.
Module d'un nombre complexe. Relation $|z|^2 = z\bar{z}$. Module d'un produit et d'un quotient. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

Notations $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$.

Interpréter géométriquement le conjugué d'un nombre complexe.

Notation \bar{z} .

On identifie \mathbb{C} au plan usuel muni d'un repère orthonormal direct.

Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe.

Interpréter géométriquement $|z - a|$ avec $a, z \in \mathbb{C}$.

b) Ensemble \mathbb{U} des nombres complexes de module 1

Définition de $e^{i\theta}$ où $\theta \in \mathbb{R}$, formules d'Euler. Description des éléments de \mathbb{U} .

Relation $e^{ia}e^{ib} = e^{i(a+b)}$. Formule de Moivre.

Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe : $e^z = e^x e^{iy}$ où $z = x + iy$ et $x, y \in \mathbb{R}$.

Factoriser $1 \pm e^{i\theta}$.

Linéariser et factoriser des expressions trigonométriques.

Retrouver les expressions de $\cos(nt)$ et $\sin(nt)$ en fonction de $\cos(t)$ et $\sin(t)$ pour de petites valeurs de n .

Il s'agit de consolider une pratique du calcul, en évitant tout excès de technicité.

c) Arguments d'un nombre complexe non nul

Arguments d'un nombre complexe non nul. Coordonnées polaires.

Arguments d'un produit, d'un quotient.

Écrire un nombre complexe non nul sous la forme $z = \rho e^{i\theta}$ où $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$ (forme trigonométrique).

Interpréter géométriquement un argument d'un nombre complexe.

Transformer $a \cos(t) + b \sin(t)$ en $A \cos(t - \varphi)$.

\Leftrightarrow PC et SI. Amplitude et phase.

\Leftrightarrow Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §5.

d) Équation du second degré dans \mathbb{C}

Racines carrées d'un nombre complexe.

Équation du second degré dans \mathbb{C} .

Déterminer les racines carrées d'un nombre complexe sous forme algébrique ou trigonométrique.

Résoudre une équation du second degré dans \mathbb{C} .

e) Racines n -ièmes

Racines de l'unité : définition, description, propriétés.

Représenter géométriquement les racines de l'unité.

Description des racines n -ième d'un nombre complexe.Notation \mathbb{U}_n .Résoudre l'équation $z^n = \lambda$.**f) Nombres complexes et transformations affines du plan**

Interpréter géométriquement les transformations :

$$z \mapsto z + b ; z \mapsto az ; z \mapsto \bar{z}$$

où a et b sont des nombres complexes.**Géométrie élémentaire du plan**

Les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien en tant qu'ensemble de points, la façon d'associer à deux points A et B le vecteur \overrightarrow{AB} , ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient d'observer que tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de deux vecteurs indépendants, c'est-à-dire non colinéaires. Dans le plan, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormal, angles. La donnée d'un repère orthonormal identifie le plan à \mathbb{R}^2 ou à \mathbb{C} . La géométrie joue un rôle essentiel en mathématiques et dans les disciplines scientifiques et technologiques ; elle est au cœur des compétences de modélisation et de représentation. Ce chapitre doit être traité en liaison avec les autres disciplines ; on pourra se reporter à l'annexe « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».

a) Repérage dans le plan

Repère orthonormal (ou orthonormé).

Coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.

Passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes.

On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires.

b) Produit scalaireDéfinition géométrique : si \vec{u} et \vec{v} sont non nuls alors

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ sinon.

Bilinéarité, symétrie.

Interpréter le produit scalaire en termes de projection orthogonale.

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale (démonstration non exigible).

Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs.

Déterminer une mesure d'un angle non orienté.

⇔ SI (Mécanique)

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4 et 5.

c) Déterminant dans une base orthonormée directe

Définition géométrique : si \vec{u} et \vec{v} sont non nuls alors

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\vec{u}, \vec{v})$$

et $[\vec{u}, \vec{v}] = 0$ sinon.

Bilinéarité, antisymétrie.

Interpréter un déterminant en termes d'aire orientée d'un parallélogramme.

Caractériser la colinéarité de deux vecteurs.

La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe.

Calculer le déterminant dans une base orthonormale directe.

Démonstrations non exigibles.

⇔ SI (Mécanique)

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4 et 5.

d) Droites

Définition, vecteur directeur, vecteur normal.

Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.

Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et inversement.

Déterminer l'intersection de deux droites.

Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite.

Calculer la distance d'un point à une droite.

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.

e) Cercles

Définition, équation cartésienne.

Représentation paramétrique.

Reconnaître une équation cartésienne de cercle.

Déterminer une équation d'un cercle à partir de son centre et de son rayon.

Déterminer le centre et le rayon d'un cercle à partir d'une équation.

Déterminer une équation d'un cercle connaissant les extrémités d'un diamètre.

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.

Géométrie élémentaire de l'espace

Dans ce chapitre, on adapte à l'espace les notions étudiées dans le chapitre de géométrie plane. L'étude de ce contenu mathématique nouveau s'appuie de façon essentielle sur le chapitre de géométrie plane et sur l'intuition géométrique développée dans les autres disciplines. Des notions telles que le repérage dans l'espace et le produit vectoriel doivent être abordées en concertation avec les professeurs des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Repérage dans l'espace

Repère orthonormal (ou orthonormé) de l'espace ; coordonnées cartésiennes.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.

On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.

b) Produit scalaire

Définition géométrique.
Bilinéarité, symétrie.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale directe (démonstration hors programme).

c) Produit vectoriel dans l'espace orienté

Définition géométrique : si \vec{u} et \vec{v} sont non colinéaires, le produit vectoriel de \vec{u} et \vec{v} est le vecteur de norme $\|\vec{u}\| \|\vec{v}\| |\sin(\vec{u}, \vec{v})|$ directement orthogonal à (\vec{u}, \vec{v}) ; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul.
Bilinéarité, antisymétrie.

La notion d'orientation de l'espace, reposant sur les conventions physiques usuelles, est admise.

Exprimer le produit vectoriel dans une base orthonormale directe.

Déterminer si deux vecteurs sont colinéaires.

Démonstrations hors programme.

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*

⇔ SI (Cinématique)

d) Produit mixte dans l'espace orienté

Définition du produit mixte de trois vecteurs :

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = (\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}$$

Trilinéarité, antisymétrie.

Déterminer si trois vecteurs sont coplanaires.

Interpréter $|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$ comme volume du parallélépipède construit sur \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} .

Notation $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$.

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*

Exprimer le produit mixte dans une base orthonormale directe.

Démonstrations hors programme.

e) Plans et droites

Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, un point et un vecteur normal, trois points non alignés.

Déterminer une équation cartésienne ou un système d'équations paramétriques d'un plan. Passer d'une représentation à l'autre.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Différents modes de définition d'une droite : par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, comme intersection de deux plans.

Déterminer un vecteur directeur d'une droite définie comme intersection de deux plans.
 Déterminer un système d'équations cartésiennes ou un système d'équations paramétriques d'une droite.
 Passer d'une représentation à l'autre.
 Étudier les intersections.

Distance d'un point à un plan, distance d'un point à une droite.

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*
 Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan.

f) Sphères

Définition, équation cartésienne en repère orthonormé.

Reconnaître une équation cartésienne de sphère.
 Déterminer une équation d'une sphère à partir de son centre et de son rayon.
 Déterminer le centre et le rayon d'une sphère à partir d'une équation.
 Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan.

Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles

Ce chapitre est naturellement à relier aux disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans \mathbb{R}

Domaine de définition d'une fonction.
 Représentation graphique d'une fonction.

Représenter graphiquement une fonction donnée par son expression.

Fonctions paires, impaires, périodiques.

Interpréter géométriquement ces propriétés.
 Exemples de fonctions paires ou impaires définies sur une demi-période en vue de l'étude des séries de Fourier.

Somme, produit, composée.
 Monotonie.
 Fonctions majorées, minorées, bornées.

Interpréter géométriquement ces propriétés.
 Une fonction f est bornée si et seulement si $|f|$ est majorée.

Extremum, extremum local.

b) Dérivation

Équation de la tangente en un point.

Interpréter géométriquement la dérivée d'une fonction en un point.

Application à l'étude des variations d'une fonction.

Dresser le tableau de variation d'une fonction.
 À ce stade, un tableau de variation clairement présenté, accompagné de la détermination du signe de la dérivée et des valeurs ou limites aux bornes, vaut justification de bijectivité.

Fonction réciproque.

Tracer le graphe d'une fonction réciproque.
Calculer la dérivée d'une fonction réciproque.
La dérivée de la réciproque est obtenue géométriquement à l'aide de la symétrie des tangentes. La formule sera démontrée ultérieurement.

c) Étude d'une fonction

Plan d'étude d'une fonction.

Déterminer les symétries et les périodicités afin de réduire l'ensemble d'étude d'une fonction.
Déterminer les variations et les limites d'une fonction.
Déterminer les extremums éventuels d'une fonction.
Tracer le graphe d'une fonction.
Obtenir des inégalités grâce à une étude de fonction.
Les asymptotes ainsi que la position des tangentes par rapport à la courbe seront traitées ultérieurement comme des applications des développements limités.
 \Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

d) Fonctions usuelles

Valeur absolue.

Représenter graphiquement la fonction.

Partie entière.

Représenter graphiquement la fonction.
Notation $\lfloor x \rfloor$. L'existence est admise.
Toute technicité est exclue.

Étude des fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

Les fonctions puissances sont définies sur \mathbb{R}_+^* et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur \mathbb{R}_-^* . Relations $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$, $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$, $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.

Fonctions circulaires directes et réciproques : rappels sur les fonctions cos et sin, définition et étude des fonctions tan, arcsin, arccos, arctan.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, puissances et exponentielle.

Comparer des fonctions au voisinage de l'infini.

Fonctions hyperboliques directes : ch, sh et th.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions. Concernant la trigonométrie hyperbolique, la seule formule exigible est $\text{ch}^2(t) - \text{sh}^2(t) = 1$.
Les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme.

Équations différentielles linéaires

Les étudiants ont étudié des exemples simples d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, du premier et du second ordre. Il s'agit dans ce chapitre de consolider et d'étendre cette étude. Les équations différentielles sont un domaine à la fois très riche pour les mathématiques, pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur. Ce chapitre doit être traité en concertation avec les professeurs des autres disciplines afin de l'illustrer par des exemples issus des domaines scientifiques et technologiques. On se référera à l'annexe « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Équations différentielles linéaires du premier ordre

Équation $y' + a(x)y = b(x)$, où a et b sont des fonctions, à valeurs réelles ou complexes, définies et continues sur un intervalle de \mathbb{R} .

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Écrire et résoudre l'équation homogène associée.
Utiliser le principe de superposition ou la méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière.
Déterminer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.
Décrire l'ensemble des solutions.
Les étudiants doivent savoir étudier des équations dans lesquelles la variable et la fonction inconnue sont représentées par d'autres lettres que x et y .

Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.
La démonstration est hors programme.
⇔ PC, SI : circuits électriques RC, RL.

b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants

Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants $y'' + ay' + by = f(x)$ où a et b sont des nombres réels et f est une application continue à valeurs dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} .

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Donner l'équation caractéristique.
Résoudre l'équation homogène, notamment dans le cas d'une équation de la forme $y'' \pm \omega^2 y = 0$.
⇔ Circuits électriques LC, RLC. Résistance des matériaux. Régime transitoire, régime stationnaire. Pôles d'un système.
⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §2.
Déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme $P(x)e^{\omega x}$ avec $\omega \in \mathbb{C}$ et P une fonction polynomiale.
Utiliser le principe de superposition.
Exprimer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.
Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre.
Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.
La démonstration est hors programme.

Systemes lineaires

Il s'agit d'introduire des notions nouvelles pour les etudiants. L'objectif est double :

- maitriser la theorie des systemes lineaires du point de vue de la methode du pivot, pour son interet mathematique et algorithmique, ainsi que pour ses applications aux disciplines scientifiques et technologiques ;
- preparer l'introduction de l'algebre lineaire abstraite.

Les resultats, presentes dans le cadre des systemes a coefficients reels, sont etendus sans difficulte au cas des systemes a coefficients complexes.

CONTENUS

CAPACITES & COMMENTAIRES

a) Systemes lineaires

Definition d'un systeme lineaire de n equations a p inconnues.

Systeme homogene.

Matrice A d'un systeme lineaire ; matrice augmentee $(A|B)$ ou B est la colonne des seconds membres.

Operacions elementaires sur les lignes d'un systeme ou d'une matrice : echange des lignes L_i et L_j , multiplication de L_i par $\lambda \neq 0$, ajout de $\lambda \cdot L_j$ a L_i pour $i \neq j$.

Deux systemes sont dits equivalents si on passe de l'un a l'autre par une suite finie d'operacions elementaires sur les lignes.

Deux systemes equivalents ont le meme ensemble de solutions.

Deux matrices sont dites equivalentes en lignes si elles se deduisent l'une de l'autre par une suite finie d'operacions elementaires sur les lignes.

Si on passe d'un systeme \mathcal{S} a un autre systeme \mathcal{S}' par une suite finie d'operacions elementaires sur les lignes, la matrice augmentee de \mathcal{S}' s'obtient en effectuant la meme suite d'operacions elementaires sur la matrice augmentee de \mathcal{S} .

Reconnaitre qu'un systeme donne est un systeme lineaire.

Les solutions sont definies comme elements de \mathbb{R}^p .

Systeme homogene associe a un systeme quelconque.

Calculer le produit d'une matrice par une colonne. Ecrire un systeme sous la forme matricielle $AX = B$.

Interpreter les operacions sur les lignes en termes de systeme lineaire.

Notations $L_i \leftrightarrow L_j$; $L_i \leftarrow \lambda L_i$; $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.

Maitriser la notion de systeme equivalent.

Relier cette notion a la theorie des systemes lineaires.

Notation $A \underset{L}{\sim} A'$.

Cela justifie la presentation matricielle d'un systeme lineaire.

b) Echelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan

Matrice echelonnee en ligne.

Reconnaitre et exploiter des matrices echelonnees dans le cadre de l'etude de systemes lineaires.

Un schema « en escalier » illustre la notion de matrice echelonnee.

On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non entierement nulle.

c) Resolution d'un systeme lineaire

Inconnues principales et inconnues secondaires (parametres).

Faire le lien entre nombre d'equations, nombre d'inconnues et nombre de pivots.

\Leftrightarrow PC SI : degres de liberte en mecanique, systeme hyperstatique ou isostatique.

\Leftrightarrow Outils mathematiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingenieur §1.

Rang d'un système linéaire.

Système incompatible. Système compatible.

Le rang est ici défini comme égal au nombre de pivots. On admettra la cohérence de cette définition. Déterminer des conditions de compatibilité pour un système donné.

d) Famille de vecteurs de \mathbb{R}^n

Combinaison linéaire d'une famille finie \mathcal{F} de vecteurs. Famille libre, famille liée.

Si A est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de p vecteurs u_1, u_2, \dots, u_p de \mathbb{R}^n , les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) la famille (u_1, \dots, u_p) est libre ;
- (ii) le système $AX = 0$ a pour seule solution la solution triviale ;
- (iii) le nombre de pivots est égal à p .

Famille génératrice de \mathbb{R}^n .

Si A est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de p vecteurs u_1, u_2, \dots, u_p de \mathbb{R}^n , les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) les vecteurs u_1, \dots, u_p forment une famille génératrice de \mathbb{R}^n ;
- (ii) pour toute matrice colonne B à n lignes, le système $AX = B$ est compatible ;
- (iii) le nombre de pivots est égal à n .

Notation $\text{Vect}(\mathcal{F})$.

Déterminer si une famille de vecteurs est libre ou liée.

L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

Déterminer un système d'équations linéaires de $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$.

Donner une interprétation géométrique dans les cas $n = 2$ et $n = 3$.

L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

\Leftrightarrow Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §1.

Polynômes

L'objectif est d'étudier, par des méthodes élémentaires, les propriétés de base des polynômes, et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques. Le programme se limite au cas où les coefficients sont réels ou complexes (\mathbb{K} désignant \mathbb{R} ou \mathbb{C}). On pourra confondre polynômes et fonctions polynomiales.

a) Polynômes à une indéterminée

Définition d'un polynôme comme fonction polynomiale de \mathbb{K} dans \mathbb{K} .

Ensemble $\mathbb{K}[X]$ des polynômes à coefficients dans \mathbb{K} .

Opérations : somme, produit et composée.

Degré d'un polynôme. Coefficient dominant, polynôme unitaire (ou normalisé). Degré d'une somme et d'un produit.

Aucune connaissance de la construction de $\mathbb{K}[X]$ n'est exigible.

Notation $a_0 + a_1 X + \dots + a_n X^n$ ou $\sum_{p=0}^n a_p X^p$.

Le degré du polynôme nul vaut par convention $-\infty$. Ensemble $\mathbb{K}_n[X]$ des polynômes de degré au plus n .

b) Bases de l'arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$

Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$. Diviseurs et multiples.

Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.

Effectuer une division euclidienne de polynômes.
 \Leftrightarrow I

c) Racines

Racine (ou zéro) d'un polynôme.

Déterminer les racines d'un polynôme.
 Caractériser les racines par la divisibilité.
 Factoriser par $(X - a)$ lorsque a est racine.

Multiplicité d'une racine.

Caractérisation par les valeurs des dérivées successives en a de l'ordre de multiplicité de la racine a .

Majoration du nombre de racines d'un polynôme non nul par son degré.

Polynôme scindé sur \mathbb{K} .

Démonstration non exigible. Factoriser par $(X - a)^\alpha$ lorsque a est racine d'ordre de multiplicité α .

d) Décomposition en facteurs irréductibles

Théorème de d'Alembert-Gauss.

Polynômes irréductibles.

Description des polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$.

Décomposition d'un polynôme en facteurs irréductibles sur \mathbb{C} et sur \mathbb{R} .

La démonstration de ce théorème est hors programme.

e) Somme et produit des racines d'un polynôme

Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme en fonction de ses coefficients.

Cas des polynômes de degré deux.

Les autres fonctions symétriques élémentaires sont hors programme.

f) Fractions rationnelles

Existence et unicité de la partie entière d'une fraction rationnelle R ; détermination de la partie polaire de R relative à un pôle a .

Calcul de la partie polaire en un pôle simple. Aucune connaissance n'est exigible dans le cas de pôles d'ordre supérieur.

La démonstration de l'existence et de l'unicité de la partie polaire est hors programme.

Exemples de décomposition en éléments simples sur \mathbb{C} ou \mathbb{R} d'une fraction rationnelle à coefficients réels, lorsque les pôles complexes sont d'ordre 1 ou 2.

L'objectif est la mise en pratique sur des cas simples.

a) Matrices : opérations et propriétés

Ensemble des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans \mathbb{K} .	Notation $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
Matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales. Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.	Interpréter le produit AX d'une matrice par une colonne comme une combinaison linéaire des colonnes de A .
Produit de deux matrices.	Interpréter la j -ème colonne du produit AB comme le produit de A par la j -ème colonne de B . Interpréter la i -ème ligne du produit AB comme le produit de la i -ème ligne de A par B .
Formule du binôme.	Calculer les puissances de certaines matrices carrées.

b) Matrice inversible

Matrice carrée inversible. Inverse. On appelle groupe linéaire, noté $GL_n(\mathbb{K})$, l'ensemble des matrices inversibles de taille n .	Caractériser l'inversibilité d'une matrice carrée A par l'existence et l'unicité de la solution de tout système de la forme $AX = B$ où X et B sont deux matrices colonnes. Caractériser l'inversibilité par le nombre de pivots. Reconnaître une matrice inversible et calculer son inverse. On admet que l'inversibilité à droite implique l'inversibilité à gauche et réciproquement. Toute théorie générale des groupes est exclue. La notion de comatrice est non exigible.
Inverse du produit de matrices inversibles.	

c) Application linéaire de \mathbb{K}^p dans \mathbb{K}^n canoniquement associée à une matrice

<i>On peut identifier les éléments de \mathbb{K}^p et de \mathbb{K}^n avec des matrices colonnes.</i>	
Application $X \mapsto AX$. Linéarité.	Passer d'une écriture du type $(x, y) \mapsto (ax + by, cx + dy)$ à une écriture matricielle et réciproquement.
L'image AX est combinaison linéaire des colonnes de A . Image et noyau d'une matrice.	Déterminer des équations de l'image et du noyau de A . On utilise l'échelonnement d'un système pour déterminer des équations de l'image.

Espaces vectoriels et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur \mathbb{R} et sur \mathbb{C} . Après l'approche numérique des chapitres « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel », on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans le sous-chapitre « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans...

Le deuxième sous-chapitre « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels au sous-chapitre « C - Applications linéaires et représentations matricielles ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires. Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :

- traiter ce chapitre selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces \mathbb{K}^n à l'aide des techniques développées dans les chapitres « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel » ;
- mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces \mathbb{K}^n avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.

Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation se prêtant à une modélisation linéaire conduisant à une représentation adaptée dans un espace bien choisi.

A - Espaces vectoriels

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Espaces et sous-espaces vectoriels

Définition d'un \mathbb{K} -espace vectoriel.

Espaces vectoriels de référence : \mathbb{K}^n pour $n \in \mathbb{N}^*$, $\mathbb{K}[X]$, \mathbb{K}^Ω pour Ω non vide (cas particulier des suites) et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

Sous-espaces d'un \mathbb{K} -espace vectoriel : définition et caractérisation. Droites et plans vectoriels.

Identifier un ensemble comme un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu.

L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à p inconnues et à coefficients dans \mathbb{K} est un sous-espace vectoriel de \mathbb{K}^p .

L'ensemble des solutions sur un intervalle I d'une équation différentielle linéaire homogène est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^I = \mathcal{F}(I, \mathbb{K})$.

Appréhender le concept d'espace vectoriel de fonctions.

Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs. Intersection de sous-espaces vectoriels.

Notation $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$.

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

Somme de deux sous-espaces F et G d'un \mathbb{K} -espace vectoriel E .

La somme $F + G$ est dite directe si l'écriture de tout vecteur de $F + G$ comme somme d'un élément de F et d'un élément de G est unique.

Exploiter une relation $F \cap G = \{0\}$ pour démontrer que F et G sont en somme directe.

Déterminer l'unique décomposition d'un vecteur donné dans une somme directe.

Sous-espaces supplémentaires.

b) Familles finies de vecteurs

Vecteurs colinéaires.
Famille libre, famille liée.

Déterminer si une famille donnée est libre ou liée.

Toute famille de polynômes non nuls à coefficients dans \mathbb{K} et de degrés échelonnés est libre.
Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.

Déterminer si une famille est génératrice.

Bases.
Exemples usuels : bases canoniques des espaces \mathbb{K}^n , $\mathbb{K}_n[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Coordonnées dans une base. Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur x dans une base \mathcal{B} .

Déterminer les coordonnées d'un vecteur donné dans une base donnée.

Notation $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(x)$.

Base adaptée à une somme directe.

Si $(e_1, \dots, e_k, e_{k+1}, \dots, e_n)$ est une famille libre d'un \mathbb{K} -espace vectoriel E alors $\text{Vect}(e_1, \dots, e_k)$ et $\text{Vect}(e_{k+1}, \dots, e_n)$ sont en somme directe.

B - Espaces vectoriels de dimension finie**a) Dimension finie**

Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie.

Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un \mathbb{K} -espace vectoriel non nul E , on peut extraire une base de E .

Exhiber une base d'un \mathbb{K} -espace vectoriel E non nul de dimension finie.

Application à l'existence d'une base pour tout \mathbb{K} -espace vectoriel non nul de dimension finie.

Théorème de la base incomplète : toute famille libre de E peut être complétée en une base.

Dans un espace engendré par n vecteurs, toute famille de $n + 1$ vecteurs est liée.

Dimension.

Dimensions de \mathbb{K}^n , $\mathbb{K}_n[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Si E est de dimension n et \mathcal{F} une famille de n vecteurs de E , alors \mathcal{F} est une base de E si et seulement si \mathcal{F} est libre, si et seulement si \mathcal{F} est génératrice.

On convient que l'espace $\{0_E\}$ est de dimension nulle.

b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie

Si F est un sous-espace d'un espace vectoriel E de dimension finie alors F est de dimension finie et $\dim(F) \leq \dim(E)$. De plus, $F = E$ si et seulement si les deux dimensions sont égales.

Démontrer l'égalité de deux sous-espaces vectoriels à l'aide d'une inclusion et de l'égalité de leurs dimensions.

Supplémentaires d'un sous-espace. Existence, dimension commune.

Démontrer que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires à l'aide de la caractérisation par l'intersection nulle et la somme des dimensions.

Dimension de la somme de deux sous-espaces : formule de Grassmann.

Cas d'une somme directe.

c) Famille finie de vecteurs

Rang d'une famille finie (u_1, \dots, u_p) de vecteurs d'un \mathbb{K} -espace vectoriel.

Majorer le rang d'une famille de vecteurs en exhibant une relation linéaire. Le minorer en exhibant une sous-famille libre.

Utiliser le rang d'une famille de vecteurs pour démontrer qu'elle est libre ou génératrice.

Notation $\text{rg}(u_1, \dots, u_p)$.

C - Applications linéaires et représentations matricielles

a) Généralités

Applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes et automorphismes.

Opérations sur les applications linéaires : combinaisons linéaires et composées.

Règles de calcul.

Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.

Image directe d'un sous-espace vectoriel.

Image et noyau.

L'image par une application linéaire u d'une famille génératrice de E est génératrice de $\text{Im}(u)$.

Notations $\mathcal{L}(E, F)$ et $\mathcal{L}(E)$.

Notation $\text{GL}(E)$ pour le groupe linéaire.

Déterminer une base de l'image, du noyau d'une application linéaire.

Caractériser l'injectivité d'une application linéaire à l'aide du noyau, la surjectivité à l'aide de l'image.

Notations $\text{Im}(u)$, $\text{Ker}(u)$.

b) Isomorphismes

Une application linéaire de E dans F est un isomorphisme si et seulement si elle transforme une (toute) base de E en une base de F .

Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.

Si E et F ont même dimension finie alors une application linéaire de E dans F est bijective si et seulement si elle est injective ou surjective.

Cas particulier des endomorphismes.

Contre-exemples en dimension infinie.

c) Modes de définition d'une application linéaire

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.

Une application linéaire définie sur $E = E_1 \oplus E_2$ est déterminée par ses restrictions à E_1 et E_2 .

d) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel

Identité, homothéties.

Notation Id_E .

Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces supplémentaires.

e) Rang d'une application linéaire

Rang d'une application linéaire.

Théorème du rang : si E est de dimension finie et $u \in \mathcal{L}(E, F)$ alors u est de rang fini et $\dim(E) = \dim(\text{Ker}(u)) + \text{rg}(u)$.

La démonstration est hors programme.

f) Équations linéaires

Une équation, d'inconnue $x \in E$, est dite linéaire si elle est de la forme $u(x) = b$ où $u \in \mathcal{L}(E, F)$ et $b \in F$.

Structure des solutions, condition de compatibilité, lien avec $\text{Ker}(u)$ et $\text{Im}(u)$.

Exemples des systèmes linéaires et des équations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2.

La notion de sous-espace affine est hors programme.

g) Représentation matricielle en dimension finie

Matrice d'une application linéaire u dans un couple de bases.

Un couple de bases étant fixé, isomorphisme $u \mapsto \text{Mat}_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}(u)$. Application au calcul de la dimension de $\mathcal{L}(E, F)$.

Matrice d'une composée.

Lien entre matrices inversibles et isomorphismes.

Matrice de passage d'une base à une autre.

Effet d'un changement de bases sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme.

Matrices semblables.

Passer du registre vectoriel au registre matriciel pour exprimer les coordonnées de $u(x)$ en fonction de celles de x .

Déterminer la matrice, dans une base adaptée, d'un projecteur et d'une symétrie.

Notation $\text{Mat}_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}(u)$, où \mathcal{B} est une base de l'espace de départ et \mathcal{C} une base de l'espace d'arrivée.

Notation $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$ dans le cas où $\mathcal{B} = \mathcal{C}$.

Déterminer la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, après un changement de base(s).

Choisir une base adaptée à un problème donné.

h) Rang d'une matrice

Rang d'une matrice A , pour $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

Caractérisation des matrices inversibles à l'aide du rang.

Faire le lien entre divers aspects de la notion de rang (rang d'une matrice, d'une application linéaire, d'une famille de vecteurs, d'un système linéaire).

Calculer le rang d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire par la méthode du pivot.

Pour le calcul à la main, on se limite à des cas simples \Leftrightarrow I.

i) Trace et transposée d'une matrice

Trace d'une matrice.

Linéarité. $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$.

Deux matrices semblables ont même trace.

Trace d'un endomorphisme en dimension finie.

Transposée d'une matrice.
Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit, inverse.

Notations A^T et tA .
Matrice symétrique, antisymétrique.

Déterminants

Ce chapitre développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence l'aspect algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et l'aspect géométrique (volume orienté).

Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.

Dans toute cette partie, \mathbb{K} désigne \mathbb{R} ou \mathbb{C} .

a) Déterminant d'une matrice carrée

Il existe une unique application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans \mathbb{K} , appelée déterminant, telle que :

- (i) le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ;
- (ii) l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par -1 ;
- (iii) le déterminant de la matrice unité I_n vaut 1.

Notation \det .

La démonstration de ce théorème pour $n \geq 4$ et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme.
Interprétation géométrique de cette définition pour $n \in \{2, 3\}$ par les notions d'aire et de volume algébriques.

b) Propriétés du déterminant

Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul.

Expression de $\det(\lambda A)$ pour $\lambda \in \mathbb{K}$ et $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

Effet sur un déterminant des opérations élémentaires en colonnes.

Déterminant d'une matrice triangulaire.

Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.

Déterminant d'un produit de matrices carrées.

Déterminant de l'inverse.

Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.

Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.

Déterminant d'une matrice de la forme $\begin{pmatrix} A & B \\ 0 & D \end{pmatrix}$

\Leftrightarrow I : calcul du déterminant d'une matrice.

Démonstration hors programme.

Démonstration hors programme.

Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.

Démonstration non exigible.

La notion de comatrice est hors programme.

Démonstration non exigible.

c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme

Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base.
Caractérisation des bases.

Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des automorphismes.

La formule de changement de bases pour un déterminant est hors programme.

Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices.

Réduction d'endomorphismes

Ce chapitre étudie la réduction des matrices et des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Éléments propres et polynôme caractéristique

Valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre d'un endomorphisme. Spectre.

Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.

Polynôme caractéristique d'un endomorphisme.

Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres.

Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Comparaison entre l'ordre de multiplicité d'une valeur propre et la dimension du sous-espace propre associé.

Éléments propres d'une matrice.

Interprétation en termes de droite stable.

Notation Sp .

\Leftrightarrow SI : matrice d'inductance, d'inductance cyclique et d'inductance homopolaire.

Extension des définitions et de ces résultats aux matrices.

b) Endomorphismes et matrices diagonalisables

Un endomorphisme est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.

Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme de ses sous-espaces propres est égale à E .

Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé.

Un endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé et dont toutes les valeurs propres sont simples est diagonalisable.

Une matrice est dite diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale.

Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.

Extension des résultats précédents au cas des matrices.

\Leftrightarrow SI : machines électriques.

c) Endomorphismes et matrices trigonalisables

Un endomorphisme est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.

Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé.

En particulier, tout endomorphisme d'un \mathbb{C} -espace vectoriel est trigonalisable.

Expression du déterminant et de la trace d'un endomorphisme trigonalisable en fonction des valeurs propres.

Démonstration hors programme.

Aucune technique de trigonalisation effective n'est au programme.

Extension des résultats aux matrices.

d) Applications de la réduction

Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.

Résolution de systèmes récurrents linéaires homogènes.

Les étudiants doivent aussi savoir traduire une récurrence scalaire en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type $X_{n+1} = AX_n$.

Espaces euclidiens

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :

- introduire les notions fondamentales liées à la structure euclidienne de \mathbb{R}^n ;
- étudier les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions 2 et 3 en insistant sur les représentations géométriques ;
- traiter la réduction des matrices symétriques réelles,

Dans ce chapitre, seules les connaissances liées à la structure euclidienne de \mathbb{R}^n peuvent faire l'objet d'une évaluation.

a) Produit scalaire et norme

Produit scalaire.
Espace euclidien.

Notations $\langle x, y \rangle$, $(x|y)$, $x \cdot y$.

On pourra donner des exemples de produits scalaires définis par une intégrale sur des espaces de fonctions et de polynômes mais aucune connaissance sur des espaces euclidiens autres que \mathbb{R}^n n'est exigible.

Produit scalaire euclidien canonique sur \mathbb{R}^n .
Norme associée à un produit scalaire, distance associée.
Bases orthonormales de \mathbb{R}^n . Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale ; expression du produit scalaire et de la norme.

b) Isométries vectorielles de l'espace euclidien \mathbb{R}^n et matrices orthogonales

Un endomorphisme de l'espace euclidien \mathbb{R}^n est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme.
Matrice orthogonale : définition par l'égalité ${}^tAA = I_n$.
Caractérisation à l'aide des colonnes ou des lignes.
Groupe orthogonal d'ordre n .
Si \mathcal{B}_0 est une base orthonormale de \mathbb{R}^n et u un endomorphisme de \mathbb{R}^n , alors u est une isométrie vectorielle si et seulement si $\text{Mat}_{\mathcal{B}_0}(u)$ est orthogonale.
Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle.

Démonstration non exigible.

Notations $O_n(\mathbb{R})$, $O(n)$.

Démonstration non exigible.

Application à l'orientation d'un espace euclidien et à la notion de base orthonormale directe.

c) Classification en dimensions 2 et 3

Description du groupe orthogonal en dimensions 2 et 3.

Utilisation des éléments propres pour la classification des isométries. Les étudiants doivent savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie.

d) Matrices symétriques réelles

Théorème spectral : pour toute matrice symétrique réelle A , il existe une matrice diagonale D et une matrice orthogonale P telles que $D = P^{-1}AP$.

Démonstration hors programme. La notion d'endomorphisme symétrique est hors programme.

\Leftrightarrow PC/SI : matrice d'inertie.

Nombres réels et suites numériques

L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximations de nombres réels). Les notions de borne supérieure et inférieure sont introduites uniquement pour aboutir au théorème de la limite monotone.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Nombres réels

Ensembles usuels de nombres : entiers relatifs, nombres décimaux, nombres rationnels.	La construction de ces ensembles de nombres est hors programme.
Droite réelle.	Faire le lien avec la géométrie. La construction de \mathbb{R} est hors programme.
La relation d'ordre \leq dans \mathbb{R} : majorant, maximum, mineur, minimum.	
Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de \mathbb{R} .	Déterminer les bornes supérieure et inférieure éventuelles de fonctions. Aucun développement n'est attendu.
Approximations décimales d'un nombre réel.	Déterminer les valeurs décimales approchées à la précision 10^{-n} par défaut et par excès. \Leftrightarrow I : représentation informatique des réels.

b) Généralités sur les suites réelles

Modes de définition d'une suite.	Reconnaître une suite définie de façon explicite, implicite ou par récurrence. La notion de suite extraite n'est pas exigible.
Opérations. Monotonie, stricte monotonie. Suites minorées, majorées, bornées.	Manipuler sur des exemples des majorations et minoration. Une suite (u_n) est bornée si et seulement si (u_n) est majorée.
Suites arithmétiques et suites géométriques.	Les suites arithmético-géométriques ne font pas l'objet d'un cours.

c) Limite d'une suite réelle

Limite finie ou infinie d'une suite.	Prouver l'existence d'une limite ℓ en majorant $ u_n - \ell $, notamment lorsque la suite vérifie une inégalité du type : $ u_{n+1} - \ell \leq k u_n - \ell $. Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Notation $u_n \rightarrow \ell$. Notation $\lim u_n$.
Unicité de la limite. Suite convergente, suite divergente. Toute suite réelle convergente est bornée. Opérations sur les limites de suites : somme, multiplication par un scalaire, produit, inverse.	Lever une indétermination.
Cas des suites géométriques, arithmétiques. Passage à la limite dans une inégalité.	

d) Théorèmes d'existence d'une limite

Théorèmes de convergence par encadrement.

Divergence par comparaison : si (u_n) tend vers $+\infty$ et si, pour tout n , on a $u_n \leq v_n$, alors (v_n) tend vers $+\infty$.

Théorème de la limite monotone.

Théorème des suites adjacentes.

Adapter cet énoncé aux suites tendant vers $-\infty$.

Exploiter ce théorème sur des exemples.

La démonstration de ce théorème est hors programme.

Il convient d'insister sur l'intérêt algorithmique de cette notion : résolution approchée par dichotomie d'une équation du type $f(x) = 0$ et approximations décimales d'un nombre réel.

e) Comparaisons de suites

Relations de comparaison : négligeabilité, équivalence.

Croissances comparées des suites usuelles : $\ln^\beta(n)$, n^α , $e^{\gamma n}$ et $n!$.

Liens entre les différentes relations de comparaison.

Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient, les puissances.

Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

Notations $u_n = o(v_n)$ et $u_n \sim v_n$.

On définit ces relations à partir du quotient $\frac{u_n}{v_n}$ en supposant que la suite (v_n) ne s'annule pas à partir d'un certain rang.

Traduire les croissances comparées à l'aide de o .

Équivalence entre les relations $u_n \sim v_n$ et $u_n - v_n = o(v_n)$.

Exploiter ces résultats pour déterminer le comportement asymptotique de suites.

Limites, continuité et dérivabilité

Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans le premier chapitre d'analyse.

Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.

Les fonctions sont définies sur un intervalle I de \mathbb{R} non vide et non réduit à un point et sont à valeurs réelles.

Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction f définie sur I est vraie au voisinage de a si elle est vraie sur l'intersection de I avec un intervalle ouvert centré sur a si a est réel, avec un intervalle $[A, +\infty[$ si $a = +\infty$, avec un intervalle $] -\infty, A]$ si $a = -\infty$.

A - Limites et continuité

L'essentiel du paragraphe a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Limite finie ou infinie en un point ou en $\pm\infty$

Étant donné un point a appartenant à I ou extrémité de I , limite finie ou infinie d'une fonction en a .

Unicité de la limite.

Si f admet une limite finie en a alors f est bornée au voisinage de a .

Limite à droite, limite à gauche.

Extension de la notion de limite en a lorsque f est définie sur $I \setminus \{a\}$.

Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en a .

Image d'une suite de limite ℓ par une fonction admettant une limite en ℓ .

Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges.

Notations $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$, $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \ell$.

Notation $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$.

Notations $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x)$ ou $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$.

Exploiter ces résultats sur des exemples.

Adaptation des énoncés relatifs aux suites.

b) Comparaison des fonctions

Passage à la limite dans une inégalité. Théorème d'encadrement pour les fonctions.

Théorème de la limite monotone.

Relations de négligeabilité et d'équivalence.

Démonstration non exigible.

Adapter au cas des fonctions les définitions et les résultats étudiés sur les suites.

c) Continuité en un point

Continuité de f en un point a de I .

Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en un point.

Opérations sur les fonctions continues : somme, produit, quotient, composition.

Pour a appartenant à I , la fonction f est continue en a si et seulement si elle admet une limite finie en a .

Pour a n'appartenant pas à I , la fonction f a une limite finie en a si et seulement si elle se prolonge par continuité en a .

Exploiter ces résultats sur des exemples.

d) Continuité sur un intervalle

Définition. Opérations. Ensemble $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$.

Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue.

Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

Appliquer le procédé de dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration n'est pas exigible.

\Leftrightarrow I : application de la dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration est hors programme.

e) Continuité et bijectivité

Toute fonction f continue et strictement monotone sur un intervalle I réalise une bijection de I sur l'intervalle $f(I)$; sa réciproque est continue et strictement monotone sur $f(I)$ (de même monotonie que la fonction f).

Appliquer ce résultat sur des exemples.

Comparer la représentation graphique d'une fonction continue strictement monotone et celle de sa réciproque.

La démonstration est hors programme.

B - Dérivabilité**a) Nombre dérivé, fonction dérivée**

Dérivabilité de f en a , nombre dérivé.

Équivalence avec l'existence d'un développement limité en a à l'ordre 1.

Dérivabilité à droite et à gauche en a .

Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.

Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point particulier, à partir de la définition.

Notation $f'(a)$.

La droite d'équation

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

est appelée tangente au graphe de f au point d'abscisse a . Cette définition peut être justifiée (limite de sécantes).
Interprétation cinématique.

\Leftrightarrow I : méthode de Newton.

b) Opérations sur les fonctions dérivables

Si f et g sont dérivables en a , dérivabilité et dérivée en a de $f + g$, $f g$ et, si $g(a) \neq 0$, de $\frac{f}{g}$.

Dérivabilité et dérivée en a de $g \circ f$ lorsque f est dérivable en a et g est dérivable en $f(a)$.

Si f est une fonction continue et strictement monotone (donc bijective) de l'intervalle I sur l'intervalle J et si f est dérivable en a , condition nécessaire et suffisante de dérivabilité de f^{-1} en $f(a)$ et calcul de la dérivée en ce point.

Extension des résultats précédents aux fonctions dérivables sur un intervalle. En particulier, propriétés de la réciproque d'une bijection de classe \mathcal{C}^1 .

c) Propriétés des fonctions dérivables

Notion d'extremum local. Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.

Théorème de Rolle.

Égalité des accroissements finis.

Inégalité des accroissements finis : si une fonction f de $[a, b]$ dans \mathbb{R} , continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$, vérifie pour tout t de $]a, b[$, $|f'(t)| \leq M$, alors, pour tous x, y de $[a, b]$, on a $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$.

Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes, parmi les fonctions dérivables.

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

Utiliser le théorème de Rolle pour établir l'existence de zéros d'une fonction.

Démonstration non exigible.

Interpréter ce résultat de manière géométrique et cinématique.

Démonstration non exigible.

Appliquer ces résultats sur des exemples.

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

d) Fonctions de classe \mathcal{C}^k

Fonction de classe \mathcal{C}^k sur un intervalle I , où k appartient à $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$,

Opérations : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composée, réciproque.

Ensemble $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{R})$.

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées.

Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

\Leftrightarrow *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

Intégration sur un segment

L'objectif de ce chapitre est de consolider, d'approfondir et d'étendre la notion d'intégrale étudiée les années précédentes. La présentation de l'intégrale d'une fonction positive sur un segment s'appuie sur la notion d'aire, mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme. Le cas des fonctions à valeurs réelles est étendu sans difficulté au cas complexe.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Intégrale d'une fonction f continue sur un segment $[a, b]$.

Valeur moyenne.

Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.

$$\text{Inégalité } \left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt.$$

Relation de Chasles.

Une fonction continue et positive sur $[a, b]$ (où $a < b$) est nulle si et seulement si son intégrale est nulle.

Interpréter géométriquement l'intégrale d'une fonction positive (aire sous la courbe).

Modéliser une situation physique par une intégration.

La construction est hors programme.

Notation $\int_a^b f(t) dt$.

\Leftrightarrow Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Majorer et minorer une intégrale.

Extension de la notation $\int_a^b f(t) dt$ au cas où $b \leq a$.

\Leftrightarrow I Approximer une intégrale par la méthode des rectangles ou la méthode des trapèzes.

b) Calcul intégral

Si f est une fonction continue sur I et si x_0 est un point de cet intervalle, alors

$$x \longmapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$$

est l'unique primitive de f sur I s'annulant en x_0 .

En particulier, toute fonction continue sur I admet des primitives sur I .

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. Pour f de classe \mathcal{C}^1 :

$$\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a).$$

Intégration par parties.

Changement de variable : si φ est de classe \mathcal{C}^1 sur I et si f est continue sur $\varphi(I)$, alors, pour tous a et b dans I ,

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x) dx = \int_a^b f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt.$$

Primitives des fonctions usuelles.

Appliquer ce théorème sur des exemples.

Deux primitives d'une fonction continue sur l'intervalle I diffèrent d'une constante.

Appliquer ces techniques au calcul de primitives.

Tout excès de technicité est exclu.

Savoir reconnaître des primitives usuelles.

Intégration d'une fonction continue sur un intervalle

L'objectif de ce chapitre est d'étendre la notion d'intégrale à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées

L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.

Les fonctions considérées sont continues sur un intervalle de \mathbb{R} et à valeurs dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} .

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle

Pour $f: [a, b[\rightarrow \mathbb{K}$, $b > a$ ou $b = +\infty$, l'intégrale $\int_a^b f(t)dt$ est dite convergente si la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ admet une limite finie quand x tend vers b par valeurs inférieures. Si tel est le cas, on note cette limite $\int_a^b f(t)dt$.

Théorèmes de comparaison pour les fonctions à valeurs réelles, continues et de signe constant sur $]a, b[$, sous l'hypothèse $f \leq g$ ou $f(t) \underset{t \rightarrow b}{\sim} g(t)$.

Adaptation aux fonctions définies sur un intervalle $]a, b[$, avec $a < b$ ou $a = -\infty$, puis sur un intervalle $]a, b[$.

Intégrales de référence :

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt, \int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$$

Relation de Chasles.

Linéarité, positivité, croissance de l'intégrale.

Inégalité : si $a < b$, $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|$.

Une fonction continue sur l'intervalle $]a, b[$ est identiquement nulle sur $]a, b[$ si et seulement si $\int_a^b |f(t)|dt = 0$.

Théorème de changement de variable : étant données une fonction f continue sur $]a, b[$ et une fonction φ strictement croissante de classe \mathcal{C}^1 sur $]\alpha, \beta[$, les intégrales $\int_a^b f(t)dt$ et $\int_\alpha^\beta f(\varphi(u))\varphi'(u)du$ avec $a = \lim_{t \rightarrow \alpha} \varphi(u)$ et $b = \lim_{t \rightarrow \beta} \varphi(u)$ sont de même nature et égales en cas de convergence.

Il suffit de vérifier l'hypothèse $f \leq g$ au voisinage de b .

Les étudiants doivent connaître la nature de $\int_0^1 \ln(t)dt$ et $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ selon le signe de α .

Adaptation au cas où φ est strictement décroissante.

b) Intégrale absolument convergente

On dit qu'une fonction f continue par morceaux sur I a une intégrale absolument convergente si l'intégrale de la fonction $|f| : t \mapsto |f(t)|$ est convergente.

Une intégrale absolument convergente est convergente.

L'étude de la semi-convergence n'est pas au programme.

Résultat admis.

Développements limités

L'objectif est la maîtrise du calcul de développements limités simples. Le calcul de développements limités à un ordre élevé n'est pas un objectif du programme ; il relève des outils logiciels.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Généralités

Si f est définie sur l'intervalle I et si a est un point de I ou une extrémité de I , développement limité d'ordre n de f au voisinage de a .

Unicité, troncature.

Forme normalisée d'un développement limité :

$$f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{=} h^p (a_p + a_{p+1}h + \dots + a_n h^{n-p} + o(h^{n-p}))$$

où a_p est le premier coefficient non nul.

Équivalence $f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\sim} a_p h^p$.

Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit.

Composition, application au quotient.

Intégration terme à terme d'un développement limité.

Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre n en un point a de I d'une application de classe \mathcal{C}^n sur I .

Développements limités usuels.

Interpréter un développement limité comme approximation d'une fonction.

Ramener un développement limité en 0 par translation.

Adaptation au cas où f est définie sur $I \setminus \{a\}$.

Développement limité en 0 d'une fonction paire ou impaire.

Étudier le signe d'une fonction au voisinage d'un point à l'aide d'un développement limité.

Exploiter la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement limité.

Déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée.

Aucun résultat général sur ce point n'est exigible.

La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Démonstration non exigible

Aucune autre formule dite de Taylor n'est exigible.

Calculer le développement limité d'une application de classe \mathcal{C}^n à partir de ses dérivées successives.

\Leftrightarrow Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Exploiter les développements limités usuels dans le cadre de calculs de développements limités simples.

Exploiter des outils logiciels pour des développements limités plus complexes.

Les étudiants doivent connaître les développements li-

mités à tout ordre en 0 de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, \exp , \sin , \cos , ch , sh ,

$x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \ln(1+x)$, ainsi que celui de \tan à l'ordre 3.

b) Applications des développements limités

Aucune théorie n'est attendue dans ce paragraphe. On illustrera seulement les différents cas de figure.

Calcul de limites.

Utiliser les développements limités pour lever une forme indéterminée.

\Leftrightarrow Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Étude locale d'une fonction.

Déterminer un prolongement par continuité, la dérivabilité en un point, la nature d'un extremum, une tangente et sa position relative locale par rapport à la courbe, grâce à un développement limité.

Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives locales.

Aucun résultat général n'est exigible.

Fonctions vectorielles et courbes paramétrées

Ce chapitre fournit l'occasion de revoir une partie des notions d'analyse abordées auparavant. L'étude des fonctions vectorielles en dimension inférieure ou égale à trois permet de présenter des résultats utiles dans les autres disciplines scientifiques et introduit le paragraphe sur les courbes paramétrées. Dans ce cadre, le but est de tracer des courbes sans support logiciel quand les calculs se prêtent à un tracé rapide. Pour des calculs dont la gestion relève d'une technicité excessive, on utilise un outil informatique qui permet en plus de mettre en évidence des problèmes d'échelle et de restriction d'intervalle. L'étude des courbes définies par une équation polaire est hors programme.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3

Continuité et dérivabilité (éventuellement à gauche ou à droite) en un point ou sur un intervalle.

Dérivée d'une somme de deux fonctions vectorielles, du produit d'une fonction à valeurs réelles et d'une fonction à valeurs vectorielles.

Dans l'espace euclidien \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 (éventuellement orienté), dérivation d'un produit scalaire et d'un produit vectoriel.

Ces notions sont définies à l'aide des fonctions coordonnées.

Les étudiants doivent savoir interpréter géométriquement et cinématiquement la notion de dérivée en un point.

⇔ PC/SI : cinématique.

b) Courbes paramétrées

Rappels sur les graphes de fonctions réelles d'une variable réelle, tangente à un tel graphe.

Courbe paramétrée. Tangente en un point.

Branches infinies : droites asymptotes à une courbe, branches paraboliques.

Exemples de constructions d'arcs plans.

Caractérisation de la tangente à partir du premier vecteur dérivé non nul.

Cas particulier d'un point régulier.

Longueur d'un arc paramétré régulier de classe \mathcal{C}^1 .

La tangente en un point est définie comme la limite des sécantes.

Les étudiants doivent savoir exploiter les propriétés des fonctions (parité, périodicité) afin de restreindre l'ensemble d'étude.

⇔ I : tracé de courbes paramétrées.

L'étude locale en un point où tous les vecteurs dérivés successifs sont nuls est hors programme.

Interprétation cinématique.

L'abscisse curviligne est hors programme.

Séries numériques

L'étude des séries prolonge celle des suites et prépare celle des séries entières et des séries de Fourier. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique et de mieux appréhender la notion de nombre réel à travers celle de développement décimal. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Généralités

Série à termes réels ou complexes ; sommes partielles ; convergence ou divergence ; en cas de convergence, somme et restes.

Linéarité de la somme.

Le terme général d'une série convergente tend vers 0.

Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, valeur de la somme en cas de convergence.

Une suite (u_n) converge si et seulement si la série $\sum (u_{n+1} - u_n)$ converge.

La série est notée $\sum u_n$. En cas de convergence, sa somme est notée $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$.

Les étudiants doivent savoir prouver qu'une série diverge grossièrement en étudiant la limite du terme général.

b) Séries à termes positifs

Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.

Si (u_n) et (v_n) sont positives et si, pour tout n , $u_n \leq v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$, et

$$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leq \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$$

Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ est équivalente à celle de $\sum u_n$.

Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert.

Théorème de comparaison séries-intégrales : si $f : [n_0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue, positive et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\int_{n_0}^{+\infty} f(t)dt$ sont de même nature.

Séries de Riemann.

Toute autre règle de comparaison est hors programme.

Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles ou de restes.

Les étudiants doivent savoir comparer une série à termes positifs à une série de Riemann.

c) Séries absolument convergentes

Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.

La convergence absolue implique la convergence.

Inégalité triangulaire.

Démonstration non exigible. La notion de semi-convergence est hors programme.

d) Séries alternées

Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro.

Séries entières

Les séries entières considérées sont à coefficients réels ou complexes. La variable est réelle ou complexe. Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :

- étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence;
- étudier les propriétés de sa somme en se limitant au cas d'une variable réelle;
- établir les développements en série entière des fonctions usuelles.

La théorie des séries entières sera appliquée à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

a) Convergence d'une série entière

Série entière d'une variable réelle ou complexe.

Lemme d'Abel : étant donné un nombre réel $r > 0$, tel que la suite $(a_n r^n)_{n \in \mathbb{N}}$ soit bornée, alors, pour tout nombre complexe z tel que $|z| < r$, la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.

Rayon de convergence défini comme borne supérieure dans $\overline{\mathbb{R}}$ de l'ensemble des réels $r \geq 0$ tels que la suite $(a_n r^n)_{n \in \mathbb{N}}$ est bornée.

Disque ouvert de convergence, intervalle ouvert de convergence.

Les séries $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^{n-1}$ ont même rayon de convergence.

Si le rayon de convergence R est un réel strictement positif, alors pour $|z| < R$, la série $\sum a_n z^n$ converge absolument, et pour $|z| > R$, la série $\sum a_n z^n$ diverge grossièrement.

Toute étude systématique de la convergence sur le cercle de convergence est exclue.

Les étudiants doivent savoir déterminer le rayon de convergence d'une série entière dont l'absolue convergence peut être étudiée avec les règles sur les séries de terme général positif.

La règle de d'Alembert relative aux séries entières est hors programme.

Démonstration non exigible.

b) Somme d'une série entière d'une variable réelle

Fonction somme, domaine de définition.

La fonction somme est continue sur l'intervalle ouvert de convergence.

La fonction somme est de classe \mathcal{C}^∞ sur l'intervalle ouvert de convergence. Dérivation terme à terme.

Intégration terme à terme sur un segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.

Démonstration hors programme.

On admet de plus que si le rayon de convergence R est un réel strictement positif, et si $\sum a_n x^n$ converge pour $x = R$ (resp. $x = -R$), la somme est continue sur l'intervalle $[0, R]$ (resp. $[-R, 0]$).

Démonstration hors programme.

Démonstration hors programme.

c) Fonctions développables en série entière

Fonction développable en série entière au voisinage de 0.

Unicité du développement en série entière.

Développements en série entière usuels.

Lien avec la série de Taylor.

$$\frac{1}{1-x}; \ln(1+x); e^x; (1+x)^\alpha;$$
$$\operatorname{ch}(x); \operatorname{sh}(x); \cos(x); \sin(x).$$

Les étudiants doivent savoir utiliser l'unicité de la solution d'un problème de Cauchy pour déterminer un développement en série entière.

d) Exponentielle complexe

Expression admise pour un nombre complexe z de $\exp(z)$
(ou e^z) comme somme de la série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$.

Séries de Fourier

L'étude des séries de Fourier est présentée dans le cadre des fonctions T -périodiques, continues par morceaux et à valeurs dans \mathbb{R} . Ce chapitre développe des compétences de calcul à travers celui des coefficients de Fourier et l'application du théorème de Parseval. Ce chapitre est aussi particulièrement favorable aux interactions entre les disciplines.

a) Complément sur les fonctions définies par morceaux

Une fonction définie sur un segment $[a, b]$ à valeurs dans \mathbb{R} est dite continue par morceaux (respectivement de classe \mathcal{C}^1 par morceaux) sur $[a, b]$ s'il existe une subdivision $a_0 = a < a_1 < \dots < a_n = b$ telle que la restriction de f à chaque intervalle $]a_i, a_{i+1}[$ soit prolongeable comme fonction continue (respectivement de classe \mathcal{C}^1) sur $[a_i, a_{i+1}]$.

Une fonction T -périodique est dite continue par morceaux (respectivement de classe \mathcal{C}^1 par morceaux) si elle est continue par morceaux (respectivement de classe \mathcal{C}^1 par morceaux) sur une période.

Espace vectoriel des fonctions à valeurs réelles, T -périodiques et continues par morceaux sur \mathbb{R} .

Intégrale sur une période d'une fonction T -périodique et continue par morceaux.

Interprétation graphique.

\Leftrightarrow PC/SI : signaux physiques ; dualité temps-fréquence.

Extension rapide de la définition et des propriétés de l'intégrale au cas des fonctions continues par morceaux.

b) Coefficients et séries de Fourier

Coefficients de Fourier trigonométriques d'une fonction f .

Notation $a_k(f)$ et $b_k(f)$ ou, plus simplement, a_k et b_k .

Le coefficient a_0 est défini comme la valeur moyenne sur une période.

Dans certains cas, on peut simplifier les calculs en définissant pour $n \in \mathbb{N}^*$:

$$c_n(f) = \frac{1}{2}(a_n(f) - ib_n(f))$$

$$c_{-n}(f) = \frac{1}{2}(a_n(f) + ib_n(f))$$

$$\text{et } c_0(f) = a_0(f),$$

mais aucune formule relative à la forme exponentielle des coefficients de Fourier n'est exigible.

Cas des fonctions paires, impaires.

Sommes partielles de Fourier d'une fonction f définies, pour $n \in \mathbb{N}^*$, par :

$$S_n(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) \quad \text{où } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

c) Théorèmes de convergence

Théorème de Parseval : si f est une fonction T -périodique et continue par morceaux sur \mathbb{R} , les séries $\sum a_n^2$ et $\sum b_n^2$ convergent et :

$$\frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

Théorème de Dirichlet : si f est une fonction T -périodique et de classe \mathcal{C}^1 par morceaux sur \mathbb{R} , alors la série de Fourier de f converge en tout point et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n(f)(t) = \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} (f(t+h) + f(t-h))$$

Cas où f est continue et de classe \mathcal{C}^1 par morceaux.

Démonstration hors programme.

Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

\Leftrightarrow PC/SI : puissance, valeur efficace, taux de distorsion.

Démonstration hors programme.

On appelle régularisée de f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$t \mapsto \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} (f(t+h) + f(t-h)).$$

\Leftrightarrow I : tracé de sommes partielles de Fourier d'une fonction.

Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

\Leftrightarrow PC/SI : décomposition en harmoniques.

\Leftrightarrow PC : ondes thermiques stationnaires.

Équations différentielles

L'accent est mis sur les techniques de résolution des équations scalaires d'ordre 2 et des systèmes linéaires à coefficients constants, en raison de leur importance dans d'autres champs disciplinaires.

a) Équations différentielles scalaires d'ordre 2

Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène $y'' + a(t)y' + b(t)y = 0$ sur un intervalle où a et b sont des fonctions continues à valeurs réelles ou complexes.

Équation avec second membre $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$.
Principe de superposition.

Résolution dans le cas où une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas est connue.

Démonstration hors programme.

\Leftrightarrow I : méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.

Les solutions s'écrivent comme la somme d'une solution particulière de l'équation avec second membre et d'une solution de l'équation homogène.

\Leftrightarrow PC/SI : étude de systèmes ayant une masse variable dans le temps.

Recherche de solutions particulières, notamment développables en série entière.

b) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants

Écriture sous la forme $X' = AX$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille $n \times n$ à coefficients constants. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Structure de l'ensemble des solutions.

Équivalence entre une équation scalaire d'ordre n et un système de n équations d'ordre 1.

\Leftrightarrow SI : problèmes d'asservissement.

Démonstration hors programme.

Pratique de la résolution dans le cas où la matrice A est diagonalisable ou trigonalisable.

Cas particulier des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogènes à coefficients constants.

Lien avec la forme des solutions d'une équation scalaire d'ordre 2.

c) Équations différentielles non linéaires

Exemples d'équations différentielles non linéaires.

Tout exercice d'intégration d'une équation différentielle non linéaire devra comporter l'indication d'une méthode.

Fonctions de plusieurs variables

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur une partie de \mathbb{R}^n et à valeurs dans \mathbb{R} . On se limite en pratique au cas $n \leq 3$. L'étude des fonctions de plusieurs variables se veut résolument pratique : présentation de recherche d'extremums, résolution d'équations aux dérivées partielles simples, application à l'étude de certaines courbes et surfaces.

a) Introduction à la topologie de \mathbb{R}^n ($n \leq 3$)

Norme et distance euclidienne dans \mathbb{R}^n .

Tout développement sur les normes non euclidiennes est hors programme.

Boules. Partie bornée de \mathbb{R}^n .
Partie ouverte, partie fermée.

La caractérisation séquentielle d'un fermé est hors-programme.

b) Continuité

Continuité en un point, continuité sur une partie.
Opérations.
Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.

L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme.

c) Dérivées partielles, applications de classe \mathcal{C}^1 et \mathcal{C}^2 sur une partie ouverte

Dérivées partielles d'ordre 1.

Notations $\partial_i f(a)$, $\frac{\partial f}{\partial x_i}(a)$.

La notion de différentielle en un point est hors programme.

\Leftrightarrow PC : mécanique des fluides.

\Leftrightarrow PC/SI : notation différentielle $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$.

Gradient.

Notations $\vec{\nabla} f$ et $\overrightarrow{\text{grad}} f$.

Application de classe \mathcal{C}^1 . Opérations.

Existence admise.

Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe \mathcal{C}^1 .

Dérivée de $t \mapsto f(x(t), y(t))$.

Dérivées partielles de $(u, v) \mapsto h(f(u, v), g(u, v))$.

Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires et savoir étendre les deux résultats précédents au cas de trois variables.

Notations $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\partial_1 \partial_2 f$.

Dérivées partielles d'ordre 2.

\Leftrightarrow PC : laplacien.

Application de classe \mathcal{C}^2 . Opérations.

Théorème de Schwarz.

Démonstration hors programme.

Développement limité à l'ordre 2 d'une fonction de classe \mathcal{C}^2 .

La démonstration de cette formule est hors programme.

d) Équations aux dérivées partielles

Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.

Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires. L'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu.
 \Leftrightarrow PC : équation de transport, équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

e) Extremums d'une fonction de deux variables

Si une fonction de classe \mathcal{C}^1 sur un ouvert de \mathbb{R}^2 admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.

Pour une fonction de classe \mathcal{C}^2 sur un ouvert de \mathbb{R}^2 , étude de l'existence d'un extremum local en un point critique où $r^2 - s^2 \neq 0$.

Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de \mathbb{R}^2 .

Démonstration non exigible.

On donnera l'interprétation géométrique de cette étude et on visualisera les surfaces à l'aide d'un logiciel.

f) Applications géométriques

Courbe du plan définie par une équation $f(x, y) = 0$ avec f de classe \mathcal{C}^1 .

Point régulier.

Tangente en un point régulier définie comme la droite orthogonale au gradient et passant par le point.

En un point où il est non nul, le gradient de f est orthogonal aux lignes de niveau $f(x, y) = \lambda$ et orienté dans le sens des valeurs croissantes de f .

Surface définie par une équation $f(x, y, z) = 0$ avec f de classe \mathcal{C}^1 .

Point régulier.

Plan tangent à une surface en un point régulier défini comme le plan orthogonal au gradient et passant par le point.

Position relative locale entre une surface d'équation $z = g(x, y)$ et son plan tangent.

Cas particulier des courbes d'équation $y = g(x)$.

En admettant l'existence d'un paramétrage local de classe \mathcal{C}^1 , lien avec la tangente à un arc paramétré.

Démonstration hors programme.

\Leftrightarrow PC : lignes équipotentielles et lignes de champ.

\Leftrightarrow I : tracé de lignes de niveau.

Cas particulier des surfaces d'équation $z = g(x, y)$.

Enseignements secondaire et supérieur

Classe préparatoire d'adaptation de techniciens supérieurs économie-gestion

Organisation générale des études, horaire et objectifs de formation : modification

NOR : MENS1506088A

arrêté du 5-5-2015 - J.O. du 5-6-2015

MENESR - DGESIP A1-2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; décret n° 2013-924 du 17-10-2013 modifié ; arrêté du 23-11-1994 modifié, notamment article 5 ; arrêtés du 23-3-1995 ; arrêté du 7-1-1998 ; avis du CSE du 10-4-2015 ; avis du Cneser du 13-4-2015

Article 1 - Le paragraphe 2, « Classes préparatoires accessibles aux titulaires de diplômes obtenus après deux années d'études supérieures », de l'article 1 de l'arrêté du 23 mars 1995 susvisé, définissant la nature des classes composant les classes préparatoires économiques et commerciales aux grandes écoles, est remplacé par les dispositions suivantes :

« 2 - Classes préparatoires accessibles aux titulaires de diplômes obtenus après deux années d'études supérieures :

- classe préparatoire pour techniciens supérieurs à l'École normale supérieure de Rennes, option D1 (économie, droit et gestion) ;
- classe préparatoire pour techniciens supérieurs à l'École normale supérieure de Cachan, option D2 (économie, méthodes quantitatives et gestion) ;
- classe d'ATS* économie-gestion.

L'organisation de ces classes est fixée par arrêtés pris en application de l'article D. 612-28 du code de l'éducation susvisé ».

Article 2 - L'organisation générale des études et l'horaire de la classe préparatoire ATS économie-gestion sont définis par les dispositions du présent arrêté.

Article 3 - L'organisation pédagogique du cursus en classe préparatoire ATS économie-gestion est fixée à l'annexe 1 du présent arrêté.

Article 4 - L'horaire hebdomadaire de l'année d'études en classe préparatoire ATS économie-gestion, pour la partie des enseignements dispensés en lycée, est fixé à l'annexe 2 du présent arrêté.

Article 5 - La durée hebdomadaire des interrogations orales effectuées dans la classe préparatoire ATS économie-gestion est fixée à l'annexe 3 du présent arrêté. Les interrogations orales sont organisées hebdomadairement durant vingt-cinq semaines. Dans les classes à faible effectif groupant moins de dix étudiants, la durée des interrogations orales est réduite de moitié.

Article 6 - Les objectifs de formation de la classe préparatoire ATS économie-gestion sont fixés à l'annexe 4 du présent arrêté.

Article 7 - Les dispositions du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2015.

Article 8 - La directrice générale de l'enseignement scolaire et la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle sont chargées, chacune en ce qui la concerne, de l'exécution du présent arrêté qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 5 mai 2015

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
La directrice générale de l'enseignement scolaire,
Florence Robine

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
pour la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,
Le chef de service de la stratégie des formations et de la vie étudiante,
Rachel-Marie Pradeilles-Duval

* *Adaptation de techniciens supérieurs*

Annexe 1

Organisation pédagogique du cursus en classe préparatoire ATS économie-gestion

1 - Conventionnement avec une université partenaire

Le lycée accueillant une classe préparatoire ATS économie-gestion établit une convention avec une université partenaire, afin de permettre à tous les étudiants recrutés dans cette classe de valider une licence.

Cette convention précise la coresponsabilité dans les enseignements et dans la validation de la licence : les universités valident une partie des crédits ECTS associés à la licence suivie en conformité avec la convention, le reste des crédits étant homologué au sein même des lycées sur la base des notes obtenues lors des évaluations écrites et orales.

L'organisation pratique du suivi des cours découle directement de la mise en place de la convention.

2 - Les principes de l'organisation pédagogique

Les étudiants bénéficient d'une double inscription, à l'université, en L3, et au lycée, en CPGE ATS économie-gestion. Le partage des disciplines enseignées entre l'université et le lycée est opéré en fonction des besoins requis pour les épreuves des concours et la préparation de la L3. Les partenariats sont réalisés avec des L3 relevant des domaines de l'économie-gestion ou de l'administration économique et sociale.

Du côté de l'université, les étudiants suivent les cours prévus dans la convention avec les autres étudiants de L3 et, selon les cas, peuvent être rassemblés dans des groupes de TD spécifiques.

Au lycée, ils sont encadrés comme peuvent l'être des élèves de CPGE « classiques », interrogations écrites et orales comprises.

La règle est une **organisation souple et adaptable** d'un semestre à l'autre, en fonction du calendrier et de la semestrialisation universitaire (démarrage précoce en CPGE, éventuellement compensé par un allègement lors des périodes des contrôles ponctuels ou terminaux à l'université).

Annexe 2

Horaire hebdomadaire de l'année d'études en classe préparatoire ATS économie-gestion pour la partie des enseignements dispensés en lycée (enseignement hebdomadaire élève)

Intitulé des cours	Nombre hebdomadaire d'heures
Langues étrangères dont : anglais (dont 1 h de TD) : 3 LV2 : 2	5
Culture générale	3
Mathématiques	1,5
Économie-droit	3,5
Gestion (dont 1 h de TD)	3,5
Accompagnement méthodologique	2
Option(1) au choix parmi : Approfondissement en économie Approfondissement en droit Approfondissement en gestion Management d'une entreprise d'hôtellerie-restauration Marketing Approfondissement en langue vivante étrangère	1,5
Total hebdomadaire élève	20

(1) L'étudiant choisit une option parmi celles proposées dans l'établissement. Chaque établissement devra proposer au moins 2 options.

À cette grille, vient s'ajouter une plage horaire de 3 ou 4 h par semaine pour réaliser des devoirs surveillés.

Annexe 3

Durée hebdomadaire des interrogations orales dans la classe préparatoire ATS économie-gestion

Anglais	Langue vivante étrangère 2	Option (a)	Accompagnement méthodologique
---------	----------------------------	------------	-------------------------------

10 min	5 min	5 min	5 min
--------	-------	-------	-------

(a) Au choix parmi : approfondissement en économie ; approfondissement en droit ; approfondissement en gestion ; management d'une entreprise d'hôtellerie-restauration ; marketing ; approfondissement en langue vivante étrangère.

Annexe 4

Objectifs de formation de la classe préparatoire ATS économie-gestion

1 - Finalités et objectifs

La finalité principale des classes préparatoires ATS économie-gestion est de permettre à des étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT, une poursuite d'études par la réussite aux concours d'admission parallèle d'une école supérieure de management ou par l'intégration dans un master universitaire, via l'obtention de la licence 3. Il s'agit de sécuriser le parcours des étudiants vers cet objectif par la mise en place d'une pédagogie adaptée à la poursuite d'études de haut niveau : ouverture culturelle, accompagnement méthodologique, élaboration par l'étudiant de son projet professionnel, accompagnement personnel au travers d'interrogations orales. Ce dispositif d'études s'intègre dans le processus de Bologne (LMD) et dans le continuum lycée-licence.

Ces classes contribuent à diversifier l'origine des étudiants dans l'enseignement supérieur, permettant ainsi une ouverture sociale, par la réduction des disparités sociales mais aussi territoriales. Dans cet objectif, le recrutement d'étudiants titulaires de BTS ou de DUT doit être privilégié, et notamment d'étudiants titulaires d'un baccalauréat professionnel ou technologique.

La classe ATS économie-gestion poursuit trois objectifs principaux :

- assurer un accompagnement aux étudiants pour leur permettre une intégration réussie dans le système universitaire (obtention de la licence, poursuite d'études de niveau master). Cela nécessite le développement de nouvelles compétences relevant de la maîtrise de certaines méthodologies et l'approfondissement de concepts fondamentaux en économie et gestion ;
- préparer aux concours d'admission en deuxième année des écoles supérieures en management ;
- approfondir le projet de chaque étudiant, afin de favoriser une meilleure insertion dans la vie professionnelle par la mise en adéquation du cursus choisi avec les objectifs professionnels.

2 - Contenu des enseignements

2.1 Langues étrangères

- Anglais

Durant cette année de formation, il importe que l'étudiant acquière une bonne maîtrise de la langue écrite et parlée. Plus précisément, il sera demandé de développer les compétences suivantes :

- comprendre le sens précis de textes d'origines variées, en dégager les enjeux, les commenter en liaison avec l'actualité et le contexte culturel du monde anglo-saxon ;
- comprendre un interlocuteur natif s'exprimant clairement à une allure normale ;
- s'exprimer correctement à l'écrit ;
- tenir une conversation suivie sur des thématiques d'actualité.

Le niveau visé du Cercl (Cadre européen de référence pour les langues) est le niveau B2.

Cet enseignement doit également permettre aux étudiants d'obtenir un bon score au Toeic.

- **Approfondissement en anglais**

Cet enseignement doit permettre aux étudiants ayant des fragilités dans l'expression écrite et/ou orale en anglais de combler leurs lacunes, afin d'atteindre le niveau de fluidité attendu dans l'expression en langue anglaise dans les concours d'admission.

- **LV2**

Cet enseignement doit être essentiellement axé sur la capacité à s'exprimer oralement à partir de supports audio, écrits ou vidéo.

2.2 Culture générale

Dans l'objectif d'intégration d'une école supérieure de management, il est nécessaire de préparer aux épreuves écrites des concours (dissertation, synthèse, analyse documentaire) et de permettre l'acquisition de notions fondamentales de culture générale en vue de l'entretien.

La préparation de la partie « aptitudes verbales » (compréhension - expression) du test TAGE-MAGE paraît également nécessaire, puisque ce test est exigé par de nombreuses écoles (1).

Cet enseignement doit permettre une ouverture culturelle pour favoriser l'insertion professionnelle dans des fonctions d'encadrement au sein des organisations.

2.3 Mathématiques

Cet enseignement doit permettre aux étudiants de préparer le test TAGE-MAGE, notamment les parties concernant la résolution de problèmes, le maniement des données chiffrées et le raisonnement logique : capacités de raisonnement inférentiel, inductif et déductif.

2.4 Accompagnement méthodologique

Cet enseignement vise un triple objectif :

- permettre aux étudiants d'acquérir les méthodologies nécessaires à une poursuite d'études réussie à l'université (prise de notes, recherche documentaire, analyse d'information, structuration de la pensée, argumentation...);
- développer l'expression orale des étudiants ;
- accompagner l'étudiant dans l'élaboration du dossier exposant son projet professionnel.

2.5 Enseignements relevant spécifiquement du domaine de l'économie-gestion

Remarque préliminaire : les contenus des enseignements d'économie-droit et de gestion seront à préciser localement en fonction de la convention établie avec l'université partenaire, d'une part, et les concours ciblés par la CPGE ATS, d'autre part. Un document sera remis à l'Inspection générale pour validation.

- **Économie-droit**

Cet enseignement doit permettre de conforter les fondamentaux, en particulier au niveau théorique, dans les matières concernées (mise à niveau des BTS et DUT par rapport aux L1 et L2), d'approfondir ou partager certaines UE de la licence 3 et de préparer l'épreuve d'économie ou de droit dans les concours ciblés.

- **Gestion**

Cet enseignement permet un entretien des connaissances acquises et une adaptation à l'épreuve de gestion

des concours ciblés. Il s'agira également de partager des thématiques étudiées en L3 (AES ou économie-gestion) en fonction de la convention.

2.6 Option

La liste des options ainsi que le contenu notionnel se réfèrent à la liste proposée dans la grille horaire (cf. annexe 2 de l'arrêté), en conformité avec le règlement des concours d'entrée dans les écoles supérieures de management, et plus spécialement du concours Passerelle 2.

Toute modification de ce règlement, notamment une modification de la liste des options ouvertes aux concours (ou banques de concours) des écoles supérieures de management, entraînera de facto une adaptation de l'intitulé des options susceptibles d'être enseignées.

(1) Le test TAGE-MAGE est un test d'aptitude aux études de gestion organisé au niveau national et pris en compte par les écoles de management visées. Il est composé de 90 questions ventilées en trois rubriques : aptitudes verbales (compréhension/expression), résolution de problèmes et maniement de données chiffrées, raisonnement logique et argumentation.

Enseignements secondaire et supérieur

Classes préparatoires aux grandes écoles

Nature des classes préparatoires scientifiques aux grandes écoles : modification

NOR : MENS1506087A

arrêté du 6-5-2015 - J.O. du 5-6-2015

MENESR - DGESIP A1-2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 23-11-1994 modifié, notamment article 5 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 23-3-1995 ; arrêtés du 7-1-1998 ; arrêté du 25-6-2013 modifié ; avis du ministre de l'agriculture, de l'agroalimentaire et de la forêt, porte-parole du Gouvernement du 6-5-2015 ; avis du CSE du 10-4-2015 ; avis du Cneser du 13-4-2015

Article 1 - Le paragraphe 2, « Classe préparatoire accessible aux titulaires de diplômes obtenus après deux années d'études supérieures », de l'article 1 de l'arrêté du 10 février 1995 modifié susvisé, est remplacé par les dispositions suivantes :

« 2 - Classes préparatoires accessibles aux titulaires de diplômes obtenus après deux années d'études supérieures :

- classe préparatoire d'ATS (1) ingénierie industrielle ;
- classe préparatoire d'ATS génie civil ;
- classe préparatoire d'ATS métiers de la chimie ;
- classe préparatoire d'ATS biologie (« ATS bio »).

L'organisation de ces classes est fixée par arrêtés pris en application de l'article D. 612-28 du code de l'éducation susvisé ».

Article 2 - Les dispositions du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2015.

Article 3 - La directrice générale de l'enseignement scolaire et la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle sont chargées, chacune en ce qui la concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 6 mai 2015

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
La directrice générale de l'enseignement scolaire,
Florence Robine

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
pour la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,
Le chef de service de la stratégie des formations et de la vie étudiante

Rachel-Marie Pradeilles-Duval

(1) ATS : Adaptation de techniciens supérieurs.

Enseignements secondaire et supérieur

Classes préparatoires économiques et commerciales

Thème de culture générale en seconde année - année 2015-2016

NOR : MENS1501178A
arrêté du 19-5-2015
MENESR - DGESIP A1-2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêtés du 3-7-1995 modifiés ; arrêté du 20-5-2014 ; avis du CSE du 10-4-2015 ; avis du Cneser du 13-4-2015

Article 1 - Durant l'année scolaire 2015-2016, le programme de culture générale des classes préparatoires économiques et commerciales, options scientifique, économique et technologique, porte en seconde année sur l'étude du thème suivant : « La nature ».

Article 2 - L'arrêté du 20 mai 2014 fixant le thème de culture générale des classes préparatoires de seconde année économiques et commerciales, options scientifique, économique et technologique, durant l'année 2014-2015, est abrogé à compter de la rentrée 2015.

Article 3 - La directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle est chargée de l'exécution du présent arrêté.

Fait le 19 mai 2015

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Pour la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle
Le chef de service de la stratégie des formations et de la vie étudiante,
Rachel-Marie Pradeilles-Duval

Mouvement du personnel

Admission à la retraite

Inspection générale de l'administration de l'éducation nationale et de la recherche

NOR : MENI1510040A

arrêté du 17-4-2015 - J.O. du 4-6-2015

MENESR - IGAENR

Par arrêté de la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche en date du 17 avril 2015, Françoise Monti, inspectrice générale de l'administration de l'éducation nationale et de la recherche de première classe, est admise à faire valoir ses droits à une pension de retraite par limite d'âge à compter du 23 novembre 2015.

Mouvement du personnel

Admission à la retraite

Inspection générale de l'administration de l'éducation nationale et de la recherche

NOR : MENI1509993A

arrêté du 22-4-2015 - J.O. du 4-6-2015

MENESR - IGAENR

Par arrêté de la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche en date du 22 avril 2015, Jocelyne Collet-Sassère, inspectrice générale de l'administration de l'éducation nationale et de la recherche de première classe, est admise à faire valoir ses droits à une pension de retraite par limite d'âge à compter du 13 septembre 2015.

Mouvement du personnel

Admission à la retraite

Inspection générale de l'administration de l'éducation nationale et de la recherche

NOR : MENI1510007A

arrêté du 22-4-2015 - J.O. du 4-6-2015

MENESR - IGAENR

Par arrêté de la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche en date du 22 avril 2015, Jean-Marc Goursolas, inspecteur général de l'administration de l'éducation nationale et de la recherche de première classe, est admis, par ancienneté d'âge et de services, à faire valoir ses droits à une pension de retraite à compter du 1er septembre 2015.

Mouvement du personnel

Conseils, comités, commissions

Nomination au conseil d'administration de l'Institut de recherche pour le développement

NOR : MENR1501187A

arrêté du 21-5-2015

MENESR - DGRI - SPFCO B2

Par arrêté de la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche en date du 21 mai 2015, Didier Hoffschir est renouvelé, à compter du 22 juin 2015, dans ses fonctions de membre titulaire du conseil d'administration de l'Institut de recherche pour le développement, en qualité de représentant du ministre chargé de la recherche.

Mouvement du personnel

Nomination et détachement

Directeur général des services de l'université de Bourgogne (groupe I)

NOR : MENH1501179A
arrêté du 19-5-2015
MENESR - DGRH E1-2

Par arrêté de la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche en date du 19 mai 2015, Marie-France Mathieu, attachée d'administration de l'État hors classe, est nommée et détachée dans l'emploi de directeur général des services (DGS) de l'université de Bourgogne (groupe I), pour une première période de cinq ans, du 1er juin 2015 au 31 mai 2020.