BULLETIN OFFICIEL
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Bulletin officiel spécial n°1 du 23 janvier 2014

SOMMAIRE

Classes préparatoires scientifiques

NOR : ESRS1326919A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 28-12-2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; avis du ministre de la défense du 24-10-2013 ; avis du Cneser du 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - À l'annexe 1 de l'arrêté du 10 février 1995 modifié susvisé :
Au lieu de :

« 1ère année : classes de "mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur", "physique, chimie et sciences de l'ingénieur", "physique, technologie et sciences de l'ingénieur":

Disciplines	**Classes**														
	Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur			Physique, chimie et sciences de l'ingénieur									Physique, technologie et sciences de l'ingénieur		
				Enseignements communs											
1ère période	Cours	TD	TP				Cours	TD	TP				Cours	TD	TP
Total	22	5	2				21	6,5	5,5				19	9	4,5
2ème période				Option physique et chimie			Engagements communs			Option physique et sciences de l'ingénieur					
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TC	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Total	22	6	2	2	0,5	1,5	18	5	3	2	1	3	19	10	4,5

»

Lire :

« 1re année : classes de "mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur", "physique, chimie et sciences de l'ingénieur", "physique, technologie et sciences de l'ingénieur":

Disciplines	**Classes**														
	Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur			Physique, chimie et sciences de l'ingénieur									Physique, technologie et sciences de l'ingénieur		
				Enseignements communs											
1re période	Cours	TD	TP				Cours	TD	TP				Cours	TD	TP

Total	23	4	3				22	5,5	6,5				20	8	5,5
2e période				Option physique et chimie			Engagements communs			Option physique et sciences de l'ingénieur					
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TC	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Total	23	6	3	2	0,5	1,5	19	5	4	2	1	3	20	10	5,5

».

Article 2 - À l'annexe 1 de l'arrêté du 10 février 1995 modifié susvisé :
Au lieu de :

« 2e année : classes de "mathématiques et physique", "physique et chimie", "physique et sciences de l'ingénieur", "physique et technologie", affectées ou non d'une étoile (*) :

Disciplines	**Classes**											
	Mathématiques et physique			Physique et chimie			Physique et sciences de l'ingénieur			Physique et technologie		
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Total	23	6	2	21	5,5	5	20,5	6,5	5	18	10	5,5

»

Lire :

« 2e année : classes de "mathématiques et physique", "physique et chimie", "physique et sciences de l'ingénieur", "physique et technologie", affectées ou non d'une étoile (*) :

Disciplines	**Classes**											
	Mathématiques et physique			Physique et chimie			Physique et sciences de l'ingénieur			Physique et technologie		
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Total	24 (d)	7 (d)	2	22 (d)	6,5 (d)	5	21,5 (d)	7,5 (d)	5	19 (d)	11 (d)	5,5

d) : horaire diminué d'une heure en deuxième période ».

Article 3 - Le présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013 en ce qui concerne la première année et à compter de la rentrée 2014 en ce qui concerne la seconde année.

Article 4 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Classe préparatoire scientifique

NOR : ESRS1326920A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 28-12-2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 10-2-1995 modifié, ; arrêté du 3-7-1995 modifié ; avis du ministre de l'agriculture, de l'agroalimentaire et de la forêt du 4-10-2013 ; avis du Cneser du 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - Les programmes de première et seconde années de sciences de la vie et de la terre de la classe préparatoire scientifique biologie, chimie, physique et sciences de la terre (BCPST), figurant à l'annexe 1 de l'arrêté du 3 juillet 1995 modifié susvisé, sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 1 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes de seconde année de physique, de chimie et de mathématiques de la classe préparatoire scientifique biologie, chimie, physique et sciences de la terre (BCPST), figurant respectivement aux annexes 2, 3 et 4 de l'arrêté du 3 juillet 1995 modifié susvisé, sont remplacés par ceux figurant respectivement aux annexes 2 et 3 du présent arrêté.

Article 3 - Le programme de première année du présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013, et ceux relatifs à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 4 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Annexe 1
↳ *Sciences de la vie et de la Terre*

Annexe 2
↳ *Physique-chimie*

Annexe 3
↳ *Mathématiques*

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté • Égalité • Fraternité

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST)**

Discipline : **Sciences de la vie et de la Terre**

Première et seconde années

CLASSE PREPARATOIRE SCIENTIFIQUE BCPST
PROGRAMME DE SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE

INTRODUCTION

Le programme de sciences de la vie et de la Terre de la classe de BCPST s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les écoles d'ingénieurs, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.
Il importe donc de mesurer les évolutions de la formation au lycée pour favoriser le passage de la classe terminale à la classe préparatoire et appuyer les objectifs du présent programme sur des acquis antérieurs.

La relation au savoir des élèves a changé. Ils vivent dans un monde où la donnée est omniprésente et immédiatement disponible. Cela change sans doute ce qu'il leur est nécessaire de mémoriser et cela change sûrement leur attitude à l'égard de la connaissance : confondant souvent données disponibles et savoirs, ils peuvent, à tort, s'imaginer qu'il est aujourd'hui devenu inutile d'apprendre. Le choix est fait au lycée de stabiliser le plus possible un nombre obligatoirement limité d'idées essentielles, réservant l'exposé de détails au simple besoin de l'argumentation, sans qu'il soit exigé de l'élève qu'il les retienne. Ce faisant, limitant l'objectif de connaissance à un corpus – forcément discutable, mais que l'on espère correctement choisi – de concepts et théories structurants, le programme de lycée libère l'esprit pour une meilleure acquisition de quelques grands savoir-faire de la pensée ou du geste et de quelques attitudes intellectuelles fondamentales qui constituent l'outillage méthodologique du scientifique. C'est cet ensemble de contenus et de méthodes que l'on nomme les compétences développées.

Évidemment simplifiées à la fin de l'enseignement secondaire, ces compétences s'approfondissent en classe préparatoire tout en restant suffisamment généralistes pour donner un panorama des domaines et représentations scientifiques actuels et permettre ensuite un développement plus spécialisé, en rapport avec la voie choisie, de la recherche fondamentale ou de l'application à un champ professionnel (ingénieur, vétérinaire, etc.).

La diversité et le degré de précision des connaissances que l'on souhaite faire acquérir dans les classes préparatoires aux grandes écoles sont bien évidemment approfondis par rapport à ceux du lycée. Néanmoins, c'est le même esprit qui veut être à l'œuvre dans les classes préparatoires aux grandes écoles. La démarche, déjà entreprise, qui éloigne le style pédagogique de ces classes de l'accumulation encyclopédique des détails devra être poursuivie. L'objectif général est de stabiliser, à un niveau de première expertise cette fois, les connaissances essentielles, d'acquérir les principaux savoir-faire, de s'imprégner des attitudes intellectuelles communément reliées à l'exercice de la pensée scientifique. C'est dans cet esprit que le programme est conçu et présenté.

Ce programme est destiné à la fois aux étudiants, aux professeurs et aux interrogateurs de concours ; il constitue leur base commune de travail. Rédigé en termes de compétences, il constitue le référentiel de ce que l'on attend des étudiants en termes de savoirs et de capacités.

Les contenus du programme : un réseau de connaissances intégrées autour de grands concepts

Le programme définit des contenus (faits, modèles, concepts…), qui constituent une base de connaissances de premier ordre indispensables à l'organisation du savoir visé. Ces éléments doivent pouvoir être exposés par l'étudiant de façon concise, en particulier dans le cadre d'épreuves de synthèse. Ils servent aussi de cadres de référence pour analyser, interpréter, comprendre, discuter, critiquer… des objets ou des documents portant sur des éléments non directement mentionnés dans le programme, mais présentés de telle façon qu'ils permettent une réflexion scientifique rigoureuse.

Les grands concepts fédérateurs, les problématiques essentielles qui constituent la colonne vertébrale des sciences de la vie et de la Terre, même s'il n'en est pas systématiquement fait mention dans les différents items du programme, constituent des fils rouges indispensables qui devront être mis en valeur chaque fois que cela se justifiera. Il en va ainsi, par exemple, de l'évolution et de la biodiversité, de la relation génotype/phénotype, des relations structures / propriétés / milieux / fonctions aux différentes échelles d'étude, de l'insertion des organismes dans des réseaux d'interactions biotiques et écologiques, de notions structurantes comme celle de «compartimentation », des concepts de cybernétique liés aux contrôles et aux régulations, des liens entre la vie et la planète, des différentes échelles de temps en géologie et en biologie, du tri géochimique en géosciences. Le hasard et l'indétermination des phénomènes, souvent liée à la complexité, sont également omniprésents tant en sciences de la vie qu'en sciences de la Terre. Ces fils rouges, souvent mis en exergue dans l'un ou l'autre des chapitres, plus discrètement présents dans d'autres, permettent aux étudiants d'établir des liens et d'organiser un véritable réseau de connaissances (comme le suggèrent les renvois explicites entre parties du programme), de poser par eux-mêmes des problématiques et de mettre en perspective leurs exposés, en particulier lors de la réalisation de synthèses. Le monde vivant et sa planète seront, en toute occasion, présentés comme reliés par un champ complexe d'interactions, qui font apparaître des propriétés émergentes lorsque l'unité d'observation monte en ordre de grandeur. Cet ensemble d'interactions systémiques, qui est spécifiquement au cœur des sciences de la vie et de la Terre, sont à la fois sources de stabilité et de fragilité.

Ces contenus et les concepts visés doivent être argumentés et fondés sur des connaissances concrètes, autant que possible issues d'observations. Celles-ci sont acquises au cours des travaux pratiques, qui sont étroitement liés aux objectifs de ce programme, et lors d'indispensables excursions de terrain, car l'observation de la nature dans sa complexité reste le fondement des sciences de la vie et de la Terre et révèle des aspects inaccessibles en laboratoire. Si une certaine richesse d'argumentation est nécessaire dans le cadre de l'enseignement afin d'éviter le risque d'une généralisation abusive, il importe d'éviter une surcharge inutile et de limiter la mémorisation des faits, en nombre et en développement, à ce qui est nécessaire à la présentation d'une argumentation valide. Ceci amène à définir deux niveaux d'exigibilité :
- un premier niveau implique d'être capable d'exposer un concept, un modèle, une idée, un phénomène en s'appuyant sur la présentation d'un seul exemple-argument (quelconque ou précisé dans le programme), par exemple dans le cadre de synthèses écrites ou orales ;
- un deuxième niveau implique d'être capable de construire une argumentation à partir de la réflexion sur un objet ou document fourni, confronter de nouvelles informations à un modèle connu soit pour l'y rapporter, soit pour identifier des différences et les interroger. Cette démarche sera réalisée en particulier dans le cadre du travail sur observations, documents ou articles scientifiques.

Cette nécessité de réinvestissement est au cœur de l'approche par compétence, exigeant que les savoirs soient réellement opérationnels mais strictement sélectionnés en nombre et en qualité. La définition de ces objectifs n'est pas sans impact sur la réflexion didactique et pédagogique qui gouverne l'organisation de l'enseignement en classe préparatoire dès lors qu'il s'agit de combiner, dans la construction des compétences, l'acquisition de contenus et de capacités.

Dans la présentation de ce programme, la colonne de gauche comprend l'énoncé des objectifs de connaissance ; elle ne constitue pas un « résumé » des contenus attendus mais désigne les éléments centraux de chaque unité ainsi que les conditions de leur étude. Ils doivent aussi être lus à la lumière des objectifs généraux indiqués dans l'introduction du programme.

La colonne de droite comprend quant à elle plusieurs types d'informations destinés à préciser ces attendus.
Les alinéas commençant par un verbe à l'infinitif expriment **les capacités** que les étudiants doivent acquérir, c'est-à-dire par exemple : savoir présenter ou exposer des concepts, argumenter, analyser des éléments, mettre en relation… Ces précisions sont destinées à fixer plus clairement les capacités attendues en termes de mémorisation de connaissances (au premier ordre) mais aussi ce qui relève de l'acquisition de méthodes ou de savoir-faire, applicables à condition que les éléments sur lesquels ils doivent s'exercer soient fournis à l'étudiant. C'est aussi en cela que ce programme apporte un

allègement par rapport aux précédents en supprimant la nécessité de mémoriser un nombre excessif d'exemples ou de détails.

Sont donc indiqués :
- des précisions sur les contenus attendus : argumentation minimale, éléments de diversification des exemples, parfois précision d'un exemple à utiliser. Le fait qu'un exemple soit désigné ne constitue pas une incitation à réaliser une monographie pointilleuse : au contraire, le niveau d'exigence est limité à ce qui peut servir la construction ou l'illustration des concepts visés ;
- l'énoncé de démarches ou d'actions à savoir réaliser (« capacités »), c'est-à-dire des savoir-faire exigibles associés au contenu spécifique de l'item ;
- des limites qui sont indiquées soit dans une rubrique spécifique, soit associées à des items plus précis selon qu'elles ont une valeur générale ou ponctuelle ;
- des liens avec d'autres parties du programme, avec l'enseignement d'autres disciplines, avec les programmes du second degré ou avec des concepts intégrateurs ; les indications, qui invitent à des mises en relations fortes, notamment entre années, ne sont pas limitatives.

La mise en œuvre du programme de sciences de la vie et de la Terre repose sur des cours, des travaux pratiques et des classes de terrain qui construisent de façon complémentaire des connaissances et des savoir-faire. Les Travaux d'initiative personnelle encadrés (TIPE), portant sur des sujets de biologie ou de géologie sans lien explicite avec le programme, complètent la formation en amenant les étudiants à conduire par eux-mêmes une démarche scientifique mobilisant différentes disciplines. Cet ensemble conduit à développer les compétences de base attendues à l'entrée dans les Écoles, le terme de compétences étant ici pris au sens de la définition de l'Organisation de coopération et de développement économique (OCDE) c'est-à-dire comme étant constituées d'un ensemble de connaissances, de capacités et d'attitudes. Lors des épreuves, toutes ces compétences seront logiquement mobilisées par les candidats selon les besoins, quel que soit le contexte dans lequel elles ont été construites.

Dans la construction d'un savoir scientifique, les notions doivent être associées aux faits. La présentation des techniques et des données qui ont construit le concept préludent à celui-ci et ne peuvent être réduites à des « illustrations » du concept. En particulier, les travaux pratiques comme les excursions de terrain contribuent à la construction des savoirs. Ils peuvent aussi constituer des moments de réinvestissement et de mise en œuvre dans des contextes différents. En permettant de présenter une diversité d'objets, sans pour autant requérir la mémorisation de ce qui n'est pas clairement posé comme exigible, les travaux pratiques sont des moments privilégiés d'élargissement et doivent contribuer à ne pas enfermer les représentations dans un cadre trop étroit. De plus, divers travaux pratiques ont été pensés en lien avec plusieurs aspects du programme ; par conséquent, leur mise en œuvre gagnera à identifier clairement ces liens. Les estimations de temps consacrées aux travaux pratiques doivent être considérées comme des « équivalents-séances » pouvant être redécoupés et distribués à volonté, une séance en classe pouvant permettre d'aborder plusieurs thématiques sur des durées plus courtes.
Il en va de même des items du programme et de l'ordre dans lequel ils sont présentés : chaque professeur garde la liberté d'organiser son enseignement comme il le souhaite, dans la limite du découpage sur les deux années. Il articule les travaux pratiques avec les cours à sa convenance, d'autant que le poids relatif des uns et des autres varie selon les domaines et les parties du programme.

Compétences attendues :

En s'appuyant sur les compétences acquises dans l'enseignement secondaire, l'enseignement de classe préparatoire constitue une étape vers l'acquisition de compétences notamment définies par les référentiels de la Commission des titres ingénieurs (référentiel CTI) ; la contribution porte sur des compétences « généralistes » et en particulier sur :
« - la connaissance et la compréhension d'un large champ de sciences fondamentales et la capacité d'analyse et de synthèse qui leur est associé ;
- l'aptitude à mobiliser les ressources d'un champ scientifique et technique lié à une spécialité. »

Le référentiel des compétences à construire en classe préparatoire est ici présenté en trois grands blocs, correspondant globalement aux grandes composantes de la démarche scientifique : l'analyse et la

formulation d'une problématique scientifique ; son traitement par l'investigation et la réflexion ; la communication et le réinvestissement.
Les capacités définies sont destinées à être travaillées dans le cadre des enseignements en cours et/ou en travaux pratiques, chaque professeur étant libre du choix des supports, des moments, des lieux et de la progressivité propices à cette composante de la formation. L'expression large de ces compétences tient compte des attentes exprimées par des grandes écoles recrutant sur la filière BCPST.

Premier bloc : compétences qui relèvent de la capacité à analyser une situation et poser une problématique

1- Conduire une analyse de situation par une démarche de type « diagnostic »
- recueillir, exploiter, analyser et traiter des informations
- observer et explorer
- analyser et hiérarchiser
- organiser et proposer une démarche diagnostic
- présenter la démarche

2- Poser une problématique
- identifier le problème sous ses différents aspects, dans son environnement technique, scientifique, culturel
- développer une pensée autonome

Deuxième bloc : compétences qui relèvent de la capacité à résoudre une problématique par l'investigation et l'expérimentation

1- Conduire une démarche réflexive d'investigation
- mobiliser les connaissances scientifiques pertinentes pour résoudre le problème, du champ disciplinaire ou d'autres disciplinaires
- identifier les différentes approches et concepts dans le traitement d'une question
- structurer un raisonnement et maitriser des relations de causalité
- construire une démonstration en suivant d'une progression logique
- maîtriser la méthode exploratoire, le raisonnement itératif

2- Conduire ou analyser une expérimentation
- déterminer les paramètres scientifiques pertinents pour décrire une situation expérimentale
- évaluer l'ordre de grandeur des phénomènes et de leurs variations
- élaborer un protocole expérimental
- réaliser une manipulation
- mettre en œuvre des règles de sécurité et de déontologie
- effectuer des représentations graphiques et présenter les résultats
- analyser les résultats de façon critique (sources d'erreur, incertitudes, précisions)
- proposer des améliorations de l'approche expérimentale

3- Annoncer et décrire des perspectives nouvelles
- explorer, faire preuve de curiosité et d'ouverture d'esprit
- apporter un regard critique
- développer une pensée autonome

Troisième bloc : compétences qui relèvent de la communication et du réinvestissement

1- Construire une argumentation scientifique en articulant différentes références
- maîtriser les connaissances scientifiques relevant du champ disciplinaire et d'autres disciplines, ainsi que les concepts associés
- identifier une question dans un contexte posé
- intégrer différents éléments, les hiérarchiser, les articuler, les mettre en perspective, apporter un regard critique ;
- structurer un raisonnement et maitriser des relations de causalité
- construire une démonstration en suivant une progression logique
- construire une argumentation écrite comme orale

- maîtriser des techniques de communication (synthèse, structure, clarté de l'expression, maitrise du langage en particulier scientifique)

2- Organiser une production écrite
- s'exprimer correctement à l'écrit
- appuyer son propos sur des représentations graphiques appropriées

3- Structurer et présenter une communication orale
- s'exprimer correctement à l'oral
- appuyer son propos sur des supports graphiques appropriés
- convaincre
- s'adapter au contexte de la communication, savoir dialoguer

Au total, la mise en œuvre de ce programme doit permettre aux futurs ingénieurs, chercheurs et enseignants, de se constituer une culture scientifique de base dans le domaine des sciences de la vie et de la Terre, construite sur les principaux concepts et modèles, opérationnelle et transférable pour interroger et comprendre les situations auxquelles ils seront confrontés. Le choix pertinent des connaissances de premier ordre à mémoriser facilite la prise de recul, la mise en relation des connaissances mémorisées et l'acquisition d'un regard global et synthétique. Les méthodes acquises garantissent la rigueur scientifique des raisonnements et rendent les étudiants aptes à transférer ces connaissances à une diversité de situations dans un domaine scientifique à évolution rapide, dans lequel la mémorisation et l'accumulation de détails parfois rapidement périmés, fussent-ils qualifiés de « précisions », ne présente à l'inverse que peu d'intérêt.

L'usage de la liberté pédagogique

Les contenus du programme et les compétences attendues de la formation en sciences de la vie et de la Terre en BCPST laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses élèves, qui ressortit fondamentalement à sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. Liberté pédagogique de l'enseignant qui peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation du scientifique et de l'ingénieur.

Globalement, dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des savoir-faire sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La détermination et l'étude des problématiques, alliées à un temps approprié d'échanges, favorisent cette mise en activité.

- didacticien, il doit savoir recourir à la mise en contexte des connaissances, des capacités et des systèmes étudiés : les sciences de la vie et de la Terre et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant de sciences de la vie et de la Terre est ainsi conduit naturellement à mettre son enseignement « en culture » pour rendre sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

Programme de sciences de la vie

Le programme de biologie est présenté par échelle d'étude pour les trois premières parties. A chaque échelle, deux grandes catégories de problématiques sous-tendent les contenus :
- la relation organisation / fonctionnement, parfois selon le milieu ;
- les interrelations entre les différents éléments spécialisés des systèmes, qui assurent l'intégration du fonctionnement.

La compréhension du fonctionnement du vivant implique que l'on construise l'emboitement de ces différents niveaux soit pour expliquer des mécanismes, soit pour comprendre des relations de « cause à effet ». Ces dernières ne sont cependant pas linéaires, comme c'est le propre pour tout système complexe. Chaque palier d'organisation, cellule, organisme, écosystème, possède des propriétés émergentes supérieures à la somme des propriétés de ses parties, conférées en particulier par l'intégration du système.

La quatrième partie s'intéresse à la nature et à la transmission temporelle de l'information génétique du vivant. Cette dimension est envisagée elle aussi à différentes échelles :

- le temps court, du contrôle et de la régulation de l'expression génétique ;
- le temps de la transmission de l'information génétique entre générations et de la dynamique populationnelle ;
- le temps de l'évolution.

Elle permet d'aborder les processus d'adaptation des systèmes soit à ses variations de fonctionnement, soit à des variations de leur environnement, selon des processus intervenant à des vitesses différentes selon l'échelle temporelle considérée.

Ces idées seront privilégiées et mises en valeur chaque fois que possible, même si elles ne sont pas explicitées dans telle ou telle partie du programme. En particulier, l'idée que les structures et les processus observés sont le résultat d'une évolution, et en évolution perpétuelle, doit être sous-jacente à tous les aspects du programme.

Cette approche globale des systèmes vivants se construit progressivement au cours des deux années.
En première années sont traitées :
- au premier semestre, les parties I-A, I-B, II-A, IV-A, IV-B ;
- au second semestre, les parties I-C, I-D, II-D, IV-C.

En seconde année, sont traitées :
- au premier semestre les parties II-B, II-C, II-E, II-F, III-A, IV-D
- au second semestre les parties III-B, III-C, IV-E.

I – Des molécules du vivant à la cellule : organisation fonctionnelle

L'étude des molécules vise essentiellement à mettre en relation la nature chimique des constituants du vivant, leurs propriétés, leur réactivité et leurs fonctions biologiques. La présentation des biosynthèses et des grandes voies du métabolisme est réalisée en lien avec celle des biomolécules elles-mêmes. Elle permet la compréhension des mécanismes impliqués dans la réalisation des flux d'énergie qui traversent la cellule, mais aussi des écosystèmes et des cycles biogéochimiques des éléments (§ III-B et III-C).

L'unité fonctionnelle de la cellule se construit au fur et à mesure des chapitres et des exemples rencontrés, intégralement en première année. Les différents chapitres font référence à des exemples concrets de cellules permettant de mettre en place progressivement des concepts généraux (compartimentation cellulaire, spécialisation etc.). Il s'agit de montrer des grands types d'organisation (Eubactéries, Métazoaires, Angiospermes) et l'existence d'édifices supramoléculaires en interaction (membranes biologiques en particulier), mais surtout l'unité des principes de fonctionnement des cellules. Les différenciations et spécialisations cellulaires rencontrées seront reliées au fonctionnement global d'un organisme (§ II-A), à son développement (§ II-D) ainsi qu'à l'expression génétique (§ IV-A) et sa relation au phénotype.

II - L’organisme : un système en interaction avec son environnement

Cette partie aborde le vivant sous l’angle de l’organisme en s’appuyant sur des organismes animaux, puis en élargissant les exemples : son enseignement doit être relié aux autres parties de ce programme aussi explicitement que possible, pour éviter une vision « isolée » de l’organisme.
La première année identifie les différentes fonctions et appréhende leurs interrelations au sein d’un organisme. L’exemple d’un ruminant permet d’aborder les relations inter- et intra-spécifiques, prépare la place de cet organisme dans le fonctionnement des écosystèmes (§ III-B), et montre les interactions entre objectifs sociétaux (agronomie et technologie) et études scientifiques.
Le programme aborde la réalisation des fonctions à travers plusieurs exemples. En première année, la reproduction aborde une première fonction ; elle prépare le lien avec d’autres échelles d’étude (§ III-A, IV-C…) et débouche sur le développement, qui relie le plan d’organisation à sa mise en place.
En seconde année, l’étude de la respiration exemplifie les mécanismes réalisant une fonction à différentes échelles d’étude et montre les relations entre organisation anatomique, fonction biologique et milieu de vie. Puis le contrôle du débit sanguin offre un exemple d’interrelations entre plusieurs systèmes de contrôle et de régulation au sein de l’organisme ; il montre comment l’intégration des diverses réactions autorise l'adaptation physiologique aux variations d’activité de l’organisme ou aux variations de milieu.
Les concepts des chapitres précédents sont ensuite généralisés à d’autres types d’organismes dont les Angiospermes. Plusieurs autres modèles, uni- ou pluricellulaires, montrent finalement la diversité des organismes, en préparant les aspects d’écologie (§ III-B) ou de phylogénie (§ IV-E) du programme.

III – Populations, écosystèmes, biosphère

Cette partie vise à franchir les différentes échelles allant de l’organisme à la biosphère, et met plus particulièrement en place l’organisation des organismes en populations, et des populations d’une part en espèces, et d’autre part en communautés où existent divers types de relations interspécifiques.
Entièrement développée en seconde année, cette partie montre d’abord les organismes en population. Une fois mise en place la notion d’écosystème, on constate que ces échelles d’organisation font émerger des processus comme les chaînes trophiques et les cycles des éléments. On montre que l’existence de chaque échelle a des conséquences sur les autres, en particulier sur les organismes (§ II) ainsi que pour la génétique et l’évolution (§ IV).

IV – la biodiversité et sa dynamique

L’étude des génomes et de leur expression permet d’expliquer l’origine et la dynamique de la biodiversité.
La première année montre la nature et la transmission du matériel génétique : les bases moléculaires de cette transmission à l’échelle cellulaire permettent de comprendre la conservation de l’information génétique et, en même temps, les sources de sa variation par mutation. A l’échelle des organismes, l’information génétique est transmise verticalement ou horizontalement, avec des recombinaisons entre locus lors des processus sexués qui créent une diversité combinatoire. Tout ceci contribue à créer et entretenir de la biodiversité.
En seconde année, cette vision du vivant comme une information transmissible entre organismes sur des temps longs débouche sur la notion d’évolution : on montre comment la diversité mutationnelle peut être éliminée ou conservée par des mécanismes évolutifs aléatoires ou sélectifs. Finalement, la classification phylogénétique, ici mobilisée comme un outil pour discuter de scénarios évolutifs, permet de revisiter des organismes vus par ailleurs en discutant des processus évolutifs qui ont conduit à leur émergence. On attend que les êtres vivants rencontrés dans ce programme trouvent leur place dans cette classification.

Programme de sciences de la Terre

En sciences de la Terre, le programme vise essentiellement à présenter la Terre solide, en montrant néanmoins quelques aspects des enveloppes fluides. Leur étude détaillée est reportée à un niveau d’enseignement ultérieur. Ce programme montre la nécessité de prendre en compte les géosciences appliquées dans une société confrontée à des problèmes divers, en particulier aux risques naturels, à l'approvisionnement en ressources naturelles, à des pollutions…

Le lien étroit des géosciences avec d'autres disciplines (biologie, chimie, physique, mathématiques, géographie) implique l'utilisation de leurs acquis chaque fois que nécessaire.

Le programme s'articule aussi autour d'un travail sur le terrain effectué dans chacune des 2 années.

Il invite à mettre les cartes au centre de la réflexion, les cartes géologiques bien sûr, mais aussi toutes les cartes plus spécifiques (topographiques, géophysiques, tectoniques…) dont les apports complémentaires peuvent s'avérer nécessaires à l'étude des phénomènes. Issues de l'exploitation de données de terrain, traitées, choisies, présentées, problématisées, vectrices d'informations élaborées dans un but défini, les cartes sont ensuite des supports de réflexion, d'analyse des situations, de leur interprétation voire dans certaines circonstances, des documents permettant d'éclairer des décisions (gestion des risques, exploitation de ressources, travaux publics…) et de les traduire (cartes des risques par exemple). La relation aux faits et aux objets réels, en salle ou sur le terrain via les excursions demandées, reste au centre de cette exploitation. On attend donc que ce va-et-vient entre représentations cartographiques et réel soit fait chaque fois que possible.

En première année, les parties I, II, III et IV sont traitées au premier semestre. Elles permettent de mettre en place les fondements et le cadre d'étude des géosciences et des enjeux sociétaux qui la concernent. Les chapitres consacrés à la Terre, planète active (I), au temps (III) ou aux cartes (IV) permettent de faire la transition entre l'enseignement secondaire dont les acquis sont repris et stabilisés et la première année de classe préparatoire. Le chapitre (II) permet de redéfinir les enjeux déjà abordés au lycée. Ces chapitres permettent aussi de préciser les outils de base des géosciences et le cadre global dans lequel elles s'intègrent.
Au second semestre, deux thèmes majeurs (parties V et VI) sont abordés, l'un concernant la géodynamique interne avec le magmatisme, l'autre avec la géodynamique externe avec les processus sédimentaires. Phénomènes géologiques fondamentaux, exemplaires par la diversité des méthodes d'étude et de raisonnement utilisés, ils amènent à présenter de la géosphère une vision à la fois précise, rigoureuse à un niveau d'explication exigeant, et d'une façon globale, intégrant à l'étude de la « Terre solide » l'interfaçage avec hydrosphère, atmosphère et biosphère, ainsi bien sûr que les enjeux humains.

En seconde année, ce panorama des grands phénomènes géologiques est complété par l'étude des déformations et du métamorphisme, au troisième semestre. Le reste du temps permet de construire sous un autre angle d'attaque la connaissance des grands ensembles géologiques. Loin de viser l'exhaustivité ou l'érudition, cet ensemble de chapitres construit, en interrelation avec les parties précédentes dont les contenus sont ici réinvestis, une vision synthétique du système Terre. Il permet de relier les différentes échelles d'espace : couplage entre les différentes sphères, vision synthétique de grands ensembles définis dans le cadre de la tectonique globale, grands ensemble structuraux régionaux. Sur ce dernier point en particulier, ce n'est pas la connaissance des histoires locales, même brossée à grands traits, qui est visée, mais bien l'intégration des différentes données, la mise en œuvre des méthodes acquise au cours des deux années, pour analyser et comprendre la géologie de ces objets de taille intermédiaire.

En première années sont traitées :
- au premier semestre, les parties I,; II, III, IV ;
- au second semestre, les parties V, VI.

En seconde année, sont traitées :
- au premier semestre, les parties VII, VIII-A ;
- au second semestre les parties VIII-B, VIII-C.

Contenu et mise en œuvre du programme

Sciences de la vie

I – Des molécules du vivant à la cellule : organisation fonctionnelle

I-A Organisation fonctionnelle des molécules du vivant	
Connaissances clés à construire	**Commentaires, capacités exigibles**
	Cette partie vise à décrire l'activité chimique des cellules par les transformations chimiques qui impliquent les fonctions des petites molécules et des macromolécules. Cette partie ne prend vraiment son sens que si elle est mise au service de la biologie, c'est-à-dire en particulier, selon les molécules envisagées, en lien avec les § I-B,C & IV-A,B,C.
I-A-1 L'eau, les petites molécules organiques Les atomes de carbone des molécules biologiques portent des fonctions variées qui déterminent leurs propriétés physico-chimiques (dimension, solubilité, polarité, ionisation).	- mettre en relation les caractéristiques d'une molécule (nature, taille...), ses propriétés (hydrophilie, solubilité, ionisation…), sa réactivité (acides, bases, esters et thio-esters, phosphorylations, équilibre céto-énolique) et in fine sa stabilité, ses fonctions.
Le rôle biologique des molécules organiques dépend de leurs propriétés physico-chimiques et de leur réactivité. Des réactions d'oxydoréduction modifient et diversifient les fonctions chimiques des petites molécules biologiques. Une même molécule biologique peut appartenir à plusieurs familles.	- identifier la nature des réactions chimiques lors de l'analyse d'une voie métabolique (acide-base, estérification, hydrolyse, oxydo-réduction, hydratation, aldolisation) ; - identifier et analyser les réactions d'oxydo-réduction du vivant en termes de transfert d'électrons ; *On se limitera à la description des fonctions alkyl, alcool, aldéhyde, cétone, acide, amine.* **Liens :** Métabolisme (§ I-C) Cours de Chimie.
La famille des glucides est composée des oses et des osides. Les oses ou glucides simples sont des molécules chirales réductrices qui dérivent du glycéraldéhyde ou du dihydroxyacétone et qui portent plusieurs fonctions hydroxyle. Les di-osides sont des dimères d'oses associés par liaison osidique.	**-** représenter les molécules suivantes sous leurs formes linéaires et cycliques : glycéraldéhyde, dihydroxyacétone, glucose, fructose, ribose, désoxyribose ; - représenter le saccharose et expliquer son absence de pouvoir réducteur ; - identifier et expliciter les liens entre oses rencontrés dans une voie métabolique (cycle de Calvin ou glycolyse) ;
Les lipides sont des molécules organiques hydrophobes de faible masse molaire. Ils peuvent posséder des groupements hydrophiles qui	**-** décrire et représenter un triglycéride, un phosphoglycéride, le cholestérol ; **-** décrire et reconnaître les groupements

permettent la formation de micelles et de bicouches. Les glycolipides sont des molécules mixtes associant un lipide à un ou plusieurs radicaux glucidiques.	hydrophobes et hydrophiles d'un lipide ; - reconnaître et définir le caractère saturé ou insaturé d'un acide gras ; *Aucune formule de glycolipide n'est à connaître.*
Les acides alpha-aminés ont un état d'ionisation qui dépend du pH. Leur diversité repose sur les caractéristiques de leurs radicaux. **La liaison peptidique** unit deux acides aminés selon une géométrie qui conditionne les structures d'ordre supérieur.	- citer les groupes d'acides aminés et leurs principales propriétés associées ; - identifier sur une formule le type de radical, le rattacher à un groupe d'acide aminé ; - décrire et commenter la liaison peptidique ; *Seules l'alanine, la cystéine et la sérine sont à mémoriser.*
Les nucléotides sont des molécules organiques composées d'une base azotée purique ou pyrimidique et d'un pentose phosphorylé. Leur diversité est due à la nature de la base azotée. Ils forment des molécules de petite taille solubles et mobiles ou susceptibles de s'associer à des protéines	- représenter l'organisation des nucléotides (pentose - phosphate - base azotée) ; - indiquer la distinction ribose / désoxyribose ; - représenter schématiquement ATP et NAD en liaison avec leur fonction d'intermédiaires du métabolisme ; *La seule formule exigible est celle de l'ATP.*
Les conversions d'une famille à l'autre sont possibles.	- reconnaître les voies de conversion d'une famille à l'autre (en lien avec le métabolisme) ; - que le glycérol est formé par réduction du dihydroxyacétone ; - décrire le principe de la production de triglycérides ou phospholipides ; - décrire le principe de la production d'acides alpha-cétonique par oxydation d'oses et leur possibilité d'amination en acides alpha aminés ; *On se limite à l'exemple du pyruvate et de l'alanine.*
Oses, acides aminés et nucléotides sont également les monomères d'édifices macromoléculaires. **I-A-2 Les macromolécules**	
Les macromolécules sont des polymères de forte masse molaire (globalement supérieure à 5000 Daltons). Ce sont des glucides, des acides nucléiques, des protéines ou des polyphénols (lignine).	*La connaissance de la formule des polyphénols n'est pas au programme.*
Les macromolécules glucidiques, non réductrices, sont des polymères le plus souvent monotones d'oses. Selon leur taille, leur solubilité, leur activité osmotique ou leur structure tridimensionnelle, ils forment de grands édifices	- montrer, à partir de l'exemple de l'amidon, du glycogène et de la cellulose, comme pour le saccharose, en quoi la polymérisation d'oses cyclisés rend ces macromolécules non réductrices ; - décrire schématiquement et commenter la

aux fonctions diverses Ils peuvent s'associer à d'autres molécules organiques.	structure linéaire ou spiralée de deux polymères d'oses : la cellulose et l'amidon ; - relier leur constitution, leurs propriétés physico-chimiques et leurs fonctions ; *On se limitera aux fonctions de réserve (amidon et glycogène), de structure (cellulose, chitine, glycanes) et d'information (glycanes des matrices extracellulaires).*
Les acides nucléiques sont des polymères séquencés de nucléotides. Vecteurs d'information, ils peuvent interagir avec des protéines.	- représenter schématiquement et commenter les structures de l'ADN et de l'ARN, les relier à leurs propriétés en relation avec les attendus des cours de génétique (§ IV-A) ;
Les protéines sont des polymères d'acides aminés. Les propriétés physico-chimiques de la liaison peptidique et des radicaux des acides aminés permettent aux protéines de s'organiser en structures tridimensionnelles secondaires, tertiaires et quaternaires. La fonction des protéines dépend des propriétés chimiques et mécaniques de ses différents domaines fonctionnels.	- présenter les niveaux structuraux des protéines ; - présenter la diversité des relations entre radicaux ; - interpréter un profil d'hydropathie ;
Les macromolécules protéiques sont des structures dynamiques, dont les radicaux sont en permanente agitation. Leur fonction dépend de leur organisation tridimensionnelle qui repose sur des liaisons de faible énergie qui contribuent à contenir l'agitation thermique des radicaux. **Elles peuvent s'associer de façon spécifique à d'autres molécules au niveau de sites.** Les propriétés de ces relations protéines-ligands sont semblables ; les conséquences fonctionnelles qu'entraine la fixation dépendent de la protéine.	- présenter un modèle d'interaction spécifique entre une protéine et un ligand ; - relier les caractéristiques de l'interaction, ses propriétés (spécificité, stabilité…) et ses fonctions ; *On construit l'argumentation sur un exemple de mécanisme de catalyse enzymatique, qui permet entre autres de montrer l'importance du site actif, avec la stabilisation d'une forme de transition a priori instable sans l'enzyme.* **Liens :** Construits sur l'exemple d'enzymes, les concepts sont réinvestis à de nombreuses autres occasions (récepteurs, interaction ADN-protéines etc.).
Certaines protéines sont glycosylées. Les lipoprotéines sont des édifices complexes de protéines et de lipides.	- présenter le principe d'une O-glycosylation sur sérine ;

I-B Membrane et échanges membranaires	
I-B-1 Organisation et propriétés des membranes cellulaires Les membranes cellulaires sont des associations non covalentes de protéines et de lipides assemblés en bicouches asymétriques. Les propriétés de fluidité, de perméabilité sélective, de spécificité et de communication de la membrane dépendent de cette organisation.	 - présenter en l'argumentant le modèle de mosaïque fluide ; - présenter et analyser les différents types de localisation des protéines membranaires ; - en discuter les conséquences en termes de mobilité ;

I-B-2 Membranes et interrelations structurales Des interactions entre membranes, matrices extracellulaires et cytosquelettes conditionnent les propriétés mécaniques des cellules et les relations mécaniques entre cellules au sein des tissus. Les matrices extracellulaires forment une interface fonctionnelle entre la cellule et son milieu.	- reconnaître les grands types de jonction et les relier à leurs fonctions ; - connaître la nature moléculaire des filaments d'actine, des microtubules et de la kératine afin d'argumenter leur fonction structurale au sein de la cellule ; - décrire l'organisation du collagène, l'architecture d'une matrice animale (on se limite à l'exemple d'un conjonctif) et d'une paroi pecto-cellulosique ; - relier la densité et les propriétés intrinsèques des réseaux de filaments aux propriétés mécaniques des matrices (consistances de gel plus ou moins fluides) ; - expliquer le principe de la rigidification d'une matrice par imprégnation de lignine ou de substance minérale ; *Aucun exemple particulier de cellule n'est exigible. Cependant, celui d'une cellule épithéliale est particulièrement propice à la présentation de ces interactions.* *Pour les matrices extracellulaires, on se limite à deux exemples :* - *pour les végétaux, la paroi pecto-cellulosique ;* - *pour l'architecture d'une matrice animale, un conjonctif.* *On ne fait que mentionner les parois bactériennes dont l'architecture n'est pas au programme.*
I-B-3 Membranes et échanges	
Il existe **différentes modalités de flux de matière entre compartiments.**	**-** définir un compartiment ;
Des transferts de matière sont réalisés entre compartiments par des phénomènes de **bourgeonnement ou de fusion de vésicules (**dont les phénomènes d'endocytose et d'exocytose**)**. Les mécanismes reposent sur les propriétés des membranes et l'implication de protéines.	- présenter un exemple de formation d'une vésicule d'endocytose et de fusion d'une vésicule d'exocytose ;
L'eau et les solutés peuvent traverser une membrane par transferts passifs, par transport actif primaire ou secondaire. Ces transferts sont régis par des **lois thermodynamiques** (gradients chimiques ou électrochimiques, sens de transfert). Des modèles de **mécanismes moléculaires** permettent de rendre compte de ces différents types de flux. Ces échanges ont des fonctions diverses en liaison entre autres, avec la nutrition des cellules, leur métabolisme mais aussi avec des **fonctions informationnelles** à l'échelle de la cellule ou de l'organisme**.**	- présenter de façon cohérente les différentes grilles d'analyse des flux transmembranaires en reliant les aspects dynamiques, thermodynamiques aux modèles moléculaires associés ; - présenter ces échanges dans la perspective de leurs fonctions biologiques ;

Plus précisément : - la cinétique des flux transmembranaires peut être linéaire (diffusion simple au travers de la phase lipidique), ou hyperbolique (la diffusion facilitée par les transporteurs ou les canaux la cinétique de ces derniers étant cependant linéaires dans les conditions cellulaires) ; - un gradient transmembranaire (chimique ou électrochimique) est une forme d'énergie que l'on peut évaluer sous forme d'une variation molaire d'enthalpie libre.	- évaluer la liposolubilité d'une espèce chimique par son coefficient de partition huile/eau ; - relier une cinétique de passage à une modalité de passage ; - évaluer une différence de potentiel électrochimique ; - exprimer une différence de potentiel électrochimique sous forme d'une tension transmembranaire (« force ion-motrice») ; - relier l'existence d'un gradient aux aspects énergétiques des transferts ; - relier les caractéristiques des protéines, leur localisation et leur fonction dans les échanges ; **Liens :** § I-A ; § I-C
I-B-4 Membrane et différence de potentiel électrique : potentiel de repos, d'action et transmission synaptique	
Potentiel de membrane – potentiel d'action Les membranes établissent et entretiennent des gradients chimiques et électriques. Les flux ioniques transmembranaires instaurent un potentiel électrique appelé potentiel de membrane. Le potentiel d'équilibre d'un ion est le potentiel de membrane pour lequel le flux net de l'ion est nul. La présence de canaux ioniques sensibles à la tension électrique rend certaines cellules excitables. Le **potentiel d'action neuronal** s'explique par les variations de conductance de ces canaux.	- définir la notion de potentiel électrochimique d'un ion et expliciter le calcul de son potentiel d'équilibre (loi de Nernst) ; - relier la variation du potentiel membranaire aux modifications de conductances ; - analyser des enregistrements de patch-clamp pour argumenter un modèle moléculaire de fonctionnement d'un canal voltage-dépendant ;
Dans les neurones, le potentiel d'action se propage de façon régénérative le long de l'axone. Le diamètre des fibres affecte leur conductivité et donc la vitesse de propagation des potentiels d'action, de même que la gaine de myéline.	- expliquer la propagation axonique par régénération d'un potentiel d'action ; *L'explication des montages permettant de mesurer les courants ioniques transmembranaires n'est pas exigible.*
La synapse permet la transmission d'information d'une cellule excitable à une autre en provoquant une variation de potentiel transmembranaire.	- expliquer, dans un fonctionnement synaptique, le trajet de l'information supportée par les signaux successifs : nature du signal, nature du codage, extinction du signal ; - relier ces étapes aux modèles de mécanismes moléculaires qui les sous-tendent ; - relier sur un exemple le fonctionnement des récepteurs ligands-dépendants aux caractéristiques fonctionnelles des protéines (site, allostérie, hydropathie et localisation...) ; *On se limite à un exemple qui peut être celui de la synapse neuromusculaire ou d'une synapse neuro-neuronique. On limite les précisions sur les mécanismes moléculaires à ce qui est strictement nécessaire à la compréhension du modèle.*

	Aucun exemple spécifique n'est exigible, mais le choix d'un support permettant d'intégrer endocytose, exocytose et de comparer canaux voltages et ligands dépendants peut être pratique. Les mécanismes producteurs des potentiels post-synaptiques, de leur propagation et de leur intégration ne sont pas au programme.

I-C. Métabolisme cellulaire	
I-C-1. Les réactions chimiques du vivant Les transformations chimiques qui constituent le métabolisme obéissent aux lois de la thermodynamique et de la cinétique chimique. Elles sont accélérées par des biocatalyseurs, les enzymes, qui permettent à ces réactions de se produire à des vitesses importantes dans les conditions du vivant (température, pH, etc.). Certaines transformations donnent lieu à un couplage énergétique. Les enzymes sont les facteurs de couplage. Le contrôle de la réalisation des transformations dépend : - de la présence des enzymes, liée au niveau d'expression des gènes ; - des changements conformationnels intervenant à tous les niveaux structuraux ; ces modifications sont induites par l'association, covalente ou non**,** à un ou plusieurs ligands. La nature des enzymes présentes dans les cellules ou les compartiments ainsi que la spécificité des associations entre ces enzymes et leurs ligands sont des éléments de la spécialisation des cellules.	- analyser les conditions thermodynamiques et cinétiques de la réalisation des transformations chimiques dans la cellule (variation d'enthalpie libre, chemin réactionnel, pH et T optimales) de façon à identifier et argumenter la notion de transformation spontanée et la nécessité de couplages entre transformations ; - analyser les couplages en termes thermodynamiques sans détail des mécanismes moléculaires (exemples possibles : hexokinase, pyruvate kinase) ; - identifier les effets de la fixation de ligands sur la cinétique d'une réaction catalysée par une enzyme ;- interpréter ces effets en termes de modification allostérique ; - analyser le mécanisme de contrôle sur une protéine monomérique et une protéine oligomérique (exemples préconisés : hexokinase et glycogène phosphorylase, sans mémorisation du détail de l'interaction entre radicaux d'acides aminés) ; **Liens** : Travaux pratiques (2 séances) cinématique enzymatique et son contrôle L'analyse des sites des protéines (§ I-A-2), certains concepts construits sont réinvestis dans d'autres situations d'interaction protéine-ligand (contrôle du développement (§ II-D), interaction messager chimique-récepteur (§ II-C), etc.).
I-C-2. Biosynthèses caractéristiques Les transformations chimiques cellulaires permettent la réalisation de biosynthèses nécessaires au fonctionnement cellulaire et à la multiplication cellulaire. Des interconversions sont possibles entre les différentes familles de molécules ; elles aboutissent à la synthèse des principales molécules à rôles structural, métabolique ou informationnel qui permettent le fonctionnement des cellules et leurs interactions avec le milieu. Ces synthèses, localisées dans les cellules, sont associées à des voies d'acheminement des molécules vers leur localisation fonctionnelle **intra ou extracellulaire**.	- commenter les principales biosynthèses cellulaires sur un panorama simplifié ; - indiquer la localisation cellulaire de la synthèse des principales biomolécules (phospholipides membranaires, protéines, acides nucléiques, constituants fibreux de la matrice extracellulaire ; sans démonstration, ni connaissance des intermédiaires) ; - commenter les voies d'acheminement de ces molécules vers leur localisation fonctionnelle ; *Il ne s'agit que de poser le cadre des synthèses cellulaires à un niveau obligatoirement très simplifié. Seules les cellules eucaryotes seront prises comme exemple. On se limite à ce qui est commun aux différentes cellules sans chercher à balayer la diversité des cellules spécialisées.*

Un exemple de biosynthèse : la biosynthèse des protéines	*La biosynthèse est abordée à partir de l'étude de la synthèse des protéines dans la cellule eucaryote, qui constituera le seul exemple exigible. On se limite ici à l'étude de la traduction, de la maturation et de l'adressage des polypeptides.*
La synthèse des protéines est un processus de polymérisation d'acides aminés, réversible par hydrolyse. L'ARNr de la grande sous-unité du ribosome assure la catalyse lors de la formation de la liaison peptidique (ribozyme), réaction consommatrice d'énergie.	- décrire la formation et l'hydrolyse de la liaison peptidique ; - indiquer la nature du couplage énergétique ; - décrire la relation entre la structure du ribosome et ses fonctions dans la biosynthèse d'une protéine ;
De plus, cette polymérisation s'accompagne d'un transfert d'information et d'un décodage réalisé grâce à la coopération fonctionnelle de différents ARN au sein des ribosomes.	- relier les modalités de cette biosynthèse avec les éléments clé du transfert d'information (phase initiatrice de la traduction et calage du cadre de lecture ; code génétique, élongation, terminaison) ; - utiliser un tableau du code génétique sans mémoriser les expériences ayant conduit à son élucidation ; - décrire le fonctionnement du ribosome au cours de la phase d'élongation ; *Les expériences ayant conduit à l'élucidation du code génétique et la terminologie des facteurs protéiques intervenant dans la traduction ne sont pas à mémoriser.*
La protéine synthétisée subit ensuite des modifications de structure et de localisation avant de devenir fonctionnelle. Elle acquiert sa structure tridimensionnelle, processus facilité par l'intervention de protéines chaperonnes. Sa localisation cellulaire est déterminée par la présence d'une information de position.	- expliquer le principe de l'assistance au repliement des polypeptides ; - présenter la notion de séquence signal et son interaction avec le système de traduction ; - utiliser un modèle concernant les protéines plastidiales ou mitochondriales à codage nucléaire ; *Ce point est simplement mentionné pour participer à la représentation de la dynamique cellulaire. Aucune précision ni développement ne sont au programme.*
Le contrôle de la biosynthèse est un des éléments d'ajustement du protéome cellulaire, qui dépend aussi de leur renouvellement et de leur recyclage.	**Liens :** Oses et osides (§ I-A-1) Structure et fonction des protéines (§ I-A-1) Expression de l'information génétique (§ IV-A-1.)
I-C-3 Aspects énergétiques du métabolisme – liens avec les synthèses Le métabolisme peut se lire selon deux grilles : - en termes de transformation de matière ; - en termes énergétiques. Ces deux approches doivent évidemment être reliées l'une à l'autre. Les interrelations entre voies métaboliques et leurs contrôles au sein des systèmes cellulaires introduisent une troisième grille de lecture : l'information.	
<u>I-C-3-a Métabolisme et formes d'énergie de la cellule</u> Trois formes d'énergie sont privilégiées dans la cellule : l'énergie d'hydrolyse de l'ATP, l'énergie des réactions d'oxydo-réduction et l'énergie de gradient transmembranaire.	- indiquer les ordres de grandeur de l'enthalpie libre de réaction d'une hydrolyse d'ATP et celle du transfert transmembranaire d'un ion ;

La phosphorylation d'ADP en ATP est réalisée soit par transphosphorylation (synonyme de phosphorylation sur substrat) soit au niveau des membranes par conversion d'une force proton motrice. Chez les Eucaryotes, mitochondries et chloroplastes jouent des rôles essentiels dans le métabolisme énergétique. Leur organisation, que l'on peut relier à une origine endosymbiotique, est étroitement liée à leurs fonctions.	- expliquer les différents modes de conversion énergétique permettant la phosphorylation d'ADP en ATP intervenant au cours de la photosynthèse eucaryote et du catabolisme oxydatif ; - exploiter et relier des données mettant en évidence l'implication de réactions d'oxydoréduction et de flux de protons dans le fonctionnement des plastes et des mitochondries ; - présenter l'organisation fonctionnelle de la membrane interne de la mitochondrie animale, de la membrane du thylacoïde des chloroplastes et de la membrane plasmique d'une eubactérie nitratante en liaison avec la conversion d'énergie ; - décrire le principe de fonctionnement d'un complexe translocateur de protons (exemple préconisé : complexe cytochrome b6f ou bc1) ; - relier le principe de la conversion d'énergie aux caractéristiques de l'ATP-synthase ; - identifier les homologies entre les membranes et les chaînes précédentes de façon à argumenter leur origine commune ; - identifier la similitude fonctionnelle des processus membranaires mis en œuvre ; - présenter le principe du transfert photochimique à partir de l'exemple des pigments présents chez les plastes des chlorophytes ; - manipuler des valeurs et des diagrammes de potentiels redox ; - présenter et discuter une approche synthétique des différents modèles (modèles thermodynamiques fondés sur les potentiels redox et modèles moléculaires de transfert et de conversion énergétique) ; *Les précisions moléculaires sont limitées au strict nécessaire. Leur mémorisation ne va pas au-delà des données générales nécessaires à la présentation des modèles. En particulier, la liste des transporteurs d'oxydo-réduction, la structure fine des photosystèmes ne sont pas exigibles.* *Les arguments expérimentaux éventuellement présentés ne sont pas à mémoriser.*
La diversité des modes d'établissement de cette énergie potentielle (en particulier de la force proton-motrice) permet de distinguer différents types trophiques (chimioorganotrophie, photolithotrophie et chimiolithotrophie).	- définir les termes de chimiolithotrophie, chimioorganotrophie, photolithotrophie ; *Aucune précision supplémentaire concernant les « types trophiques » n'est exigible*.
I-C-3-b Métabolisme et transferts de matière **Fondements métaboliques de l'hétérotrophie** L'approvisionnement des cellules en éléments chimiques fondamentaux (carbone et azote) peut être assuré par hétérotrophie.	 - commenter un panorama des différentes transformations subies par les molécules organiques pénétrant dans la <u>*cellule eucaryote animale*</u>, seul

Dans la cellule hétérotrophe pour l'azote et le carbone, ces éléments entrent sous forme de molécules organiques qui peuvent être anabolisées ou catabolisées comme source d'énergie.	exemple exigible ;
La glycolyse est une voie métabolique permettant la formation d'ATP, de coenzymes réduits et de pyruvate par une chaine de réactions partant du glucose. L'oxydation du glycéraldéhyde 3-P dans le cytosol est une réaction clé. Le flux glycolytique est l'objet d'un contrôle cellulaire. Il participe à l'ajustement de la production d'ATP aux besoins de la cellule. Le pyruvate et les acides gras sont importés et utilisés dans la matrice mitochondriale pour produire de l'acétyl-coenzyme A, substrat du cycle de Krebs. Le cycle de Krebs est une voie de convergence du catabolisme. La production d'ATP est donc possible à partir de différents métabolites initiaux.	- définir et discuter la notion de « chaine de réactions » ; - commenter les différentes étapes de la glycolyse ; - identifier et exposer la réaction d'oxydoréduction et son couplage avec la phosphorylation ; - établir un bilan énergétique simple de la glycolyse ; - identifier les réactions clés, cibles des processus de contrôle ; - exposer un exemple d'enzyme glycolytique à régulation allostérique (exemple préconisé : phosphofructokinase I) ; - utiliser un modèle du cycle de Krebs ; Pour ces deux voies : - identifier les réactions d'oxydoréduction et le couplage de certaines d'entre-elles à une transphosphorylation - établir un bilan énergétique simple ; *Le détail des réactions métaboliques et la structure des composés intermédiaires de la glycolyse et du cycle de Krebs ne sont pas mémoriser.*
La transformation des molécules azotées entraine souvent une excrétion azotée.	- énoncer la nature des déchets azotés à l'échelle de l'organisme, sans détailler leur formation ;
Fondements métaboliques de l'autotrophie L'approvisionnement des cellules en éléments chimiques fondamentaux (carbone et azote) peut être assuré par autotrophie. Dans le chloroplaste de la cellule eucaryote végétale, l'énergie lumineuse permet de réduire en molécules organiques les formes minérales des éléments.	- exploiter et relier des données mettant en évidence les premières étapes de la fixation du carbone ; - établir un bilan de matière et d'énergie du cycle de Calvin ; - écrire les réactions conduisant du ribulose biphosphate aux trioses phosphates dans le cycle de Calvin ; - présenter l'organisation d'ensemble de la voie d'assimilation des nitrates par les nitrates réductases et le système GS-GOGAT ; - relier autotrophie à l'azote et absence d'excrétion azotée à l'échelle de l'organisme ;
La Rubisco est une enzyme oligomérique michaélienne à activités carboxylase et oxygénase. Cette double activité catalytique débouche sur deux effets qui s'opposent et dont le bilan détermine la fixation du carbone. Pour le métabolisme en C4, la PEP-carboxylase permet de fixer le dioxyde de carbone pratiquement jusqu'à épuisement. Il alimente les cellules ne possédant qu'un cycle de Calvin et	- exploiter et relier des données permettant d'établir l'existence d'une photorespiration ; - commenter un modèle de mécanisme C4-C3, sans mémorisation, de façon à argumenter l'existence de dispositifs de contournement de la photorespiration ; - énoncer les conséquences biologiques de la photorespiration et de son contournement à l'échelle cellulaire ;

leur permet de poursuivre ainsi la fixation et de contourner l'effet de la photorespiration.	*Les transformations chimiques autres que celles explicitement citées ne sont pas à mémoriser.* *L'étude détaillée de la photorespiration n'est pas attendue.* *Le métabolisme CAM n'est pas au programme.*
Les trioses phosphates produits par le cycle de Calvin sont stockés sous forme d'amidon dans le stroma chloroplastique ou exporté vers le cytosol. Ils sont à l'origine de la synthèse des différentes molécules organiques du vivant et de l'énergie utilisée par des voies analogues à celles des cellules hétérotrophes.	- commenter un panorama des différentes utilisations des trioses phosphates dans la cellule ; - relier le fonctionnement du chloroplaste et de la mitochondrie dans le métabolisme de la cellule ;
Des transformations similaires se déroulent dans certaines cellules bactériennes chimiolithotrophes.	- dégager la similitude des métabolismes du chloroplaste et de la bactérie chimiolithotrophe (exemple d'une eubactérie nitratante prise en exemple plus haut ; autotrophie au carbone et à l'azote) ; **Liens :** Travaux pratiques 2ème année : écosystèmes et chaines trophiques (§ III-B), cycle des éléments dont azote (§ III-C) Autres disciplines : Physique-Chimie

I-D Synthèse sur l'organisation fonctionnelle de la cellule (2 heures) Ce temps de synthèse identifié permet de rassembler les notions essentielles sur la cellule, eucaryote comme eubactérienne.

Travaux pratiques : première année, 6 séances

Organisation fonctionnelle de la cellule - remise en cohérence des acquis des classes antérieures - au fur et à mesure des cellules rencontrées, organisation fonctionnelle de différentes cellules d'organismes uni et pluricellulaires	- mise en œuvre de techniques d'études simples de la cellule - observation et identification des éléments d'organisation de la cellule (microscopie photonique - électronique) avec mise en relation des représentations 2D-3D
Nature, propriétés et techniques d'études des biomolécules	- réalisation d'une électrophorèse de protéines en conditions native et dénaturante - mise en évidence de l'existence de différents niveaux structuraux -chromatographie de pigments photosynthétiques de Chlorophyte et de Rhodophyte - analyse d'un résultat de blot (Western blot)
Cinétique enzymatique et son contrôle **-** approche expérimentale, interprétation en termes moléculaires	- suivi expérimental de la cinétique d'une réaction enzymatique, détermination de vitesses initiales dans le cas d'une cinétique michaélienne - détermination de KM et Vmax à l'aide d'un tableur - analyse et interprétation de données portant sur des cinétiques michaéliennes en présence ou non de différents types d'inhibiteurs (compétitifs - non compétitifs seulement) - interprétation en termes de structure des protéines avec utilisation d'imagerie moléculaire (site, spécificité, changement de conformation)

II – L’organisme : un système en interaction avec son environnement

II-A L’organisme vivant : un système physico-chimique en interaction avec son environnement	
Connaissances clés à construire	**Commentaires, capacités exigibles**
II-A-1 Regards sur l’organisme animal Tout organisme vivant est un système thermodynamique ouvert, en besoin permanent d’énergie. Dans le cas de l’organisme animal, ce besoin est satisfait par la consommation d’aliments (hétérotrophie), suivie de leur transformation. Les métabolites sont distribués dans l’ensemble de l’organisme et entrent ainsi dans le métabolisme. Le métabolisme énergétique aérobie est relié à la fonction respiratoire. Les déchets produits sont éliminés. La reproduction est un processus conservatoire et diversificateur. Elle génère des individus qui sont de la même espèce que les parents, mais dont la diversité ouvre à la sélection. La réalisation de l’ensemble de ces fonctions s’accompagne de mouvements de l’organisme. L’organisme est en interactions multiples avec son environnement biotique et abiotique. La survie individuelle dépend de systèmes de perception et de protection. Face aux variations d’origine interne ou externe, les interrelations entre fonctions permettent soit une régulation, soit une adaptation. L’étude de l’organisme relève ainsi d’approches multiples, diversifiées et complémentaires : taxonomique, écologique, agronomique, technologique.	*Le concept de l’organisme vivant est abordé à partir d’un exemple de ruminant, la vache. Cet exemple permet de définir les grandes fonctions et de les mettre en relation avec les structures associées (appareils, tissus, organes…).* *Loin de constituer une monographie, il s’agit d’une vue d’ensemble des fonctions en insistant avant tout sur les interrelations entre fonctions ainsi que sur leur dimension adaptative et évolutive pour en faire ressortir les points essentiels.* - identifier les caractères morphologiques, anatomiques… permettant de placer un animal dans une classification ; - connaitre les différentes fonctions et relier les grands traits de leur réalisation aux supports anatomiques, dans un milieu de vie donné ; - expliquer et identifier sur quelques situations simples les interactions entre les fonctions qui fondent l’unité de l’organisme ; - montrer qu’un animal est inclus dans différents systèmes de relation : relations intraspécifiques et interspécifiques (dont la domestication) ; - montrer qu’en tant qu’«objet technologique », la vache est le produit d’une domestication et d’une sélection par l’homme ;
II-A-2 Plans d’organisations et relation organisme/milieu Ces notions ont une portée générale dans la description du monde animal. Le fonctionnement des organismes repose sur les mêmes grandes fonctions, réalisées par des structures différentes ou non selon les plans d’organisations, dans des milieux identiques ou différents. Pour des fonctions identiques, dans des milieux comparables, on identifie des convergences entre des dispositifs homologues ou non, correspondant ou non à des plans d’organisations différents. *Il s’agit d’un temps de synthèse qui permet de confronter les observations faites en travaux pratiques aux connaissances et concepts construits en II-A-1.* *On se limite aux animaux et aux fonctions dont les structures associées sont observables en travaux pratiques. Les autres aspects de la biologie de ces animaux ne sont pas abordés* **Liens** Travaux pratiques - 2ème année : respiration (§ II-C)	

Travaux pratiques : première année, 5 séances

Diversité des organismes pluricellulaires	
- Souris : (2 séances) - Poisson téléostéen - Langoustine, Ecrevisse - Criquet	L'étude des différents exemples permet de soutenir les deux chapitres précédents en étant conduite sous différents angles : - caractéristiques du plan d'organisation par analyse de la morphologie et de l'anatomie - anatomie fonctionnelle et anatomie comparée - réalisation des fonctions et relations organismes /milieu de vie - quand c'est possible, relations interspécifiques (parasites visibles, symbiotes etc.) Observations en lien avec la partie II-A-2 (morphologie et anatomie) : - Souris : appareil digestif, appareil « cardio-respiratoire », limité au départ du cœur des principaux vaisseaux, appareil uro-génital ; coloration et observation du contenu du caecum - Poisson téléostéen : appareil digestif, région branchie cœur avec au moins un arc aortique, appareil reproducteur - Ecrevisse – langoustine : extraction des appendices (sans la nomenclature des parties des appendices), appareil digestif, appareil circulatoire, cavité branchiale, appareil reproducteur, chaine nerveuse dans la région abdominale - Criquet : extraction des pièces buccales – (nomenclature limitée au nom de l'appendice), montage de trachées Eléments d'histologie Les lames citées seront pour certaines observées à l'occasion de ces séances de travaux pratiques, pour d'autres lors de celles consacrées à différentes parties du programme de première année. Tégument (Mammifère, Téléostéen, Arthropode), intestin (Mammifère), gonades (Mammifères). **Liens :** § II-A, II-D Ces éléments seront complétés en seconde année (§ II-B, II-C).

Seconde année

II-B Exemple d'une fonction en interaction directe avec l'environnement : la respiration	
Connaissances clés à construire	**Commentaires, capacités exigibles**
	L'argumentation est mémorisée sur un nombre réduit d'exemples : mammifère, poisson téléostéen, crustacé, insecte et s'appuie sur les observations faites en travaux pratiques.
Les échanges respiratoires reposent exclusivement sur une diffusion des gaz et	- relier les dispositifs observés aux différentes échelles :

par conséquent suivent la loi de Fick. L'organisation des surfaces d'échange respiratoires tout comme les dispositifs de renouvellement des fluides dans lesquelles elles s'intègrent contribuent à l'efficacité des échanges. Selon les plans d'organisation, des dispositifs différents réalisent la même fonction. Dans le même milieu, pour des plans d'organisation différents, des convergences fonctionnelles peuvent être détectées et reliées aux contraintes physico-chimiques du milieu de vie (aquatique ou aérien). La convection externe et la convection interne des fluides maintiennent les gradients de pression partielle à travers l'échangeur. Les caractéristiques de molécules à fonction de transport conditionnent les capacités d'échange au niveau de l'échangeur et au niveau des tissus. La quantité de transporteurs limite aussi la quantité de dioxygène transportée et l'activité de l'organisme. La modulation de la quantité de gaz échangés passe essentiellement par des variations contrôlées de la convection. Le paramètre limitant de la respiration dépend de la solubilité différentielle de l'O_2 et du CO_2 en milieu aquatique et aérien ; le stimulus du contrôle de la respiration est différent dans l'air et dans l'eau.	o aux contraintes fonctionnelles (diffusion – loi de Fick) ; o aux contraintes du milieu de vie (densité, viscosité, richesse en eau, en dioxygène). - identifier et énoncer des convergences anatomiques ou fonctionnelles ; - analyser la convection externe sur deux exemples : un téléostéen pour la convection externe en milieu aquatique et un mammifère pour la ventilation pulmonaire ; - expliquer l'optimisation des gradients de pression partielle sur un exemple d'échange à contre-courant ; - relier les conditions locales de la fixation et du relargage du dioxygène aux propriétés de l'hémoglobine et au fonctionnement de l'hématie. L'hémoglobine humaine de l'adulte sera le seul exemple abordé ; *Les mécanismes de l'érythropoïèse et de son contrôle sont hors programme.* *Les mécanismes de contrôle de la ventilation ne sont pas au programme.* **Liens :** § I-A-2 (protéines), § I-C-3 (respiration) TP première et seconde année

II-C Un exemple d'intégration d'une fonction à l'échelle de l'organisme	
Cette partie doit apprendre à montrer comment certains paramètres de l'organisme sont régulés (boucles de régulation) et comment des contrôles permettent l'adaptation de l'organisme à des situations particulières. Ces réponses se font à différentes échelles de temps (court terme, moyen terme) et d'espace (réponses locales et globales). Elles font intervenir des communications intercellulaires par des voies nerveuses et humorales qui sont étudiées ici sur un exemple.	
Connaissances clés à construire	**Commentaire, mise en œuvre**
	Cette partie porte uniquement sur l'exemple du système circulatoire des Mammifères, essentiellement l'Homme.

La circulation est un système de distribution à haut débit de nutriments, gaz, ions, hormones au sein de l'organisme.	- présenter l'organisation générale du système circulatoire : circulation systémique et circulation pulmonaire ; - présenter les différents segments vasculaires (artères, artérioles, capillaires) sous leurs différents aspects anatomiques, histologiques, fonctionnels ; **Liens :** Travaux pratiques, § II-A, § I-C
Le cœur est une pompe qui met le sang sous pression ; il est à l'origine du débit sanguin global.	- relier la description du cycle cardiaque au rôle de pompe du cœur ; - mettre en relation débit cardiaque, fréquence et volume d'éjection systolique ;
Le cœur présente un automatisme de fonctionnement, conséquence des propriétés du tissu nodal.	- relier la localisation des structures impliquées dans l'automatisme avec la séquence de contraction ; - expliquer le lien entre le rythme cardiaque et l'activité des cellules nodales (potentiel de pacemaker) ; - établir le lien entre conductance ionique et variations du potentiel membranaire des cellules nodales ; *Le lien entre l'activité du tissu nodal et le déclenchement de la contraction des cellules musculaires cardiaques est simplement mentionné. Le mécanisme de contraction des cellules musculaires cardiaques n'est pas au programme.* **Lien :** § I-B
La pression artérielle moyenne est la résultante de paramètres circulatoires (débit et résistance vasculaire).	- définir la relation entre pression artérielle moyenne et pression artérielle différentielle ; - présenter les relations entre les composantes de la pression artérielle, à l'échelle de la circulation générale comme à l'échelle de la circulation locale ; **Liens :** Physique : analogie avec un système électrique ; mécanique des fluides
La pression artérielle moyenne est maintenue dans une gamme de valeurs restreinte, variable selon les individus et les conditions, par des mécanismes de régulation.	- décrire les fonctions des différentes composantes d'une boucle de régulation sur l'exemple du baroréflexe ; *L'organisation du système neurovégétatif n'est pas au programme.* - présenter et appliquer le concept de boucle de régulation ; - savoir expliquer des dysfonctionnements par des interactions entre génotype et environnement ou par la sénescence, toutes les données étant fournies. *Aucun exemple n'est à mémoriser ;*
Dans le cas de l'**adaptation** à l'effort physique, les débits globaux et locaux sont modifiés.	- montrer comment à partir de variations associées au début de la période d'effort, à la période d'effort puis à la fin de cette période d'effort, des régulations sont mises en jeu ainsi que des modifications permettant

	d'adapter le fonctionnement de l'organisme aux différents contextes ; - décrire les mécanismes du contrôle de la fréquence cardiaque par les cellules nodales jusqu'à l'échelle cellulaire et moléculaire ;
Les **boucles de contrôle** forment en réalité des **réseaux interconnectés**. La réponse à une situation particulière comme l'hémorragie met en jeu différentes boucles de régulation et fait intervenir des mécanismes à différentes échelles temporelles.	- présenter les conséquences des modifications du débit global et local sur la pression artérielle ; - présenter les réactions à une hémorragie à différentes échelles de temps (court terme et baroréflexe, adaptation à long terme et catécholamines, système rénine-angiotensine, aldostérone, ADH) ; *L'organisation du rein et son fonctionnement ne sont pas au programme. Les mécanismes de contrôle de la soif ne sont pas au programme.* *Pour les contrôles autres que celui de la fréquence cardiaque, les voies de transduction à l'échelle cellulaire ne sont pas au programme.*

Travaux pratiques : deuxième année, 3 séances

Etude d'une fonction : la respiration - Souris - Poisson téléostéen - Langoustine ou Écrevisse - Criquet - Moule - Planaire - « vers marins » (de type Arénicole, Néréis)	L'étude des différents exemples est conduite autour de l'optimisation des différents paramètres de la loi de Fick. Les observations sont menées à différentes échelles et sur des supports de natures différentes : dissections si nécessaires, coupes histologiques, analyse de diagrammes d'échanges, préparations tissulaires. En particulier, les relations entre l'échangeur respiratoire et la convection interne (brassage ou appareils circulatoires) font l'objet d'une attention particulière. Ces séances s'appuient sur ce qui a été fait lors des 5 séances de 1ère année consacrées aux plans d'organisation. Gestes exigibles au concours : - Mettre en évidence les échangeurs respiratoires sur les exemples cités ou proches de ceux cités ; - Montage de filaments branchiaux et de trachées. Pour les animaux disséqués en première année, la séance s'appuie entre autres sur des études de lames.
Cœur et vaisseaux sanguins	- identifier les différentes cavités et valvules du cœur de mammifère et comprendre la mise en circulation du sang. Repérer les vaisseaux qui arrivent et partent du cœur (sur cœur réel ou/et sur modèle 3D)

	- caractériser les différents vaisseaux de l'organisme à l'aide de préparations microscopiques et d'électronographies *L'étude sera limitée aux artères, artérioles, veines et capillaires.*
Pression artérielle et régulation	*L'utilisation de modèles numériques portant sur le fonctionnement et le contrôle de l'activité cardiaque ou sur une régulation d'un paramètre circulatoire est possible mais non exigible.*

II-D Ontogenèse et reproduction	
II-D-1 Reproduction des organismes animaux et végétaux La reproduction des organismes animaux et végétaux est une source de multiplication des individus. En outre, selon les mécanismes, elle participe plus ou moins à leur diversification. **Reproduction sexuée**	**Liens :** La multiplication est reliée à ses conséquences sur la dynamique des populations et des écosystèmes (2ème année : § III). La diversification est reliée aux aspects génétiques et évolutifs (§ IV biodiversité).
La reproduction sexuée des organismes s'inscrit dans un **cycle de reproduction**.	- tracer les cycles d'une Angiosperme, d'un Polypode et d'un animal (à choisir parmi les exemples traités précédemment) ; - placer sur ce cycle les éléments clés d'un cycle de reproduction : alternance de phases, alternance de générations, formation de spores ou de gamètes, fécondation, moment de la sexualisation, de la multiplication et de la diversification, lien au cycle des saisons… ; *La localisation de la formation des spores, des gamètes, des gamétophytes dans les organismes est connue, les mécanismes de leur formation ne sont pas au programme. L'exemple du Polypode ne doit servir qu'à présenter un cycle digénétique haplodiplophasique, avec des spores ou des gamétophytes facilement identifiables pouvant servir de référence.*
Les modalités de rapprochement des gamètes sont diverses et peuvent être reliées avec le milieu et le mode de vie des organismes. Elles s'accompagnent fréquemment de phénomènes de tri qui jouent sur les processus de diversification. D'une façon générale, les gamètes peuvent être libérés dans le milieu de vie et réalisent une fécondation externe (en milieu aquatique surtout), ou se rencontrer dans l'organisme femelle en une fécondation interne (lien avec le milieu aérien).	- analyser les liens entre reproduction et milieu et mode de vie ; - montrer et argumenter l'existence fréquente d'un tri des partenaires associé au rapprochement des gamètes et ses conséquences ; - montrer que les modalités de rapprochement des gamètes sont liées au milieu et au mode de vie, en se limitant à deux exemples animaux (une espèce aquatique à vie fixée et une espèce réalisant une parade nuptiale permettant un choix de partenaire et préludant à un accouplement), ainsi qu'à trois exemples végétaux (Angiosperme, Fucus, Polypode)

Chez les Angiospermes, en milieu aérien, la pollinisation permet le rapprochement des cellules impliquées dans une double fécondation. Après tri des tubes polliniques, la double fécondation conduit à l'évolution du sac embryonnaire en embryon, de l'ovule en graine et de la fleur en fruit. La **fécondation sensu stricto** repose sur la fusion des gamètes et de leurs matériels génétiques ; les mécanismes cellulaires et moléculaires participent à assurer le caractère intraspécifique de cette fécondation et la diploïdie du zygote. **Reproduction asexuée** Certains organismes peuvent réaliser une reproduction asexuée, grâce au recrutement de structures variées, y compris le gamète femelle. Celle-ci peut assurer, dans des conditions favorables, une multiplication importante du nombre des individus, avec des conséquences ambivalentes sur la conservation de l'identique et la diversification.	- décrire la fleur des Angiospermes et les gamétophytes en liaison avec leur fonction dans la reproduction sexuée ; - identifier différents types de pollinisation et les caractères des fleurs et des grains de pollen associés (lien § III-B) ; - expliquer le principe de la double fécondation ; - présenter les devenirs du sac embryonnaire fécondé, de l'ovule et de la fleur ; les étapes de ces évolutions ne sont pas exigibles ; **Liens** : Relier le système sporophytique d'auto-incompatibilité et le brassage génétique lié à la reproduction sexuée (§ IV-C) ; le mécanisme moléculaire n'est pas au programme. Mettre en relation l'organisation des gamètes mâles et femelle avec les modalités cellulaires de la fécondation. *On se limite au modèle Mammifère (en liaison avec le § D-II).* - relier la possibilité de reproduction asexuée à des caractéristiques de l'organisme (possibilité de dédifférenciation en particulier, réserves…) ; - relier les caractéristiques de la reproduction asexuée à ses conséquences génétiques, biologiques, écologiques ; *On se limite à la reproduction asexuée des Angiospermes. La parthénogenèse peut être mentionnée mais non développée.* **Liens :** Travaux pratiques Si les travaux pratiques sont l'occasion de parcourir et d'analyser diverses modalités à la lumière des concepts visés, par contre, le nombre d'exemples utilisés en cours reste limité à ce qui peut servir l'illustration de ces concepts à l'exclusion de toute description exhaustive des modalités. 1ère année : Mécanismes de la mitose (§ IV-B), méiose et diversification des génomes (§ IV-C), organisation de l'appareil végétatif des Angiospermes (§ II-E). 2ème année : Dynamique des populations (§ III-A)
II-D-2 Développement d'un organisme animal	
Développement embryonnaire et acquisition du plan d'organisation Le développement embryonnaire animal se déroule suivant plusieurs étapes continues	*L'étude du développement s'effectue sur des organismes modèles. Les étapes du développement sont étudiées sur un amphibien en se limitant au développement embryonnaire. L'étude du contrôle peut se référer à d'autres modèles.* - décrire les étapes du développement embryonnaire d'un Amphibien pour argumenter la mise en place

(segmentation, gastrulation, organogenèse) et permet la mise en place d'un plan d'organisation (larvaire ou juvénile). Dans ses grands traits, cette succession est commune, en particulier chez les Vertébrés. Différents mécanismes cellulaires interviennent qui permettent d'expliquer la multiplication des cellules (mitoses), la mobilité des cellules et des ensembles de cellules. L'organogenèse repose sur la différenciation des tissus et des cellules.	progressive du plan d'organisation (acquisition du caractère pluricellulaire, symétrie et polarité, feuillets…) jusqu'au stade bourgeon caudal ; *Aucune mémorisation d'exemples complémentaires n'est exigée.* - lier les grands types de phénomènes constatés aux mécanismes qui les permettent (divisions cellulaires, adhérence intercellulaire, intervention du cytosquelette…) ; - présenter un exemple de différenciation cellulaire, ainsi que les évènements génétiques associés (exemple préconisé : la différenciation du myocyte squelettique) ; - transposer le modèle établi à d'autres cas de différenciation cellulaire à partir de documents ; *On se limite à un exemple pour chaque grand mécanisme.* **Liens** : Mitose (§ IV-B) Organisation des cellules eucaryotes et de leurs matrices extracellulaires (§ I-A, B et D)
Contrôle du développement embryonnaire Des cellules issues par mitose du zygote, donc avec un même génome, se différencient progressivement en fonction de leur position, ce qui aboutit à la formation de territoires, d'organes, de tissus spécialisés occupant une place spécifique dans le plan d'organisation. Cette évolution est contrôlée dans l'espace et dans le temps par des échanges d'informations reposant sur des communications inter et intracellulaires. Des cascades d'induction spécifient et modulent progressivement la différenciation des cellules et des territoires, modifient les caractéristiques de leurs réponses aux signaux (compétence) et spécifient de proche en proche leur devenir. In fine, ces systèmes d'information interagissent avec des réseaux de gènes, conservés dans l'évolution, dont l'expression est contrôlée par des facteurs de transcription et qui orchestrent le développement embryonnaire. Dans les grandes lignes, ces modèles d'interaction se retrouvent, non seulement chez tous les animaux, mais aussi chez les plantes.	- exploiter des données permettant d'établir un système de régulation, le principe des méthodes étant fourni (Knock-out de gènes, utilisation de gènes rapporteurs, hybridations in situ…) ; - présenter un exemple d'induction embryonnaire en s'appuyant sur un nombre limité de résultats expérimentaux ; - identifier et définir les cellules inductrices et compétentes ; - expliquer la relation entre induction, compétence et jeu du ou des signaux inducteurs ; - définir et présenter les gènes de développement à partir de l'exemple des gènes homéotiques ; - plus globalement, présenter un modèle de lien entre les phénomènes (induction, compétences), les signaux en jeu et l'évolution progressive des cellules au cours du développement embryonnaire ; **Liens** : Modalités de signalisation intercellulaire (§ II-C) Propriétés des protéines et leurs interactions (§ I-A) *Aucune argumentation ni connaissance n'est exigible.* *Il s'agit simplement d'être capable de transférer les concepts acquis sur les animaux, toutes informations nécessaires à l'analyse, à la discussion et au raisonnement étant fournies.*

Travaux Pratiques : première année, 5 séances

Structures et cellules impliquées dans la reproduction	Etude des organes reproducteurs et des cellules reproductrices : - localiser des cellules reproductrices sur des coupes histologiques de gonades de Mammifères - prélever et observer des gamètes mâles et femelles (Fucus ou Oursin) ; réaliser une fécondation in vitro - réaliser et/ou observer des coupes d'ovaires, d'anthères et d'ovules d'Angiospermes - observer des structures reproductrices de Polypode **Liens** : Organisation des appareils reproducteurs observés au cours des dissections (§ II-A) Méiose (§ IV-C)
Développement embryonnaire des Amphibiens	Analyse des différentes étapes à partir d'embryons entiers ou de coupes Identification des structures et de la chronologie de leur mise en place
Les fleurs des Angiospermes	Observations, dissections, analyse de fleurs d'Angiospermes : - organisation florale en liaison avec le mode de pollinisation - organisation florale et systématique : utiliser une flore **Lien :** Classe sur le terrain
Fruits et graines	Observations de fruits et de graines afin de : - dégager les grands traits de l'organisation de fruits et de graines (en relation avec leur place dans la reproduction) - mettre en relation organisation des structures et mode de dissémination - repérer des homologies et des convergences dans la réalisation des fonctions des fruits et graines. (La typologie des fruits et des graines n'est pas au programme)
Multiplication végétative des Angiospermes	- analyse de quelques cas de multiplication végétative (organes concernés, modalités et facteurs de la multiplication…)
Classe de terrain La classe de terrain permet de mettre en œuvre certaines pratiques abordées en classe et de faire le lien avec d'autres échelles d'études (biotope, écosystème). Elle est également l'occasion de relier biologie et géologie et d'ouvrir sur les problématiques de géographie.	- utiliser une clé de détermination

II-E Diversité morpho-fonctionnelle des Angiospermes

L'analyse du développement et du fonctionnement d'une Angiosperme se construit autour de plusieurs problématiques.
L'organisme fixé, vivant à l'interface entre sol et atmosphère, permet la réalisation de fonctions de nutrition exploitant ces deux compartiments ; cet organisme est **adapté au milieu terrestre**, à ses contraintes et à ses fluctuations. L'étude de la nutrition végétale prépare une approche écologique (§ III-B).
Des corrélations trophiques et hormonales au sein de l'organisme, comme chez les animaux (§ II-A & D), assurent le fonctionnement intégré de l'organisme et son adaptation au milieu (en particulier au rythme saisonnier tempéré).
La comparaison avec le modèle animal permet de **dégager l'unité** des systèmes de contrôle du développement des pluricellulaires **mais aussi la spécificité** du développement végétatif et reproducteur des Angiospermes, en relation avec leur plan d'organisation, leur mode de vie fixée et l'intégration de signaux environnementaux (§ II-D-2).

Connaissances clés à construire	**Commentaires, capacités exigibles**
II-E-1 Nutrition des Angiospermes en liaison avec le milieu **Absorption d'eau et d'ions et lien avec le milieu de vie**	
Le végétal exploite le sol par une absorption racinaire d'eau et d'ions minéraux mettant en action des échanges membranaires (pompes à ions, canaux et transporteurs). Cette absorption s'effectue soit directement à partir de la solution du sol, soit, le plus souvent, grâce au fonctionnement d'associations symbiotiques (mycorhize). L'absorption de l'eau suit le gradient de potentiel hydrique mis en place. L'absorption d'eau et d'ions est à l'origine de la sève brute.	- préciser l'existence de deux grandes voies d'entrées : une par les mycorhizes, l'autre par les poils absorbants ; - utiliser la notion de potentiel hydrique et de potentiel électrochimique pour discuter des flux d'eau et d'ions ; - présenter le fonctionnement général d'une mycorhize, *aucun mécanisme moléculaire n'est exigible ;* *Les mécanismes de mise en charge du xylème sont hors programme*.
Les stomates permettent un flux d'eau par transpiration qui met en mouvement la sève brute dans le xylème, tout en permettant les échanges de CO_2 et O_2 entre l'atmosphère externe et l'atmosphère interne du végétal. Ces échanges, qui jouent à la fois sur l'équilibre hydrique du végétal et sur son métabolisme, sont contrôlés.	- expliquer le fonctionnement des stomates et son contrôle par différentes agents ; *Les seuls facteurs exigibles sont la lumière et l'humidité relative ; les mécanismes moléculaires détaillés sont hors programme*. - expliquer la montée de la sève brute ; *Les mécanismes de couplage avec la circulation de la sève élaborée sont hors programme*.
Des caractéristiques adaptatives liées aux échanges nutritifs ont été sélectionnées dans des milieux particuliers.	- mettre en relation les modifications morpho-anatomiques observées en milieu sec (tolérance ou limitation des pertes en eau) ou aquatique avec les contraintes spécifiques liées aux conditions de milieu ; *En relation avec les observations réalisées en travaux pratiques, les éléments mémorisés sont limités aux grands types de dispositifs, sans qu'aucun détail ne soit exigible.*
Distribution des assimilats	- décrire les principales corrélations trophiques entre

photosynthétiques au sein du végétal Les photosynthétats produits dans les organes sources sont distribués dans les organes puits via la sève élaborée, en particulier de réserve, avec une périodicité quotidienne et, en milieu tempéré par exemple, saisonnière.	organes au sein du végétal et les relier à leur périodicité quotidienne ou saisonnière ; - présenter les voies de circulation apoplasmiques et symplasmiques ; - identifier et analyser la fonction de réserve d'un organe végétatif au choix à l'échelle de l'organe, de la cellule, des molécules (mise en réserve, nature des réserves, localisation, mobilisation) ; - pour l'organe de réserve choisi, mettre en relation mise en place et mobilisation des réserves avec les contraintes saisonnières du milieu tempéré ; *L'étude des mécanismes est limitée à un exemple pris sur un organe de réserve.* **Liens :** Travaux pratiques, § I-A-2, § I-C-3, § II-E-2, § II-F, § III-B
II-E-2 Développement des Angiospermes **Développement végétatif à l'interface sol/air** Le développement végétatif met en place un organisme vivant à l'interface entre le sol et l'air. Les zones apicales comprennent des zones de division (mérèse) et de croissance cellulaire (auxèse). Le fonctionnement de l'apex caulinaire, responsable d'une croissance indéfinie des organes aériens, détermine en outre la position des différents organes aériens. Les facteurs biotiques et abiotiques du milieu influent sur le développement, et participent à l'adaptation à la vie fixée. **Développement de l'appareil reproducteur** Le développement reproductif met en place la fleur par transition du méristème apical caulinaire en méristème reproducteur, inflorescentiel ou floral. Le développement floral et l'identité des organes floraux sont déterminés par des gènes, dont certains, comme chez les	- repérer les zones de croissance au niveau d'un organisme angiosperme ; - présenter l'implication de deux mécanismes cellulaires (mérèse et auxèse) dans la croissance ; - décrire l'organisation du méristème apical caulinaire végétatif et la relier à la mise en place d'organes et de tissus ; - expliquer les effets de l'auxine dans le contrôle de l'auxèse ; *Seules sont exigibles les connaissances portant sur le méristème apical caulinaire. Le contrôle du développement végétatif, la voie de transduction et les mécanismes moléculaires de transport de l'auxine ne sont pas au programme*. - attribuer à des influences biotiques des modifications du développement ; *on se limite à un des exemples vus en TP (mycorhize, nodosité) sans détailler les mécanismes ;* *L'influence des facteurs abiotiques n'est abordée qu'à partir du développement reproducteur.* **Liens :** § I-B-2, § IV-B - décrire l'évolution du méristème apical caulinaire végétatif en un méristème floral produisant des organes floraux ; - identifier l'implication de certains gènes contrôlant

animaux, sont des gènes homéotiques, et impliquent des activations en cascade. Dans les milieux tempérés, cette transition s'effectue en lien avec des facteurs environnementaux.	cette transition en montrant leur caractère homéotique ; - présenter un modèle de contrôle génétique de la détermination de l'identité des organes floraux ; *Limite : seul l'exemple des fonctions ABCE dans le modèle Arabidopsis est étudié ; la nomenclature des gènes impliqués n'est pas exigible.* **Liens :** Gènes homéotiques (§ II-D-2) et fonctions de la fleur (§ II-D-1) - présenter l'action de facteurs environnementaux contrôlant le rythme saisonnier de la floraison ; *On se limite à un exemple de l'effet de la vernalisation et de la photopériode*. - présenter l'existence d'un relai hormonal ; *Le détail des hormones intervenant dans la floraison et leur mécanisme d'action ne sont pas exigibles.*

Travaux pratiques : seconde année

Organisation générale et lien avec le développement. Etude morphologique, anatomique et fonctionnelle des tiges, des feuilles et des racines (relation structure-fonction) et adaptation au milieu. Adaptation à la fonction de réserve des organes et tissus végétatifs.	 - organisation générale de l'axe végétatif (tige, feuille et racine) - indentification des unités de croissance - bourgeon (dissection) - observation d'ectomycorhizes - observation de cernes en lien avec la saisonnalité - coupe de limbe de feuille - coupes de tiges (structures primaires et secondaires) - coupes de racines (structures primaires et secondaires) - adaptation des feuilles et tiges au milieu sec : sclérophytes et malacophyte - anatomie des feuilles de plantes en C4 - adaptation au milieu aquatique : développement de l'aérenchyme, évolution régressive liée au retour en milieu aquatique Gestes exigibles au concours : - réaliser des coupes à main levée avec coloration au carmino-vert - reconnaître les structures assurant la fonction de réserve et celle protection (y compris en dégageant des convergences évolutives) - réaliser une coloration à l'eau iodée afin de mettre en évidence des réserves amylacées. - utiliser les représentations conventionnelles pour réaliser des schémas d'interprétation des coupes (les codes restant à la disposition des étudiants) ; Tissus à savoir reconnaître :

	parenchyme chlorophyllien, parenchyme de réserve, xylème, phloème, épiderme, sclérenchyme, collenchyme, endoderme, méristème *L'étude anatomique est réalisée à partir de coupes à main levée ou de lames du commerce. La détermination de la position systématique et du type d'organe sont hors programme.*

II-F Diversité morpho-fonctionnelle des organismes	
Cette partie correspond à une présentation d'un plus grand nombre de modèles autres que ceux déjà rencontrés (§ II-A à E) et concerne donc les organismes qui ne sont ni des métazoaires, ni des Embryophytes. Outre les grands traits de leur organisation, on montre ici que des fonctions du vivant peuvent être assurées dans des milieux différents et/ou avec des plans d'organisation différents, y compris à l'état unicellulaire. Les fonctions choisies, **nutrition** et **croissance**, sont mises en regard avec la façon dont elles sont réalisées chez les Métazoaires (§ II-A à D) et les Embryophytes (§ II-E). Cette partie est un **temps de synthèse**, permettant de regrouper et d'ordonner les apports des séances de travaux pratiques, de façon à relier les modalités de réalisation des fonctions biologiques à une adaptation au milieu et/ou aux contraintes du plan d'organisation. Elle permet de présenter les organismes nécessaires à la compréhension des mécanismes écologiques du § III-B et complète le panorama de la biodiversité qui sera reprise dans un canevas phylogénétique et évolutif au § IV-E. **Les notions sont illustrées à partir des seuls exemples vus en TP.** Ni les cycles de reproduction, ni les mécanismes moléculaires de la croissance ou de la nutrition ne sont à connaître.	
Connaissances clés à construire	**Commentaire, mise en œuvre**
II-F-1 Organismes pluricellulaires Les organismes pluricellulaires sont formés de cellules différenciées ou non, organisées ou non en tissus, voire en organes.	- relier mode de croissance (diffuse ou localisée) et plan d'organisation ; - relier la structure de l'organisme, les caractéristiques de la croissance aux modes de nutrition (autotrophie / hétérotrophie) ;
En milieu aquatique, il existe des **autotrophes** pluricellulaires dont la nutrition repose sur la diffusion entre le milieu extérieur et l'organisme et, pour certains, sur des échanges intercellulaires au sein de l'organisme.	- chez les autotrophes, identifier des surfaces d'échanges, des surfaces photosynthétiques ; - expliquer le rôle du pyrénoïde dans la concentration du CO_2, comme une alternative au métabolisme C4 vu en milieu aérien ; *Limites : Les mécanismes moléculaires des échanges membranaires de nutriments, le détail des voies métaboliques, la liste et la structure moléculaire des pigments ne sont pas au programme.* **Liens :** Métabolisme photosynthétique (§ I-C-3), Angiospermes aquatiques (§ II-E-1)
En milieu aérien principalement, certains **hétérotrophes** au carbone sont constitués de filaments pluricellulaires (champignons), dont la croissance permet l'exploration du milieu et	- relier l'exodigestion et l'absorbotrophie aux caractéristiques structurales des champignons (présence d'une paroi, mycélium diffus et ramifié explorant le milieu) ;

le prélèvement de matière organique par absorbotrophie, voire exodigestion, à partir de substrats morts (saprotrophie ou nécrotrophie parasite) ou vivants (biotrophie, mutualiste ou parasite). **II-F-2 Organismes unicellulaires** Certains organismes assurent l'ensemble des fonctions au niveau d'une seule cellule (vie unicellulaire).	- relier l'existence de structures végétatives complexes à des modes de nutrition particuliers (lichen, ectomycorhize) ; - illustrer la diversité des modes trophiques utilisés par les champignons ; **Lien :** Mycorhize (§ II-E-1) - montrer que les modes trophiques déjà vus dans les paragraphes précédents du § II, peuvent être réalisés à l'échelle d'une cellule ; - mode autotrophe (diatomée ou euglène) ; - mode hétérotrophe absorbotrophe, voire avec exodigestion (*Saccharomyces cerevisiae*, *Plasmodium* ou *Trypanosoma*, *Escherichia coli*, *Rhizobium*), - mode hétérotrophe phagotrophe de type animal (paramécie ou amibe) ; **Liens :** Métabolisme (§ I-C-3), reproduction (§ II-D), écosystèmes (§ III-B)

Travaux pratiques : deuxième année, 3 séances

Diversité des organismes - « Champignons » au sens large et écologique : *Sordaria*, un champignon ectomycorhizien (étude de la mycorhize), *Saccharomyces cerevisiae* - un lichen - un parasite (un agent du Mildiou) - « Algues » au sens écologique : - unicellulaire (diatomée) - filamenteuse (rouge, type *Antithamnion* ou *Polysiphonia*) - en lame (*Ulva*) - à structure complexe (*Fucus*) - Eubactérie : - unicellulaire hétérotrophe (*Escherichia coli ; Rhizobium* sp.) - pluricellulaire autotrophe (cyanobactérie : *Nostoc* sp.) - Eucaryotes unicellulaires hétérotrophes : - une paramécie ou une amibe phagotrophe - un unicellulaire parasite (*Plasmodium* ou *Trypanosoma*)	L'étude des différents exemples appuie non seulement l'étude de la diversité des organismes (§ II-F) mais aussi la phylogénie des Eucaryotes (§ IV-E). La nutrition mycorhizienne des végétaux (§ II-F) et les relations interspécifiques (§ III-B) sont également illustrées ici. L'exemple de *Sordaria* est proposé en rappel de la génétique (§ IV-C). Pour tous ces organismes, les observations et manipulations effectuées à partir de matériel vivant, de lames mais aussi de micrographies (microscopie électronique) et de documents vidéo-microscopiques, servent de support à la compréhension : - des caractéristiques du plan d'organisation général et cellulaire - des modalités de croissance - de la réalisation des fonctions de nutrition (échanges, photosynthèse, fixation de l'azote) - des fonctions de reproduction, chez les champignons lorsque c'est possible, chez le Fucus ; *mais les cycles ne sont pas attendus ni l'identification exacte des cellules reproductrices (spore ou gamète*) Gestes et compétences exigibles : - réaliser des préparations microscopiques et utiliser des colorants de montage :

	— coloration de mycéliums au bleu coton lactique et d'algues possédant de l'amidon à l'eau iodée — montage et coupes transversales d'ectomycorhizes colorées ou non, — coupes transversales dans le thalle et dans les réceptacles de *Fucus* — frottis bactériens et coloration Gram - repérer les structures subcellulaires au microscope photonique (plastes, vacuoles, pyrénoïdes, amidon, gouttelettes lipidiques, synapses…) - proposer des extrapolations sur les liens entre structure et fonction notamment dans les tissus d'organes complexes (*Fucus*, ectomycorhize, lichen), ou des adaptations à un mode trophique - analyser des electronographies et des documents vidéo-microscopiques - savoir trouver des ectomycorhizes dans un sol forestier *ad hoc* **Lien :** Diversité pigmentaire, Travaux pratiques associés au § I

III – Populations, écosystèmes, biosphère

La dynamique des populations repose tout d'abord sur la capacité des êtres vivants à se reproduire mais aussi à se développer (§ II-D). En abordant progressivement les échelles supérieures à celle de l'organisme (population, communauté, écosystème, biosphère), cette partie amène à construire des représentations dynamiques des systèmes vivants. Les modèles construits reposent sur des approches à la fois qualitatives et quantitatives, en lien étroit avec les autres parties du programme. Elles visent à rendre compte du fonctionnement de ces systèmes, de leur évolution, de mieux comprendre les conséquences des activités humaines pour servir de support à des projections destinées entre autres à éclairer les décisions visant une gestion systémique et intégrée du vivant.

Connaissances clés à construire	**Commentaires, capacités exigibles**
III-A Les populations et leur dynamique	
Les organismes sont répartis en populations dont les effectifs varient au cours du temps, selon la valeur des paramètres démographiques.	- identifier et énoncer les principaux paramètres démographiques (natalité, mortalité, sex-ratio, fécondité, taux d'accroissement) ; - analyser une variation d'effectif de population sous l'effet de facteurs indépendants de la densité (facteurs du biotope), ou de facteurs dépendant de la densité (cas de la densité-dépendance : croissance logistique) et de la prédation (modèle de Lotka-Voltera) ; - sur l'exemple du modèle logistique, discuter de la relation avec le réel, les limites, l'intérêt ; notamment présenter le compromis (« trade-off ») entre reproduction et croissance au travers des « stratégies r et K » ; **Liens :** Mathématiques, Travaux Pratiques

L'espèce est formée d'un réseau de populations potentiellement interconnectées par la dispersion. Certaines populations présentent des adaptations locales (écotypes).	- présenter sur un exemple la diversité des populations d'une espèce ; - exploiter des données montrant la divergence génétique des populations, et les interpréter en termes d'adaptation, d'événements fondateurs ou de migrations inter-populationnelles ; **Lien :** § IV-D
Les populations constituent des réservoirs d'allèles (polymorphisme génétique) qui sont transmis par des systèmes de reproduction variés. La fréquence des allèles et leur répartition spatiale changent au cours du temps, sous l'influence de facteurs internes, appariement ou choix du partenaire sexuel, et externes.	- exploiter des données montrant le polymorphisme ; - présenter, le modèle de Hardy-Weinberg comme modèle par défaut (« modèle nul ») et discuter les sources d'écart à l'équilibre (en particulier l'homogamie et l'hétérogamie) ; **Liens :** Sélection, adaptation et dérive sont envisagés en lien avec le § IV-D; les variations démographique font apparaître le rôle des liens trophiques (§ III-B).

III-B Les écosystèmes, leur structure et leur fonctionnement	
	Dans toute cette partie, le concept d'écosystème est abordé, sauf mention contraire, à partir de l'exemple de la pâture de bovins en zone tempérée. Cet exemple permet de définir l'organisation d'un écosystème et de montrer son fonctionnement, tout en prenant en compte l'importance particulièrement forte des interventions humaines (« agrosystème »). Loin de constituer une monographie, il met en place un canevas général d'analyse du fonctionnement des écosystèmes. Cette partie s'appuie fortement sur des exemples d'organismes vus ailleurs dans le programme.
L'écosystème est un ensemble circonscrit par un observateur/expérimentateur, définissant ainsi un objet d'étude. La biocénose, ensemble des populations des différentes espèces, y compris microbiennes, forme avec le biotope les éléments de l'écosystème. La distribution spatiale de ces éléments détermine en partie la structure de l'écosystème.	- définir biotope (= milieu), biocénose (= communautés), écosystème ; - organiser la description de la structuration spatiale de l'écosystème (strates, sol, fraction microbienne, distribution des espèces, notion d'espèce « architecte » ou espèce « ingénieur ») ; - définir l'agrosystème comme un exemple particulier d'écosystème anthropisé ;
Au sein de l'écosystème, les espèces entretiennent entre elles des relations variées qui affectent notamment le fonctionnement des organismes et la structure de leurs populations. Ces relations restreignent la niche écologique potentielle en une niche écologique réalisée.	- illustrer la diversité des relations trophiques interspécifiques (mutualisme, parasitisme et prédation / phytophagie) et montrer qu'il existe des formes intermédiaires ; - discuter de l'appartenance d'une relation à l'une ou l'autre de ces catégories à partir d'éléments fournis ; - prendre en compte l'effet sur la valeur sélective (« fitness ») dans la définition d'une relation interspécifique ; *On se limite à des exemples vus en cours ou en travaux pratiques (mycorhizes, mildiou, Plasmodium, vache…).* - définir et exposer un exemple de compétition

	interspécifique pour les ressources ; *On se limite à un exemple de lutte pour la lumière chez les végétaux (en s'appuyant sur un écosystème forestier) et d'antibiose chez les micro-organismes.* - définir la notion de niche écologique potentielle ; - relier les interactions interspécifiques à la dynamique d'une population et à la délimitation de la niche écologique réalisée ; *On se limite à un exemple de rétroaction positive ou négative (cas de l'effet Janzen-Connell).* - relier l'effet de ces interactions à la structure des biocénoses ; - définir en particulier une espèce « clef de voûte » ; *On se limite à l'exemple des bovins, clef de voûte de l'entretien d'un stade intermédiaire dans des successions végétales, la connaissance des successions elles-mêmes n'étant pas exigible.* **Liens :** Travaux Pratiques, § II-F, § III-A pour la dynamique des populations ; la compétition pour les ressources est un moteur de la sélection naturelle (§ IV-D)
Les interactions trophiques peuvent être représentées sous forme de chaines trophiques et de pyramides trophiques.	- définir une chaine trophique et un niveau trophique ; - relier, pour chaque niveau trophique, prélèvement, rejet de matière et production de biomasse ; - définir production, productivité, temps de séjour, rendement ; - construire et analyser un bilan quantitatif de ces transferts entre niveaux trophiques ; - discuter la place de la vache (un ruminant) dans les pyramides de production (en biomasse et énergie) correspondant au système herbe-vache-homme en considérant la vache comme une symbiose entre microbes (consommateurs 1 ou 2) et animal-hôte (consommateur d'ordre supérieur ou égal à 2) - discuter le rôle de la symbiose dans le couplage entre niveaux trophiques et le rendement du transfert ; - montrer l'influence de paramètres abiotiques sur la production primaire ; **Liens :** § I-C, § II-E *Aucune valeur numérique n'est à mémoriser.*
Les chaines trophiques sont interconnectées en un réseau trophique. Le fonctionnement de ces réseaux contribue au recyclage de la biomasse au sein de l'écosystème (cycle de la matière).	- définir la notion de réseau trophique ; - relier la complexité des réseaux trophiques à l'existence de polyphages, dont en particulier des consommateurs microbiens ; - montrer que le catabolisme de tous les consommateurs (y compris microbiens) aboutit à une minéralisation ; - définir la notion de décomposition et la relier à l'existence de consommateurs microbiens, capables d'utiliser les matériaux complexes (lignine, cellulose) ;

	Liens : § II-E-2, § I-C, § III-C
L'écosystème est un système ouvert. Le fonctionnement de l'écosystème repose sur un flux d'énergie et des transferts de matière en partie cycliques.	- analyser le flux d'énergie, de son entrée dans l'écosystème et la biomasse à sa restitution sous forme de chaleur ; établir le lien entre la production primaire et l'utilisation de l'énergie du Soleil (phototrophie), voire de réactions chimiques (chimiolithotrophie - cas de la nitrification) ; - établir un bilan quantitatif des exportations / importations d'une pâture, les informations étant fournies ; *Aucune donnée numérique n'est à mémoriser.*
Les écosystèmes sont des systèmes dynamiques. Des modifications naturelles ou d'origine anthropique peuvent faire évoluer leur état, d'une façon plus ou moins réversible selon la résilience du système. Les estimations quantitatives associées aux caractéristiques d'un écosystème (production, productivité, biomasse, flux énergétique…), l'évaluation de l'influence de différents paramètres, constituent des guides dans la gestion des écosystèmes.	- identifier des facteurs agissant sur la biodiversité au sein d'un écosystème ; - à partir de bilans qualitatifs et quantitatifs fournis, montrer que des modifications d'origine biotique (exemple du surpâturage et ou d'une espèce envahissante) ou abiotique (exemple de l'eutrophisation) peuvent modifier la structure et le fonctionnement de l'écosystème ; - expliquer sur un exemple les effets d'une variation de la biodiversité sur le fonctionnement d'une pâture et en particulier sur les services écosystémiques ; - définir la notion de résilience. *Aucun exemple n'est à mémoriser ;* **Liens :** § I-C, § II-E

III-C Flux et cycles biogéochimiques : l'exemple du carbone	
Un élément comme le carbone se trouve dans différents réservoirs : biomasse vivante et fossile, carbone oxydé (CO_2, CO et carbonates dissous ou précipités), méthane.	- définir un réservoir ; - énumérer les principaux réservoirs du carbone, ainsi que l'ordre de grandeur de leurs tailles respectives ; - représenter un cycle biogéochimique du carbone ; **Limites** : la taille exacte des réservoirs et les réservoirs marginaux ne sont pas attendus. **Lien :** métabolisme énergétique (§ I-C)
Des flux physico-chimiques et/ou biotiques relient ces réservoirs, qui diffèrent par le temps de séjour de l'élément. Les organismes vivants ont un rôle majeur dans les équilibres de dissolution et de précipitation des carbonates.	- connaître un exemple de réservoir créé et détruit de façon biotique et abiotique : le méthane externe (*le détail des mécanismes de production et de consommation/destruction ne sont pas au programme)* ; - connaître l'ordre de grandeur de quelques flux annuels et temps de séjour dans le cas du CO_2 atmosphérique (échanges avec l'océan et avec la biomasse par photosynthèse / respiration) ; - expliquer le rôle des organismes vivants dans l'équilibre de dissolution-précipitation des carbonates ; - expliquer l'existence de carbone organique fossile

Le cycle du carbone est lié à d'autres cycles et contribue à des paramètres globaux comme le climat. L'homme est désormais un agent déterminant de la dynamique du cycle du carbone.	comme un recyclage plus lent ; - comprendre que la genèse du dioxygène et d'autres oxydants (Fe^{3+}, sulfates, nitrates) résulte de la production primaire, et que leur persistance correspond à l'existence de carbone organique fossile ; - comprendre les liens entre certains réservoirs et l'effet de serre ; - expliquer l'origine et le devenir du CO_2 émis par l'homme au regard de la connaissance du cycle du carbone acquise plus haut ; - expliquer l'impact de l'utilisation des combustibles fossiles, de l'agriculture et de la déforestation, *via* le CO_2 et le CH_4, sur le climat ; *Les valeurs des flux d'origine anthropique ne sont pas exigibles, pas plus que les divers scénarios produits par le GIEC.* **Liens** : cette partie s'appuie sur les exemples de métabolismes vus ailleurs dans le programme, dont les exemples liés à la pâture.

Travaux pratiques : seconde année

Outre l'utilisation de supports documentaires, l'étude des populations, des écosystèmes et de leur dynamique se prête à des approches pratiques variées. Des approches concrètes sont possibles, reposant en particulier sur des élevages simples réalisés en conditions contrôlées, et pouvant donner lieu à diverses formes de travail des étudiants réparties dans le temps. En liaison avec le programme de mathématiques et d'informatique, la conception de modèles numériques est possible sous des formes variées et à différents niveaux de complexité (programmation sous python, utilisation de tableurs). La discussion de la pertinence de ces différents types de modèles et de leurs limites inscrit l'utilisation de documents dans le va-et-vient entre données (provenant de la littérature ou résultant de l'expérimentation directe) et théorie qui fonde les démarches scientifiques. Elle peut aussi déboucher sur des analyses de cas plus concrètes impliquant la gestion des agrosystèmes et permettant de construire des regards croisés avec les problématiques étudiées en géographie dans le cadre des territoires ruraux. La classe sur le terrain réalisée en seconde année permet d'illustrer de façon concrète mais forcément très limitée cette partie du programme.

Les populations et leur dynamique	- étude du modèle logistique - exemple de stratégies r et K - un exemple de dynamique de type Lotka-Voltera - loi de Hardy-Weinberg (pour deux allèles) et discussion de son champ de validité (migration, mutation, sélection, dérive et choix d'appariement : cas trivial du déterminisme du sexe chez les mammifères) Des approches expérimentales sont réalisables : - modélisation numérique - étude expérimentale de l'évolution d'une population soumise à des pressions variables de prédation et/ou à des milieux différents. sur un système proie-prédateur microbien (par exemple algue-paramécie) ; mesures par comptage…

	- utilisation possible de modélisations numériques en liaison avec le programme d'informatique
Les écosystèmes, leur structure et leur fonctionnement	- analyse qualitative, reconstitution d'une chaine trophique, réalisation d'une pyramide des nombres et des biomasses (supports possibles : Berlèse, plancton, lichen) - analyse de données quantitatives (production, productivité d'écosystème, transferts de matière etc.)
Flux et cycles biogéochimiques : **Cycle du carbone**	- discussion autour des cycles : recyclage rapide de la matière organique *versus* recyclage lent (biomasse fossile) - nature des perturbations anthropiques (origine et devenir du CO_2 émis) - manipulation des notions générales pour les cycles (flux, temps de résidence) -montrer les liens au cycle de l'azote
Cycle de l'azote	- discussion de représentations du cycle de l'azote, à partir des connaissances acquises en cours, prédiction des tronçons manquant pour boucler *a minima* le cycle avec utilisation de documents fournis - lien entre échanges entre réservoir et données métaboliques connues (échelle moléculaire et cellulaire) - discussion à partir de documents fournis, de l'action de l'homme sur les différents cycles (N et C) *Le cycle de l'azote n'est abordé qu'en travaux pratiques. Sa mémorisation n'est pas exigible.*

IV – La biodiversité et sa dynamique

IV-A Génomique structurale et fonctionnelle	
IV-A-1 Génome des eubactéries – génome des Eucaryotes L'ensemble des molécules d'ADN contenues dans une cellule et l'information qu'elles portent forment son génome.	- utiliser des résultats de techniques de séquençage pour analyser et décrire les génomes - comparer les génomes des eubactéries et des Eucaryotes, les grands traits de leur organisation, de leur expression et de sa régulation ; **Lien** : Phylogénie (§ IV-E)
Chez les eubactéries, le génome à localisation cytoplasmique est formé d'un chromosome circulaire et éventuellement de plasmides. Le génome des eubactéries est compact : il est constitué presque exclusivement de régions codantes associées à des régions régulatrices communes (notion d'opéron).	*On ne détaille pas l'organisation moléculaire du chromosome bactérien.*

Chez les Eucaryotes, on distingue le génome nucléaire et le génome des organites. Le génome nucléaire est constitué de chromosomes. L'ADN génomique est associé à des protéines dont des histones. Le génome nucléaire des Eucaryotes, de plus grande taille, présente une grande part de séquences intergéniques non transcrites. La majorité de ces séquences est répétée. Les gènes eucaryotes sont généralement morcelés.	- présenter les différents niveaux de repli de la chromatine interphasique ; - étudier les similitudes entre le génome extranucléaire eucaryote et celui des eubactéries ; - éclairer cette comparaison sous un angle évolutif ; *On peut mentionner les séquences télomériques en lien avec la réplication (§ IV-B), les transposons en termes de copier/coller. Mais, ni les structures moléculaires ni les mécanismes mis en jeu ne sont au programme.*
IV-A-2 L'expression du génome : la transcription et son contrôle	
Le mécanisme de transcription de l'ADN est assuré par des polymérases ; elles génèrent plusieurs types d'ARN. La transcription est initiée au niveau d'un promoteur reconnu par des facteurs de transcription. Des signaux indiquent la fin de la transcription. Chez les Eucaryotes, à partir de transcrits de gènes morcelés, différents processus de **maturation post-transcriptionnelle** des ARN messagers conduisent à la séquence traduite. Selon les types cellulaires, en réponse à des signaux, à des variations d'activité, des modifications des conditions de milieux, l'expression du génotype varie et conduit à des phénotypes cellulaires variés. Les mécanismes permettant ces modulations portent essentiellement sur le contrôle de la transcription.	- mettre en relation les caractéristiques des molécules réalisant la transcription avec celles du système d'information (reconnaissance des débuts, signaux de fin…) ; - mettre en relation les processus de maturation post-transcriptionnelle avec d'une part la structure du génome, d'autre part l'état du transcriptome final ; *On limite les éléments à mémoriser au strict nécessaire Seul l'exemple de l'ARN polymérase II eucaryote est à connaitre.* *Le complexe d'initiation est présenté globalement ; sa composition et l'organisation du promoteur ne sont pas à mémoriser.*
Le contrôle de la transcription fait intervenir des interactions entre séquences régulatrices et facteurs de transcription. Le niveau de transcription dépend aussi de l'état de méthylation de l'ADN et de modifications de la chromatine.	- présenter deux modèles simples de contrôle de la transcription : un modèle eubactérien (opéron) et un modèle eucaryote ; - situer les modalités présentées de contrôle de la transcription dans la perspective du fonctionnement cellulaire, à différentes échelles de temps ; *La présentation de l'opéron, de sa structure et de son fonctionnement est faite sans démonstration*.
Le contrôle de l'expression de l'information génétique fait aussi intervenir des petits ARN.	- présenter un exemple de contrôle de l'expression de l'information génétique par petit ARN ; **Lien :** Protéines (§ I-A) et interactions protéines ligands (§ I-C) Développement et contrôle de l'expression des

Chez les Eucaryotes, la diversité des régulations de transcription et des maturations post-transcriptionnelles explique en grande partie **la diversité des transcriptomes.** **A une autre échelle de temps,** les profils d'expression génétique sont parfois héréditaires, en l'absence de mutation (épigénétique).	gènes (§ III-D-2) - détecter l'expression sélective des gènes par l'étude des résultats des principales méthodes d'étude des transcriptomes afin d'exploiter des résultats expérimentaux ; *Les méthodes d'étude des transcriptomes ne sont pas à mémoriser.*

IV-B Réplication de l'information génétique et mitose	
La transmission de l'information génétique au cours des divisions cellulaires est réalisée grâce à une duplication du matériel génétique, à faible taux d'erreur, suivie d'une une répartition équitable du matériel génétique entre les deux cellules filles.	
IV-B.1 Duplication de l'information génétique : conservation et variation	*Par souci de simplification, la réplication du matériel génétique sera étudiée chez une Eubactérie.*
L'ADN subit une réplication semi-conservative assurée par un ensemble de protéines au niveau de la fourche de réplication. Le processus assure fondamentalement la conservation de l'information.	- expliquer en quoi le mécanisme de la réplication permet la polymérisation d'un polynucléotide et conduit à la formation de deux nouvelles double-hélices portant la même information que la molécule matrice ; - expliquer le principe du fonctionnement général d'une ADN polymérase (réaction catalysée, sens de lecture et sens de synthèse, rôle des d'amorces) ; - présenter un modèle simple de fonctionnement d'une fourche de réplication chez E. coli (ADN polymérase III, hélicase, primase, topoisomérase, protéines SSB) ; - mentionner les mécanismes d'élimination et de remplacement des amorces ;
Des erreurs de réplication conduisent à des mésappariements qui peuvent être corrigés au cours ou à la fin de la réplication. Les erreurs non réparées modifient les séquences des génomes et constituent des mutations spontanées créant de nouveaux allèles. Un processus globalement « conservateur » est ainsi à l'origine de « variations ».	- montrer comment l'insertion d'une forme tautomère de base peut conduire à un mésappariement ; - expliquer l'importance de l'activité auto-correctrice des ADN polymérases dans la limitation du nombre d'erreurs ; - montrer un mécanisme de correction (tel que la correction par excision de base) capable d'éliminer des erreurs non repérées au cours de la réplication ; **Lien :** Mutations (§ IV-C)
IV-B.2 Cycle cellulaire, mitose et répartition du	

matériel génétique Chez les Eucaryotes, la duplication du matériel génétique se produit au cours de la phase S du cycle cellulaire, lors de l'interphase. La mitose, pendant laquelle les chromosomes sont répartis de manière identique entre les deux cellules filles grâce au cytosquelette, boucle le cycle cellulaire. La cytocinèse ne suit pas obligatoirement la division du noyau ce qui conduit alors à des syncytiums.	- définir le cycle cellulaire et les caractéristiques essentielles de ses différentes phases ; - montrer en quoi les mécanismes de la mitose, et en particulier le fonctionnement du fuseau achromatique, permettent l'égale répartition des chromosomes, donc de l'information génétique ; *On considère uniquement la mitose de cellules pour lesquelles la division cellulaire suit la division nucléaire. On se limite aux mécanismes de base ; la cohésine, tout comme la séparase par exemple, ne sont pas exigibles. Le contrôle du cycle cellulaire n'est pas au programme*. *On mentionne les structures syncytiales sans développement (Oomycètes, voir IV-E*).

IV-C La diversification des génomes	
IV-C.1 Diversité des mutations et diversification des génomes Les séquences des génomes sont modifiées de manière aléatoire par des erreurs de réplication non réparées ou d'autres causes de mutations. Certaines mutations modifient la structure des chromosomes (délétions, inversions, duplication, translocation). Quel que soit le mécanisme, les mutations sont la seule source de diversification des allèles. **IV-C.2 Brassage génétique et diversification des génomes** La sexualité modifie les génomes en brassant les allèles. Chez les Eucaryotes, la méiose contribue à la diversification des génomes. En unissant des génomes haploïdes, la fécondation crée de nouvelles combinaisons alléliques diploïdes. D'autres processus liés à la reproduction sexuée à l'échelle des organismes et des populations interviennent dans cette diversification.	 - expliquer des origines possibles de la modification de séquence sur deux exemples d'altérations ponctuelles. (dimères de thymine – cf. IV-B - désamination) ; - expliquer la relation entre les mutations et leurs conséquences sur la fonction du polypeptide codé ; -relier les principaux évènements cytogénétiques de la méiose avec leurs conséquences sur le brassage allélique ; - argumenter les processus de brassage génétique en s'appuyant sur le principe de quelques croisements simples mais différant par deux couples d'allèles pris chez les organismes haploïdes et/ou diploïdes ; - évaluer en ordre de grandeur la diversification potentielle à partir de données (fréquences de mutation, nombre de chromosomes, etc.) ; - relier cette diversité aux processus de reproduction sexuée et en particulier, comparer auto- et allogamie (mécanismes et conséquences) ; on se limite à des exemples d'Angiospermes ; **Liens** : § II-D, III-A, IV-D

	L'ensemble de ces phénomènes est replacé dans le cadre général de la reproduction sexuée (modalités et cycles, mécanismes limitant l'autofécondation) (II-D) et diversité génétique populationnelle (III-A) *Ni la nomenclature des différentes étapes de la prophase 1 de méiose ni les mécanismes moléculaires de la recombinaison homologue de la méiose ne sont au programme*.
Chez les eubactéries (et dans une moindre mesure chez les Eucaryotes), des modifications du génome sont possibles par transferts horizontaux de gènes.	- exposer deux exemples de transfert horizontal, l'un chez les eubactéries, l'autre chez les Eucaryotes ; **Liens :** Hybridation (§ IV-D) et endosymbiose (§ IV-E)

Première année : Travaux Pratiques associés aux IV-A, IV-B, IV-C

Quelques outils pour l'étude des génomes	- réaliser et exploiter une électrophorèse de fragments de restriction d'ADN - établir une carte de restriction - manipuler quelques outils d'exploitation informatique des séquences nucléotidiques afin de réaliser l'identification de séquences homologues à la séquence étudiée et l'alignement de séquences en vue de la construction d'arbres phylogénétiques **Lien** : Phylogénie (§ IV-E) - analyser des résultats expérimentaux de différentes techniques de biologie moléculaire (transgénèse, Northern blot, Southern blot, utilisation de gènes rapporteurs, étude de la fonction de gènes par knock-out, puces à ADN) (*Ces études peuvent être faites lors de la séance de travaux pratiques ou associées à la progression du cours lorsqu'elles apparaissent opportunes)* *Le principe général des techniques de base est connu, mais le protocole simplifié de chacune est fourni pour en permettre une analyse raisonnée rigoureuse.* **Lien :** Cours § IV-A
Chromosomes, mitose et méiose	- réaliser une préparation microscopique afin d'identifier différentes phases de la mitose - exploiter des lames et des clichés microscopiques à différentes échelles (repérage

	des différentes phases, organisation des chromosomes et du fuseau de division de cellules végétales et animales) - analyser des résultats expérimentaux sur le contrôle du cycle cellulaire (identification d'un point de contrôle, analyse des interactions entre les protéines impliquées). - analyser des caryotypes et détecter des anomalies - analyse de résultats de croisement chez Sordaria **Liens**: Cours § IV-A et IV-B

IV-D Les mécanismes de l'évolution	
La diversité du vivant, constatée dans plusieurs parties du programme (notamment de première année), varie au cours du temps et est le résultat d'une histoire passée : c'est l'évolution. Il s'agit ici de dégager les principaux mécanismes d'évolution en montrant le devenir de la diversité génétique et du flux de gènes interindividuel décrits dans les paragraphes précédents. Les processus produisant la diversité ayant déjà été abordés, on analyse ici les mécanismes de maintien ou de réduction de la diversité produite, soit par des tris sélectifs, soit par des processus aléatoires. Les études réalisées, notamment basées sur l'évolution expérimentale, permettent d'argumenter le fait que l'évolution ne peut pas être présentée en termes de « progrès », qu'elle peut être « simplificatrice », qu'elle n'a ni direction, ni but. De même, tous les organismes évoluent : en ce sens, il n'y a ni fossile vivant, ni organisme primitif, ni pérennité de l'espèce.	
Connaissances clés à construire	**Commentaires, capacités exigibles**
Les mécanismes de l'évolution peuvent être approchés par l'évolution expérimentale.	- montrer le caractère aléatoire des mutations (expérience de Luria & Delbrück) ; - définir les notions de sélection et d'adaptation (mélanisme de la Phalène du bouleau*)* et de dérive (expérience de Buri) ; **Liens :** Mutations (§ IV-C)
La sélection est un processus de reproduction différentielle, où la valeur sélective (« *fitness* ») se mesure au nombre de descendants produits. Elle exerce un tri orienté de la diversité génétique, mais peut aussi entretenir un polymorphisme.	- montrer que la valeur sélective d'un trait génétique dépend de l'environnement ; - différencier les notions de sélection directionnelle (cas de la Phalène du Bouleau) et de sélection balancée (cas des proportions de mâles et de femelles) ; **Liens :** Cette partie s'appuie sur les notions de compétition (§ III-B) et de mutation (§ IV-C) productrice de diversité génétique ; elle permet de comprendre les mécanismes de l'adaptation (§ II-E & III-A) ; l'évolution régressive et l'évolution convergente sont illustrées au § IV-E.
La dérive exerce un tri aléatoire dépendant de la taille des populations ; elle est seule à agir sur les	

traits neutres. Chez les Eucaryotes, les isolements génétiques liés à la reproduction sexuée permettent de définir des espèces biologiques. Néanmoins, les transferts horizontaux et les hybridations sont des limites à ces isolements. Les espèces ne sont pas pérennes. D'autres définitions de l'espèce sont utilisées.	- expliquer l'action de la dérive sur les traits neutres et sélectionnés ; - savoir définir l'effectif efficace ; *Aucun calcul n'est requis.* - présenter deux exemples de dérive, à deux échelles d'étude : - dérive génétique au sein d'une population : cas de l'effet fondateur sur les fréquences alléliques ; - perte de diversité des Dinosaures lors de la crise KT remplacés par des Mammifères dans des niches écologiques comparables (constat à réaliser sur la niche des grands herbivores) - dérive phylogénétique. **Liens :** Mutations silencieuses au § IV-C ; l'effet de la taille populationnelle sur la dérive et la notion d'effectif efficace seront envisagés en lien avec le § III-A. - manipuler deux exemples de spéciation (un exemple sympatrique, Cf. les *Spartina* européennes et un exemple allopatrique) ; - discuter, pour les Eucaryotes, la notion d'hybridation dans le contexte de l'espèce biologique ; - discuter la notion d'espèce chez les procaryotes en lien avec les transferts génétiques horizontaux ; - présenter la notion d'évolution réticulée (à l'aide des deux points précédents : hybridation et transferts horizontaux) ; - présenter les différents critères susceptibles de fonder d'autres définitions de l'espèce (phénotypique, écologique, phylogénétique) ; **Liens :** Pour les procaryotes, voir transferts horizontaux (§ IV-C). Pour une approche populationelle de l'espèce, voir § III-A.

Travaux pratiques : seconde année

Les mécanismes de l'évolution	- étude d'une approche expérimentale des mécanismes évolutifs, notamment à l'appui direct du cours - étude de cas permettant l'identification et la discussion de facteurs de sélection, de la valeur sélective (*fitness*) - étude de cas de coévolution (débouchant sur le modèle de la Reine Rouge) montrant en particulier des mécanismes stabilisant la coopération interspécifique (en lien avec les exemples concrets vus au cours d'autres TP) - possibilité de modélisations numériques (dérive, sélection) en liaison avec le programme d'informatique.

IV-E Une approche phylogénétique de la biodiversité	
Ce chapitre est l'occasion d'insister sur le principal résultat de l'évolution : la diversité des taxons. L'objectif est de comprendre la maîtrise des principes d'établissement des phylogénies et comment l'exploitation d'un arbre phylogénétique permet de discuter des scénarios évolutifs.	
Connaissances clés à construire	**Commentaire, capacités exigibles**
Diverses modalités de classement des êtres vivants se sont succédées reposant sur des méthodes et des approches différentes de la notion de ressemblance. On distingue classifications phénétique, biologique et phylogénétique selon la méthode de traitement des caractères utilisés. Dans la méthode phylogénétique, la construction d'un arbre permet de révéler *a posteriori* des apomorphies, notamment morpho-anatomiques. La vraisemblance des arbres possibles peut être testée par différentes méthodes.	- Connaître l'origine et expliquer l'intérêt de la nomenclature binominale des espèces ; - distinguer clé de détermination et classification ; - définir un caractère (morphologique, anatomique, biochimique, moléculaire) ; - définir homologie et homoplasie ; - présenter les méthodes des classifications phénétique (ressemblance globale), biologique (homologie) et phylogénétique (apomorphie) ; *L'horloge moléculaire n'est pas exigible.* - distinguer et discuter différents états d'un même caractère ; - justifier l'utilité d'un groupe externe ; - distinguer arbre raciné et non raciné ; - construire un cladogramme sur un exemple simple ; - discuter de l'évolution d'un caractère sur un arbre ; - présenter le principe de choix de l'arbre le plus parcimonieux ; - présenter le principe du maximum de vraisemblance ; *la méthode du calcul n'est pas au programme.* **Liens :** Les caractères moléculaires et leur diversité seront abordés en lien avec le § IV-C.
L'arbre du vivant comporte trois principales branches et n'est pas raciné. L'arbre des Eucaryotes illustre la divergence évolutive, l'homoplasie (convergence et réversion) et la possibilité d'évolution régressive. Sa racine est encore sujette à discussion. Les lignées photosynthétiques démontrent le polyphylétisme de l'acquisition des plastes. La pluricellularité, exemple de coopération	- distinguer Archées, Eubactéries et Eucaryotes sur la base de quelques apomorphies ; - discuter la notion de virus et leur lien à l'arbre du vivant *sans mémorisation d'exemples ni présentation de cycle* ; A partir de l'arbre phylogénétique des Eucaryotes : - montrer la persistence d'apomorphies cellulaires au sein des Opisthocontes, de la Lignée verte et des Hétérocontes, malgré la diversification évolutive ; - discuter le biphylétisme des hétérotrophes filamenteux (notion de « champignon ») ; - argumenter les acquisitions primaires et secondaires chez les Eucaryotes photosynthétiques (*on se limite aux Hétérocontes et à la Lignée verte*) - notion « d'algue » ; - montrer que la pluricellularité est un état dérivé apparu

intraspécifique, est apparue à plusieurs reprises. Plaste et pluricellularité ont parfois été perdus, ce qui suggère que l'évolution ne complexifie pas toujours.	plusieurs fois dans l'évolution des Eucaryotes, ce qui implique d'interpréter les liens entre cellules comme des convergences ; - montrer à l'aide d'exemples du programme la perte de la pluricellularité (levures) ou la régression et la perte de plastes (respectivement : *Plasmodium*, les paramécies ou les Oomycètes) ; **Liens :** Cette partie s'appuie sur les organismes vus par ailleurs dans le programme (animaux, végétaux, organismes du § II-E) et en travaux pratiques.

Sciences de la Terre

I – La Terre, planète active

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles
I-A Structure de la planète Terre La Terre est constituée d'enveloppes concentriques solides, liquides et gazeuses qui se distinguent par leur nature et leurs propriétés physico-chimiques. Les principales enveloppes solides sont les croûtes, le manteau, le noyau (noyau externe et graine), la lithosphère, l'asthénosphère et le manteau inférieur. Les enveloppes fluides sont l'hydrosphère et l'atmosphère. La nature minéralogique du manteau varie avec la profondeur.	- exploiter et relier des données permettant d'établir des discontinuités physiques ou chimiques dans le globe ; - exploiter et relier des données montrant la nature des enveloppes solides du globe ; - présenter un modèle radial de la Terre solide (modèle PREM) ; - exploiter des données géophysiques et expérimentales montrant les transitions de phase dans le manteau ; - relier l'architecture des silicates aux transitions de phase mantelliques ; - exploiter des données montrant la stratification des enveloppes fluides ; pour l'atmosphère, on se limite à troposphère et stratosphère. *L'étude des discontinuités s'appuie sur les connaissances acquises au lycée. Les travaux historiques permettant de les établir ne sont pas à connaitre. L'architecture des silicates est introduite à propos de l'étude d'une transition de phase. La minéralogie du manteau n'est pas à connaitre dans le détail. La diversité des structures silicatées n'est présentée dans la suite du programme que lorsque l'item l'exige.*
I-B Dynamique des enveloppes terrestres La dynamique des enveloppes terrestres est guidée par des transferts de chaleur interne et externe : conduction et convection. La convection mantellique, moteur des mouvements de plaques lithosphériques, est associée à l'expression d'une production de chaleur interne du globe. La convection troposphérique, motrice des vents en surface, est associée à la redistribution latitudinale de l'énergie solaire incidente.	- relier les grands évènements géologiques et les frontières de plaques ; - relier les vents de surface à trois cellules latitudinales troposphériques ; - exploiter des données de tomographie sismique et les relier au contexte géodynamique ; - citer les principales sources de chaleur interne du globe ; - relier les propriétés des péridotites mantelliques ou du mélange gazeux atmosphérique à l'existence d'une convection ; - construire, à l'aide de donnés adéquates, un gradient géothermique ; - commenter un géotherme ; *L'étude de la dynamique du noyau n'est pas au programme. On signale simplement que cette dynamique est à l'origine du champ magnétique terrestre.* *La construction de modèle cinématique n'est pas au programme.*
L'équilibre vertical de la lithosphère sur l'asthénosphère est archimédien : l'isostasie. Il s'agit d'un équilibre dynamique qui peut être	- réaliser des calculs simples d'équilibre vertical archimédien dans des contextes géologiques : chaîne de montagne, rift continental ;

source de mouvements verticaux. La modélisation des états équilibres permet de proposer des interprétations des reliefs et altitudes, que les données gravimétriques valident ou questionnent. Réciproquement, cette connaissance permet de reconstituer des variations altitudinales inaccessibles à l'observation directe ou à travers d'autres instrumentations. Par exemple, les variations spatiales de petite longueur d'onde du géoïde marin reflètent les reliefs sous-marins.	- exploiter des cartes gravimétriques obtenues par altimétrie satellitaire. Le géoïde sera assimilé à une surface sur laquelle l'énergie potentielle de pesanteur est constante ; par contre sur cette surface, l'accélération de la pesanteur g peut varier ; - relier des données permettant de proposer des hypothèses régionales en termes d'équilibre vertical ; - exploiter des données géologiques diverses permettant d'estimer une vitesse de remontée isostatique. L'ordre de grandeur de la durée d'un rééquilibrage isostatique sera connu ; *Les notions de champ et de potentiel ne sont pas exigibles.* **Liens :** Travaux pratiques : « Structure dynamique du globe terrestre » Métamorphisme (§ VII-B, en rapport avec les mouvements verticaux)

II – Risques et ressources : les géosciences et l'Homme

II-A Les risques liés à la géodynamique terrestre Les manifestations de la dynamique de la Terre présentent un caractère aléatoire, variable selon le phénomène et qui dépend de l'échelle (humaine ou géologique) à laquelle on l'envisage. Ces événements sont à l'origine d'un risque lorsqu'ils se produisent sur un site impliquant l'Homme et ses activités. Les aléas sont divers : ils sont associés à des phénomènes liés à la géodynamique externe (éboulement, glissement, tempête, cyclones, tornades, inondations) ou à des phénomènes liés à la géodynamique interne (séismes, éruption volcanique, tsunami).	*On se limite à des exemples de risques d'origine naturelle.* - distinguer les concepts d'aléa, d'enjeu et de risque ; - présenter les concepts généraux sur un petit nombre d'exemples étudiés dans l'année (aucun exemple précis n'est imposé) ; - appliquer ces concepts à l'analyse d'une situation ; **Liens :** Les aléas volcaniques sont reliés à la partie V sur le magmatisme. Les aléas sismiques sont reliés à la partie I-B (dynamique des plaques lithosphériques) et à la partie sismogenèse de 2ème année (§ VII-A-2). *L'objectif est de montrer comment l'abord de ces questions nécessite la prise en compte des géosciences appliquées. Il s'agit seulement de montrer l'existence d'une diversité des aléas, mais en aucune manière de demander leur connaissance exhaustive, ni de leurs natures, ni de leurs répartitions géographiques, ni des mécanismes de chacun d'eux.* *Les aléas liés à la géodynamique externe sont simplement énoncés sans analyse ni démonstration.*
II-B Les ressources géologiques L'homme puise dans les enveloppes terrestres	 *Aucune exhaustivité n'est exigible. Aucun exemple*

solides de très nombreuses ressources inégalement réparties : eau, matériaux, minerais, ressources énergétiques. Ces inégalités conduisent à une adaptation de l'activité humaine aux conditions locales et à de nombreux échanges planétaires. Les connaissances géologiques éclairent les prises de décision concernant la recherche et l'exploitation de ces ressources.	*précis n'est imposé ; dans la mesure du possible, certains exemples seront pris dans le contexte régional. Seule leur présentation très globale pourra être attendue.* - montrer la diversité des ressources et l'inégalité des disponibilités locales ; - montrer l'existence de conséquences de cette inégalité sur l'activité humaine ; - lier l'objet géologique naturel et l'objet économique que constitue la ressource ; - distinguer les problématiques associées à une ressource locale abondante (granulats par exemple) et à une ressource plus rare nécessairement importée ; **Liens :** Travaux pratiques : informations sur les forages, les mines, les carrières… à partir de cartes géologiques (1ère et 2ème année)

III – La géologie, une science historique

Les relations géométriques (superposition, recoupement, inclusions) permettent d'ordonner la chronologie de formations ou de phénomènes géologiques. La chronologie (ou datation) relative permet de situer les événements dans le temps les uns par rapport aux autres. La biostratigraphie se fonde sur le contenu fossilifère des roches pour caractériser des intervalles de temps et les classer de façon relative. La définition d'une unité stratigraphique se traduit par le choix d'une référence appelée stratotype. Les modifications paléontologiques sont les principaux critères pour établir des coupures de différents rangs dans les temps géologiques. Les informations obtenues sur des séries sédimentaires éloignées sont mises en correspondance par des corrélations. Les méthodes de chronologie relative conduisent à l'établissement d'une échelle mondiale des temps géologiques, l'échelle chronostratigraphique.	- établir et utiliser des relations géométriques pour déterminer une chronologie relative ; - extraire des informations à partir du contenu fossilifère d'une strate et d'une série sédimentaire ; - exploiter des données fournies pour établir un raisonnement chronologique et reconstituer une histoire ; - établir des corrélations entre différentes formations sédimentaires ; - présenter et exploiter les principaux caractères de l'échelle chronostratigraphique ; - discuter des problèmes liés à leur établissement et à leur utilisation (position des coupures, corrélations…) ; - présenter les différents types de stratotypes (dont les GSSP ou « clous d'or ») ; - définir les différents rangs de coupures de l'échelle stratigraphique ; - nommer les périodes ; **Limite :** *Aucune identification d'organisme fossile, ni aucune extension stratigraphique n'est à mémoriser ;* *les différents types de biozones ne sont pas au programme.* *Les différentes coupures de l'échelle stratigraphique sont définies, mais la connaissance de leur nom se limite à celle des périodes.*
La datation absolue, fondée essentiellement sur la radiochronologie, donne accès à la valeur de l'âge et étalonne l'échelle stratigraphique.	- expliquer le principe de la datation radiochronologique à partir de deux méthodes K/Ar et Rb/Sr ; - justifier l'utilisation de différentes méthodes de

	radiochronologie en s'appuyant sur la comparaison des méthodes K/Ar et Rb/Sr et de leurs domaines d'application ; - expliquer l'intérêt de la construction d'une isochrone (système riche et roche totale) ; **Liens :** Magmatisme (§ V) Travaux pratiques : **-** « La géologie, une science historique » - « Exploitation des cartes géologiques » - « Le magmatisme » - « Le phénomène sédimentaire »

IV – La carte géologique

La carte géologique est une représentation bidimensionnelle de la nature et de la géométrie du sous-sol. Elle représente l'intersection d'un agencement à trois dimensions avec la surface topographique. Elle résulte de l'exploitation et de l'interprétation de diverses données : levers de terrain, photographies aériennes, forages, etc. Elle représente l'état des connaissances au moment de sa réalisation. Les modèles numériques de terrain (MNT) permettent d'avoir une représentation de la topographie sous une forme adaptée à l'utilisation grâce à un calculateur numérique ; les systèmes d'information géographique (SIG) corrèlent les données géoréférencées et produisent des cartes topographiques et des cartes thématiques.	- exploiter les légendes d'une carte géologique ; - établir des corrélations spatiales et temporelles ; - utiliser la diversité des échelles spatiales ; - repérer les indices d'exploitation (forage, mines, carrières) ; - croiser les informations provenant de cartes de types différents. *L'exploitation d'une notice complète (souvent très dense et dont la lecture est longue) n'est pas exigible.* *L'exploitation de cartes géophysiques ne donnera pas lieu à des développements sur les aspects fondamentaux de la gravimétrie et du magnétisme.* **Liens :** § III et programme de 2ème année
Les cartes géologiques de la France sont complémentaires dans leur échelle. D'autres documents cartographiques sont plus thématiques ; en particulier les cartes géophysiques fournissent des renseignements de nature différente.	- réaliser des coupes géologiques à main levée en région tabulaire et en région plissée en partant de profils topographiques fournis ; - confronter les données d'une carte (ou de plusieurs cartes) à d'autres données pour proposer des hypothèses explicatives ; - confronter les données de cartes thématiques diverses ; *La réalisation de schémas structuraux sera faite en 2ème année en liaison avec l'étude des déformations, d'une chaîne de montagne et des grands ensembles structuraux de la France. L'utilisation des cartes thématiques sera également reprise dans l'étude des grands ensembles géologiques (océan, chaîne de montagne).* Cette partie est traitée **en liaison avec les travaux pratiques « Les cartes géologiques »**, mais aussi à chaque fois que le sujet du programme traité s'appuie sur l'exploitation d'une carte en particulier

	géologique. De ce point de vue, l’organisation générale des séances de Travaux Pratiques figurant sous le titre « les cartes géologiques » est laissée au choix du professeur.

V – Le magmatisme

V-A Les modes d’expression des magmas La trace de l’activité magmatique peut être directe (roches magmatiques pour les systèmes fossiles, volcans, fumerolles, séismes pour les systèmes actifs) ou indirectes (auréoles de contact, hydrothermalisme associé**).** Les modes de gisement des roches magmatiques sont variés : intrusions plutoniques résultant de la cristallisation de magmas en profondeur et mises à l’affleurement, formations filoniennes ou formations volcaniques. La chronologie de mise en place des roches magmatiques peut être établie par datation relative et par datation absolue. Les volcans actuels ou récents s’observent dans des environnements géodynamiques variés, principalement aux frontières de plaques (zones d’accrétion ou de subduction) mais aussi en domaine intraplaque. Les types de laves, majoritairement mises en place dans chaque contexte sont différents. Les produits émis au niveau des volcans attestent de l’existence de différents types de dynamismes éruptifs. Les différents dynamismes éruptifs sont déterminés par les caractéristiques physico-chimiques des magmas émis (viscosité, teneur en gaz), ainsi que par les caractéristiques de la zone d’émission (topographie, présence d’eau phréatique, de glaces…). La prévention des risques volcaniques se fonde sur la connaissance des éruptions passées et sur la mise en place de réseau de surveillance. Les roches magmatiques s’organisent en associations temporelles et spatiales (séries magmatiques) que l’on peut identifier à partir des caractéristiques des gisements et de critères pétrographiques ; leur étude permet de reconstituer le fonctionnement des systèmes	- identifier le mode de gisement d’une roche par analyse de sa texture ; - identifier une roche magmatique plutonique par analyse de sa composition modale et la placer dans la classification de Streckeisen ; - identifier une roche volcanique par sa composition minéralogique et sa constitution chimique et la placer dans le diagramme TAS ; - expliquer le lien entre composition chimique et composition minéralogique d’une roche magmatique ; *On se limite aux roches suivantes : basalte, gabbro, andésite, granodiorite, granite, rhyolite, trachyte.* **Lien :** § V-B-2 - établir une chronologie relative entre des formations magmatiques et leur environnement et/ou entre des formations magmatiques entre elles ; - exploiter des données radiochronologiques pour déterminer un âge absolu ; - différencier un dynamisme effusif d’un dynamisme explosif par l’étude des édifices volcaniques et des produits émis ; - relier dynamismes éruptifs et caractéristiques physico-chimiques des magmas ; - identifier des risques volcaniques à partir d’études cartographiques, pétrologiques ou géophysiques ; - identifier un ensemble correspondant à une série magmatique à partir de différents critères (cartes, gisements, analyses chimiques, datation etc.) ; *Les observations sont conduites à l’échelle macroscopique et à celle des lames minces observées sous forme de photographies (LPNA, LPA). Les photographies sont légendées du nom des minéraux, l’objectif n’étant pas la*

magmatiques (cf infra). **V-B Processus fondamentaux du magmatisme** **V-B-1 Production des magmas primaires** Les magmas sont des mélanges de fluides (silicates fondus, éventuellement sulfures, carbonates, gaz) et de solides (cristaux, enclaves). Ils sont formés par fusion partielle des roches crustales ou mantelliques et la composition du liquide primaire obtenu par fusion partielle dépend, au premier ordre, de la nature de la source et du taux de fusion. La fusion partielle des péridotites mantelliques produit des liquides primaires de composition basaltique ; la fusion partielle de la croûte continentale (anatexie crustale) entraîne la production de liquides de composition granitique. Les causes de la fusion partielle des matériaux varient selon les contextes géodynamiques. **V-B-2 Évolution des liquides** Une série magmatique est définie comme un ensemble de roches mises en place dans une même région, au cours d'un intervalle de temps relativement limité et présentant entre elles des liens génétiques. Une série magmatique présente généralement un ensemble de roches, allant de termes basiques à des termes différenciés, de volumes respectifs souvent très différents et attestant d'une évolution de la composition des magmas (différenciation magmatique). Deux mécanismes importants guident la différenciation magmatique : la cristallisation fractionnée et l'existence de mélange avec des solides (contamination) ou entre magmas. La composition des liquides basaltiques initiaux et des roches différenciées obtenues conduit à définir trois séries magmatiques principales : les séries tholéiitique, calco-alcaline et alcaline.	*reconnaissance de ceux-ci en lumière polarisée et analysée, mais la compréhension du système que constitue la roche, quant à sa formation, son origine et son histoire.* **Liens :** La détermination de l'âge absolu s'appuie sur les acquis des méthodes de chronologie (§ III). Le rappel de l'établissement d'une isochrone Rb/Sr permet de comprendre la signification du rapport isotopique initial exploité dans la détermination des sources de magma. - mettre en relation la convergence de composition des premiers liquides produits lors de la fusion d'une source (manteau ou croûte) avec les propriétés thermodynamiques (eutectiques) ; - reconstituer les conditions de fusion (congruente et incongruente) de phases solides et d'apparition d'un liquide dans des diagrammes binaires et dans un diagramme ternaire ; - estimer un taux de fusion partielle à partir de données géochimiques ; - proposer des hypothèses sur les conditions de la fusion : décompression adiabatique, échauffement isobare ou hydratation ; - discuter l'origine et la source des magmas à partir de la mesure des rapports isotopiques initiaux en Sr et Nd ; - identifier l'existence de sources magmatiques différentes sur des arguments géochimiques ; *La connaissance de la diversité des sources mantelliques n'est pas exigible, pas plus que la diversité des sources magmatiques en zones de subduction.* - utiliser un exemple connu de série (au choix) pour présenter les concepts fondamentaux de série magmatique et de différenciation magmatique ; - argumenter la notion de série magmatique à partir de données chronologiques, pétrologiques et géochimiques ; - reconstituer l'évolution des phases solides et liquides dans une cristallisation à l'équilibre et dans une cristallisation fractionnée en mettant en relation les observations pétrologiques (ordre de cristallisation), les données géochimiques et diagrammes (diagrammes binaires à solution solide ou avec eutectique, diagramme ternaire) ; - exploiter des observations pétrologiques et des données géochimiques pour formuler et argumenter des hypothèses sur les processus pouvant guider une différenciation magmatique ; - identifier la nature d'une série magmatique en

La série tholéiitique caractérise le magmatisme des dorsales ainsi que celui de grands épanchements en domaines intraplaques océaniques ou continentaux. La série calco-alcaline caractérise les zones de subduction et demeure souvent à l'origine d'éruptions dangereuses. La série alcaline s'observe principalement en domaine intraplaque.	utilisant un diagramme de Harker et formuler des hypothèses sur le contexte géodynamique de mise en place d'ensembles magmatiques à partir de données pétrologiques, géochimiques, structurales ; - associer certains dynamismes étudiés au § V-A et la (les) série(s) observée(s) ; Globalement : - exploiter des documents afin de proposer une (des) hypothèse(s) sur l'histoire régionale d'une série magmatique ; - expliquer les processus magmatiques dans le cadre de la formation de la lithosphère océanique ; *Un seul exemple de série magmatique est utilisé pour définir les arguments en faveur d'une évolution par cristallisation fractionnée, associant données pétrologiques et données géochimiques (nature du magma initial, ordre de cristallisation…). La nomenclature des différents termes volcaniques et plutoniques des différentes séries n'est pas à mémoriser. Les mécanismes physiques pouvant expliquer le fractionnement des phases cristallisées, même s'ils sont mentionnés ne sont ni à argumenter, ni à connaitre.* *L'existence d'autres processus susceptibles d'intervenir dans l'évolution de la composition d'un magma initial (injections successives, contamination par l'encaissant ou existence de mélanges) n'est abordée que pour discuter le modèle de base et amener à poser d'éventuelles hypothèses au regard d'autres observations ; la connaissance de ces processus n'est pas au programme.* **Liens :** Travaux pratiques : - « magmatisme » - « exploitation des cartes géologiques » Gestion du risque volcanique (§ III) Métamorphisme (§ VIII)

VI – Le phénomène sédimentaire

VI-A Modelés des paysages et transferts de matériaux en surface Les matériaux en surface sont soumis à de multiples processus d'altération qui engendrent des formations résiduelles, et d'érosion avec en particulier l'entrainement de produits par les eaux. La diversité des modelés des paysages est liée à l'action relative de facteurs structuraux, lithologiques et climatiques.	- analyser le modelé d'un paysage à partir de documents photographiques et cartographiques ; - identifier les principaux processus d'altération et d'érosion déterminant l'évolution d'un paysage ; - proposer des hypothèses sur l'influence possible des différents facteurs structuraux, lithologiques et climatiques dans l'évolution du paysage ; *Le raisonnement est privilégié, construit sur un ou des exemples au choix, par exemple pris localement. Aucune connaissance exhaustive n'est attendue.*
Des processus d'altération Les principaux processus d'altération chimique par l'eau sont l'hydrolyse et la dissolution. L'hydrolyse des silicates conduit à la formation d'argiles dont la nature est en relation avec l'intensité de l'altération, qui elle-même dépend du climat. Les produits de l'altération sont différemment mobilisables, en particulier en fonction de leur solubilité.	- identifier la nature des processus chimiques se produisant à l'échelle des roches et des minéraux ; - décrire les différents stades d'hydrolyse des feldspaths alcalins ; - relier sur ces exemples la diversité des produits d'altération, des conditions d'altération et celle des climats ; - utiliser le diagramme de Goldschmidt ; - analyser l'altération des roches carbonatées en s'appuyant sur l'équilibre des carbonates est ses éléments de contrôle ; - interpréter la présence éventuelle d'oxydes et d'hydroxyde de fer et d'aluminium (latéritisation) dans les formations résiduelles par l'intervention de processus d'oxydation et des facteurs qui l'influencent ; - mettre en relation les types d'altération avec les facteurs géologiques et environnementaux ;
Erosion et entrainement de matière En surface des continents, l'érosion se traduit par des flux de matières en **solution** (solutés) ou en **suspension** (particules) transportés par les fleuves et dépendant de la géologie des substrats, du climat, des êtres vivants ou des activités humaines.	- exploiter des données pour quantifier des transferts de matières à la surface du globe ; - identifier et argumenter les facteurs guidant leur importance et leur distribution ; - expliquer sur un exemple l'impact des activités humaines sur les transferts de surface ; - proposer des hypothèses sur l'impact des activités humaines sur les transferts de surface ; *On s'appuie sur les acquis de l'enseignement secondaire : « Le sol, un patrimoine durable » en Seconde, et « La disparition des reliefs » en Terminale. Néanmoins l'étude des sols n'est pas au programme. L'intervention de la biosphère sera simplement mentionnée.* *L'étude des phyllosilicates se limite à distinguer le rapport Si/Al des différents types d'argile.*

	Liens : Ressources géologiques (§ III) : on montre que les processus d'altération peuvent générer des concentrations à valeurs de ressources (bauxite, nickel de Nouvelle-Calédonie). Néanmoins aucune connaissance sur ces gisements n'est exigible.
VI-B La sédimentation des particules et des solutés **Les dépôts de particules en suspension** (sédiments détritiques) sont liés aux conditions hydrodynamiques des milieux et se produisent dans des environnements divers, lacustres, fluviatiles ou marins. Les sédiments présentent des structures et des figures sédimentaires diverses, à différentes échelles, traduisant les régimes hydrodynamiques. Des courants gravitaires engendrent des turbidites.	- analyser des formations superficielles continentales à partir de photographies et de cartes (topographiques et géologiques) pour en identifier l'origine et en comprendre la dynamique de mise en place et d'évolution ; - analyser des structures et des figures sédimentaires à partir de données expérimentales (diagramme de Hjulström) et d'observations actuelles pour en identifier l'origine et la dynamique de mise en place ; - analyser des structures et des figures sédimentaires en exploitant le diagramme de Allen ; - analyser la distribution de dépôts détritiques marins à partir de données cartographiques pour caractériser les principaux environnements de sédimentation en relation avec la dynamique de l'hydrosphère ; *On se limite à la sédimentation détritique marine (environnements deltaïques, éventails sous-marins et milieux pélagiques).*
La sédimentation des solutés est précédée d'une bioprécipitation ou d'une précipitation. **La sédimentation carbonatée** résulte pour l'essentiel de l'activité d'êtres vivants : organismes produisant des tests et des coquilles ou bactéries provoquant des précipitations. Elle se produit surtout en domaine marin de plateforme et caractérise aussi les environnements récifaux. La sédimentation carbonatée pélagique est le fait de micro-organismes planctoniques. Les dépôts ne s'observent pas au-delà d'une certaine profondeur, qui définit la profondeur de compensation des carbonates variable d'une zone océanique à une autre.	- analyser les caractères d'une roche carbonatée pour en déduire l'origine et les conditions de formation ; - identifier l'origine et les facteurs de contrôle de la sédimentation carbonatée et siliceuse à partir de l'étude de la sédimentation pélagique ; *En ce qui concerne les environnements carbonatés, on se limite à l'étude d'une plateforme et d'un milieu récifal.*
La silice dissoute dans l'eau de mer peut être utilisée par des micro-organismes planctoniques (Radiolaires, Diatomées), ce qui alimente la sédimentation de boues siliceuses, non limitée par la profondeur et inégalement distribuée. **La précipitation de solutés** en domaine lagunaire ou littoral, peut engendrer des **évaporites** (gypse, halite, sylvite) par concentration des solutions.	- mettre en relation la localisation et les caractères d'une séquence évaporitique avec les conditions chimiques de précipitation de sels ; **Liens :**

	Enseignement secondaire **:** L'existence d'une sédimentation de la matière organique a été présentée en classes de Seconde et Première. Les acquis pourront être brièvement rappelés sans être développés et sans faire l'objet d'interrogations au concours. Ressources (§ III) : L'importance des concentrations sédimentaires dans les ressources naturelles (placers, évaporites) est évoquée, mais aucune connaissance n'est exigible à ce propos.
VI-C Bassins sédimentaires et formation des roches **VI-C-1 Du sédiment à la roche : la diagenèse** Les bassins sédimentaires se développent dans des environnements géodynamiques subsidents ce qui entraine l'enfouissement des sédiments. Au cours de cet enfouissement, les sédiments sont transformés en roches sédimentaires (diagenèse). Ces transformations sont marquées par des mécanismes physiques de compaction et par des mécanismes chimiques de précipitation, de dissolution ou de recristallisation. L'ensemble des caractères lithologiques et paléontologiques d'une roche sédimentaire constitue son faciès.	- caractériser des mécanismes de diagenèse à partir d'observations pétrologiques à différentes échelles et de données géophysiques et géochimiques ; - argumenter et présenter les transformations chimiques de la diagenèse sur l'exemple des carbonates (transformation de l'aragonite en calcite, dolomitisation) ; **Liens :** L'étude de la diagenèse utilise des observations réalisées en Travaux Pratiques, en liaison notamment avec la classification des calcaires. En particulier, l'ensemble des connaissances et des méthodes acquises doit permettre de : - déterminer différents types de roches sédimentaires en utilisant les classifications *ad hoc*, en particulier la classification granulométrique pour les roches détritiques terrigènes et la classification de Dunham pour les roches carbonatées ; - formuler des hypothèses sur l'environnement et/ou les mécanismes de dépôt de la roche à partir de l'analyse de ses caractéristiques lithologiques et paléontologiques ; *On se limitera à l'identification chimique de roches carbonatées, à leur description macroscopique texturale (classification de Dunham) et à l'identification microscopique d'une matrice ou d'un ciment. La nature des grains carbonatés susceptibles d'être observés dans les roches proposées se limitera aux oolithes, à des microfossiles et à des bioclastes, la nature des fossiles n'étant en rien exigible.* **Liens :** Travaux pratiques : observation et analyse de roches sédimentaires en particulier calcaires Ressources géologiques (§ III) : on montrera l'intérêt de ces études dans la recherche et l'exploration des ressources (eau, gaz, pétrole). Enseignement secondaire : la diagenèse de la matière organique évoquée dans l'enseignement secondaire pourra être rappelée mais ne fera pas l'objet d'interrogations au concours.

VI-C-2 Organisation des corps sédimentaires et signification au sein des bassins En plus des études de terrain, les formations sédimentaires d'un bassin peuvent être étudiées par forage. Elles sont aussi étudiées de manière indirecte par exploration sismique et enregistrements diagraphiques. Le suivi d'une série sédimentaire permet de reconstituer l'évolution des caractères des milieux au cours du temps. Les corps sédimentaires peuvent s'organiser en séquences dont la géométrie et les faciès traduisent des variations relatives du niveau marin (variable eustatique dépendante du temps) et/ou des signatures tectoniques (variable dépendante du temps et de l'espace) L'étude de la géométrie des corps sédimentaires permet de reconstituer des éléments de la dynamique du bassin sédimentaire. L'évolution des bassins subsidents s'effectue dans des contextes géodynamiques variés que l'on peut observer en régime de convergence, de divergence et de coulissage.	*Les seuls paramètres enregistrés dans les diagraphies et mentionnés seront le gamma-ray et l'outil "Sonic".* - mettre en relation des données de diagraphies avec certains caractères des roches traversées ; - exploiter des documents sismiques et lithologiques permettant d'argumenter des facteurs qui contrôlent la géométrie des corps sédimentaires ; - réaliser l'analyse stratigraphique d'une série sédimentaire pour observer et décrire des séquences lithologiques correspondant à des environnements de dépôt (faciès littoraux, faciès distaux) ; - relier l'observation sur une même verticale de faciès différent avec le déplacement horizontal du système de dépôt et la présence éventuelle de discontinuités (surfaces d'érosion…) ; - définir les notions d'accommodation, de taux de subsidence, de niveau marin absolu et relatif ; - identifier les principaux corps qui se succèdent dans un cycle eustatique ; - identifier les dispositions géométriques correspondant à une progradation, une aggradation, une rétrogradation ; - analyser une coupe-profondeur correspondant à un cycle eustatique grâce à l'exploitation de la coupe-temps correspondante ; *On se limite à la variable temporelle eustatisme ; le passage de la coupe-profondeur à la coupe-temps n'est pas exigible.* - discuter les causes de la subsidence en relation avec le contexte tectonique et le poids des sédiments ; - réaliser des calculs simples de subsidence à partir du modèle d'équilibre vertical archimédien et à partir de données sédimentologiques des bassins ; **Liens** Travaux pratiques : « Phénomène sédimentaire» « Exploitation des cartes géologiques » 2ème année : L'étude des bassins sédimentaires se prolonge en 2ème année (marge passive, bassins sédimentaires de la France métropolitaine sur la carte au millionième) ; en 1ère année, on ne fera que mentionner les facteurs de contrôle intervenant dans le fonctionnement des bassins (apports de matériaux, eustatisme, tectonique).

Travaux pratiques de première année :
Le lien fort entre les différentes parties portant sur des thématiques générales (cartes, temps, risques, ressources) et les parties portant sur des objets ou processus géologiques étudiés en première année (magmatisme, phénomènes sédimentaires, etc.) ou en seconde année (métamorphisme, grands ensembles géologiques) invite à organiser les travaux pratiques avec la plus grande liberté en respectant le cadre horaire global.
Pour la première année, neuf séances de travaux pratiques sont définies, dont quatre au premier semestre.

Structure et dynamique du globe	- étude de documents géophysiques permettant de remobiliser les acquis du lycée ; - exploitation de documents de tomographie sismique ; - exploitation de cartes de fonds océaniques (océan Atlantique ou océan Indien CCGM ; - construction du gradient géothermique.
La géologie, une science historique Cette séance de TRAVAUX PRATIQUES pourra être envisagée en relation avec les séances de TRAVAUX PRATIQUES prévues en IV (la carte géologique).	-analyse des relations géométriques sur des supports divers (photographies d'affleurements, carte géologique) afin d'établir une chronologie relative entre formations ou événements géologiques ; - analyse de chronologie relative sur des documents fournissant des contenus faunistiques et l'extension stratigraphique des fossiles concernés ; - établissement de corrélations entre formations sédimentaires ; - mise en relation de formations sédimentaires avec l'échelle stratigraphique (identification de lacunes…) - exploitation d'une isochrone pour dater la fermeture d'un système (roches totales et système riche comme la biotite).
Les cartes géologiques	- réalisation de coupe en région tabulaire (à main levée ou à l'aide d'un profil topographique fourni) ; - réalisation de coupes en région plissée (à main levée ou à l'aide d'un profil topographique fourni) ; - exploiter les informations visibles sur une carte (à l'exception de la notice) pour établir une histoire régionale simplifiée.
Magmatisme	- analyse de paysages, d'affleurements et de cartes permettant de visualiser la diversité des modes d'expression du magmatisme ; - identifier à l'échelle macroscopique quelques minéraux : olivine, pyroxènes, amphiboles, feldspaths, quartz, micas ; - identification macroscopique raisonnée des roches magmatiques citées en V-A par l'étude de leur texture, de la minéralogie observable et de la mésostase ; - étude d'un exemple d'une série magmatique ; - réalisation d'exercices illustrant la diversité des sources, la variation du taux de fusion partielle ; - réalisation d'exercices illustrant deux moteurs de la différenciation magmatique : la cristallisation fractionnée et l'existence de mélanges.
Phénomène sédimentaire	- le modelé des paysages : analyse de cartes et de documents faisant apparaître un modelé glaciaire ; - analyse d'une carte montrant des formations superficielles ; - analyse des formations superficielles fluviatiles ; - étude des roches sédimentaires (critères d'identification) ; relations avec les conditions de mise en place : calcaires (avec

	classification), grès, argilites, marnes, bauxite, conglomérats, halite, gypse, houille ; -analyse d'observations pétrologiques et de données relatives aux transformations diagénétiques ; - calcul simple de taux de subsidence et analyse de l'évolution de la subsidence d'un bassin ; - observations de figures et structures sédimentaires ; - étude des séries sédimentaires à l'échelle d'un bassin ; - analyse de différents forages et diagraphies associées ; établissement des corrélations entre les forages ; - analyse d'une coupe-profondeur et d'une coupe-temps associées à un cycle eustatique.
Classe de terrain Le travail effectué sur le terrain permet d'établir le lien entre les objets réels et les différentes représentations utilisées en salle, dont en particulier les cartes. Il permet aussi d'ouvrir sur la biologie (via l'analyse et la représentation du paysage en particulier) et sur les problématiques étudiées en géographie.	- se localiser dans la topographie et dans la structure géologique - identifier, décrire, interpréter des objets géologiques à différentes échelles - reconstituer et représenter les objets dans les trois dimensions de l'espace - rendre compte sous différentes formes (photographies, croquis, textes…)

Seconde année

VII – Les déformations de la lithosphère et les transformations minérales associées

Sur la base d'observations d'objets réalisées en particulier sur le terrain, les études en laboratoire (mesures, expériences, modèles analogiques ou numériques…) permettent de comprendre des mécanismes et de relier les déformations repérées à différentes échelles avec leurs conditions de formation (lien à la tectonique, à la pétrographie, aux conditions dans lesquelles la déformation s'effectue). Réciproquement, la connaissance de ces éléments éclaire les données du terrain et participe à la construction des interprétations géologiques.

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles
VII-A Déformations des matériaux de la lithosphère	
VII-A-1 Rhéologie de la lithosphère Les matériaux lithosphériques se déforment sous l'effet de la contrainte : la déformation est élastique, plastique ou cassante. Les mécanismes de la déformation plane sont le cisaillement pur et le cisaillement simple.	- définir déformation et contrainte ; - définir la déformation élastique, la déformation plastique, le fluage et la notion de rupture ; - reconnaitre les deux mécanismes de la déformation plane à partir des structures ou microstructures d'identification ; *Les mécanismes intimes de la déformation à l'échelle cristalline tout comme les cercles et enveloppes de Mohr ne sont pas au programme.*
Les propriétés mécaniques des roches sont dépendantes de leur compétence, des conditions thermodynamiques et de la vitesse de déformation. Ces propriétés mécaniques sont liées à la notion	- distinguer un comportement ductile et un comportement cassant ; - relier ces différents types de comportement à la compétence des roches, aux conditions

thermo-mécanique de lithosphère définie aux § I-A & I-B.	thermodynamiques ainsi qu'à la vitesse de déformation ; - illustrer l'importance de la vitesse de déformation ; **Lien :** § VII-B
Le comportement global de la lithosphère est déterminé par son enveloppe rhéologique. L'hétérogénéité verticale de comportement mécanique de la lithosphère continentale peut déterminer des niveaux de découplage.	- établir un profil rhéologique de la lithosphère continentale à l'aide de la loi de Byerlee et des lois de fluage ; - discuter l'allure de ce profil en fonction du gradient géothermique local ; **Liens :** § VII-B, § II
VII-A-2 Sismogenèse L'étude des séismes et la prédiction du risque sismique passent par la description des événements et par de nombreuses mesures.	L'étude de quelques exemples récents, laissés au choix, permet de montrer la diversité des observations effectuées lors d'un séisme.
La relaxation rapide d'énergie accumulée par les déformations élasto-plastiques est responsable de la formation des séismes. Pour un séisme donné, le mécanisme au foyer permet l'analyse de la géométrie de la faille et de son mouvement. L'étude d'un ensemble de mécanismes aux foyers dans une région donnée permet de caractériser le contexte tectonique. La distribution mondiale des séismes et l'étude des mécanismes au foyer renseignent sur la géodynamique globale.	- exploiter des données de mécanismes au foyer ; par contre, la construction stéréographique d'un mécanisme au foyer n'est pas au programme ; - relier ces données aux contextes géodynamiques ; - exploiter et relier des données de géodésie spatiale (GPS et interférométrie radar) permettant la surveillance des failles actives et la quantification de l'aléa par mesure de l'accumulation de déformation autour de ces failles ; - relier les notions de magnitude et de temps de récurrence à la prédiction du risque sismique ; **Lien :** § II
Les mesures de géodésie spatiale telles que le GPS et l'interférométrie radar permettent d'évaluer les déplacements instantanés, de les comparer à ceux déterminés à l'échelle des temps géologiques et de préciser la connaissance de l'aléa.	- utiliser des mesures géodésiques pour analyser les déplacements ; - comparer en ordre de grandeur les déplacements (temps, distance) ; *Les méthodes de géodésie spatiale ne sont pas au programme.*
VII-A-3 Les objets de la déformation - La lithosphère est une mosaïque d'objets tectoniques d'échelles et de natures différentes : bombement et flexuration lithosphériques, plis, failles, microstructures associées.	- décrire et identifier des objets tectoniques sur des documents cartographiques et photographiques ; - décrire et identifier des microstructures sur des échantillons et sur des photographies ; - réaliser des schémas structuraux et des

	coupes géologiques à main levée, le profil topographique étant fourni ; - établir, dans le cas des déformations coaxiales, le lien entre la déformation finie observée et l'orientation de la contrainte ; - relier l'analyse des microstructures à celle des transformations minéralogiques ; **Liens :** Travaux pratiques, § VII-B
VII-B Les transformations minérales du métamorphisme	
VII-B-1 Les associations minéralogiques indicatrices de pression et de température (2h) Une roche de composition donnée exposée à un changement de température et/ou de pression est le siège de transformations minéralogiques. Ces transformations sont régies par les lois de la thermodynamique et de la cinétique chimique. Les faciès métamorphiques sont des domaines de l'espace pression-température. L'association de minéraux stables dans un faciès constitue une paragenèse à l'équilibre. Ces assemblages dépendent de la nature de la roche originelle (protolithe). Des géobaromètres et des géothermomètres sont constitués par des réactions univariantes du métamorphisme, des minéraux index et par la distribution de certains éléments chimiques dans les phases minérales. - Dans certaines conditions, le métamorphisme peut conduire à l'anatexie crustale. **<u>VII-B-2 Distribution spatiale des roches métamorphiques et variations temporelles des associations minéralogiques (3h)</u>** La distribution spatiale des roches métamorphiques à l'échelle régionale permet d'identifier des séries métamorphiques, indicatrices d'un gradient géothermique local. Les mêmes méthodes peuvent être transposées à plus petite échelle dans le cadre du métamorphisme de contact.	 - analyser et exploiter les représentations cartographiques du métamorphisme ; - exploiter les données de documents photographiques ; - identifier à l'œil nu des roches métamorphiques : schiste, micaschiste, gneiss, éclogite, migmatite, marbre ; *d'autres roches peuvent être présentées (cornéennes, amphibolites…), mais leur reconnaissance macroscopique n'est pas exigible ;* - exploiter et relier des données permettant de faire le lien entre déformation des roches et recristallisations ; - situer approximativement les limites des principaux facies métamorphiques : schistes verts, amphibolites, granulites, schistes bleus, éclogites ; - discuter de la pertinence du choix d'un géobaromètre ou d'un géothermomètre ; - exploiter des données de thermométrie et barométrie chimiques ; - utiliser une grille pétrogénétique fournie ; - utiliser un solidus quartz-albite-orthose pour discuter d'une possible fusion crustale ; **Lien :** § V-B-1 - exploiter la juxtaposition d'assemblages typomorphes dans une série métamorphique ; - déterminer un gradient d'enfouissement ; - relier les principaux gradients à des contextes géodynamiques ; - exploiter des données illustrant le cas particulier du métamorphisme de contact ;

L'étude des différentes paragenèses présentes dans une roche métamorphique et leur datation peut permettre de reconstituer un chemin P,T = f(t). Ce chemin fait apparaître des étapes progrades et des étapes rétrogrades, caractéristiques des conditions d'enfouissement et des conditions d'exhumation. Un chemin P,T = f(t) constitue une jauge de profondeur dans l'histoire tectonique d'une unité crustale. La nature des séries métamorphiques et les reconstitutions de chemins P,T = f(t) sont étroitement liées à l'histoire géodynamique.	- exploiter des données pétrogénétiques et structurales pour proposer une hypothèse en terme de chemin P,T = f(t) ; - exploiter des assemblages typomorphes et des chemins P,T= f(t) dans le cadre d'une histoire régionale et dans celui de la géodynamique globale ; - utiliser l'évolution dans le temps des associations minéralogiques pour éclairer l'exemple d'une chaîne de montagne en termes géodynamiques ; Liens : Travaux pratiques, § VIII-B

VIII – Etude de grands ensembles géologiques

Cette partie permet d'intégrer des données géophysiques, pétrologiques, géochimiques et sédimentologiques, acquises en 1ère année et en 2ème année, à la compréhension de quelques grands ensembles géologiques.

VIII-A L'océan L'origine magmatique de la lithosphère océanique étant déjà connue, il s'agit seulement ici de montrer sa structure et son évolution minéralogique au contact de l'eau de mer lors de l'expansion océanique ainsi que son devenir thermomécanique. *La formation de la lithosphère océanique, déjà abordée avec le magmatisme, ne fera pas l'objet de développement supplémentaire.*	
VIII-A-1 Structure et devenir de la lithosphère océanique La lithosphère océanique présente une structuration verticale pouvant être reconstituée entre autres à partir de l'analyse d'un complexe ophiolitique. Formée à l'axe des dorsales, elle interagit avec l'eau de mer ce qui entraîne l'apparition de phases hydroxylées. La subduction de la lithosphère océanique est liée à son évolution thermomécanique.	- relier le fonctionnement d'une dorsale (1ère année), à la structure de la lithosphère océanique qu'elle génère ainsi qu'à l'organisation d'un complexe ophiolitique ; - illustrer les échanges chimiques avec l'eau de mer ; *L'hydrothermalisme océanique n'est pas au programme dans sa globalité ; seuls sont exigibles des exemples permettant d'illustrer le tri géochimique : hydratation des minéraux de la croûte, échanges de Na et Mg. Les processus d'origine des fumeurs noirs et des sulfures métalliques associés ne sont pas au programme.* **Lien :** Magmatisme (§ V) - montrer le caractère gravitaire de la subduction ; - identifier des signatures de la subduction ; - relier diverses données permettant de discuter de la diversité des subductions ; *par contre la connaissance exhaustive de cette diversité n'est pas au programme ;*

	- exploiter ces connaissances dans l'identification de paléo-subductions ; **Liens :** § VIII-B, § VIII-C
VIII-A-2 Les marges de l'océan Une marge active montre des signatures géomorphologiques, géophysiques et pétrologiques. Pour une marge passive, la subsidence thermique crée de l'espace disponible pour la sédimentation	- identifier les indices d'une marge continentale active ; - relier la géométrie d'une marge passive à son histoire ; **Lien :** § VI-C
VIII-A-3 Le couplage océan atmosphère L'océan est animé de courants de surface étroitement couplés aux courants troposphériques. Ce couplage thermomécanique est un déterminant majeur de climats.	- illustrer le couplage océan-troposphère par un exemple (El niño ou la mousson indienne) ; *Aucune connaissance supplémentaire sur les climats n'est exigible.* **Lien :** § I-B

VIII-B Une chaîne de montagnes L'étude sera effectuée sur les Alpes franco-italo-suisses en se limitant à la partie visible sur la carte de France au millionième (dernière édition en cours). Elle s'appuiera sur : - la carte au millionième ; - les cartes au 1/250 000 d'Annecy et de Gap ; - diverses cartes au 1/50 000 laissées au choix ; - la carte du métamorphisme alpin CCGM ; - la carte tectonique des Alpes et du métamorphisme alpin ; - la carte des anomalies de Bouguer (ou carte des anomalies gravimétriques) ; - le profil ECORS-CROP. D'autres documents peuvent être utilisés, mais leur connaissance n'est pas exigible.	
Une chaîne de montagnes est un édifice structuré dont l'étude et la compréhension nécessitent des observations de terrain et les apports de la géophysique. Elle montre des vestiges de son histoire paléogéographique ainsi que des indices d'épaississement et de raccourcissement. L'intégration des différentes informations permet de reconstituer les grandes étapes de l'histoire géodynamique de la chaîne.	- identifier et exploiter des vestiges de domaines océaniques ; - identifier et exploiter des témoins de marge passive ; - identifier et exploiter des indices de raccourcissement et de décrochement ; - identifier et exploiter des indices d'épaississement ; - utiliser des témoins métamorphiques pour argumenter un diachronisme des subductions et construire, à l'aide des autres données, l'interprétation de cette chaîne en géométrie prismatique ; - identifier et exploiter des témoins de collision ; - identifier et exploiter des indices de la déformation actuelle ; - intégrer des informations pour reconstituer des

	éléments d'histoire d'une chaîne de montagnes ; *La connaissance chronostratigraphique des différents événements n'est pas au programme.* **Lien :** Travaux pratiques

VIII-C Etude de quelques grands ensembles structuraux français	
VIII-C-1 Quelques grands ensembles structuraux de France métropolitaine *Pour la France métropolitaine, l'étude des exemples retenus dans le programme sera majoritairement effectuée sur la carte de France au millionième (dernière édition en cours) qui demeure le seul document dont la connaissance est exigible.* Outre les Alpes (§ VIII-B), la France métropolitaine montre quelques grands ensembles structuraux : autres chaines de montagnes récentes, bassins sédimentaires, massifs anciens.	
Par-delà leur unité**, les bassins sédimentaires** présentent des variations dans leur morphologie, leur structure profonde, leur origine et leur subsidence. D'autres **chaînes de montagnes récentes** que les Alpes peuvent être repérées sur le territoire métropolitain. **Un massif ancien** est un vestige à l'affleurement d'une histoire tectono-métamorphique plus ancienne. Les objets géologiques visibles à l'affleurement, bien que différents de ceux observés dans les chaines récentes, permettent aussi d'accéder à l'histoire de cette chaine.	*En s'appuyant sur l'exemple analysé en TP, on élargit à d'autres bassins pour montrer l'unité et la diversité des phénomènes (on se limite aux bassins parisien et aquitain et au fossé rhénan).* *La structure des chaines autres que les Alpes n'est pas étudiée ; on se limite à les identifier sur la carte au millionième en les reliant aux cycles orogéniques concernés.* *Ni la structure, ni l'histoire des massifs anciens ne sont à mémoriser. On se limite à les identifier sur la carte au millionième en les reliant aux cycles orogéniques concernés.*
VIII-C-2 Les îles océaniques françaises	
Les îles océaniques sont des édifices géologiques issus d'un processus magmatique, dans un contexte géodynamique donné, ancien mais encore souvent actif.	*Les seules connaissances exigibles sont celles établies dans les parties précédentes, y compris celles traitées en première année*. - analyser un contexte géologique en croisant différentes références connues ou fournies ; *On se limite aux trois iles suivantes : Guadeloupe, Martinique, Réunion.*

Travaux pratiques (6 séances) :
Un ensemble de six séances de travaux pratiques est proposé en seconde année. **L'écriture adoptée pour définir les exigibles du programme ne constitue pas une indication de séances à réaliser de façon linéaire.** En relation avec ces approches multiples réalisées sur des objets complexes dans le cadre des travaux pratiques, le cours permet de structurer des synthèses et de poser les bases générales correspondant aux phénomènes étudiés ou aux grands ensembles décrits.

En effet, les contenus comme les savoir-faire définis sont interpénétrés ce qui amène à revenir à plusieurs reprises sur les différents éléments d'analyse. Par exemple, l'étude des déformations, pour laquelle aucune séance spécifique n'est définie, concerne les chaines de montagnes récentes ou anciennes, étudiées en salle comme sur le terrain et peut être reliée aux transformations minérales du métamorphisme. Ces transformations sont inévitablement abordées à plusieurs reprises, dans les différents contextes. La réalisation de schémas structuraux, de coupes, l'interprétation des paysages impliquent un regard global et décloisonné et peuvent intervenir à différentes moments. Globalement, un équivalent de 3 séances environ concerne les Alpes, 3 séances les autres ensembles structuraux.

Déformation des matériaux de la lithosphère	- observation d'objets tectoniques sur différents supports (cartes géologiques, photographies, échantillons,…) et à différentes échelles - interprétation d'objets tectoniques, en termes d'ellipsoïde des déformations finies et, lorsque c'est possible, lien avec l'ellipsoïde des contraintes - utilisation des microstructures associées aux structures d'échelle supérieure - réalisation de schémas structuraux - réalisation de coupes géologiques à main levée sur des profils topographiques fournis - établissement d'un lien entre paysage et déformation - réalisation d'exercices permettant d'associer des données diverses (morphologiques, géophysiques, géologiques…) aux caractéristiques d'un contexte géodynamique - exploitation de données GPS et d'interférométrie radar permettant la surveillance des failles actives
Les transformations minérales du métamorphisme L'étude pratique des transformations minérales peut envisagée en association avec les travaux portant sur les déformations, mais aussi en liaison avec l'étude de l'édifice alpin et des massifs anciens.	- analyse et exploitation d'une carte géologique laissée au choix permettant l'étude d'une série métamorphique - analyse et exploitation de données montrant l'association métamorphisme – anatexie crustale - identification à l'œil nu des roches métamorphiques citées dans le § VII-B - exploitation de photographies de lames minces, les minéraux étant annotés - exploitation de données permettant de faire le lien entre déformation des roches et recristallisations - utilisation d'une grille pétrogénétique fournie - exploitation de données fournies de thermométrie et de barométrie chimiques - exploitation de données concernant une série métamorphique pour reconstituer un gradient géothermique d'enfouissement - exploitation de données pétrogénétiques et structurales pour proposer une hypothèse en terme de chemin P,T = f(t) ; exploitation de ces résultats dans le cadre d'une histoire régionale et dans celui de la géodynamique globale - utilisation de l'évolution dans le temps des associations minéralogiques pour éclairer une histoire métamorphique

Les grands ensembles structuraux français Structuration de l'édifice alpin	- exploitation du profil Ecors Bresse – Jura – Alpes - exploitation de la carte au 1 000 000 de la France - exploitation des cartes au 1/250 000 d'Annecy et de Gap - réalisation de schémas structuraux et de coupes sur des cartes au 1/50 000 laissées au choix - exploitation de la carte du métamorphisme alpin CCGM (2004 ou 2012) - exploitation de la carte tectonique des Alpes 2012 - exploitation de la carte des anomalies de Bouguer (ou carte des anomalies gravimétriques)
Un exemple de massif ancien	- réalisation de schémas structuraux à partir la carte de France au millionième - réalisation de schémas structuraux partiels sur des cartes à différentes échelles - réalisation de coupes géologiques à main levée, le profil topographique étant fourni - analyse et exploitation de données pétrologiques, tectono-métamorphiques…, permettant d'analyser une situation géologique
Un exemple de bassin sédimentaire	On choisit un des trois bassins suivants : bassin parisien, bassin aquitain, fossé rhénan. - identifier les caractéristiques d'un bassin sédimentaire sur la carte au millionième - exploiter des données issues de documents complémentaires (cartes, données géophysiques et sédimentologiques…) permettant de comprendre l'origine et l'histoire géodynamique (subsidence) d'un bassin sédimentaire *La connaissance de la chronologie des événements qui ont jalonné le remplissage sédimentaire n'est pas au programme.*
Classe de terrain Le travail effectué sur le terrain permet d'établir le lien entre les objets réels et les différentes représentations utilisées en salle, dont en particulier les cartes. Il permet de mieux comprendre la géométrie et l'histoire des ensembles géologiques ; la situation géographique est laissée au choix (chaîne alpine, massif ancien, île océanique). Ce travail permet aussi d'ouvrir sur la biologie (via l'analyse et la représentation du paysage en particulier) et sur les problématiques étudiées en géographie.	- se localiser dans la topographie et dans la structure géologique - identifier, décrire, interpréter des objets géologiques à différentes échelles - reconstituer et représenter les objets dans les trois dimensions de l'espace - rendre compte sous différentes formes (photographies, croquis, textes…) - passer de la réalité complexe du terrain à des représentations simplifiées correspondant à des hypothèses explicatives

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : scientifique

Voie : Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST)

Discipline : Physique-chimie

Seconde année

Programme de physique-chimie de BCPST 2ère année

Le programme de physique-chimie de la classe de deuxième année de BCPST s'inscrit dans la continuité du programme de première année. Ce programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de physique-chimie est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- valider ;
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, il identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de BCPST2, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de BCPST2. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique-chimie fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises en première année en informatique et sciences du numérique. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de physique-chimie de la classe de deuxième année de BCPST inclut celui de première année, et son organisation est la même :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée **« formation expérimentale »,** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de BCPST1, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de BCPST2. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de BCPST2. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.

  Certains items de cette partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.
- Deux appendices listent le matériel et les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie en fin de deuxième année de BCPST. Il complète le matériel rencontré en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation de seconde année est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique et sciences de la vie et de la Terre.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.
C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique.
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la

mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence ; elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale. - Énoncer une problématique d'approche expérimentale. - Définir les objectifs correspondants.
Analyser	- Formuler et échanger des hypothèses. - Proposer une stratégie pour répondre à la problématique. - Proposer un modèle. - Choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental. - Évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations.
Réaliser	- Mettre en œuvre un protocole. - Utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel. - Mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates. - Effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales.
Valider	- Exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes. - Confronter un modèle à des résultats expérimentaux. - Confirmer ou infirmer une hypothèse, une information. - Analyser les résultats de manière critique. - Proposer des améliorations de la démarche ou du modèle.
Communiquer	- À l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible ;

	o utiliser un vocabulaire scientifique adapté ; o s'appuyer sur des schémas, des graphes. - Faire preuve d'écoute, confronter son point de vue.
Être autonome, faire preuve d'initiative	- Travailler seul ou en équipe. - Solliciter une aide de manière pertinente. - S'impliquer, prendre des décisions, anticiper.

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.
La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.
La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence ; elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ….

Établir une stratégie de résolution (analyser)	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …..
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser)	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. …
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider)	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeur connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, …). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue. …
Communiquer	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. …

3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique-chimie prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ».
L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeur, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…) dans les domaines de la physique et de la chimie des XX^{ème} et XXI^{ème} siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Dégager la problématique principale. - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie. - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,…).
Analyser	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations. - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents.

	- Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence. - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. - S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse.
Réaliser	- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau. - Trier et organiser des données, des informations. - Tracer un graphe à partir de données. - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure, … - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau, … - Conduire une analyse dimensionnelle. - Utiliser un modèle décrit.
Valider	- Faire preuve d'esprit critique. - Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire. - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude, …). - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance.
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	- Rédiger et présenter une synthèse, une analyse, une argumentation, … (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique). - Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale. - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques.

Partie 2 - Formation expérimentale

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de l'année de BCPST2 durant les séances de travaux pratiques. Elle vient prolonger la partie correspondante du programme de BCPST1 dont les capacités doivent être complètement acquises à l'issue des deux années de préparation, et restent donc au programme de la deuxième année.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

1. Prévention des risques au laboratoire

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique et optique leur permette de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Prévention des risques **- chimique**	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au

Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P. **- électrique, optique**	prélèvement et au mélange des produits chimiques. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques. Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation de sources lumineuses et d'appareils électriques.
2. Impact environnemental Traitement et rejet des espèces chimiques.	 Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

2. Méthodes expérimentales

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. Solutions aqueuses Titrage par complexation, précipitation, oxydoréduction. Piles électrochimiques	 Choisir les électrodes adaptées. Repérer les cas où une protection de l'électrode de référence est nécessaire. Analyser les courbes de titrage et identifier les réactions mises en jeu. Déterminer les quantités de matière et les constantes thermodynamiques. Mettre en œuvre une pile pour déterminer des constantes thermodynamiques d'équilibre ou des potentiels standard.
2. Thermodynamique Enthalpie de changement d'état.	 Mettre en œuvre une méthode calorimétrique pour déterminer une enthalpie de changement d'état.
3. Dynamique des fluides Porosité et perméabilité. Viscosité.	 Mettre en œuvre des dispositifs de mesure de ces grandeurs.
4. Signal Oscillations amorties. Régime sinusoïdal forcé.	 Réaliser un montage permettant de visualiser l'évolution temporelle d'une grandeur électrique dans un régime *RLC* et observer les différents régimes. Mesurer le déphasage entre deux grandeurs. Visualiser, lorsqu'elle existe, la résonance d'un circuit en régime sinusoïdal forcé, et mesurer la largeur de la bande passante.

Filtres.	Mesurer le facteur d'amplification d'un filtre et le déphasage entre les signaux d'entrée et de sortie.
Spectroscope à réseau.	Régler le spectroscope à réseau. Sélectionner une longueur d'onde ; mesurer une longueur d'onde.
Effet Doppler.	Réaliser une mesure de décalage de fréquence.
Retard temporel.	Mettre en œuvre une mesure de retard temporel.
5. Chimie organique	
Extraction d'un constituant d'un mélange diphasé.	Réaliser l'extraction d'un constituant dans un mélange à l'aide d'un montage approprié.
Synthèse d'un organomagnésien.	Réaliser la synthèse en respectant les conditions opératoires.

Partie 3 - Contenus disciplinaires

Les thèmes traités en seconde année

Les objectifs de formation en seconde année sont identiques de ceux exposés dans le programme de première année. La seconde année est rythmée par six thèmes pour lesquels il est donné à titre indicatif une estimation du temps à consacrer en cours. Le contenu et le volume des séances de travaux dirigés spécifiques à chaque thème sont à l'initiative de l'enseignant en fonction de sa progression.

	Physique	Chimie
I. Thermodynamique	9 h	35 h
II. Phénomènes de transport	13 h	
III. Signal et rayonnement	14 h	
IV. Mécanique	8 h	
V. Mécanique des fluides	13 h	
VI. Chimie organique		16 h

I. Thermodynamique

L'enseignement de thermodynamique de deuxième année reprend et développe les notions de thermodynamique physique et chimique étudiées en première année. L'enthalpie libre G, considérée comme une fonction de la température, de la pression et des quantités de matière, est introduite pour l'étude des transformations physiques et chimiques à pression et température constantes. L'étude des diagrammes binaires porte sur des diagrammes isobares ; ceux-ci seront fournis ou construits à partir de données expérimentales.

Pour l'étude des équilibres chimiques et des déplacements d'équilibre, plusieurs outils sont introduits : affinité chimique, quotient réactionnel, enthapie libre de réaction, l'étudiant devant rester libre de travailler avec l'outil qu'il maitrise le mieux.

Notions	Capacités exigibles
1. Travail des forces pressantes	
Forces pressantes.	Établir un bilan de forces exercées sur la paroi d'un piston mobile. Interpréter la condition d'équilibre mécanique.
Travail des forces pressantes.	Calculer le travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné (monobare, isobare, isotherme d'un gaz parfait). Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.
2. Description des systèmes fermés de composition constante	
Energie interne d'un fluide compressible. Détente de Joule - Gay-Lussac.	Relier qualitativement la variation de température lors d'une détente de Joule - Gay-Lussac aux propriétés d'un gaz.
Première loi de Joule. Enthalpie. Deuxième loi de Joule. Capacités thermiques dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable. Relation de Mayer.	Exprimer la variation d'énergie interne et la variation d'enthalpie sous une forme différentielle ou finie. Utiliser les grandeurs molaires et massiques. Exploiter l'extensivité de l'énergie interne et de l'enthalpie. Déterminer un transfert thermique à partir de la variation de la fonction d'état la plus adaptée.
Identités thermodynamiques sur les fonctions *U* et *H*.	Établir l'expression d'une variation d'entropie dans le système de coordonnées le plus adapté. Démontrer et utiliser la loi de Laplace.
3. Description des systèmes fermés de composition variable	
Enthalpie libre ; potentiel chimique. Identité thermodynamique sur la fonction *G*.	Relier les grandeurs *V*, *S* et μ aux dérivées partielles de *G*(*T*,*P*,*n*).
Relation de Gibbs-Helmholtz.	Démontrer la relation de Gibbs-Helmholtz. Interpréter l'influence d'une variation de pression ou de température sur le potentiel chimique.
Potentiel thermodynamique.	Relier la variation de l'enthalpie libre et la création d'entropie lors d'une transformation spontanée à *T* et *P* constantes. Établir un critère d'évolution et un critère

	d'équilibre à partir de l'évolution de *G*.
Identité d'Euler.	Exprimer le lien entre l'enthalpie libre d'un mélange et les potentiels chimiques des constituants.
Activité d'un constituant.	Définir l'activité d'un constituant dans un mélange idéal. Exprimer et utiliser le potentiel chimique d'un constituant dans un mélange idéal (phase condensée, gaz) et dans une solution diluée. **Approche documentaire :** à partir de documents sur la pression osmotique, discuter d'applications, au laboratoire, dans l'industrie ou dans le vivant, de l'influence de la pression sur le potentiel chimique.
4. Changements d'état d'un corps pur ou d'un mélange	
Condition d'équilibre d'un corps pur sous deux phases. Enthalpie de changement d'état. Entropie de changement d'état.	Interpréter la condition d'équilibre par une égalité de potentiels chimiques. Relier, pour un équilibre entre deux phases, les grandeurs *H*, *S* et *V* aux grandeurs massiques ou molaires associées et au titre en vapeur. Utiliser la relation entre les entropies molaires (massiques) et les enthalpies molaires (massiques) de changement d'état.
Calorimétrie.	Réaliser un bilan enthalpique dans le cas d'un changement d'état. **Réaliser des mesures calorimétriques à l'aide d'une méthode électrique ou par mélange.**
Construction et lecture de diagrammes d'équilibre de systèmes binaires. Diagramme liquide-vapeur isobare avec miscibilité totale à l'état liquide ; azéotrope. Diagramme liquide-vapeur isobare avec miscibilité nulle à l'état liquide ; hétéroazéotrope. Diagramme solide-liquide isobare avec miscibilité totale à l'état solide. Diagramme solide-liquide isobare avec miscibilité nulle à l'état solide ; eutectique.	Exploiter un faisceau de courbes d'analyse thermique pour établir l'allure d'un diagramme binaire. Attribuer les différentes zones du diagramme Calculer et commenter la valeur de la variance en un point du diagramme Repérer un point azéotropique ou hétéroazéotropique. Repérer un point eutectique. Expliquer une technique de séparation des constituants d'un mélange à l'aide d'un diagramme binaire isobare (distillation fractionnée, hydrodistillation, entraînement à la vapeur, distillation hétéroazéotropique).
Théorème des moments.	Déterminer la composition d'un système en un point donné du diagramme. **Mettre en œuvre l'extraction d'un constituant dans un mélange à l'aide d'un**

	montage approprié. **Approche documentaire :** illustrer l'intérêt des diagrammes binaires dans le domaine des sciences de la Terre ou du génie des procédés agroindustriels.
5. Thermodynamique chimique Grandeur de réaction. Etat standard. Enthalpie standard de réaction et entropie standard de réaction. Enthalpie standard de formation, entropie standard absolue. Loi de Hess.	Déterminer l'enthalpie standard et l'entropie standard de réaction à l'aide de données thermodynamiques. Interpréter le signe de l'enthalpie standard de réaction. Prévoir le signe de l'entropie standard de réaction.
Premier principe appliqué à la réaction chimique. Variation d'enthalpie du système, mesures calorimétriques.	Réaliser des bilans enthalpiques pour calculer un transfert thermique ou une variation de température au cours d'une réaction.
Affinité chimique. Critère d'évolution, critère d'équilibre dans le cas d'un système chimique dont l'évolution spontanée est modélisée par une seule réaction à *T* et *P* constants.	Relier l'affinité chimique et l'enthalpie libre de réaction. Relier l'affinité chimique à la constante thermodynamique d'équilibre et au quotient réactionnel. Relier le sens d'évolution d'un système chimique au signe de l'affinité chimique. Identifier, en utilisant l'affinité ou la comparaison de la constante thermodynamique d'équilibre et le quotient réactionnel, si le système à l'état final se trouve dans une situation d'équilibre chimique ou hors-équilibre chimique.
Enthalpie libre standard de réaction dans le cadre de l'approximation d'Ellingham. Constante thermodynamique d'équilibre : relation de Van't Hoff.	Calculer la constante thermodynamique d'équilibre à partir des grandeurs standard de réaction. Modéliser l'évolution de la constante thermodynamique d'équilibre avec la température dans le cadre de l'approximation d'Ellingham.
Variance : nombre de degrés de liberté d'un système à l'équilibre.	Interpréter la valeur d'une variance. Identifier un système de variance nulle ou monovariant.
Lois de déplacement des équilibres chimiques.	Utiliser l'affinité chimique ou la comparaison du quotient de réaction et de la constante thermodynamique d'équilibre pour interpréter l'influence d'une variation de température, de pression sur un système chimique initialement à l'équilibre.

6. Réactions en solution aqueuse	
Formation de complexes, ligands.	Identifier la formule d'un complexe à partir de son nom systématique, dans le cas de ligands simples.
Constante globale de formation β_n. Constantes de formation successives. Domaines de prédominance. Compétition entre ligands.	Utiliser un diagramme de prédominance fourni pour déterminer la réaction prépondérante. Calculer les concentrations à l'état final dans les cas simples mettant en jeu une unique réaction prépondérante, en faisant les approximations pertinentes. **Mettre en œuvre et analyser un dosage complexométrique suivi par un indicateur de fin de réaction ou par potentiométrie.**
Influence du pH.	Écrire la réaction de dissociation d'un complexe en milieu acide et calculer sa constante thermodynamique d'équilibre.
Réaction de précipitation d'un composé ionique. Produit de solubilité K_s ; condition de précipitation. Domaine d'existence.	Utiliser la condition de précipitation pour déterminer si une solution est saturée. Établir un diagramme d'existence d'un composé ionique solide.
Solubilité. Facteurs de solubilité : température, ion commun, pH et complexation.	Calculer la solubilité d'un solide connaissant le produit de solubilité. Étudier le déplacement de l'équilibre de dissolution sous l'influence d'un ion commun, du pH ou d'une complexation. Interpréter un diagramme donnant log *s* en fonction du pH. **Approche documentaire** : illustrer l'importance de la complexation et de la précipitation des ions métalliques en géochimie et en biochimie. **Mettre en œuvre et analyser un titrage par précipitation suivi par colorimétrie ou par potentiométrie**
Oxydoréduction. Potentiel d'oxydoréduction, potentiel standard d'oxydoréduction. Affinité chimique de la réaction d'oxydoréduction.	Relier l'affinité chimique de la réaction d'oxydoréduction à la différence de potentiel entre les deux couples. Connaître la valeur du potentiel standard du couple H^+/H_2.
Formule de Nernst.	Déterminer la constante thermodynamique d'équilibre à partir des potentiels standard.
Electrodes, électrodes de référence.	Décrire les électrodes usuelles utilisées au laboratoire : électrode d'argent, électrode de platine, électrode au calomel saturé et sa protection.
Pile	Prévoir les réactions aux électrodes et le sens de déplacement des charges et des ions.

Déplacement d'un équilibre d'oxydoréduction par complexation et précipitation. Influence du pH ; potentiel standard apparent. Lecture de diagrammes potentiel-pH.	Justifier l'évolution du caractère oxydant ou réducteur d'une espèce sous l'effet de la complexation ou de la précipitation. Relier le pouvoir oxydant d'un couple au potentiel standard apparent d'un couple. Faire le lien avec les conditions standard de la biologie. Connaître un exemple de couple oxydant/réducteur intervenant en biologie : $NAD^+/NADH$ **Mettre en œuvre et exploiter un titrage d'oxydoréduction suivi par potentiométrie.** **Mettre en œuvre une pile électrochimique et déterminer expérimentalement une constante thermodynamique d'équilibre.** Identifier les zones d'un diagramme potentiel-pH Justifier à l'aide de la formule de Nernst la pente d'un segment de droite dans un diagramme potentiel-pH. Retrouver la valeur d'une constante thermodynamique d'équilibre ou d'un potentiel standard à partir du diagramme potentiel-pH. Repérer une situation de dismutation dans un diagramme. Identifier les espèces thermodynamiquement stables dans l'eau. Prédire les réactions thermodynamiquement favorisées par superposition de diagrammes potentiel-pH. Justifier un protocole expérimental à l'aide d'un diagramme fourni

II. Phénomènes de transport

Cette partie présente le cadre conceptuel et des applications pratiques des phénomènes de transport. Différents modes de transport sont envisagés : transport de matière ou d'énergie dans un milieu au repos (conduction électrique, thermique, diffusion de matière) et transport convectif de masse et d'énergie. Leur étude se limite au cas du régime permanent.
Est d'abord étudié le transport par conduction dans un milieu immobile ; le flux de charges, de chaleur ou de matière est conditionné par une différence de potentiel électrique, de température ou de concentration. La conduction électrique pourra être illustrée par des transferts de charge en milieu biologique ou en conductimétrie.
Les analogies entre les transports par conduction sont systématiquement exploitées : la notion de résistance thermique est introduite par analogie avec la résistance électrique. De même, l'étude du transport de matière par diffusion est conduite en parallèle avec les approches précédentes, les équations de transport y sont établies par analogie avec la conduction thermique.

Est ensuite abordé le transport de masse et d'énergie par convection. Le bilan d'énergie sur un système ouvert est effectué uniquement pour un régime permanent. Il permet de modéliser les échanges d'énergie dans un élément d'une machine thermique.

Notions	Capacités exigibles
1. Flux d'une grandeur extensive	
Vecteur densité de courant (ou densité de flux). Flux.	Utiliser les expressions des surfaces usuelles (cylindre, disque, sphère). Choisir, en fonction de la symétrie du transport, la surface appropriée à la détermination d'un flux. Exprimer le flux dans le cas de symétries simples (axiales, radiales cylindrique et sphérique).
2. Conduction électrique	
Conduction électrique. Loi d'Ohm locale. Résistance électrique.	Exprimer la résistance électrique d'un conducteur dans le cas d'un transport de vecteur densité de courant uniforme.
3. Conduction thermique	
Conduction thermique. Résistance thermique.	Réaliser une analogie entre la conduction électrique et la conduction thermique. Interpréter une association de résistances thermiques.
Loi de Fourier.	Établir, dans le cas d'un transport unidirectionnel, un bilan local d'énergie, avec source volumique ou avec échange à travers la paroi.
Diffusivité thermique.	Exprimer le temps caractéristique d'un régime transitoire par analyse dimensionnelle. Établir un bilan global d'énergie dans le cas d'un transport radial cylindrique ou sphérique en régime permanent. Exprimer le champ de température en régime permanent, après avoir proposé des critères plausibles de continuité ou de non divergence.
4. Diffusion de matière	
Transferts de masse par convection ou diffusion.	Citer les deux modes de transfert de masse.
Loi de Fick.	Interpréter le transport par diffusion à l'aide du potentiel chimique. Procéder par analogie lors de la réalisation de bilans local ou global entre les phénomènes de conduction thermique et de diffusion de matière, les capacités exigibles étant identiques.
5. Transport de masse et d'énergie par convection	
Débit massique Bilan global de masse sur un système ouvert.	Justifier le caractère conservatif d'un flux de masse en régime permanent.

	Établir un débit volumique à partir d'un débit massique dans le cas d'un écoulement incompressible.
Bilan d'énergie en régime permanent sur un système ouvert. Travail utile.	Savoir que le flux convectif d'une grandeur est le produit du débit massique par la grandeur massique correspondante. Formuler le premier principe sur un système ouvert sous forme d'un bilan élémentaire et en termes de puissance.
Machines thermiques.	Appliquer le premier principe en système ouvert et en régime permanent à des éléments simples d'une machine thermique : échangeur thermique, compresseur, détendeur isenthalpique, mélangeur. Réaliser un bilan local sur un échangeur thermique monodimensionnel. Estimer à partir des différents éléments d'une machine pris séparément le travail utile et le transfert thermique en termes de puissances ou de grandeurs massiques. Établir le rendement ou l'efficacité d'une machine thermique.

III. Signal et rayonnement

De nombreux phénomènes en physique linéaire peuvent être modélisés par un oscillateur électrique amorti. Cet oscillateur joue un rôle central tant par son étude en régime transitoire qu'en régime sinusoïdal forcé. Un des objectifs de cet enseignement est l'acquisition progressive d'un outil mathématique riche et adapté tout en permettant un réinvestissement dans des domaines très divers. Le support que constitue l'approche expérimentale doit donner à l'étudiant les appuis nécessaires à l'assimilation de ces notions.
En complément du chapitre II « Signaux physiques » de première année, l'enseignement de seconde année prolonge les notions abordées par l'étude de filtres électroniques en régime sinusoïdal forcé. Les objectifs ne sont pas ici d'établir la fonction de transfert complexe d'un filtre mais bien de comprendre l'influence de ce dispositif sur un signal électrique périodique et sa capacité à sélectionner une fréquence. De manière symétrique, cette capacité, abordée en électricité avec les filtres, est réinvestie en optique ondulatoire avec l'étude d'un réseau plan dans un montage monochromateur. L'approche du réseau sera exclusivement expérimentale, la formule étant donnée.
Cet enseignement est enfin l'occasion de découvrir l'imagerie par échographie ultrasonore. Cette technique est ici choisie de par son importance parmi l'ensemble des techniques d'imagerie à usage médical. Les propriétés des dioptres acoustiques seront décrites par analogie avec celles des dioptres optiques. La constitution d'une image est présentée par la mesure du temps d'écho sur un dioptre acoustique, enrichie par les informations apportées par l'effet Doppler. Les objectifs de cet enseignement sont de familiariser les étudiants avec les principes physiques de constitution d'une image et avec les méthodes modernes de traitement numérique, en lien avec le programme d'informatique.

Notions	Capacités exigibles
1. Oscillateurs libres amortis	
Bobine inductive.	Utiliser la relation courant-tension pour une bobine idéale. Connaître la condition de continuité du courant à travers une bobine. Modéliser une bobine réelle par l'association d'une inductance idéale et d'une résistance interne.
Oscillations libres d'un circuit *RLC*.	Établir l'équation différentielle régissant l'oscillateur. Faire le lien avec l'oscillateur mécanique. Identifier la nature du régime : pseudo-périodique ou apériodique. Déterminer le coefficient d'amortissement et la pseudo-période à partir d'un graphe ou de la solution fournis. Montrer que l'oscillateur harmonique est un cas limite de l'oscillateur amorti. **Réaliser un montage permettant de visualiser l'évolution temporelle d'une grandeur électrique dans un circuit *RLC*.**
2. Régime sinusoïdal forcé	
Circuits *RL*C en régime sinusoïdal forcé. Résonance.	Savoir utiliser la notation complexe dans une situation où une équation linéaire intervient. Définir l'amplitude et le déphasage d'une grandeur. Utiliser les impédances associées à un résistor, un condensateur idéal et une bobine idéale. Représenter des schémas équivalents à basse fréquence et à haute fréquence. Utiliser les lois de Kirchhoff et les théorèmes dérivés en régime sinusoïdal forcé. Calculer l'amplitude d'une grandeur électrique. Exprimer la condition pour que deux grandeurs électriques soient en phase. **Mesurer le déphasage entre deux grandeurs.**
Filtres.	Identifier la nature d'un filtre passe-bas, passe-haut ou passe-bande à partir d'une fonction de transfert donnée. **Mesurer le facteur d'amplification d'un filtre et le déphasage entre les signaux d'entrée et de sortie.**
3. Application à la production et l'analyse de signaux	
Onde progressive sinusoïdale dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire et non dispersive. Célérité, périodicité spatiale et temporelle.	Écrire le signal sous la forme $A\cos(\omega(t-x/c))$ ou $A\cos(\omega(t+x/c))$. Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.

Analyse spectrale d'un rayonnement.	**Sélectionner et mesurer une longueur d'onde dans le domaine visible à l'aide d'un monochromateur à réseau.**
Ondes sonores. Surpression acoustique. Intensité acoustique.	Relier l'intensité acoustique à la moyenne quadratique de la surpression.
Effet Doppler	Démontrer l'expression du décalage Doppler non relativiste de la fréquence dans le cas unidirectionnel. **Mettre en œuvre une mesure de vitesse par effet Doppler.**
Dioptre acoustique ; réflexion et transmission d'une onde acoustique en incidence normale.	Identifier le dioptre comme l'interface entre deux milieux de célérités différentes.
Imagerie par échographie ultrasonore.	Relier le retard de l'écho ultrasonore à la position du dioptre. **Mettre en œuvre une mesure d'écho temporel.** Indiquer le principe de formation d'une image par échographie ultrasonore. Indiquer l'apport réalisé par le couplage échographie effet doppler.

IV. Mécanique

L'enseignement de mécanique de deuxième année complète celui de mécanique du point de première année ; il aborde la statique du solide, et traite de l'oscillateur mécanique amorti. L'étude de celui-là est à rapprocher de celle de l'oscillateur électrique amorti. Leurs présentations doivent exploiter les profondes analogies entre oscillateurs mécanique et électrique, et sont conditionnées par les choix pédagogiques du professeur.

Notions	Capacités exigibles
1. Conditions d'équilibre d'un solide	
Centre de masse d'un solide.	Définir le centre de masse d'un solide.
Moment d'une force par rapport à un axe fixe. Bras de levier.	Algébriser les moments de forces. Exprimer le moment d'une force dans un problème bidimensionnel en utilisant le bras de levier ou une projection appropriée.
Condition d'équilibre d'un solide dans un référentiel galiléen.	À partir de situations simples prises dans le domaine biomécanique par exemple, écrire les conditions nécessaires à l'équilibre d'un solide (nullité des résultantes des forces et de la somme des moments).
2. Forces conservatives, énergie potentielle	
Potentiel d'un champ newtonien : potentiel électrique et potentiel de gravitation.	

Relation entre force et énergie potentielle. Oscillations libres et forcées.	Relier la force au gradient d'énergie potentielle. Démontrer le caractère conservatif d'une force dérivant d'une énergie potentielle. Établir l'équation différentielle du mouvement. Faire le lien avec l'oscillateur électrique.

V. Mécanique des fluides

L'enseignement de mécanique des fluides dans la filière BCPST est l'occasion d'apporter des éléments de réflexion nécessaires à la compréhension de phénomènes naturels (météorologie, circulation sanguine…).
Les lois de conservation de la masse et de l'énergie sont présentées sous la forme de bilans globaux sur un volume de contrôle fini. La conservation de l'énergie pour l'écoulement d'un fluide parfait permet d'introduire la notion de charge exprimée en pascal et homogène à une densité volumique d'énergie.
Dans le cadre des écoulements réels, l'enseignement en BCPST privilégie la détermination et l'interprétation de la valeur du nombre de Reynolds. Un des objectifs est ici de pouvoir valider l'utilisation de certaines lois. Les exemples d'écoulements à bas nombre de Reynolds sont choisis dans les domaines des sciences de la vie et de la terre. L'approche expérimentale doit permettre non seulement de maitriser la manipulation de certains dispositifs simples (manomètres) mais aussi d'adapter à des situations réelles les lois de la mécanique des fluides.

Notions	Capacités exigibles
1. Statique des fluides Particule de fluide, échelle mésoscopique. Densité volumique des forces de pression. Équation de la statique des fluides. Forces pressantes. Poussée d'Archimède.	 Établir le lien entre la densité volumique d'une force de pression et le gradient de pression. Établir l'équation locale de la statique des fluides et utiliser le système de coordonnées adaptées à son intégration. Exprimer la force pressante exercée sur une surface plane soumise à une pression uniforme. Démontrer et utiliser le théorème d'Archimède. À partir de situations simples prises dans le domaine des géosciences, utiliser le théorème d'Archimède.
2. Dynamique des fluides Trajectoire. Champ de vitesse, ligne de courant. Bilan d'énergie mécanique.	 Identifier le vocabulaire spécifique à la description du mouvement d'un fluide (trajectoire, ligne de courant). Décrire une ligne de courant dans le cas d'un écoulement permanent. Interpréter un document (schéma, photo d'un écoulement) : profil de vitesse, lignes de courant. Établir un bilan d'énergie mécanique dans le

	cas d'un écoulement monodimensionnel et permanent d'un fluide incompressible. Exprimer le travail utile massique dans le cas de l'écoulement d'un fluide parfait.
Dynamique des fluides parfaits Relation de Bernoulli. Conservation de la charge.	Écrire et interpréter la conservation de l'énergie volumique. Utiliser la conservation de la charge le long d'une ligne de courant d'un écoulement permanent d'un fluide parfait et incompressible.
Mesure d'une vitesse. Tube de Pitot.	Décrire le principe d'un tube de Pitot. Établir la relation donnant la vitesse du fluide.
Mesure d'un débit volumique. Tube de Venturi.	Décrire le principe d'un tube de Venturi. Décrire le principe d'une trompe à eau. Établir la relation donnant le débit volumique d'un liquide ou d'un gaz.
Dynamique des fluides réels Viscosité dynamique ; viscosité cinématique.	Identifier les propriétés des fluides newtoniens soumis à un cisaillement simple plan.
Force tangentielle de viscosité d'un fluide newtonien.	Exprimer le taux de déformation dans le système de coordonnées approprié à la géométrie de l'écoulement. Donner le lien entre la force tangentielle de viscosité et le taux de déformation.
Loi de Poiseuille. Résistance hydraulique.	Établir l'expression du débit volumique dans le cas d'un écoulement dont le profil de vitesse est donné. Définir la résistance hydraulique d'une conduite. Procéder par analogie avec les associations de résistances électriques pour proposer un modèle simplifié de la circulation sanguine. Utiliser la pression motrice dans le cas d'une dénivellation.
Nombre de Reynolds.	Calculer et interpréter le nombre de Reynolds d'un écoulement dans un conduit ou autour d'un obstacle. Connaitre des ordres de grandeur du nombre de Reynolds permettant de différencier les régimes d'écoulements laminaire et turbulent.
Écoulement à bas nombre de Reynolds (écoulements rampants).	Identifier les propriétés des écoulements à bas nombre de Reynolds.
Écoulement dans un milieu poreux. Porosité. Pression effective. Perméabilité. Loi de Darcy.	Définir la porosité d'un milieu. Établir le lien entre la porosité d'un milieu et la perméabilité dans le cadre d'un modèle simplifié de capillaires parallèles.

Mouvement d'une bille dans un fluide newtonien. Loi de Stokes.	Utiliser la loi de Darcy. Utiliser la pression motrice dans le cas d'une dénivellation. Identifier les conditions d'application de la loi de Stokes. **Approche documentaire** : Illustrer un processus de sédimentation. **Mesurer une différence de pression avec un manomètre différentiel.** **Mettre en œuvre une détermination de porosité et de perméabilité.** **Mettre en œuvre une détermination de viscosité.**

VI. Chimie organique

L'enseignement de chimie organique poursuit l'objectif de fournir aux étudiants les outils permettant d'interpréter ou de prévoir la réactivité dans des conditions données, celles d'un milieu biologique ou d'un milieu de synthèse. Dans cette optique, les mécanismes d'addition-élimination viennent compléter ceux déjà présentés en première année.
La création de liaisons entre deux atomes de carbone mobilise l'ensemble des connaissances en chimie organique. La vision globale qui en résulte permet de comprendre les étapes apparaissant dans les grands cycles de la biochimie ou dans une synthèse totale. Elle permet également l'élaboration d'une stratégie de synthèse visant à allonger le squelette carboné d'un nombre donné d'atomes. On soulignera que les réactions renversables peuvent être utilisées pour réaliser des séquences de protection/déprotection.
Dans le cadre des préoccupations environnementales, on sensibilisera les étudiants à l'utilisation de matières premières biosourcées et à l'étude des caractéristiques environnementales des produits formés par analyse de leur cycle de vie. Il pourra à ce sujet être proposé aux étudiants l'étude d'une synthèse multiétapes industrielle afin de faire un bilan environnemental s'inscrivant dans le projet de « chimie verte ».
La présentation, limitée, des réactions radicalaires permet de montrer la diversité des processus de formation de liaisons. Il est donc exclu de présenter de façon exhaustive la chimie radicalaire ; celle-ci devra être limitée à des exemples de réactions de biochimie. L'objectif est de pouvoir comprendre un mécanisme par transfert monoélectronique présenté dans un document.
Enfin, on s'appuiera dès que le sujet s'y prête sur les résultats apportés par les méthodes spectroscopiques (UV-visible, infrarouge et résonance magnétique du proton) acquises en terminale et réinvesties en première année BCPST.

Notions	Capacités exigibles
1. Réactions d'addition-élimination Présentation des acide, ester, amide, chlorure d'acyle, anhydride, nitrile. Activation du groupe carboxyle.	 Graduer la réactivité des dérivés d'acide sur une échelle. Écrire l'équation de la réaction de formation d'un chlorure d'acyle par action du chlorure de thionyle sur un acide.
Synthèse des esters et des amides.	Écrire le mécanisme de l'estérification de Fischer et de l'acylation d'un alcool ou d'une amine par un chlorure d'acyle ou un anhydride.

Synthèse d'un ester méthylique avec le diazométhane. Saponification des esters ; mécanisme. Hydratation acide des nitriles et hydrolyse acide des amides ; mécanismes.	Écrire le mécanisme d'obtention d'un ester méthylique en utilisant le diazométhane.
2. Création de liaisons C−C et C=C par utilisation d'un atome de carbone nucléophile Substitution nucléophile et addition nucléophile par l'ion cyanure ; mécanismes. Action d'un organomagnésien sur les composés carbonylés, les esters, le dioxyde de carbone et l'oxirane. Acidité de l'atome d'hydrogène en alpha d'un groupe carbonyle. C-alkylation en position alpha d'un groupe carbonyle de cétone : mécanisme limite. Aldolisation non dirigée : mécanisme en milieu basique aqueux ou alcoolique. Aldolisation (cétolisation) croisée dirigée avec déprotonation totale préalable : mécanisme. Crotonisation : déshydratation de l'aldol (cétol) en présence d'une base, mécanisme $E1_{cb}$; régiosélectivité. Synthèse malonique. Réaction de Wittig.	 Écrire le mécanisme de la réaction de l'ion cyanure sur un composé halogéné. Écrire le mécanisme de l'addition de l'ion cyanure sur un composé carbonylé suivie d'un traitement à pH contrôlé. Justifier l'inversion de polarité sur l'atome de carbone résultant de l'insertion de magnésium dans la liaison carbone-halogène. Justifier l'utilisation de l'éthoxyéthane ou du tétrahydrofurane comme solvant Écrire les schémas réactionnels sur les composés cités. **Mener la synthèse d'un organomagnésien en justifiant les précautions mises en œuvre.** Justifier l'acidité de l'atome d'hydrogène porté par un atome de carbone en alpha d'un groupe électroattracteur. Choisir dans le cadre d'une stratégie de synthèse les meilleures conditions de préparation d'un aldol (cétol) issu d'une aldolisation (cétolisation) croisée. Justifier les étapes d'une synthèse malonique à partir des mécanismes étudiés précédemment. Écrire l'équation de la réaction de décarboxylation. Écrire l'équation de la réaction de formation d'un ylure de phosphore. Identifier le dérivé carbonylé et le dérivé halogéné, précurseur de l'ylure, mise en œuvre dans la création de la liaison C=C.

3. Chimie radicalaire	
Écriture des mécanismes radicalaires.	Décrire un transfert monoélectronique par le formalisme des flèches courbes.
Stabilité des radicaux organiques.	Ecrire des formes mésomères limite pour le radical −CH=CH−$^{\bullet}$CH−CH=CH− et le radical phénoxy. **Approche documentaire** : étudier une réaction radicalaire en biochimie.

Appendice 1 : matériel

Cette liste regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée, fournie sous forme de version papier ou de version numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

Domaine optique : et acoustique
- goniomètre
- réseau plan

Domaine acoustique :
- émetteur et récepteur acoustique dans la gamme des ultrasons ou audible

Appendice 2 : outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique-chimie.
La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie fait partie des compétences exigibles. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu au terme des deux années de formation en BCPST.
Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels adaptés).
En aucun cas la difficulté des évaluations ne doit porter sur la technique mathématique de résolution.

1. Équations algébriques	
Système linéaire de *n* équations.	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires. Réaliser les opérations élémentaires permettant la résolution du système (multiplication par un scalaire, combinaisons linéaires). Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas n = p = 2.

Équation non linéaire.	Utiliser l'apport graphique ou numérique pour la recherche des solutions.
2. Équations différentielles Équations différentielles. Équations différentielles linéaires du premier ordre ou du second ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(t)$ et $y'' + ay' + by = f(t)$ Équations différentielles dites à variables séparables.	 Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante. Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Établir une équation aux dimensions et Interpréter la signification des coefficients *a et b*. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(t)$ est constante ou de la forme $A.\exp(kt)$. Utiliser la notation complexe lorsque $f(t)$ est de la forme $A.\cos(\omega t + \varphi)$. Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution et retrouver numériquement, dans les cas simples où $f(t)$ est constante, les coefficients *a* et *b*. Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables.
3. Fonctions Fonctions usuelles. Dérivée. Notation dx/dt. Développements limités. Primitive et intégrale. Valeur moyenne. Représentation graphique d'une fonction.	 Exponentielle, logarithmes népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle $f(x) = x^a$. Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement. Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1+x)^a$, e^x et $\ln(1+x)$, et à l'ordre 2 des fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$. Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques. Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, $\cos^2$ et $\sin^2$. Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation $y = f(x)$ donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local.

Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Identifier les différents termes apparaissant dans le développement en série de Fourier d'une fonction périodique. Reconnaitre le terme associé à la valeur moyenne de la fonction.
4. Géométrie Vecteurs et système de coordonnées. Projection d'un vecteur et produit scalaire. Transformations géométriques. Courbes planes. Longueurs, aires et volumes classiques. Barycentre d'un système de points.	 Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée d'un espace de dimension inférieure ou égale à 3. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques. Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle, d'une parabole. Donner les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, de l'aire d'un cylindre, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre. Connaître la définition du barycentre. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène.
5. Trigonométrie Angle orienté. Fonctions cosinus, sinus et tangente. Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	 Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe. Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente. En physique-chimie, un formulaire sera mis à disposition dans le cas d'une manipulation de relations trigonométriques. Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.
6. Fonctions de plusieurs variables Fonctions de plusieurs variables.	 Exprimer la différentielle d'une fonction de plusieurs variables en fonction de ses dérivées partielles. Intégrer une expression différentielle lorsque

	les variables x et y sont clairement séparées : $df = A(x)dx + B(y)dy$.
Éléments différentiels de longueur, de surface et de volume.	Exprimer un élément de longueur en coordonnées cartésiennes et cylindriques. Exprimer un élément de surface en coordonnées cartésiennes et polaires. Exprimer un élément de volume en coordonnées sphériques et cylindriques lorsque les symétries du système réduisent le problème à une seule variable.
Gradient d'un champ scalaire.	Définir le lien entre le gradient et la différentielle. Connaître l'expression du gradient en coordonnées cartésiennes ; utiliser un formulaire fourni en coordonnées cylindriques. Connaître la composante radiale de l'opérateur gradient en symétrie sphérique. Utiliser le lien géométrique entre le gradient d'une fonction f et les surfaces iso-f.
Intégration d'un champ vectoriel.	Utiliser un système de coordonnées approprié pour le calcul de la circulation d'un vecteur. Utiliser les symétries pour établir le flux d'un champ vectoriel à travers une surface définie.

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST)**

Discipline : **Mathématiques**

Seconde année

Programme de mathématiques BCPST2

Préambule

Objectifs de la formation

En classe de BCPST2 l'objectif est, dans le cadre d'un approfondissement de la formation, d'amener l'étudiant à intégrer les différentes étapes permettant de résoudre un problème exprimable de façon mathématique. L'enjeu est la reformulation et la résolution de problèmes issus de contextes ou de réalités a priori non mathématiques (provenant souvent d'autres disciplines).

Ainsi sont mises en jeu diverses compétences. Certaines ont déjà été envisagées en première année (BCPST1), et sont consolidées en seconde année :

1. Engager une recherche, définir une stratégie.
2. Modéliser un phénomène à l'aide du langage mathématique.
3. Représenter, changer de registre.
4. Raisonner, démontrer, argumenter...
5. Calculer (symboliquement ou numériquement avec une calculatrice ou un ordinateur), maîtriser le formalisme mathématique.
6. Communiquer à l'écrit et à l'oral.

D'autres constituent des objectifs plus spécifiquement approfondis en seconde année, dans la perspective des concours :

- Identifier un problème sous différents aspects ;
- Mobiliser des connaissances scientifiques pertinentes ;
- Critiquer ou valider un modèle ou un résultat.

Buts visés

Le programme de mathématiques de BCPST2 approfondit celui de BCPST1, ce qui se traduit par les enjeux suivants.

- Consolider les acquis mathématiques de BCPST1, notamment en matière de calcul et raisonnement. Par souci de clarté, il a été choisi de numéroter de manière compatible les têtes de chapitre des programmes de BCPST1 et de BCPST2.
- Généraliser et compléter les concepts introduits en BCPST1.
- Mettre un accent particulier sur la notion de modélisation, où se confrontent les mathématiques et les autres sciences, notamment dans le cadre des T.I.P.E.

Équilibre entre compétences

Les différentes compétences sont développées puis évaluées (au cours de l'année puis lors des concours) en veillant à leur équilibre. On prend garde en particulier à ne pas surdévelopper une compétence par rapport à une autre.

Les capacités en calcul par exemple (point 5 ci-dessus), lorsqu'elles sont propres aux mathématiques, restent relativement simples, l'objectif n'étant pas ici d'aboutir à une virtuosité technique. On attend, en la matière, une maitrise solide des calculs, concepts et théorèmes mathématiques, dans des situations courantes, sans pour autant négliger les autres compétences.

Contenu

Le programme de seconde année combine des révisions du programme de première année, des approfondissements de certaines parties et des nouveautés.

Les résultats mentionnés dans le programme seront admis ou démontrés selon les choix didactiques faits par le professeur ; pour certains résultats, marqués comme « admis », la présentation d'une démonstration en classe est déconseillée.

En **algèbre linéaire**, le passage de K^n aux espaces vectoriels généraux permet d'élargir le champ d'action et de donner une vision géométrique des espaces de fonctions. Ce cadre plus systématique permet de donner un sens à l'étude des bases et changements de base qui sont fondamentaux pour aborder les valeurs propres et vecteurs propres des applications linéaires et des matrices ; cette dernière approche se limite à la diagonalisation pour s'en tenir à des phénomènes simples. En vue de nombreuses applications (optimisation, analyse de données), est proposée une présentation du produit scalaire dans $\mathbf{R}^n$ et du théorème de projection orthogonale. La notion de sous-espaces supplémentaires ne figure pas au programme, mais dans bien des situations le théorème de la projection orthogonale fournit une approche similaire tout en permettant un calcul effectif.

L'**analyse** apparait sous forme de révision et est constamment présente dans les parties consacrées aux probabilités. C'est ainsi que les séries sont introduites comme outil de base des probabilités, tandis que l'étude des intégrales généralisées est insérée dans la mise en place des variables aléatoires à densité ; l'usage de ces outils est limité aux contextes probabilistes et aux démarches de modélisation ; on évitera les développements artificiels ou purement techniques à ce propos. Enfin, l'étude des couples de variables aléatoires discrètes conduit à définir, de manière très limitée, une notion de séries doubles.

L'étude des **probabilités** est donc un enjeu majeur du programme de seconde année. Le but de ce parcours est de mettre en place, de la manière la plus efficace possible, un contexte opérationnel permettant d'utiliser aussi bien des variables aléatoires discrètes prenant une infinité de valeurs (amenant notamment les lois géométrique et de Poisson) que des variables aléatoires à densité (dites « continues »), avec un accent particulier sur les variables gaussiennes. Pour maintenir le programme dans un volume raisonnable, les couples de variables aléatoires ne sont abordés que pour les variables discrètes, ce qui évite d'avoir à aborder les intégrales doubles. Les démarches de simulation de variables aléatoires sont fortement encouragées.

Une présentation de quelques concepts et résultats de **statistique inférentielle** permet de mettre en place un cadre précis pour les tests d'hypothèse.

La variété des modèles ainsi mis en place, combinés avec les différents théorèmes limites proposés, permet d'aborder de nombreuses applications dans les domaines les plus divers ; l'évocation de ces contextes applicatifs est un élément important de la formation et fait partie des buts visés. Comme dans le programme de première année, on signale par un symbole $\rightleftharpoons$ certaines situations particulières où un lien avec d'autres enseignements scientifiques est encouragé, permettant de donner corps aux démarches de modélisation et d'application pratique des mathématiques.

En prolongement des programmes de première année en mathématiques et informatique, le programme encourage la **démarche algorithmique** et le recours aux **outils informatiques** ; le maniement de ces outils fait partie intégrante de la formation et a toute sa place dans l'évaluation en cours d'année et lors des concours.

Pour ce qui concerne les **révisions**, la proposition de consolider les compétences acquises en première année par quelques exercices ne doit pas être prise dans un sens restrictif : des approches numériques, pouvant s'appuyer sur le programme d'informatique ou recourir à des outils logiciels ou des calculatrices, peuvent tout aussi bien renforcer la maîtrise des concepts et de leurs applications.

Programme de seconde année

La répartition en chapitres proposée ci-dessous (ainsi que l'agencement des chapitres de révisions) est fournie à titre indicatif et ne constitue pas une progression figée ou obligatoire. Les impératifs pédagogiques liés à la préparation aux concours peuvent justifier une organisation différente, sous réserve de maintenir une structure cohérente.

Le numérotation des chapitres reprend et complète celle du programme de première année.

Révisions 1 – Suites

Exercices et situations illustrant le programme de première année (Analyse 1 et Analyse 5).
$\rightleftharpoons$ Exemples en lien avec le programme d'informatique.

Révisions 2 – Fonctions

Exercices et situations illustrant le programme de première année (Analyse 2, Analyse 3, Analyse 6, Analyse 7, Analyse 8).
$\rightleftharpoons$ Exemples en lien avec le programme d'informatique.

Révisions 3 – Dénombrements

Exercices et situations illustrant le programme de première année (Outils 6). L'objectif est de mettre en place des techniques de calcul de cardinaux d'évènements.

Révisions 4 – Statistique descriptive

Exercices et situations illustrant le programme de première année (Statistique 1).
$\rightleftharpoons$ Exemples en lien avec le programme d'informatique.

Probabilités 3 – Concepts de base des probabilités et des variables aléatoires

Ce chapitre étend le cadre des probabilités qui avait été posé en première année (Probabilités 1) pour aborder une situation plus générale, se prêtant à la définition des variables aléatoires discrètes ou à densité.

Les séries sont introduites ici comme un outil pour donner tout leur sens aux probabilités et variables aléatoires discrètes. En dehors de questions probabilistes, les séries ne doivent être utilisées que de manière exceptionnelle et en lien avec des démarches de modélisation.

On présente brièvement à cette occasion d'un point de vue axiomatique l'espérance, la variance et leurs propriétés générales. Elles seront reprises dans chacun des contextes étudiés (variables discrètes et continues).

Contenus	Commentaires
a) Séries réelles	
Sommes partielles, convergence d'une série, somme d'une série convergente.	La série est notée $\sum\limits_{n\geqslant n_0} u_n$ ou plus succinctement $\sum u_n$. En cas de convergence, la somme de la série est notée $\sum\limits_{n=n_0}^{+\infty} u_n$.
Combinaison linéaire de séries convergentes.	
Théorème de convergence par comparaison pour deux séries à termes positifs u_n et v_n telles que $u_n \leqslant v_n$ à partir d'un certain rang.	Tout autre critère de convergence (équivalents, etc.) est hors programme.
Convergence et somme de la série géométrique $\sum\limits_{n\geqslant 0} q^n$ (pour $\lvert q\rvert < 1$) et des séries « dérivées » $\sum\limits_{n\geqslant 1} nq^{n-1}$ et $\sum\limits_{n\geqslant 2} n(n-1)q^{n-2}$.	
Convergence et somme de la série exponentielle $\sum\limits_{n\geqslant 0} \dfrac{x^n}{n!}$.	Résultat admis.
Convergence de $\sum\limits_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{n^2}$ et divergence de $\sum\limits_{n\geqslant 1} \dfrac{1}{n}$.	L'étude générale des séries de Riemann est hors programme.
Convergence absolue.	La convergence absolue est présentée comme une condition suffisante pour obtenir la convergence de la série. En vue des applications probabilistes, on admet que la valeur de la somme d'une série absolument convergente ne dépend pas de l'ordre d'énumération de ses termes. L'étude de séries semi-convergentes est hors programme.
b) Notion de probabilité	
Notion de tribu.	On convient de nommer évènements les éléments d'une tribu. Une tribu $\mathcal{T}$ (ou σ-algèbre) sur Ω est une partie de $\mathcal{P}(\Omega)$ contenant Ω, stable par passage au complémentaire et telle que, pour toute suite (B_n) d'évènements, la réunion des B_n est un évènement. Aucune question sur les tribus ne doit être proposée dans une épreuve de mathématiques.
Définition d'une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{T})$.	On met en valeur l'axiome de $\sigma-$additivité $P\left(\bigcup\limits_{n=0}^{+\infty} B_n\right) = \sum\limits_{n=0}^{+\infty} P(B_n)$ pour des suites (B_n) d'évènements deux à deux incompatibles, et on fait remarquer que la série $\sum\limits_{n\geqslant 0} P(B_n)$ converge. Les résultats sur la probabilité d'une réunion (resp. intersection) croissante (resp. décroissante) sont hors programme.
Révision et extension à ce nouveau cadre des propriétés des probabilités et des définitions vues en première année, en particulier :	On distingue l'évènement impossible (resp. certain) des évènements de probabilité nulle (resp. de probabilité 1).
• Soit $\Omega = \{\omega_i \ : \ i \in \mathbf{N}\}$. Si $(p_i)_{i\in\mathbf{N}}$ est une suite de réels positifs ou nuls telle que la série $\sum\limits_{i\geqslant 0} p_i$ converge et a pour somme 1, alors il existe une et une seule probabilité P sur $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$ telle que $P(\{\omega_i\}) = p_i$ pour tout $i \in \mathbf{N}$.	Résultat admis.
• Une suite d'évènements (A_n) est un système complet d'évènements si les A_n sont deux à deux incompatibles et si leur réunion est égale à Ω.	Pour une telle suite, on a $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} P(A_n) = 1$.

Contenus (suite)	Commentaires
• Formule des probabilités totales : si (A_n) est un système complet d'évènements, alors, pour tout évènement B, la série $\sum_{n\geqslant 0} P(A_n \cap B)$ converge et $P(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n \cap B)$.	Cette formule reste valable dans le cas d'une suite (A_n) d'évènements deux à deux incompatibles et tels que $\sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n) = 1$; on dira dans ce cas que le système est quasi-complet. Interprétation en termes de probabilités conditionnelles, avec la convention suivante : si $P(A_n) = 0$, alors on pose $P(A_n)P(B \mid A_n) = 0$.
• Indépendance de deux évènements. Indépendance (mutuelle) de n évènements ; d'une suite d'évènements.	
c) Variables aléatoires réelles	
On nomme variable aléatoire réelle sur $(\Omega, \mathcal{T})$ toute application X de Ω dans $\mathbf{R}$ telle que, pour tout $a \in \mathbf{R}$, l'ensemble $\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leqslant a\}$, noté $(X \leqslant a)$, soit un évènement.	Aucune vérification du fait qu'une fonction est une variable aléatoire ne sera demandée dans une épreuve de mathématiques.
Si I est un intervalle de $\mathbf{R}$, alors $(X \in I) = \{\omega \in \Omega : X(\omega) \in I\}$ est un évènement.	Résultat admis.
Fonction de répartition : $F_X : t \mapsto P(X \leqslant t)$.	
Croissance, limites en $\pm\infty$.	Les propriétés de limites sont admises. On illustre la notion de fonction de répartition au moyen des variables aléatoires finies étudiées en première année.
Indépendance de deux variables aléatoires. Indépendance (mutuelle) de n variables aléatoires ; d'une suite de variables aléatoires.	Lorsqu'on a une hypothèse d'expériences indépendantes, les variables associées sont indépendantes.
Deux variables X et Y sont indépendantes si, et seulement si pour tous intervalles I et J on a $P(X \in I \cap Y \in J) = P(X \in I)\, P(Y \in J)$.	Résultat admis.
Propriétés de l'indépendance mutuelle : • Si $X_1, X_2, \dots, X_n$ sont indépendantes, toute sous-famille l'est aussi. • Si $X_1, \dots, X_n, X_{n+1}, \dots, X_{n+p}$ sont indépendantes, alors $u(X_1, \dots, X_n)$ et $v(X_{n+1}, \dots, X_{n+p})$ sont indépendantes. • Si $X_1, X_2, \dots, X_n$ sont indépendantes, alors $u_1(X_1), u_2(X_2), \dots, u_n(X_n)$ sont indépendantes.	Ces résultats sont admis.
d) Espérance et variance	
Espérance. Notion de variable centrée.	En s'appuyant sur le programme de première année, on admet qu'il existe une fonction espérance notée E, définie sur une partie de l'ensemble des variables aléatoires sur $(\Omega, \mathcal{T}, P)$, à valeurs dans $\mathbf{R}$, possédant au moins les propriétés de linéarité, de positivité et vérifiant $E(1) = 1$.
Généralisation des propriétés et des définitions vues en première année, en particulier : • Variance et moments d'une variable aléatoire. • Signe de la variance. • Écart-type $\sigma(X)$ d'une variable aléatoire X. • Formule de König-Huygens $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$. • Variance de $aX + b$. Notion de variable centrée réduite.	Ce développement doit rester modeste.
• Si X est une variable aléatoire admettant une variance non nulle, $X^* = \dfrac{X - E(X)}{\sigma(X)}$ est une variable centrée réduite.	X^* est appelée variable centrée réduite associée à X.
• Si X et Y sont indépendantes, on a : $E(XY) = E(X)E(Y)$, $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$.	Résultat admis. Généralisation au cas de n variables aléatoires indépendantes.

Exemples de capacités : modéliser une expérience aléatoire au moyen d'une probabilité ; calculer la probabilité d'un évènement ; exploiter une hypothèse d'indépendance pour calculer des probabilités.

Révisions 5 – Nombres complexes et polynômes

Exercices et situations illustrant le programme de première année (Outils 2, Outils 3 et Algèbre).

Révisions 6 – Systèmes linéaires et matrices

Exercices et situations illustrant le programme de première année (Algèbre linéaire 1 et 2).

Algèbre linéaire 3 – Espaces vectoriels

Ce chapitre reprend les concepts présentés en première année dans un cadre limité (K^n) et les adapte brièvement à d'autres espaces, de dimension finie ou non.

La notion de somme de sous-espaces vectoriels n'est pas au programme.

On travaille dans $K = \mathbf{R}$ ou $\mathbf{C}$.

Contenus	**Commentaires**
a) Structure vectorielle	
Structure d'espace vectoriel. Règles de calcul.	On met plus particulièrement en valeur les espaces vectoriels suivants : K^n, l'ensemble des applications définies sur un intervalle I à valeurs dans K, $K[X]$, $K_n[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(K)$. L'étude d'espaces de suites n'est pas un objectif du programme.
Combinaison linéaire d'une famille finie de vecteurs. Sous-espaces vectoriels.	
Intersection d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels.	
Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs.	On introduit la notation $\mathrm{Vect}(x_1, x_2, ..., x_k)$.
Famille génératrice finie d'un espace vectoriel (sous réserve d'existence).	
Famille libre finie. Famille liée finie.	
Exemple fondamental de famille libre : toute famille finie de polynômes non nuls de degrés deux à deux distincts est libre.	
Base finie d'un espace vectoriel (sous réserve d'existence). Coordonnées d'un vecteur dans une base. Matrice des coordonnées d'une famille finie de vecteurs dans une base.	
Bases canoniques de K^n et $K_n[X]$.	D'autres exemples peuvent être proposés, mais les attendus du programme se limitent aux cas mentionnés.
b) Dimension	
De toute famille génératrice finie d'un espace E, on peut extraire une base.	Ce résultat et le suivant sont admis.
Toutes les bases de E ont le même cardinal ; ce nombre commun est appelé dimension de E.	On dit alors que E est un espace vectoriel de dimension finie.
Dans un espace vectoriel de dimension n : • Toute famille libre a au plus n éléments.	

Contenus (suite)	Commentaires
• Une famille libre ayant n éléments est une base. • Toute famille génératrice a au moins n éléments. • Une famille génératrice ayant n éléments est une base.	Compte tenu des objectifs pédagogiques, la plupart de ces énoncés doivent être admis, mais on peut montrer comment certains de ces résultats peuvent en impliquer d'autres.
Si F est un sous-espace vectoriel de E, alors F est de dimension finie et $\dim F \leqslant \dim E$. Si les deux dimensions sont égales, alors $F = E$.	
Rang d'une famille finie de vecteurs.	Ce rang peut se calculer comme le rang de la matrice des coordonnées de la famille dans n'importe quelle base.

Exemples de capacités : trouver une base et la dimension d'un espace vectoriel ; calculer le rang d'une famille finie de vecteurs ; capacités d'abstraction (ou d'adaptation) pour concevoir une fonction, un polynôme ou une matrice comme un vecteur.

Révisions 7 – Intégrales

Exercices et situations illustrant le programme de première année (Analyse 9).
⇌ Exemples en lien avec le programme d'informatique.

Révisions 8 – Équations différentielles

Exercices et situations illustrant le programme de première année (Analyse 4 et Analyse 10).
⇌ Exemples en lien avec le programme d'informatique.

Probabilités 4 – Variables aléatoires à densité

Ce chapitre reprend les probabilités dites « continues » (présentées en classe terminale) en les insérant dans un contexte cohérent avec ce qui précède, et met en place les modèles continus les plus courants : uniforme, exponentiel, normal.

Les intégrales généralisées sont introduites ici pour définir les variables aléatoires à densité. En dehors de questions probabilistes, les intégrales généralisées ne doivent être utilisées que de manière exceptionnelle et en lien avec des démarches de modélisation.

Contenus	Commentaires
a) Intégrales généralisées	
Convergence d'une intégrale généralisée (ou impropre) d'une fonction continue sur un intervalle semi-ouvert ou ouvert.	La convergence est traduite en termes de limites portant sur une primitive.
Cas d'une fonction définie sur un intervalle et continue sur cet intervalle sauf éventuellement en un nombre fini de points.	Cas particulier d'une fonction prolongeable par continuité en un point.
Propriétés des intégrales convergentes : linéarité, relation de Chasles, positivité, croissance.	
Adaptation de l'intégration par parties aux intégrales impropres.	On souligne la nécessité de confirmer la convergence de tous les termes apparaissant dans une telle formule.

Contenus (suite)	Commentaires
Adaptation de la formule de changement de variable pour les intégrales impropres.	Si la fonction φ est de classe $\mathcal{C}^1$ et strictement monotone sur un intervalle d'extrémités a et b ayant des limites $\alpha = \lim_a \varphi$ et $\beta = \lim_b \varphi$ et si f est continue sur l'intervalle d'extrémités α et β, alors les intégrales $\int_\alpha^\beta f(x)\,\mathrm{d}x$ et $\int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t)\,\mathrm{d}t$ convergent ou divergent simultanément, et ont la même valeur lorsqu'elles convergent.
Cas des fonctions paires ou impaires.	
Théorème de convergence par comparaison pour deux fonctions positives f et g telles que $f \leqslant g$.	Tout autre critère de convergence (équivalents, etc.) est hors programme.
Convergence absolue d'une intégrale généralisée.	La convergence absolue est présentée comme une condition suffisante pour obtenir la convergence de l'intégrale. Les intégrales semi-convergentes sont hors programme.
L'intégrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-x^2/2}\,\mathrm{d}x$ converge et vaut $\sqrt{2\pi}$.	La valeur de cette intégrale est un résultat admis.
b) Variables aléatoires admettant une densité	
On dit qu'une variable aléatoire réelle X est à densité s'il existe une fonction f positive, continue sauf éventuellement en un nombre fini de points telle que pour tout $x \in \mathbf{R}$: $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t$.	Une telle fonction, qui n'est pas unique, est appelée densité de X. On peut alors exprimer la probabilité d'un évènement du type $P(X \in I)$ (I étant un intervalle) au moyen d'une intégrale.
X admet une densité si, et seulement si sa fonction de répartition F_X est continue sur $\mathbf{R}$ et de classe $\mathcal{C}^1$ sauf éventuellement en un nombre fini de points.	Résultat admis. Dans ce contexte, donner la loi d'une variable aléatoire X, c'est justifier que X admet une densité et en donner une. Sur des exemples simples, recherche de la loi de $u(X)$, X ayant une densité donnée.
Exemples de recherche de la loi du minimum et du maximum de deux ou de n variables aléatoires indépendantes.	
Si une fonction f est définie sur $\mathbf{R}$, positive, continue sauf éventuellement en un nombre fini de points et si $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ converge et vaut 1 alors il existe une variable aléatoire X dont f est une densité.	Résultat admis. Une telle fonction est dite densité de probabilité sur $\mathbf{R}$.
Espérance. Propriétés.	La linéarité de l'espérance est admise.
Théorème de transfert.	Résultat admis.
Inégalité de Markov.	
Variance, écart-type, moments. Propriétés.	Reprise rapide des définitions et propriétés vues dans le chapitre Probabilités 3.
c) Lois usuelles	
Loi uniforme : densité, fonction de répartition, espérance, variance.	$\rightleftharpoons$ La loi uniforme sur $[a, b]$ modélise le choix au hasard d'un réel entre a et b ; les fonctions de « nombre au hasard » incluses dans les calculatrices et langages de programmation permettent de simuler la loi uniforme ; ces questions sont présentées en lien avec l'enseignement d'informatique.
Loi exponentielle : densité, fonction de répartition, espérance, variance.	$\rightleftharpoons$ On met en valeur la propriété d'invariance temporelle : $P(X \geqslant s + t \mid X \geqslant s) = P(X \geqslant t)$ et on donne quelques exemples d'expériences donnant du sens à cette propriété. $\rightleftharpoons$ La loi exponentielle peut être simulée à partir d'une simulation de la loi uniforme sur $]0, 1[$.

Contenus (suite)	Commentaires
Loi normale (ou gaussienne) centrée et réduite : densité, espérance et variance.	On obtient les valeurs de la fonction de répartition (notée Φ) et de sa réciproque (dite fonction des quantiles et notée $\alpha \mapsto u_\alpha$) au moyen de la calculatrice ou d'une bibliothèque associée à un langage de programmation. $\rightleftharpoons$ On peut utiliser la fonction des quantiles et une simulation d'une loi uniforme sur $[0, 1]$ pour simuler une loi normale.
Loi normale de paramètres μ et σ^2 : densité, espérance et variance.	
Si X suit une loi normale, alors $aX + b$ aussi si $a \neq 0$.	Pour une variable de loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, on se ramènera le plus souvent à la variable centrée réduite associée.
d) Sommes de variables aléatoires à densité indépendantes	
Loi de la somme de deux variables indépendantes à densité.	Le résultat est admis. La formule du produit de convolution devra être rappelée en cas de besoin.
Somme de deux variables aléatoires normales indépendantes.	Le calcul montrant la normalité de la somme n'est pas un attendu du programme. On généralise le résultat au cas de n variables gaussiennes indépendantes. $\rightleftharpoons$ Application à la modélisation des erreurs dans les processus de mesurage.

Exemples de capacités : justifier le fait qu'une variable aléatoire admet une densité ; calculer une espérance et une variance ; appliquer la formule du produit de convolution.

Algèbre linéaire 4 – Applications linéaires et matrices

Le passage aux espaces vectoriels quelconques pousse à redéfinir les notions liées aux applications linéaires. Il convient de faire cette adaptation avec une certaine brièveté afin de garder tout le temps requis pour traiter des exemples.

On travaille dans $K = \mathbf{R}$ ou $\mathbf{C}$.

Contenus	Commentaires
a) Applications linéaires	
Application linéaire, endomorphisme, isomorphisme. Espaces isomorphes.	On introduit les notations $\mathcal{L}(E, F)$ et $\mathcal{L}(E)$, mais leur étude n'est pas un attendu du programme.
Opérations sur les applications linéaires : addition, multiplication par un scalaire, composition, réciproque. Propriétés de ces opérations.	Notation f^n pour $n \geqslant 0$.
Noyau. Lien avec l'injectivité.	On montre que le noyau est un sous-espace vectoriel de l'espace de départ.
Image. Lien avec la surjectivité.	On montre que l'image est un sous-espace vectoriel de l'espace d'arrivée.
b) Cas de la dimension finie	
Détermination d'une application linéaire par l'image d'une base.	
Une application linéaire est un isomorphisme si, et seulement si, l'image d'une base est une base.	Tout espace de dimension n est isomorphe à K^n.
Rang d'une application linéaire.	
Théorème du rang.	Résultat admis.

Contenus (suite)	Commentaires
Pour une application linéaire entre deux espaces de même dimension (finie), il y a équivalence entre l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité.	
c) Matrices et applications linéaires	
Matrice d'une application linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie dans un espace vectoriel de dimension finie, une base ayant été choisie dans chacun d'eux.	
Matrice de la somme de deux applications linéaires, du produit par un scalaire d'une application linéaire, de la composée de deux applications linéaires, de l'application réciproque.	On montre qu'un endomorphisme est bijectif si, et seulement si, sa matrice, dans une base quelconque, est inversible, et qu'il suffit pour cela de disposer d'une matrice inverse à gauche ou à droite.
Interprétation d'une matrice comme application linéaire de K^p dans K^n.	Cette interprétation permet de parler d'image, noyau et de rang de la matrice en lien avec les mêmes notions pour les applications linéaires.
d) Changement de base	
Changement de base. Matrice de passage.	$\rightleftharpoons$ On souligne le lien avec l'usage des référentiels en Physique, tout en notant que les changements de référentiels ne se limitent pas à des changements de base.
Action d'un changement de base sur les coordonnées d'un vecteur.	
Action d'un changement de base sur la matrice d'un endomorphisme.	
Matrices semblables.	On met en valeur l'intérêt des matrices semblables pour le calcul des puissances.

Exemples de capacités : obtenir la matrice d'une application linéaire dans des bases données ; déterminer un noyau et une image ; opérer un changement de bases ; démontrer que deux matrices sont semblables.

Probabilités 5 – Variables aléatoires réelles discrètes

L'ensemble de ce chapitre donne l'occasion de revoir, par le biais d'exercices, les lois de probabilités finies présentées dans le programme de première année (Probabilités 2).

Contenus	Commentaires
a) Variables aléatoires réelles discrètes	
Une variable aléatoire réelle est dite discrète si l'ensemble $X(\Omega)$ de ses valeurs est indexé par une partie de $\mathbf{N}$.	On met en valeur le système complet formé des évènements $(X = x)$ pour $x \in X(\Omega)$.
Loi de probabilité et fonction de répartition d'une variable aléatoire discrète.	
Espérance. Propriétés.	
Théorème de transfert.	Résultat admis.
Inégalité de Markov.	
Variance, écart-type, moments. Propriétés.	Reprise rapide des définitions et propriétés vues dans le chapitre Probabilités 3.
b) Lois usuelles discrètes	
Loi de Poisson. Espérance, variance.	
Approximation dans certains cas d'une loi binomiale par une loi de Poisson.	On illustrera cette approximation à l'aide d'histogrammes.

Contenus (suite)	Commentaires
Loi géométrique. Espérance et variance.	On présente la loi géométrique comme loi du nombre d'épreuves nécessaires pour obtenir le premier succès dans une suite illimitée d'épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre. $\rightleftharpoons$ Propriété d'invariance temporelle de la loi géométrique. Exemples de situations expérimentales modélisées par une loi géométrique.

Exemples de capacités : modéliser une expérience aléatoire au moyen d'une variable aléatoire ; calculer une espérance ; calculer une variance.

Probabilités 6 – Couples de variables aléatoires discrètes

Ce chapitre permet, par le maniement de sommes de séries, d'avoir une approche assez complète des phénomènes liés aux couples de variables aléatoires : lois conjointes, lois marginales, indépendance.

Le programme se limite aux situations faisant intervenir des couples de variables aléatoires à valeurs positives et des séries doubles à termes positifs.

Contenus	Commentaires
a) Séries doubles à termes positifs	
Notion de suite double (indexée par $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$).	
Pour toute suite double $(u_{n,p})$ de réels positifs ou nuls, on a $\sum_{n=0}^{+\infty}\sum_{p=0}^{+\infty} u_{n,p} = \sum_{p=0}^{+\infty}\sum_{n=0}^{+\infty} u_{n,p}$ dès que l'une des deux expressions est constituée de séries convergentes.	Résultat admis. La justification de la convergence se fait au cours du calcul de la somme double.
b) Couples de variables aléatoires discrètes	
Couple (X, Y) de deux variables aléatoires discrètes positives. Loi conjointe.	L'évènement $((X = x) \cap (Y = y))$ est également noté $(X = x, Y = y)$.
Lois marginales.	
Lois conditionnelles.	
Théorème de transfert : espérance de $u(X, Y)$ pour une fonction u positive.	Résultat admis. Justification de $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$.
Covariance. Variance de $X + Y$.	
Deux variables discrètes X et Y sont indépendantes si, et seulement si, pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, on a $P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y)$.	Résultat admis. Loi conjointe de deux variables discrètes indépendantes.
Propriétés de l'indépendance : pour deux variables discrètes X et Y indépendantes, on a $E(XY) = E(X)E(Y)$ et $\mathrm{V}(X + Y) = \mathrm{V}(X) + \mathrm{V}(Y)$.	On remarque que $\mathrm{Cov}(X, Y) = 0$.
Sur des exemples simples, recherche de la loi de $u(X, Y)$, le couple (X, Y) ayant une loi conjointe connue.	On s'intéressera en particulier au maximum et au minimum de 2 ou de n variables aléatoires indépendantes.
Cas particulier de la somme de deux variables discrètes à valeurs dans $\mathbf{N}$.	Les deux variables ne sont pas nécessairement indépendantes.
Loi de la somme de deux variables indépendantes suivant des lois de Poisson.	Généralisation au cas de n variables.

Exemples de capacités : trouver les lois marginales ; démontrer que deux variables sont indépendantes.

Algèbre linéaire 5 – Valeurs propres, vecteurs propres

Contenus	Commentaires
a) Éléments propres	
Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres d'un endomorphisme. Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres d'une matrice carrée.	On appelle spectre de l'endomorphisme f (respectivement de la matrice A), l'ensemble des valeurs propres de f (respectivement de A). En dimension finie, on fait le lien entre les éléments propres d'un endomorphisme et ceux d'une matrice qui le représente dans une base.
Les valeurs propres d'une matrice triangulaire sont les éléments diagonaux de cette matrice.	
b) Diagonalisation	
Une famille finie de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre. Une famille finie obtenue par juxtaposition de bases de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est libre.	Un endomorphisme en dimension n ou une matrice carrée $n \times n$ admet au plus n valeurs propres distinctes et la somme des dimensions des sous-espaces propres est inférieure ou égale à n.
En dimension finie, endomorphisme diagonalisable. Matrice diagonalisable. Un endomorphisme en dimension n ou une matrice carrée $n \times n$ est diagonalisable si, et seulement si, la somme des dimensions des sous-espaces propres est égale à n.	
Un endomorphisme en dimension n ou une matrice carrée $n \times n$ ayant n valeurs propres distinctes est diagonalisable.	On fait observer que les sous-espaces propres sont de dimension 1.
Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.	

Exemples de capacités : diagonaliser une matrice ; calculer les puissances d'une matrice diagonalisable (avec ou sans moyens de calcul).

Révisions 9 – Géométrie

Exercices et situations illustrant le programme de première année (Géométrie 1).

Géométrie 2 – Produit scalaire dans $\mathbf{R}^n$

Ce chapitre propose une extension modeste des notions de géométrie euclidienne à l'espace euclidien de dimension n, avec la mise en place de deux résultats fondamentaux pour les applications : la projection orthogonale sur un sous-espace d'une part et la diagonalisation des matrices symétriques d'autre part.

Dans ce chapitre, les mots « vecteur » et « point » peuvent être considérés comme interchangeables.

Contenus	Commentaires
a) Produit scalaire dans $\mathbf{R}^n$	
Produit scalaire usuel dans $\mathbf{R}^n$. Écriture matricielle. Bilinéarité.	
Norme euclidienne. Inégalité de Cauchy-Schwarz et inégalité triangulaire.	La discussion des cas d'égalité n'est pas un objectif du programme.
Vecteurs orthogonaux.	L'orthogonalité d'une famille de vecteurs non nuls entraîne sa liberté.
Théorème de Pythagore.	

Contenus (suite)	Commentaires
Bases orthonormales de l'espace $\mathbf{R}^n$ ou d'un sous-espace de $\mathbf{R}^n$.	On souligne le fait que le produit scalaire et la norme se calculent de la même manière dans toutes les bases orthonormales. On réinterprète la définition en termes de matrice de passage P de la base canonique à une base orthonormale (relation ${}^tPP = I_n$). Les algorithmes d'orthonormalisation ne sont pas au programme.
Toute matrice carrée symétrique réelle est diagonalisable dans une base orthonormale de vecteurs propres.	Il s'agit de l'énoncé suivant (qui est admis) : si A est une matrice symétrique réelle il existe une matrice D diagonale et une matrice P inversible telles que $A = PDP^{-1}$ avec $P^{-1} = {}^tP$.
b) Projection orthogonale	
Distance entre deux vecteurs (ou points).	
Définition de la distance d'un vecteur (ou point) à une partie non vide.	Cette notion peut être interprétée en tant que démarche d'optimisation voire de meilleure approximation.
On appelle projection orthogonale sur un sous-espace F de $\mathbf{R}^n$ un endomorphisme p de $\mathbf{R}^n$ tel que : pour tout $x \in \mathbf{R}^n$, $p(x) \in F$ et pour tout $y \in F$, $p(x) - x$ est orthogonal à y.	On rappelle que les notions générales de sommes de sous-espaces vectoriels et de projections ne sont pas au programme.
Existence et unicité de la projection orthogonale p sur un sous-espace F de $\mathbf{R}^n$.	On admet qu'il existe une base orthonormale du sous-espace F. Écriture de la projection orthogonale dans une base orthonormale de F.
Relation $p \circ p = p$. $\mathrm{Im}(p) = F$.	On remarque que $\mathrm{Ker}(p)$ est l'ensemble des vecteurs orthogonaux aux vecteurs de F.
Distance d'un vecteur (ou point) à un sous-espace de $\mathbf{R}^n$.	Interprétation de l'ajustement affine par la méthode des moindres carrés en termes de projection sur un sous-espace de dimension 2.

Exemples de capacités : calculer une projection orthogonale, une plus courte distance.

Révisions 10 – Fonctions de deux variables

Exercices et situations illustrant le programme de première année (Analyse 11).

Statistique 2 – Théorèmes limites et statistique inférentielle

L'objectif de ce chapitre est d'initier les étudiants au vocabulaire et à la démarche de la statistique inférentielle sur quelques cas simples, en leur présentant le problème de l'estimation par intervalle et du test de conformité. Il ne doit en aucun cas faire l'objet d'un développement théorique. On pourra illustrer par des exemples pris dans la vie courante et dans les autres disciplines.

Contenus	Commentaires
a) Vocabulaire de l'échantillonnage et de l'estimation	
X étant une variable aléatoire d'espérance μ et de variance σ^2, un n-échantillon de X est un n-uplet $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ de variables aléatoires indépendantes et de même loi que X.	
Un estimateur d'un paramètre (μ ou σ^2) est une suite (T_n) de variables aléatoires, chaque T_n étant une fonction de $(X_1, X_2 \dots, X_n)$ donnant de l'information sur le paramètre choisi.	La valeur de T_n obtenue à partir d'un échantillon observé est l'estimation du paramètre. Aucun développement ne sera fait sur les estimateurs et on se limitera aux deux estimateurs cités ci-dessous.

Contenus (suite)	**Commentaires**
On définit l'erreur d'estimation comme la différence entre l'estimateur et la valeur du paramètre, et le biais comme l'espérance de l'erreur d'estimation.	
• La moyenne empirique, notée M_n et définie par $M_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, est un estimateur de μ.	La variable M_n est souvent notée $\overline{X}_n$. On remarque que M_n est un estimateur sans biais de μ et que la variance de l'erreur d'estimation $M_n - \mu$, qui vaut $\frac{\sigma^2}{n}$, tend vers 0.
• La variance empirique, notée ${S_n}^2$, et définie par $${S_n}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - M_n)^2 = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} {X_i}^2\right) - {M_n}^2,$$ est un estimateur de σ^2.	On remarque que le biais de ${S_n}^2$ tend vers 0. L'usage de l'estimateur corrigé de la variance ${S'_n}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - M_n)^2$, parfois employé dans les applications, n'est pas un objectif du programme.
b) Théorèmes limites	
Inégalité de Bienaymé–Tchebychev. Loi faible des grands nombres.	
Théorème central limite (première forme) : Étant donnée une suite de variables aléatoires indépendantes $(X_n)_{n\geqslant 1}$ de même loi, admettant une espérance μ et une variance σ^2 non nulle, alors, pour tous réels a, b tels que $a < b$, en posant $M_n^* = \dfrac{M_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ on a : $$P\left(a < M_n^* < b\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_a^b \mathrm{e}^{-t^2/2}\,\mathrm{d}t\,.$$	Théorème admis. On obtient ainsi une approximation asymptotique de la loi de l'erreur d'estimation réduite $\varepsilon(M_n) = M_n^*$. ⇌ Illustration numérique de cette convergence à l'aide de tirages répétés d'une loi uniforme ou exponentielle.
Cas de la loi binomiale : théorème de de Moivre–Laplace.	
Théorème central limite (seconde forme) : Étant donnée une suite de variables aléatoires indépendantes $(X_n)_{n\geqslant 1}$ de même loi, admettant une espérance μ et une variance, alors, pour tous réels a, b tels que $a < b$, on a : $$P\left(a < \frac{M_n - \mu}{\frac{S_n}{\sqrt{n}}} < b\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_a^b \mathrm{e}^{-t^2/2}\,\mathrm{d}t,$$ S_n désignant l'écart-type empirique.	Théorème admis. Cette version est utilisée lorsqu'on ne connaît pas σ^2.
c) Applications statistiques	
Intervalle de confiance : $$P\left(\left[M_n - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S_n}{\sqrt{n}} < \mu < M_n + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S_n}{\sqrt{n}}\right]\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} 1-\alpha$$ où $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ est le quantile d'ordre $1-\frac{\alpha}{2}$ de la loi $\mathcal{N}(0;1)$.	Ce résultat est une conséquence directe de la seconde forme du théorème central limite. On en déduit une fourchette d'estimation du paramètre μ, appelé aussi intervalle de confiance de niveau de confiance $1-\alpha$.
Test de conformité sur la moyenne : pour tester l'hypothèse (H_0) : $\mu = \mu_0$, on utilise que $$P\left(\left|\frac{M_n - \mu_0}{\frac{S_n}{\sqrt{n}}}\right| > u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} \alpha$$	Ce résultat est une conséquence directe de la seconde forme du théorème central limite. On rejette l'hypothèse si la valeur observée de $\frac{M_n-\mu_0}{\frac{S_n}{\sqrt{n}}}$ est en dehors de l'intervalle $\left[-u_{1-\frac{\alpha}{2}}\ ,\ u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$.

Exemples de capacités : trouver un intervalle de confiance de la moyenne ; faire un test de conformité sur la moyenne.

Classe préparatoire économique et commerciale

NOR : ESRS1326921A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 24-12-2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêtés du 23-3-1995 ; arrêté du 3-7-1995 modifié ; avis du ministre de la défense du 24-10-2013 ; avis du Cneser du 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - Le programme de seconde année de mathématiques-informatique de la classe préparatoire économique et commerciale, option économique (ECE), figurant en annexe 1 de l'arrêté du 3 juillet 1995 modifié susvisé, est remplacé par celui annexé au présent arrêté.

Article 2 - Le programme du présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Annexe

↳ *Mathématiques-informatique*

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **économique et commerciale**

Option : **Economique (ECE)**

Discipline : **Mathématiques-Informatique**

Seconde année

Table des matières

1 Objectifs généraux de la formation

Les mathématiques jouent un rôle important en sciences économiques et en gestion, dans les domaines notamment de la finance ou de la gestion d'entreprise, de la finance de marché, des sciences sociales. Les probabilités et la statistique interviennent dans tous les secteurs de l'économie et dans une grande variété de contextes (actuariat, biologie, épidémiologie, finance quantitative, prévision économique...) où la modélisation de phénomènes aléatoires à partir de bases de données est indispensable.

L'objectif de la formation dans les classes préparatoires économiques et commerciales n'est pas de former des professionnels des mathématiques, mais des personnes capables d'utiliser des outils mathématiques ou d'en comprendre l'usage dans diverses situations de leur parcours académique et professionnel.

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement de ces classes et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants. Ils précisent également certains points de terminologie et certaines notations.
Les limites du programme sont clairement précisées. Elles doivent être respectées aussi bien dans le cadre de l'enseignement en classe que dans l'évaluation.

Une fonction fondamentale de l'enseignement des mathématiques dans ces classes est de structurer la pensée des étudiants et de les former à la rigueur et à la logique en insistant sur les divers types de raisonnement (par équivalence, implication, l'absurde, analyse-synthèse...).

2 Compétences développées

L'enseignement de mathématiques en classes préparatoires économiques et commerciales vise en particulier à développer chez les étudiants les compétences suivantes :

- **Rechercher et mettre en œuvre des stratégies adéquates :** savoir analyser un problème, émettre des conjectures notamment à partir d'exemples, choisir des concepts et des outils mathématiques pertinents.
- **Modéliser :** savoir conceptualiser des situations concrètes (phénomènes aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique, élaborer des algorithmes.
- **Interpréter :** être en mesure d'interpréter des résultats mathématiques dans des situations concrètes, avoir un regard critique sur ces résultats.
- **Raisonner et argumenter :** savoir conduire une démonstration, confirmer ou infirmer des conjectures.
- **Maîtriser le formalisme et les techniques mathématiques :** savoir employer les symboles mathématiques à bon escient, être capable de mener des calculs de manière pertinente et efficace. Utiliser avec discernement l'outil informatique.
- **Communiquer par écrit et oralement :** comprendre les énoncés mathématiques, savoir rédiger une solution rigoureuse, présenter une production mathématique.

3 Architecture des programmes

Le programme de mathématiques de deuxième année de la filière EC voie économique se situe dans le prolongement de celui de première année et permet d'en consolider les acquis. Son objectif est de fournir aux étudiants le bagage nécessaire pour suivre les enseignements spécialisés de mathématiques, économie ou gestion dispensés en Grande École ou dans une formation universitaire de troisième année de Licence.

Il s'organise autour de quatre points forts :

- En algèbre linéaire, la notion abstraite d'espace vectoriel est introduite, ainsi que celle d'application linéaire dans le cas général. Le principal objectif de cette partie est la réduction des endormorphismes en dimension finie ainsi q ue la diagonalisation des matrices carrées. On évitera des exemples trop calculatoires en privilégiant la compréhension des concepts mathématiques.
  Ces notions d'algèbre linéaire trouveront des applications en analyse lors de l'optimisation des fonctions de deux variables, mais aussi en probabilités (études de chaînes de Markov).

- En analyse, l'outil de comparaison des suites et des fonctions en termes de négligeabilité et d'équivalence est introduit. Particulièrement efficace pour l'étude des séries et des intégrales généralisées, il permettra d'affiner et de compléter l'étude des variables aléatoires discrètes et à densité. Il est à noter que seuls les développements limités à l'ordre 1 ou 2 sont au programme.
  Au quatrième semestre, l'étude des fonctions de deux variables réelles constitue un prolongement de l'analyse à une variable. Son objectif principal est d'initier les étudiants aux problèmes d'optimisation, cruciaux en économie et en finance.

- En probabilités, l'étude des variables aléatoires discrètes, initiée au lycée et poursuivie en première année de classe préparatoire, se prolonge au troisième semestre par l'étude des couples et des suites de variables aléatoires discrètes ; au quatrième semestre, les notions sur les variables aléatoires à densité, abordées dès la première année, sont complétées. L'objectif de cette partie probabilités est de permettre, en fin de formation, une approche plus rigoureuse et une compréhension plus aboutie des concepts d'estimation ponctuelle ou par intervalle de confiance.

- Les travaux pratiques de mathématiques avec Scilab sont organisés autour de six thèmes faisant intervenir divers points du programme de mathématiques. L'objectif est d'apprendre aux étudiants à utiliser Scilab de manière judicieuse et autonome ainsi que de leur permettre d'illustrer ou de modéliser des situations concrètes en mobilisant leurs connaissances mathématiques. Les savoir-faire et compétences que les étudiants doivent acquérir lors de ces séances de travaux pratiques sont spécifiés dans la liste des exigibles et rappelés en préambule de chaque thème. Les nouvelles notions mathématiques introduites dans certains thèmes ne font pas partie des exigibles du programme. L'enseignement de ces travaux pratiques se déroulera sur les créneaux horaires dédiés à l'informatique.

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme. L'algèbre linéaire trouvera ainsi son application dans les problèmes d'optimisation, l'analyse et les probabilités dans les problèmes d'estimation.

Le programme de mathématiques est organisé en deux semestres. Ce découpage en deux semestres d'enseignement doit être respecté. En revanche, au sein de chaque semestre, aucun ordre particulier n'est imposé et chaque professeur conduit en toute liberté l'organisation de son enseignement, bien que la présentation par blocs soit fortement déconseillée.

Le programme se présente de la manière suivante : dans la colonne de gauche figurent les contenus exigibles des étudiants ; la colonne de droite comporte des précisions sur ces contenus ou des exemples d'activités ou d'applications.

Les développements formels ou trop théoriques doivent être évités. Ils ne correspondent pas au cœur de formation de ces classes préparatoires.

Les résultats mentionnés dans le programme seront admis ou démontrés selon les choix didactiques faits par le professeur. Pour certains résultats, marqués comme «admis», la présentation d'une démonstration en classe est déconseillée.

Les séances de travaux dirigés permettent de privilégier la prise en main, puis la mise en œuvre par les étudiants, des techniques usuelles et bien délimitées, inscrites dans le corps du programme. Cette maîtrise s'acquiert notamment par l'étude de problèmes que les étudiants doivent *in fine* être capables de résoudre par eux-mêmes.

Le logiciel Scilab comporte de nombreuses fonctionnalités permettant d'illustrer simplement certaines notions mathématiques. Ainsi, on utilisera dès que possible l'outil informatique en cours de mathématiques pour visualiser et illustrer les notions étudiées.

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU TROISIÈME SEMESTRE

I - Algèbre linéaire

L'objectif de ce chapitre est une étude élémentaire des applications linéaires et des espaces vectoriels sur $\mathbf{R}$*, approfondissant les acquis de première année et les prolongeant par l'étude de la réduction des endomorphismes et des matrices. Cette partie du programme aura de nombreuses applications, que ce soit en analyse dans l'étude des points critiques des fonctions de deux variables ou en probabilités (chaînes de Markov...).*

1 - Calcul vectoriel, calcul matriciel

a) Espaces vectoriels réels

Espace vectoriel sur $\mathbf{R}$. Combinaisons linéaires. Sous-espaces vectoriels.	On illustrera ces définitions en liaison avec le programme de première année complété par les espaces vectoriels de référence suivants : $\mathbf{R}^n$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{R})$, $\mathbf{R}_n[X]$, $\mathbf{R}[X]$, l'ensemble des applications d'un ensemble $D \subset \mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$, l'ensemble des suites réelles $\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$.
Familles libres, familles génératrices, bases. Base canonique de $\mathbf{R}^n$, de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{R})$ et de $\mathbf{R}_n[X]$.	On réinvestira à cette occasion les notions sur les systèmes linéaires étudiées en première année.
Espace vectoriel de dimension finie.	Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une base constituée d'un nombre fini de vecteurs.
Si un espace vectoriel admet une base constituée de n vecteurs, toute autre base a n vecteurs.	Théorème admis.
Dimension d'un espace vectoriel.	
Cardinal d'une famille libre (respectivement génératrice) d'un espace vectoriel de dimension n.	Résultats admis.
Une famille libre (respectivement génératrice) à n vecteurs d'un espace vectoriel de dimension n est une base.	Résultats admis.
Dimension d'un sous-espace vectoriel. Rang d'une famille de vecteurs.	Théorème admis.

Rang d'une matrice de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{R})$.	Le rang d'une matrice est le rang de la famille de ses vecteurs colonnes.
$\mathrm{rg}(A) = \mathrm{rg}({}^tA)$.	Résultat admis.

b) Généralités sur les applications linéaires

Application linéaire d'un espace vectoriel E dans un espace vectoriel F. Endomorphisme de E.	
Espaces vectoriels des applications linéaires d'un espace vectoriel E dans un espace vectoriel F, des endomorphismes de E.	Notations $\mathcal{L}(E,F)$, $\mathcal{L}(E)$.
Composée de deux applications linéaires.	
Isomorphisme d'un espace vectoriel E dans un espace vectoriel F. Automorphisme de E. Application réciproque d'un isomorphisme.	
Noyau et image d'une application linéaire.	

c) Applications linéaires en dimension finie

Les espaces vectoriels considérés dans ce paragraphe sont de dimension finie.

Rang d'une application linéaire.	
Théorème du rang. Application à la caractérisation des isomorphismes en dimension finie.	Résultat admis.
Matrice associée à une application linéaire dans des bases, matrice d'un endomorphisme.	Lien entre le rang d'une matrice et le rang de l'application linéaire associée. Lien entre le produit matriciel et la composition des applications linéaires.
Isomorphisme entre $\mathcal{L}(F,E)$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{R})$, entre $\mathcal{L}(E)$ et $\mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ lorsque les bases sont fixées.	E et F étant des espaces vectoriels de dimensions respectives n et p, $(n,p) \in (\mathbf{N}^*)^2$.
Polynôme annulateur d'un endomorphisme, d'une matrice.	Existence admise. On pourra utiliser des polynômes annulateurs pour étudier l'inversibilité d'un endomorphisme ou d'une matrice.
Changement de base, matrice de passage d'une base $\mathcal{B}$ à une base $\mathcal{B}'$. $P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}^{-1} = P_{\mathcal{B}',\mathcal{B}}$.	Notation $P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}$.
Formules de changement de base.	$X_{\mathcal{B}} = P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'} X_{\mathcal{B}'}$. $\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}'}(f) = P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}^{-1}\ \mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(f)\ P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}$.
Matrices semblables.	Deux matrices A et B carrées sont semblables si et seulement s'il existe une matrice inversible P telle que $B = P^{-1}AP$. A et B peuvent être interprétées comme les matrices d'un même endomorphisme dans des bases différentes.

2 - Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

Les espaces vectoriels considérés sont de dimension finie.
Dans tout ce paragraphe, on évitera les méthodes trop calculatoires pour la recherche des éléments propres d'une matrice ou d'un endomorphisme. En particulier, la résolution de systèmes à paramètres est déconseillée.

a) Réduction des endomorphismes

Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres d'un endomorphisme de E.	
Spectre d'un endomorphisme.	Notation $\mathrm{Sp}(f)$.
Une concaténation de familles libres de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes forme une famille libre de E. Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension n a au plus n valeurs propres.	En particulier, une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est une famille libre. Résultats admis.
Si Q est un polynôme annulateur de f, toute valeur propre de f est racine de Q.	Aucune connaissance supplémentaire sur les polynômes annulateurs n'est au programme.
Un endomorphisme f de E est dit diagonalisable s'il existe une base de E formée de vecteurs propres de f.	
Tout endomorphisme f d'un espace vectoriel de dimension n admettant n valeurs propres distinctes est diagonalisable.	Dans ce cas, tous les sous-espaces propres de f sont de dimension 1.
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension n est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous-espaces propres est égale à n.	Résultat admis.

b) Réduction des matrices carrées

Valeurs propres, vecteurs colonnes propres, sous-espaces propres d'une matrice carrée. Valeurs propres d'une matrice triangulaire.	
Spectre d'une matrice carrée.	Notation $\mathrm{Sp}(A)$.
Si Q est un polynôme annulateur de A, toute valeur propre de A est racine de ce polynôme.	Aucune connaissance supplémentaire sur les polynômes annulateurs n'est au programme.
Matrice carrée diagonalisable.	Une matrice carrée A d'ordre n est diagonalisable s'il existe une matrice D, diagonale, et une matrice P, inversible, telles que $D = P^{-1}AP$. Les colonnes de P forment une base de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ constituée de vecteurs propres de A.
Toute matrice carrée A d'ordre n admettant n valeurs propres distinctes est diagonalisable.	Dans ce cas, tous les sous-espaces propres de A sont de dimension 1.

Une matrice carrée d'ordre n est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous-espaces propres est égale à n.	Résultat admis. Exemples de diagonalisation de matrices carrées. Sur des exemples, application au calcul de puissances n-ièmes d'une matrice carrée. Exemples de calculs de puissances n-ièmes d'une matrice carrée, non nécessairement diagonalisable, à l'aide de la formule du binôme.
Toute matrice symétrique est diagonalisable.	Résultat admis.

II - Compléments d'analyse

1 - Compléments sur les suites et les séries

L'objectif de ce paragraphe est d'introduire de nouveaux outils d'étude des suites et des séries, en particulier les critères de comparaison, tout en consolidant les acquis de première année.

a) Comparaison des suites réelles

Suite négligeable devant une suite, suites équivalentes.	Notations $u_n = o(v_n)$ et $u_n \sim v_n$. On pratiquera des études du comportement asymptotique de suites.

b) Suites récurrentes du type $u_{n+1} = f(u_n)$

Notion de point fixe d'une application. Si (u_n) converge vers un réel ℓ et si f continue en ℓ, alors ℓ est un point fixe de f.	On pourra illustrer en classe cette partie du programme à l'aide du logiciel Scilab.

c) Compléments sur les séries

Convergence des séries de Riemann $\sum \frac{1}{n^\alpha}$.	
Séries à termes positifs. Comparaison des séries à termes positifs dans les cas où $u_n \leqslant v_n$, $u_n = o(v_n)$ et $u_n \sim v_n$.	
Exemples d'étude de séries à termes quelconques.	On utilisera la notion de convergence absolue vue en première année. Sommes télescopiques.

2 - Compléments sur l'étude des fonctions réelles d'une variable réelle

a) Comparaison des fonctions au voisinage d'un point

Comparaison des fonctions au voisinage d'un point. Fonction négligeable devant une fonction, fonctions équivalentes.	Notations $f = o(g)$ et $f \sim g$. Les théorèmes de croissances comparées vus en première année sont reformulés ici avec les notations de la négligeabilité. Traduction, en termes de négligeabilité et d'équivalence, des limites connues concernant les fonctions usuelles.
Compatibilité de l'équivalence vis-à-vis des opérations suivantes : produit, quotient, composition par une fonction puissance entière.	On mettra en garde contre l'extension abusive à l'addition ou à la composition par d'autres fonctions $(\ln, \exp, \dots)$.

b) Développements limités

*Les développements limités ne seront présentés qu'**à l'ordre au plus 2**, prolongeant la notion de développement limité à l'ordre 1 abordée en première année. Les développements limités seront par la suite étendus aux fonctions de deux variables.*
Les seuls développements exigibles concernent les fonctions $x \mapsto e^x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ au voisinage de 0, et à l'ordre 1 ou 2 uniquement. Aucune connaissance (somme, produit, composition...) concernant les techniques de calcul des développements limités n'est exigible.

Développement limité d'ordre 2 (respectivement d'ordre 1) en x_0 d'une fonction de classe C^2 (respectivement de classe C^1) au voisinage de x_0.	
Unicité. Formule de Taylor-Young.	Résultats admis.
Cas des fonctions $x \mapsto e^x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ au voisinage de 0.	Sur des exemples, application à l'étude locale de fonctions.

3 - Compléments sur l'intégration généralisée à un intervalle quelconque

Il s'agit ici d'une part d'étendre la notion d'intégrale à un intervalle quelconque, d'autre part de mettre en place les techniques de comparaison des intégrales de fonctions positives. Les résultats de ce paragraphe pourront être admis. À cette occasion, on pourra consolider les acquis de première année concernant l'intégration sur un segment (positivité, techniques de calcul, intégrales comme fonctions de la borne supérieure...).

a) Convergence des intégrales de fonctions positives sur un intervalle de type $[a, +\infty[$ ou $]-\infty, a]$

Soit f une fonction continue et positive sur $[a, +\infty[$. L'intégrale $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ converge si et seulement si $\displaystyle x \longmapsto \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ est majorée sur $[a, +\infty[$.	De même, si f est continue et positive sur $]-\infty, a]$, $\displaystyle\int_{-\infty}^a f(t)\mathrm{d}t$ converge si et seulement si $\displaystyle x \longmapsto \int_x^a f(t)\mathrm{d}t$ est majorée sur $]-\infty, a]$.
Règles de comparaison dans les cas $f \leqslant g$, $f = o(g)$ et $f \underset{+\infty}{\sim} g$ avec f et g positives au voisinage de $+\infty$.	On adaptera ces propriétés au voisinage de $-\infty$. On utilisera comme intégrales de référence les intégrales $\displaystyle\int_a^{+\infty} \frac{\mathrm{d}t}{t^\alpha}$ (pour $a > 0$) et $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t}\mathrm{d}t$ étudiées en première année.

b) Intégrales sur un intervalle de type $[a, b[$ ou $]a, b]$

Convergence de l'intégrale d'une fonction continue sur $[a, b[$ (respectivement : $]a, b]$), avec $-\infty < a < b < +\infty$.

L'intégrale est dite convergente si $\lim\limits_{x \to b} \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ (respectivement : $\lim\limits_{x \to a} \int_x^b f(t)\mathrm{d}t$) existe et est finie.
On pose alors $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t = \lim\limits_{x \to b} \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ (respectivement : $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t = \lim\limits_{x \to a} \int_x^b f(t)\mathrm{d}t$).

La convergence absolue implique la convergence.

Résultat admis.

Intégrales $\int_0^b \frac{\mathrm{d}t}{t^\alpha}$ $(b > 0)$, $\int_0^1 \ln t \ \mathrm{d}t$.
Règles de comparaison dans les cas $f \leqslant g$, $f = o(g)$ et $f \sim g$ avec f et g positives au voisinage de b (respectivement : a).

c) Extension au cas de fonctions ayant un nombre fini de points de discontinuité sur un intervalle I

Brève extension aux fonctions ayant un nombre fini de points de discontinuité sur un intervalle quelconque.

On s'attachera essentiellement aux cas $]-\infty, +\infty[$ et $]0, +\infty[$.

Règles de calcul sur les intégrales convergentes, linéarité, relation de Chasles, positivité.

Les techniques de calcul (intégration par parties, changement de variables) seront pratiquées sur des intégrales sur un segment. Seuls les changements de variables affines pourront être utilisés directement sur des intégrales sur un intervalle quelconque.

III - Compléments sur les variables aléatoires discrètes

Dans tout ce paragraphe les variables aléatoires considérées sont des variables aléatoires réelles discrètes.

1 - Couples de variables aléatoires discrètes

On ne soulèvera aucune difficulté sur les séries indexées par des ensembles dénombrables, que l'on traitera comme des séries classiques. On admettra que toutes les manipulations (interversions de sommes, regroupements de termes, etc.) sont licites dès lors que les séries envisagées sont absolument convergentes. On admettra aussi que les théorèmes ou les techniques classiques concernant les séries s'étendent dans ce cadre.

Loi de probabilité d'un couple de variables aléatoires discrètes.	La loi de probabilité d'un couple de variables aléatoires discrètes est caractérisée par la donnée de $X(\Omega)$, $Y(\Omega)$ et pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $P([X = x] \cap [Y = y])$. On commencera par aborder des exemples où $X(\Omega)$ et $Y(\Omega)$ sont finis.
Lois marginales, lois conditionnelles.	
Loi d'une variable aléatoire $Z = g(X, Y)$ où g est une fonction définie sur l'ensemble des valeurs prises par le couple (X, Y).	On se limitera à des cas simples tels que $X + Y$, XY.
Théorème de transfert : espérance d'une variable aléatoire $Z = g(X, Y)$ où g est une fonction réelle définie sur l'ensemble des valeurs prises par le couple (X, Y) de variables aléatoires.	$E(g(X, Y)) = \sum_{(x,y)\in X(\Omega)\times Y(\Omega)} g(x, y)P([X = x] \cap [Y = y])$ sous réserve de convergence absolue. Résultat admis. En particulier : espérance de la somme, du produit de deux variables aléatoires discrètes.
Linéarité de l'espérance.	Résultat admis.
Indépendance de deux variables aléatoires réelles discrètes.	Deux variables aléatoires X et Y sont indépendantes si et seulement si pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $P([X = x] \cap [Y = y]) = P([X = x])P([Y = y])$.
Espérance du produit de deux variables aléatoires discrètes indépendantes.	Si X et Y sont deux variables aléatoires discrètes indépendantes admettant une espérance, alors XY admet également une espérance et $E(XY) = E(X)E(Y)$. On pourra admettre ce résultat.
Loi du minimum, du maximum, de deux variables aléatoires réelles discrètes indépendantes.	
Stabilité des lois binomiales et de Poisson.	• Si X_1 et X_2 sont deux variables aléatoires indépendantes suivant respectivement les lois $\mathcal{B}(n_1, p)$ et $\mathcal{B}(n_2, p)$, alors $X_1 + X_2 \hookrightarrow \mathcal{B}(n_1 + n_2, p)$. • Si X_1 et X_2 sont deux variables aléatoires indépendantes suivant respectivement des lois $\mathcal{P}(\lambda_1)$ et $\mathcal{P}(\lambda_2)$, alors $X_1 + X_2 \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda_1 + \lambda_2)$.
Covariance de deux variables aléatoires admettant un moment d'ordre 2. Propriétés.	Notation $\mathrm{Cov}(X, Y)$. Linéarité à droite, à gauche. Symétrie. Si $a \in \mathbf{R}$, $\mathrm{Cov}(X, a) = 0$.
Formule de Huygens. Conséquence.	$\mathrm{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$. Si X et Y sont indépendantes et possèdent un moment d'ordre 2, leur covariance est nulle. Réciproque fausse.
Coefficient de corrélation linéaire.	Notation $\rho(X, Y)$.

Propriétés.

$|\rho(X,Y)| \leqslant 1$. Cas où $\rho(X,Y) = \pm 1$.

Variance de la somme de deux variables aléatoires discrètes.
Cas de deux variables aléatoires discrètes indépendantes.

On pourra admettre ce résultat.

2 - Suites de variables aléatoires discrètes

Indépendance mutuelle de n variables aléatoires réelles discrètes.

$\forall (x_1, \ldots, x_n) \in X_1(\Omega) \times \ldots \times X_n(\Omega)$,
$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} [X_i = x_i]\right) = \prod_{i=1}^{n} P([X_i = x_i]).$$

Indépendance d'une suite infinie de variables aléatoires réelles discrètes.

Lemme des coalitions.

Si X_1, X_2 ,..., X_n, sont indépendantes, toute variable aléatoire fonction de $X_1, X_2, \ldots, X_p$ est indépendante de toute variable aléatoire fonction de X_{p+1}, X_{p+2}, ..., X_n.
Résultat admis.

Espérance de la somme de n variables aléatoires réelles discrètes.
Variance de la somme de n variables aléatoires réelles discrètes indépendantes.

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU QUATRIÈME SEMESTRE

I - Fonctions numériques de deux variables réelles

L'objectif de ce chapitre est d'arriver à une bonne compréhension des problèmes de recherche d'extrema des fonctions de deux variables en faisant le lien avec les résultats concernant la réduction des matrices.
Dans les deux premiers paragraphes, on familiarisera les étudiants avec la notion de fonction de deux variables réelles en évitant tout problème de nature topologique, c'est pourquoi le domaine de définition sera systématiquement $\mathbf{R}^2$.
On introduira la notion de fonction de deux variables réelles à l'aide d'exemples issus d'autres disciplines et on exploitera les visualisations informatiques des surfaces en 3D ou les recherches d'éléments propres de matrices permises par Scilab.

Tous les résultats concernant les fonctions réelles de deux variables réelles seront admis.

1 - Fonctions continues sur $\mathbf{R}^2$

Exemples de fonctions réelles de deux variables réelles.

Fonctions coordonnées $(x,y) \mapsto x$ et $(x,y) \mapsto y$.
Fonctions polynomiales de deux variables réelles.

Distance euclidienne de deux points $\mathbf{R}^2$.	Notation $\mathrm{d}\big((x,y),(x_0,y_0)\big)$.
Continuité d'une fonction définie sur $\mathbf{R}^2$ et à valeurs dans $\mathbf{R}$.	Une fonction réelle f de deux variables réelles, définie sur $\mathbf{R}^2$, est continue en un point (x_0,y_0) de $\mathbf{R}^2$ si : $\forall\varepsilon>0, \exists r>0, \forall(x,y)\in\mathbf{R}^2$, $\mathrm{d}\big((x,y),(x_0,y_0)\big)<r \Rightarrow \mid f(x,y)-f(x_0,y_0)\mid<\varepsilon$. Aucune difficulté ne sera soulevée sur cette notion. On fera le lien avec la continuité des fonctions d'une variable réelle.
Opérations sur les fonctions continues.	Les fonctions coordonnées sont continues sur $\mathbf{R}^2$. On admettra que la somme, le produit, le quotient (quand le dénominateur est non nul) de deux fonctions continues sont continus. Les fonctions polynomiales de deux variables réelles sont continues sur $\mathbf{R}^2$. On admettra que la composée d'une fonction continue à valeurs dans un intervalle I de $\mathbf{R}$ par une fonction continue sur I à valeurs dans $\mathbf{R}$ est continue.

2 - Calcul différentiel pour les fonctions définies sur $\mathbf{R}^2$

Dérivées partielles d'ordre 1. Fonctions de classe C^1. Une fonction de classe C^1 est continue. Opérations sur les fonctions de classe C^1.	Notations $\partial_1(f)$, $\partial_2(f)$. La détermination de la classe d'une fonction en un point problématique est hors programme.
Gradient de f en un point.	Notation $\nabla(f)(x,y)=\begin{pmatrix}\partial_1(f)(x,y)\\ \partial_2(f)(x,y)\end{pmatrix}$.
Développement limité d'ordre 1 d'une fonction de classe C^1. Unicité.	$f(x+h,y+k)=f(x,y)+{}^t\nabla(f)(x,y)\cdot\begin{pmatrix}h\\ k\end{pmatrix}$ $+\sqrt{h^2+k^2}\,\varepsilon(h,k)$ où $\varepsilon(0,0)=0$ et ε continue en (0,0). Résultat non exigible.
Dérivées partielles d'ordre 2. Fonctions de classe C^2. Une fonction de classe C^2 est de classe C^1. Opérations sur les fonctions de classe C^2.	Notations $\partial^2_{1,1}(f), \partial^2_{1,2}(f), \partial^2_{2,1}(f), \partial^2_{2,2}(f)$ où $\partial^2_{1,2}(f)(x,y)=\partial_1(\partial_2(f))(x,y)$.
Théorème de Schwarz.	Si f est de classe C^2 sur $\mathbf{R}^2$, alors pour tout point (x,y) de $\mathbf{R}^2$, $\partial^2_{1,2}(f)(x,y)=\partial^2_{2,1}(f)(x,y)$.
Matrice hessienne d'une fonction de deux variables réelles au point (x,y).	Notation $\nabla^2(f)(x,y)=\begin{pmatrix}\partial^2_{1,1}(f)(x,y) & \partial^2_{1,2}(f)(x,y)\\ \partial^2_{2,1}(f)(x,y) & \partial^2_{2,2}(f)(x,y)\end{pmatrix}$. On remarquera que si f est de classe C^2 sur $\mathbf{R}^2$, sa matrice hessienne en tout point (x,y) de $\mathbf{R}^2$ est symétrique.

Développement limité d'ordre 2 d'une fonction de classe C^2. Unicité.	$f(x+h,y+k) = f(x,y) + {}^t\nabla(f)(x,y) \cdot \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}$ $+ \frac{1}{2}\begin{pmatrix} h & k \end{pmatrix} \cdot \nabla^2(f)(x,y) \cdot \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix} + (h^2+k^2)\,\varepsilon(h,k)$ où $\varepsilon(0,0) = 0$ et ε continue en (0,0). Résultat non exigible.

3 - Extrema d'une fonction de deux variables réelles

Dans ce paragraphe, on sensibilisera les étudiants aux notions d'ouverts et de fermés de $\mathbf{R}^2$. *On donnera la définition d'un ensemble borné.*
La détermination de la nature topologique d'un ensemble n'est pas un objectif du programme et devra toujours être indiquée.
On étendra brièvement les définitions et propriétés concernant la continuité (respectivement le calcul différentiel) à des fonctions définies sur des parties (respectivement parties ouvertes) de $\mathbf{R}^2$.

Maximum, minimum local d'une fonction de deux variables réelles. Maximum, minimum global d'une fonction de deux variables réelles sur une partie de $\mathbf{R}^2$.	
Une fonction continue sur une partie fermée et bornée de $\mathbf{R}^2$ est bornée et atteint ses bornes sur cette partie.	Résultat admis.
Condition nécessaire d'existence d'un extremum local. Point critique.	Si une fonction de classe C^1 sur un ouvert $\mathcal{O}$ de $\mathbf{R}^2$ admet un extremum local en un point (x_0, y_0) de $\mathcal{O}$, alors $\nabla(f)(x_0, y_0) = 0$.
Condition suffisante d'existence d'un extremum local.	Soit f une fonction de classe C^2 sur un ouvert $\mathcal{O}$ de $\mathbf{R}^2$. Si $(x_0, y_0) \in \mathcal{O}$ est un point critique pour f et si les valeurs propres de la matrice hessienne de f au point (x_0, y_0) sont strictement positives (respectivement strictement négatives) alors f admet un minimum (respectivement maximum) local en (x_0, y_0).
Point col (ou point selle).	Si $(x_0, y_0) \in \mathcal{O}$ est un point critique pour f et si les valeurs propres de la matrice hessienne de f au point (x_0, y_0) sont non nulles et de signes opposés, alors f n'admet pas d'extremum local en (x_0, y_0) et (x_0, y_0) est un point col pour f.

II - Compléments sur les variables aléatoires réelles

La notion d'espérance pour une variable discrète ou à densité a été définie en première année. La définition de l'espérance ou des moments d'ordre supérieur d'une variable aléatoire quelconque est hors d'atteinte dans le cadre de ce programme et toute difficulté s'y ramenant est à écarter. On admettra que les propriétés opératoires usuelles de l'espérance et de la variance se généralisent aux variables aléatoires quelconques. En particulier, le théorème de transfert ci-dessous permet de calculer l'espérance de $g(X)$ *dans le cas où* X *est à densité.*

1 - Compléments sur les variables aléatoires réelles quelconques

Tous les résultats de cette section seront admis.

Indépendance de deux variables aléatoires réelles quelconques.	Deux variables aléatoires réelles X et Y sont indépendantes si et seulement si $P([X \in I] \cap [Y \in J]) = P([X \in I])P([Y \in J])$ pour tous intervalles réels I et J. Généralisation à un ensemble fini ou une suite de variables aléatoires réelles quelconques.
Lemme des coalitions.	Si X_1, X_2, ..., X_n sont indépendantes, toute variable aléatoire fonction de X_1, X_2, ..., X_p est indépendante de toute variable aléatoire fonction de X_{p+1}, X_{p+2}, ..., X_n.
Espérance d'une somme de variables aléatoires.	Si X et Y admettent une espérance, $X+Y$ admet une espérance et $E(X+Y) = E(X)+E(Y)$. Généralisation à n variables aléatoires.
Croissance de l'espérance.	Si $P([X \leqslant Y]) = 1$ alors $E(X) \leqslant E(Y)$.
Espérance du produit de variables aléatoires indépendantes.	Si X et Y admettent une espérance et sont indépendantes, XY admet une espérance et $E(XY) = E(X)E(Y)$. Généralisation à n variables aléatoires mutuellement indépendantes.
Variance d'une somme de variables aléatoires indépendantes.	Si X et Y sont indépendantes et admettent une variance, $X+Y$ admet une variance et $V(X+Y) = V(X)+V(Y)$. Généralisation à n variables aléatoires mutuellement indépendantes.

2 - Compléments sur les variables aléatoires à densité

a) Régularité des fonctions de répartition

Si f est une densité de probabilité, $F : x \longmapsto \int_{-\infty}^{x} f(t)\mathrm{d}t$ est de classe C^1 en tout point où f est continue.	En un tel point, $F'(x) = f(x)$. Plus généralement, si f est continue à droite (respectivement à gauche) en x, F est dérivable à droite (respectivement à gauche) en x. Résultats admis.

b) Exemples simples de transferts

On réinvestira dans ce paragraphe les lois usuelles à densité étudiées en première année.

Calculs de fonctions de répartition et de densités de fonctions d'une variable aléatoire à densité.	Les candidats devront savoir retrouver les densités de $aX+b$ $(a \neq 0)$, X^2, $\exp(X)$, ... Loi de $X = -\frac{1}{\lambda}\ln(1-Y)$, où Y suit une loi uniforme à densité sur l'intervalle $[0,1[$.

c) Compléments sur les lois usuelles

Transformées affines de variables aléatoires suivant des lois uniformes.	Si $a < b$, $X \hookrightarrow \mathcal{U}[0,1] \Longleftrightarrow Y = a + (b-a)X \hookrightarrow \mathcal{U}[a,b]$.
Transformées affines de variables aléatoires suivant des lois normales.	Si $a \neq 0$, $X \hookrightarrow \mathcal{N}(m,\sigma^2) \Longleftrightarrow aX + b \hookrightarrow \mathcal{N}(am+b, a^2\sigma^2)$.
Propriété de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.	$\forall x \in \mathbf{R}, \Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$.
Une somme de variables aléatoires indépendantes suivant des lois normales suit une loi normale.	Résultat admis.

d) Moments d'une variable aléatoire à densité

Théorème de transfert pour l'espérance.	Si X est une variable aléatoire admettant une densité f nulle en dehors d'un intervalle $]a,b[$ $(-\infty \leqslant a < b \leqslant +\infty)$ et si g est une fonction continue sauf éventuellement en un nombre fini de points sur $]a,b[$, $g(X)$ admet une espérance si et seulement si l'intégrale $\displaystyle\int_a^b g(t)f(t)\,\mathrm{d}t$ converge absolument et dans ce cas : $E(g(X)) = \displaystyle\int_a^b g(t)f(t)\,\mathrm{d}t$. Résultat admis.
Définition du moment d'ordre r $(r \in \mathbf{N}^*)$.	Notation $m_r(X) = E(X^r)$.
Variance, écart-type, variables aléatoires centrées réduites. Variance d'une variable aléatoire suivant une loi usuelle (uniforme, exponentielle, normale).	Exemples de variables aléatoires n'admettant pas de variance.

III - **Convergences et approximations ; estimation**

1 - Convergences et approximations

a) Inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev

On pourra démontrer ces inégalités dans le cas d'une variable aléatoire discrète ou à densité.

Inégalité de Markov.	Si X est une variable aléatoire à valeurs positives et admettant une espérance, $$\forall a > 0, \quad P([X \geqslant a]) \leqslant \frac{E(X)}{a}.$$ Résultat non exigible. On pourra appliquer cette inégalité à $Y = \|X\|^r$, $r \in \mathbf{N}^*$.

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.	Si X est une variable aléatoire admettant un moment d'ordre 2, $$\forall \varepsilon > 0, \quad P([\|X - E(X)\| \geqslant \varepsilon]) \leqslant \frac{V(X)}{\varepsilon^2}.$$

b) Loi faible des grands nombres

Loi faible des grands nombres.	Soit $(X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ une suite de variables aléatoires indépendantes admettant une même espérance m et une même variance et soit pour tout $n \in \mathbf{N}^*$, $\overline{X}_n = \dfrac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$. Alors $\forall \varepsilon > 0$, $\lim\limits_{n \to +\infty} P([\|\overline{X}_n - m\| \geqslant \varepsilon]) = 0$.

c) Convergence en loi

Définition de la convergence en loi d'une suite $(X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ de variables aléatoires vers une variable aléatoire X.	Une suite $(X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ de variables aléatoires converge en loi vers X si $\lim\limits_{n \to +\infty} F_{X_n}(x) = F_X(x)$ en tout réel x où F_X est continue. Notation $X_n \xrightarrow{\mathcal{L}} X$.
Caractérisation dans le cas où les X_n, $n \in \mathbf{N}^*$ et X prennent leurs valeurs dans $\mathbf{Z}$.	$(X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ converge en loi vers X si et seulement si : $$\forall k \in \mathbf{Z}, \quad \lim_{n \to +\infty} P([X_n = k]) = P([X = k]).$$ Résultat admis. Application à la convergence d'une suite de variables aléatoires suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n, \lambda/n)$ vers une variable aléatoire suivant la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$.
Théorème limite central.	Si $(X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ est une suite de variables aléatoires indépendantes, de même loi, et admettant une variance σ^2 non nulle, la suite des variables aléatoires centrées réduites $\overline{X}_n^* = \sqrt{n}\left(\dfrac{\overline{X}_n - m}{\sigma}\right)$ associées aux variables $\overline{X}_n = \dfrac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$, $n \in \mathbf{N}^*$, converge en loi vers une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite. D'où, on a pour tout (a, b) tel que $-\infty \leqslant a \leqslant b \leqslant +\infty$: $$\lim_{n \to +\infty} P([a \leqslant \overline{X}_n^* \leqslant b]) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \mathrm{d}t.$$ Résultats admis.
Exemples d'approximations de la loi binomiale et de la loi de Poisson par la loi normale.	Toutes les indications devront être fournies aux candidats quant à la justification de l'utilisation des approximations.

2 - Estimation

L'objectif de cette partie est d'introduire le vocabulaire et la démarche de la statistique inférentielle en abordant, sur quelques cas simples, le problème de l'estimation, ponctuelle ou par intervalle de confiance. On se restreindra à une famille de lois de probabilités indexées par un paramètre scalaire (ou vectoriel) dont la valeur (scalaire ou vectorielle) caractérise la loi. On cherche alors à estimer la valeur du paramètre (ou une fonction simple de ce paramètre) à partir des données disponibles.

Dans ce contexte, on considère un phénomène aléatoire et on s'intéresse à une variable aléatoire réelle X *qui lui est liée, dont on suppose que la loi de probabilité n'est pas complètement spécifiée et appartient à une famille de lois dépendant d'un paramètre* θ *décrivant un sous-ensemble* Θ *de* $\mathbf{R}$ *(éventuellement de* $\mathbf{R}^2$*).*

Le paramètre θ *est une quantité inconnue, fixée dans toute l'étude, que l'on cherche à déterminer ou pour laquelle on cherche une information partielle.*

Le problème de l'estimation consiste alors à estimer la vraie valeur du paramètre θ *ou de* $g(\theta)$ *(fonction à valeurs réelles du paramètre* θ*), à partir d'un échantillon de données* $x_1, \ldots, x_n$ *obtenues en observant* n *fois le phénomène. Cette fonction du paramètre représentera en général une valeur caractéristique de la loi inconnue comme son espérance, sa variance, son étendue...*

On supposera que cet échantillon est la réalisation de n *variables aléatoires* $X_1, \ldots, X_n$ *définies sur un même espace probabilisable* $(\Omega, \mathcal{A})$ *muni d'une famille de probabilités* $(P_\theta)_{\theta\in\Theta}$*. Les* $X_1, \ldots, X_n$ *seront supposées* P_θ*-indépendantes et de même loi que* X *pour tout* θ*.*

On appellera estimateur de $g(\theta)$ *toute variable aléatoire réelle de la forme* $\varphi(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ *où* φ *est une fonction de* $\mathbf{R}^n$ *dans* $\mathbf{R}$*, éventuellement dépendante de* n*, et indépendante de* θ*, dont la réalisation après expérience est envisagée comme estimation de* $g(\theta)$*.*

Un estimateur se définit donc dans l'intention de fournir une estimation.

Si T_n *est un estimateur, on notera, lorsque ces valeurs existent,* $E_\theta(T_n)$ *l'espérance de* T_n *et* $V_\theta(T_n)$ *la variance de* T_n*, pour la probabilité* P_θ*.*

a) Estimation ponctuelle

Estimer ponctuellement $g(\theta)$ *par* $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$ *où* $\varphi(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ *est un estimateur de* $g(\theta)$ *et* $(x_1, \ldots, x_n)$ *est une réalisation de l'échantillon* $(X_1, \ldots, X_n)$*, c'est décider d'accorder à* $g(\theta)$ *la valeur* $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$*.*

n-échantillon $(X_1, \ldots, X_n)$ de variables aléatoires réelles indépendantes et de même loi que X.	Exemples de n-échantillons associés à une loi de Bernoulli $\mathcal{B}(1, p)$ avec $\theta = p$.
Définition d'un estimateur.	Un estimateur de $g(\theta)$ est une variable aléatoire de la forme $T_n = \varphi(X_1, \ldots, X_n)$. La réalisation $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$ de l'estimateur T_n est l'estimation de $g(\theta)$. Cette estimation ne dépend que de l'échantillon $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ observé.
Estimation de l'espérance d'une variable aléatoire.	Exemples d'estimateurs : estimateur du paramètre p d'une loi de Bernoulli ; estimateur du paramètre λ d'une loi de Poisson.

Biais d'un estimateur.	Si pour tout θ de Θ, T_n admet une espérance, on appelle biais de T_n le réel $$b_\theta(T_n) = E_\theta(T_n) - g(\theta).$$
Estimateur sans biais.	L'estimateur T_n de $g(\theta)$ est sans biais si $E_\theta(T_n) = g(\theta)$ pour tout θ de Θ.
Suite $(T_n)_{n\geqslant 1}$ d'estimateurs de $g(\theta)$.	Chaque T_n est de la forme $\varphi(X_1, X_2, \ldots, X_n)$.
Estimateur asymptotiquement sans biais.	Une suite $(T_n)_{n\geqslant 1}$ d'estimateurs de $g(\theta)$ est asymptotiquement sans biais si pour tout θ de Θ, $\lim\limits_{n\to\infty} E_\theta(T_n) = g(\theta)$. Par abus de langage on dit aussi que l'estimateur est asymptotiquement sans biais.
Risque quadratique d'un estimateur.	Si pour tout θ de Θ, T_n admet un moment d'ordre 2, on appelle risque quadratique de T_n le réel $r_\theta(T_n) = E_\theta\big((T_n - g(\theta))^2\big)$.
Décomposition biais - variance du risque quadratique d'un estimateur.	$$r_\theta(T_n) = b_\theta(T_n)^2 + V_\theta(T_n).$$
Estimateur convergent.	Une suite d'estimateurs $(T_n)_{n\geqslant 1}$ de $g(\theta)$ est convergente si pour tout θ de Θ, $$\forall \varepsilon > 0,\ \lim_{n\to+\infty} P_\theta([\lvert T_n - g(\theta)\rvert > \varepsilon]) = 0.$$ Par abus de langage on dit aussi que l'estimateur T_n est convergent.
Condition suffisante de convergence d'un estimateur.	Si pour tout θ de Θ, $\lim\limits_{n\to+\infty} r_\theta(T_n) = 0$, alors la suite d'estimateurs $(T_n)_{n\geqslant 1}$ de $g(\theta)$ est convergente. Cette convergence pourra être étudiée à l'aide de l'inégalité de Markov.

b) Estimation par intervalle de confiance, intervalle de confiance asymptotique

S'il existe des critères pour juger des qualités d'un estimateur ponctuel T_n de $g(\theta)$ (biais, risque, convergence), aucune certitude ne peut jamais être apportée quant au fait que l'estimation donne la vraie valeur à estimer.
La démarche de l'estimation par intervalle de confiance consiste à trouver un intervalle aléatoire qui contienne $g(\theta)$ avec une probabilité minimale donnée. L'utilisation dans certains cas du théorème limite central impose d'introduire la notion d'intervalle de confiance asymptotique.
Ce paragraphe a uniquement pour but de préciser le vocabulaire employé. Les situations seront étudiées sous forme d'exercices, aucune connaissance autre que ce vocabulaire n'est exigible sur les intervalles de confiance.
Dans tout ce paragraphe $(U_n)_{n\geqslant 1}$ et $(V_n)_{n\geqslant 1}$ désigneront des suites d'estimateurs de $g(\theta)$ tels que pour tout $\theta \in \Theta$ et pour tout $n \geqslant 1$, $P_\theta([U_n \leqslant V_n]) = 1$.

Intervalle de confiance, niveau de confiance.	On dit que $[U_n, V_n]$ est un intervalle de confiance de $g(\theta)$ au niveau de confiance $1-\alpha$ ($\alpha \in [0,1]$) si pour tout $\theta \in \Theta$, $$P_\theta([U_n \leqslant g(\theta) \leqslant V_n]) \geqslant 1-\alpha.$$

Intervalle de confiance asymptotique.	On appelle intervalle de confiance asymptotique de $g(\theta)$ au niveau de confiance $1-\alpha$ une suite $([U_n, V_n])_{n\geqslant 1}$ vérifiant : pour tout θ de Θ, il existe une suite de réels (α_n) à valeurs dans $[0,1]$, de limite α, telle que pour tout $n \geqslant 1$, $P_\theta([U_n \leqslant g(\theta) \leqslant V_n]) \geqslant 1-\alpha_n$. Par abus de langage on dit aussi que $[U_n, V_n]$ est un intervalle de confiance asymptotique.
Intervalles de confiance pour le paramètre d'une loi de Bernoulli.	On pourra comparer, en majorant $p(1-p)$ par $\frac{1}{4}$, les intervalles de confiance obtenus par l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev et par l'approximation de la loi binomiale par la loi normale.

TRAVAUX PRATIQUES DE MATHÉMATIQUES AVEC SCILAB

En première année, les étudiants ont acquis les bases de manipulation du logiciel Scilab. L'objectif de l'enseignement d'informatique de seconde année est de leur permettre d'utiliser Scilab de manière judicieuse et autonome pour illustrer ou modéliser des situations concrètes en mobilisant leurs connaissances mathématiques.

Le programme d'informatique s'articule autour de six thèmes : statistiques descriptives univariées, statistiques descriptives bivariées, chaînes de Markov, fonctions de plusieurs variables, simulation de lois, estimation ponctuelle ou par intervalle de confiance.

Les heures de travaux pratiques de mathématiques avec Scilab peuvent être organisées sous différentes formes selon les contenus à enseigner ; certaines séances, notamment celles nécessitant peu de manipulations logicielles de la part des étudiants, pourront avoir lieu en classe entière, d'autres en groupes réduits.

L'ordre dans lequel les thèmes sont abordés est libre, mais il est préférable de mener ces activités en cohérence avec la progression du cours de mathématiques.

Dans certains thèmes, il s'avérera nécessaire d'introduire de nouvelles notions ou approches mathématiques. Celles-ci devront être explicitées en préambule des séances d'informatique et ne pourront en aucun cas être exigibles des étudiants. Certaines seront propres à un thème particulier, d'autres (comme par exemple les méthodes de Monte-Carlo) pourront au contraire être envisagées de manière transversale. Toutes les précisions nécessaires devront toujours être données lors de leur utilisation.

Toute la richesse du logiciel Scilab ne peut pas être entièrement maîtrisée par un étudiant, aussi seules les fonctions et commandes du programme de première année et celles figurant dans la sous-partie «Commandes exigibles» sont exigibles. Néanmoins, se contenter de ces seules commandes, en ignorant les nombreuses possibilités et commodités du logiciel, se révélerait rapidement contraignant et limitatif. De nouvelles commandes Scilab peuvent donc être introduites, avec parcimonie, l'objectif principal de l'activité informatique restant la mise en pratique des connaissances mathématiques. Ces commandes supplémentaires devront être présentées en préambule et toutes les précisions nécessaires devront être données lors de leur utilisation et leur interprétation. On favorisera à cette occasion l'autonomie et la prise d'initiatives des étudiants grâce à l'utilisation de l'aide de Scilab, et à l'usage d'opérations de «copier-coller» qui permettent de prendre en main rapidement des fonctions nouvelles et évitent d'avoir à connaître par cœur la syntaxe de commandes complexes.

L'objectif de ces travaux pratiques n'est pas l'écriture de longs programmes mais l'assimilation de savoir-faire et de compétences spécifiés dans la liste des exigibles et rappelés en préambule de chaque thème.

Les exemples traités dans un thème devront être tirés, autant que possible, de situations réelles (traitement de données économiques, sociologiques, historiques, démographiques, en lien avec le monde de l'entreprise ou de la finance, etc.), en faisant dès que possible un rapprochement avec les autres disciplines.

I - Liste des exigibles

1 - Savoir-faire et compétences

C1 : Produire et interpréter des résumés numériques et graphiques d'une série statistique (simple, double) ou d'une loi.

C2 : Modéliser et simuler des phénomènes (aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique.

C3 : Représenter et exploiter le graphe d'une fonction d'une ou deux variables.

C4 : Représenter et interpréter les différentes convergences.

C5 : Utiliser à bon escient la méthode de Monte-Carlo.

C6 : Porter un regard critique sur les méthodes d'estimation et de simulation.

2 - Nouvelles commandes

Toutes les commandes du programme de première année sont exigibles. Les seules nouvelles commandes exigibles des candidats sont indiquées dans ce paragraphe.

La connaissance des commandes suivantes ainsi que de leurs arguments est exigible des candidats :

`sum`, `cumsum`, `mean`, `max`, `min`, `zeros`, `ones`, `eye`, `spec`.

Les commandes suivantes devront avoir été manipulées par les étudiants mais la connaissance détaillée de leurs arguments n'est pas exigible des candidats :

`cdfnor`, `plot2d`, `fplot2d`, `plot3d`, `fplot3d`.

II - **Liste des thèmes**

1 - Statistiques descriptives univariées

(Durée indicative : 3 heures. Compétences développées : **C1** et **C6**)

Dans ce paragraphe, on analysera des données statistiques issues de l'économie, du monde de l'entreprise ou de la finance, en insistant sur les représentations graphiques. On insistera sur le rôle des différents indicateurs de position et de dispersion étudiés.

Série statistique associée à un échantillon.
Effectifs, fréquences, fréquences cumulées, diagrammes en bâton, histogrammes.
Indicateurs de position : moyenne, médiane, mode, quantiles.
Indicateurs de dispersion : étendue, variance et écart-type empiriques, écart inter-quantile.

On pourra également utiliser les commandes : `dsearch`, `tabul`, `pie`, `stdeviation`, `median`.

2 - Statistiques descriptives bivariées

(Durée indicative : 3 heures. Compétences développées : **C1** et **C6**)

On introduira dans ce paragraphe la notion de produit scalaire dans $\mathbf{R}^2$ simplement dans l'objectif de l'étude de la droite de régression d'une série statistique à deux variables.

Notion de produit scalaire dans $\mathbf{R}^2$. Orthogonalité. Série statistique à deux variables, nuage de points associé. Point moyen $(\bar{x}, \bar{y})$ du nuage. Covariance empirique, cœfficient de corrélation empirique, droites de régression.	On tracera le nuage de points et les droites de régression et on pourra effectuer des pré-transformations pour se ramener au cas linéaire. On différenciera les variables explicatives des variables à expliquer. On pourra utiliser les commandes : `stdeviation`, `corr`.

3 - Chaînes de Markov

(Durée indicative : 6 heures. Compétences développées : **C2** et **C4**)

Ce thème sera l'occasion de revoir les simulations de lois discrètes étudiées en première année ainsi que d'appliquer les résultats et techniques d'algèbre linéaire étudiés au troisième semestre.

Matrice de transition. Étude sur des exemples simples. Comportement limite.	On pourra étudier par exemple l'indice de popularité d'une page Web (PageRank), modéliser l'évolution d'une société (passage d'individus d'une classe sociale à une autre), ou les systèmes de bonus-malus en assurances. Simulation et mise en évidence d'états stables avec la commande `grand(n,'markov',M, x0)`.

4 - Fonctions de deux variables

(Durée indicative : 3 heures. Compétences développées : **C2** et **C3**)

Graphe d'une fonction de deux variables, lignes de niveau. Dérivées partielles, représentation du gradient.	À cette occasion, on pourra mettre en évidence l'orthogonalité du gradient avec les lignes de niveau.
Étude d'extrema locaux et globaux.	Programmation de fonctions variées permettant de mettre en évidence les notions d'extrema locaux ou globaux. On pourra prendre des exemples issus de l'économie ou de la finance : minimisation du risque, maximisation du profit...

5 - Simulation de lois

(Durée indicative : 6 heures. Compétences développées : **C1**, **C2** et **C6**)

Dans toutes les simulations effectuées, on pourra comparer les échantillons obtenus avec les distributions théoriques, en utilisant des diagrammes en bâtons et des histogrammes. On pourra aussi tracer la fonction de répartition empirique et la comparer à la fonction de répartition théorique.

Simulation de la loi uniforme sur $[0, 1]$; sur $[a, b]$.	Utilisation du générateur `grand.`
Méthode d'inversion.	Application de la méthode d'inversion pour la simulation de la loi exponentielle de paramètre λ.

Méthodes de simulation d'une loi géométrique.	Utilisation d'une loi de Bernoulli et d'une boucle `while`, utilisation d'une loi exponentielle et de la fonction `floor`, utilisation du générateur `grand`.
Simulations informatiques d'une loi normale par utilisation du théorème limite central appliqué à différentes lois.	Comparaison entre différentes méthodes de simulation d'une loi normale. On pourra s'intéresser au cas particulier de 12 variables aléatoires indépendantes suivant une même loi uniforme.

6 - Estimation ponctuelle ou par intervalle de confiance

(Durée indicative : 6 heures. Compétences développées : **C2**, **C4**, **C5** et **C6**)

Méthode de Monte-Carlo : principe, garanties d'approximation.	Cette méthode permet d'estimer des quantités qu'il est difficile de calculer explicitement mais qu'il est facile d'approcher par simulation. On pense typiquement à des probabilités d'événements ou des espérances de variables aléatoires. Ainsi, on pourra estimer par exemple les valeurs prises par la fonction de répartition de la somme ou du produit de deux variables aléatoires ou encore, estimer le niveau réel, à rang n fini, d'intervalles de confiance asymptotiques (cf. ci-dessous).
Comparaison de différents estimateurs ponctuels d'un paramètre.	On pourra utiliser des données issues de situations réelles (simple comparaison de valeurs numériques) ou créer plusieurs jeux de données par simulation grâce à la commande `grand`. Dans ce dernier cas, on pourra comparer les lois des estimateurs par exemple à l'aide d'histogrammes.
Comparaison des intervalles de confiance d'un paramètre obtenus par différentes méthodes.	Estimation par intervalle de confiance du paramètre d'une loi de Bernoulli et de l'espérance d'une loi normale. La comparaison pourra se faire en calculant les demi-largeurs moyennes des intervalles et leurs niveaux de confiance.

Classe préparatoire économique et commerciale

NOR : ESRS1326923A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 24-12-2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêtés du 23-3-1995 ; arrêté du 3-7-1995 modifié ; avis du ministre de la défense du 24-10-2013 ; avis du Cneser du 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - Le programme de seconde année de mathématiques-informatique de la classe préparatoire économique et commerciale, option scientifique (ECS), figurant en annexe 1 de l'arrêté du 3 juillet 1995 modifié susvisé, est remplacé par celui annexé au présent arrêté.

Article 2 - Le programme du présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Annexe

Mathématiques-informatique

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **économique et commerciale**

Option : **Scientifique (ECS)**

Discipline : **Mathématiques-Informatique**

Seconde année

Table des matières

1 Objectifs généraux de la formation

Les mathématiques jouent un rôle important en sciences économiques et en gestion, dans les domaines notamment de la finance ou de la gestion d'entreprise, de la finance de marché, des sciences sociales. Les probabilités et la statistique interviennent dans tous les secteurs de l'économie et dans une grande variété de contextes (actuariat, biologie, épidémiologie, finance quantitative, prévision économique...) où la modélisation de phénomènes aléatoires à partir de bases de données est indispensable.

L'objectif de la formation dans les classes préparatoires économiques et commerciales n'est pas de former des professionnels des mathématiques, mais des personnes capables d'utiliser des outils mathématiques ou d'en comprendre l'usage dans diverses situations de leur parcours académique et professionnel.

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement de ces classes et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants. Ils précisent également certains points de terminologie et certaines notations.
Les limites du programme sont clairement précisées. Elles doivent être respectées aussi bien dans le cadre de l'enseignement en classe que dans l'évaluation.

Une fonction fondamentale de l'enseignement des mathématiques dans ces classes est de structurer la pensée des étudiants et de les former à la rigueur et à la logique en insistant sur les divers types de raisonnement (par équivalence, implication, l'absurde, analyse-synthèse...).

2 Compétences développées

L'enseignement de mathématiques en classes préparatoires économiques et commerciales vise en particulier à développer chez les étudiants les compétences suivantes :

- **Rechercher et mettre en œuvre des stratégies adéquates :** savoir analyser un problème, émettre des conjectures notamment à partir d'exemples, choisir des concepts et des outils mathématiques pertinents.
- **Modéliser :** savoir conceptualiser des situations concrètes (phénomènes aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique, élaborer des algorithmes.
- **Interpréter :** être en mesure d'interpréter des résultats mathématiques dans des situations concrètes, avoir un regard critique sur ces résultats.
- **Raisonner et argumenter :** savoir conduire une démonstration, confirmer ou infirmer des conjectures.
- **Maîtriser le formalisme et les techniques mathématiques :** savoir employer les symboles mathématiques à bon escient, être capable de mener des calculs de manière pertinente et efficace. Utiliser avec discernement l'outil informatique.
- **Communiquer par écrit et oralement :** comprendre les énoncés mathématiques, savoir rédiger une solution rigoureuse, présenter une production mathématique.

3 Architecture des programmes

Le programme de mathématiques de deuxième année de la filière EC voie scientifique se situe dans le prolongement de celui de première année et permet d'en consolider les acquis. Son objectif est de fournir aux étudiants le bagage nécessaire pour suivre les enseignements spécialisés de mathématiques, économie et gestion dispensés en Grande École ou en troisième année de Licence à l'université.

Il s'organise autour de quatre points forts :

- En algèbre linéaire, on introduit la réduction des endormorphismes et des matrices carrées ainsi que les structures euclidiennes. Ces notions d'algèbre linéaire trouveront des applications en analyse lors de l'optimisation des fonctions de plusieurs variables, mais aussi en probabilités (études de chaînes de Markov) et en analyse de données (statistiques descriptives bivariées).
- En analyse, on complète l'étude des intégrales généralisées débutée en première année de classe préparatoire et on introduit les fonctions de plusieurs variables définies sur $\mathbf{R}^n$ ainsi que la notion de gradient. Au quatrième semestre, on poursuit cette étude dans le but de résoudre des problèmes d'optimisation avec ou sans contraintes, cruciaux en économie et en finance.
- En probabilités, l'étude des variables aléatoires discrètes, initiée au lycée et poursuivie en première année, se prolonge au troisième semestre par l'étude des couples et des suites de variables aléatoires discrètes ; au quatrième semestre, les notions sur les variables aléatoires à densité, abordées dès la première année, sont complétées. L'ensemble des notions sera présenté en lien avec la simulation informatique des phénomènes aléatoires. Un des objectifs est de permettre, en fin de formation, une approche plus rigoureuse (et une compréhension plus aboutie) des méthodes de l'estimation ponctuelle ou par intervalles de confiance.
- Les travaux pratiques de mathématiques avec Scilab sont organisés autour de six thèmes faisant intervenir divers points du programme de mathématiques. L'objectif est d'apprendre aux étudiants à utiliser Scilab de manière judicieuse et autonome ainsi que de leur permettre d'illustrer ou de modéliser des situations concrètes en mobilisant leurs connaissances mathématiques. Les savoir-faire et compétences que les étudiants doivent acquérir lors de ces séances de travaux pratiques sont spécifiés dans la liste des exigibles et rappelés en préambule de chaque thème. Les nouvelles notions mathématiques introduites dans certains thèmes ne font pas partie des exigibles du programme. L'enseignement de ces travaux pratiques se déroulera sur les créneaux horaires dédiés à l'informatique.

Au fur et à mesure de la progression, on aura à cœur de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme.

Le programme de mathématiques est organisé en deux semestres. Ce découpage en deux semestres d'enseignement doit être respecté. En revanche, au sein de chaque semestre, aucun ordre particulier n'est imposé et chaque professeur conduit en toute liberté l'organisation de son enseignement, bien que la présentation par blocs soit fortement déconseillée.

Le programme se présente de la manière suivante : dans la colonne de gauche figurent les contenus exigibles des étudiants ; la colonne de droite comporte des précisions sur ces contenus ou des exemples d'activités ou d'applications.

Les développements formels ou trop théoriques doivent être évités. Ils ne correspondent pas au cœur de formation de ces classes préparatoires.

Les résultats mentionnés dans le programme seront admis ou démontrés selon les choix didactiques faits par le professeur. Pour certains résultats, marqués comme «admis», la présentation d'une démonstration en classe est déconseillée.

Les séances de travaux dirigés permettent de privilégier la prise en main, puis la mise en œuvre par les étudiants, des techniques usuelles et bien délimitées, inscrites dans le corps du programme. Cette maîtrise s'acquiert notamment par l'étude de problèmes que les étudiants doivent *in fine* être capables de résoudre par eux-mêmes.

Le logiciel Scilab comporte de nombreuses fonctionnalités permettant d'illustrer simplement certaines notions mathématiques. Ainsi, on utilisera dès que possible l'outil informatique en cours de mathématiques pour visualiser et illustrer les notions étudiées.

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU TROISIÈME SEMESTRE

I - Algèbre linéaire et bilinéaire

Dans tout ce chapitre $\mathbf{K}$ *désignera* $\mathbf{R}$ *ou* $\mathbf{C}$.

1 - Compléments d'algèbre linéaire

a) Changement de base

Matrice d'un endomorphisme dans une base.	Rappels.
Matrice de passage de $\mathcal{B}$ vers $\mathcal{B}'$.	Notation $P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}$.
$P_{\mathcal{B}',\mathcal{B}}^{-1} = P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}$.	
Formules de changement de base.	$X_{\mathcal{B}} = P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'} X_{\mathcal{B}'}$. $\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}'}(f) = P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}^{-1}\ \mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(f)\ P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}$.
Matrices semblables.	Deux matrices A et B carrées sont semblables s'il existe une matrice inversible P telle que $B = P^{-1}AP$. A et B peuvent être interprétées comme les matrices d'un même endomorphisme dans des bases différentes.
Définition d'un sous-espace stable par un endomorphisme.	Seule la définition est exigible des étudiants.

b) Trace

La trace d'une matrice carrée est introduite uniquement comme outil simple et efficace en vue de la recherche de valeurs propres. Tout développement théorique est exclu. Aucun autre résultat concernant la trace n'est au programme.

Trace d'une matrice carrée.	Notation $\mathrm{Tr}(A)$.
Linéarité de la trace.	
Invariance de la trace par changement de base.	$\mathrm{Tr}(A) = \mathrm{Tr}(P^{-1}AP)$.

2 - Éléments propres des endomorphismes et des matrices carrées, réduction

Les espaces vectoriels considérés dans ce chapitre sont définis sur **K**. *Dans toute cette partie, f désignera un endomorphisme d'un espace vectoriel E de dimension finie, et A une matrice carrée.*

a) Vecteurs propres et espaces propres

Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres d'un endomorphisme de E et d'une matrice carrée.

Valeurs propres des matrices triangulaires.

Spectre d'un endomorphisme et d'une matrice carrée.

Notations $\mathrm{Sp}(f)$ et $\mathrm{Sp}(A)$.

Si Q est un polynôme, obtention d'éléments propres de $Q(f)$ à partir d'éléments propres de f.

Si $f(x) = \lambda x$ alors $Q(f)(x) = Q(\lambda)x$.
Si $AX = \lambda X$ alors $Q(A)X = Q(\lambda)X$.

b) Recherche d'éléments propres

Polynômes annulateurs d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.

Exemples des homothéties, des projecteurs et des symétries.

Si Q est un polynôme annulateur de f (respectivement A) et λ une valeur propre de f (respectivement A), alors λ est racine de Q.

Tout endomorphisme d'un espace de dimension finie admet au moins un polynôme annulateur non nul.

Aucune autre connaissance sur les polynômes annulateurs ne figure au programme.

Toute matrice carrée admet au moins un polynôme annulateur non nul.

c) Propriétés générales

Un endomorphisme d'un espace de dimension finie admet un nombre fini de valeurs propres et ses sous-espaces propres sont en somme directe.

$$\sum_{\lambda \in \mathrm{Sp}(f)} \dim \ker(f - \lambda \mathrm{Id}_E) \leqslant \dim(E).$$

Une concaténation de familles libres de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes forme une famille libre de E.

En particulier, une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est une famille libre.
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension n a au plus n valeurs propres.

d) Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

f est diagonalisable si et seulement s'il existe une base $\mathcal{B}$ de E composée de vecteurs propres de f.

$\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$ est alors une matrice diagonale.

Caractérisation des endomorphismes diagonalisables à l'aide des dimensions des sous-espaces propres.

f est diagonalisable si et seulement si $$\sum_{\lambda \in \mathrm{Sp}(f)} \dim \ker(f - \lambda \mathrm{Id}_E) = \dim(E).$$

f est diagonalisable si et seulement si E est somme directe des sous-espaces propres de f.	Si $\dim(E) = n$, tout endomorphisme de E admettant n valeurs propres distinctes est diagonalisable et les sous-espaces propres sont tous de dimension 1.
Matrices diagonalisables, diagonalisation d'une matrice carrée.	Interprétation matricielle des résultats précédents. A est diagonalisable si et seulement s'il existe une matrice P inversible telle que $P^{-1}AP$ est une matrice diagonale. Les colonnes de P forment une base de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ constituée de vecteurs propres de A.
Application au calcul des puissances d'un endomorphisme ou d'une matrice carrée.	

3 - Algèbre bilinéaire

L'objectif de ce chapitre est d'introduire les notions fondamentales de l'algèbre bilinéaire dans le cadre euclidien, utilisées en particulier lors de l'étude des fonctions de n variables. L'étude des endomorphismes symétriques sera faite au quatrième semestre.

Les espaces vectoriels considérés dans ce chapitre sont des $\mathbf{R}$-espaces vectoriels. On identifiera $\mathbf{R}$ et $\mathcal{M}_1(\mathbf{R})$.

a) Produit scalaire

Produit scalaire, norme associée.	Un produit scalaire est une forme bilinéaire symétrique, définie positive. Produit scalaire canonique sur $\mathbf{R}^n$; exemples de produits scalaires.
Inégalité de Cauchy-Schwarz.	Cas de l'égalité.
Vecteurs orthogonaux, sous-espaces orthogonaux.	
Familles orthogonales, familles orthonormales ou orthonormées.	On ne considèrera que des familles finies. Toute famille orthogonale ne contenant pas le vecteur nul est libre.
Théorème de Pythagore.	

b) Espaces euclidiens

Dans ce paragraphe x, y désignent des vecteurs d'un espace vectoriel et X, Y sont les colonnes coordonnées correspondantes dans une base.

Espace euclidien.	Un espace euclidien est un espace vectoriel de dimension finie sur $\mathbf{R}$, muni d'un produit scalaire.
Existence de bases orthonormées.	On pourra introduire la méthode de l'orthonormalisation de Schmidt.
Coordonnées et norme d'un vecteur dans une base orthonormée.	$x = \sum_i \langle x, e_i \rangle e_i \ , \ \Vert x \Vert^2 = \sum_i \langle x, e_i \rangle^2.$
Expression matricielle du produit scalaire et de la norme euclidienne en base orthonormée.	$\langle x, y \rangle = {}^tXY \ ; \ \Vert x \Vert^2 = {}^tXX.$

Changement de bases orthonormées.	La matrice de passage est orthogonale : $P^{-1} = {}^tP$. Aucune autre connaissance sur les matrices orthogonales n'est au programme.
Supplémentaire orthogonal d'un sous-espace vectoriel. Complétion d'une famille orthonormée en une base orthonormée.	Notation $F^{\perp}$.

II - **Fonctions réelles définies sur $\mathbf{R}^n$**

1 - Introduction aux fonctions définies sur $\mathbf{R}^n$

Au troisième semestre, l'objectif est de confronter les étudiants à la notion de fonction réelle de n variables, aux principales définitions tout en évitant les problèmes de nature topologique. C'est pourquoi le domaine de définition des fonctions sera systématiquement $\mathbf{R}^n$, muni de sa structure euclidienne canonique. L'étude de la continuité d'une fonction en un point pathologique est hors programme, ainsi que l'étude des recollements de formules lorsque f est définie sur $\mathbf{R}^n$ par plusieurs formules.
Dès que possible, les notions introduites seront illustrées à l'aide du logiciel Scilab.

Fonctions définies sur $\mathbf{R}^n$ à valeurs dans $\mathbf{R}$.	On donnera de nombreux exemples de fonctions de 2, 3 ou n variables réelles. Les fonctions polynomiales de n variables donnent des exemples simples de fonctions définies sur $\mathbf{R}^n$.
Équation du graphe d'une fonction définie sur $\mathbf{R}^n$.	Cas des fonctions affines de n variables.
Lignes de niveau pour les fonctions de deux variables.	On se limitera à des exemples simples.
Continuité d'une fonction de $\mathbf{R}^n$ dans $\mathbf{R}$.	Une fonction f, définie sur $\mathbf{R}^n$, est continue au point x_0 de $\mathbf{R}^n$ si : $\forall \varepsilon > 0$, $\exists \alpha > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}^n$, $\|x - x_0\| \leqslant \alpha \Longrightarrow \|f(x) - f(x_0)\| \leqslant \varepsilon$. f est continue sur $\mathbf{R}^n$ si et seulement si f est continue en tout point de $\mathbf{R}^n$. Aucune difficulté ne sera soulevée sur ce sujet. On mettra en avant l'analogie avec la notion de continuité des fonctions d'une variable vue en première année. Les fonctions polynomiales de n variables sont continues sur $\mathbf{R}^n$. Résultat admis.
Opérations sur les fonctions continues.	Somme, produit, quotient. La composition d'une fonction continue sur $\mathbf{R}^n$ à valeurs dans un intervalle I de $\mathbf{R}$ par une fonction continue de I à valeurs dans $\mathbf{R}$ est continue. Résultats admis.

2 - Calcul différentiel

L'introduction des notions différentielles concernant les fonctions numériques de plusieurs variables réelles se fait en se limitant aux fonctions définies sur $\mathbf{R}^n$. *La détermination de la classe d'une fonction n'est pas au programme.*
La recherche d'extremum est abordée ici, jusqu'à la condition nécessaire du premier ordre.

Les fonctions sont désormais supposées définies et continues sur $\mathbf{R}^n$.

a) Dérivées partielles, gradient

Fonctions partielles en un point.	
Dérivées partielles d'ordre 1.	Notation $\partial_i(f)$.
Gradient en un point x.	Notation $\nabla(f)(x)$. $\nabla(f)(x)$ est l'élément de $\mathbf{R}^n$ égal à $(\partial_1(f)(x), \dots, \partial_n(f)(x))$.
Fonctions de classe C^1 sur $\mathbf{R}^n$.	Les fonctions polynomiales de n variables sont des fonctions de classe C^1 sur $\mathbf{R}^n$. Résultat admis.
Opérations sur les fonctions de classe C^1.	Somme, produit, quotient. La composition d'une fonction de classe C^1 sur $\mathbf{R}^n$ à valeurs dans un intervalle I de $\mathbf{R}$ par une fonction de classe C^1 sur I à valeurs dans $\mathbf{R}$ est de classe C^1. Résultats admis.
Pour une fonction de classe C^1 : existence et unicité d'un développement limité d'ordre 1 en un point.	$f(x+h) = f(x) + \langle \nabla(f)(x), h \rangle + \|h\|\varepsilon(h)$ où $\varepsilon(0) = 0$ et ε continue en 0. Résultat admis.

b) Dérivée directionnelle

Droite $\mathcal{D}$ passant par x, de vecteur directeur u.	Paramétrisation : $t \mapsto x + tu,\ t \in \mathbf{R}$.
Si f est de classe C^1, dérivée de la fonction g définie sur $\mathbf{R}$ par : $$g(t) = f(x+th).$$	$g'(t) = \langle \nabla(f)(x+th), h \rangle$.
Dérivée directionnelle de f au point x dans la direction h.	$g'(0) = \langle \nabla(f)(x), h \rangle$. On en déduira une interprétation géométrique du gradient dans le cas où h est un vecteur de norme 1.

c) Recherche d'extremum : condition d'ordre 1

Définition d'un extremum local, d'un extremum global.	
Condition nécessaire du premier ordre. Point critique.	Si une fonction f de classe C^1 sur $\mathbf{R}^n$ admet un extremum local en un point x, alors $\nabla(f)(x) = 0$. Les points où le gradient s'annule sont appelés points critiques. Toutes les dérivées directionnelles en ces points sont nulles.

III - **Compléments de probabilités ; couples et n-uplets de variables aléatoires réelles**

L'objectif est double :

- *d'une part, consolider les acquis de première année concernant les variables aléatoires discrètes, et enrichir le champ des problèmes étudiés, avec, en particulier, l'étude simultanée de variables aléatoires (vecteurs aléatoires de* $\mathbf{R}^n$*) ;*
- *d'autre part, effectuer une étude élémentaire des lois continues usuelles discrètes ou à densité.*

On fera des liens entre certaines lois dans le cadre des approximations et des convergences, ainsi que les liens entre statistique et probabilités dans le cadre de l'estimation.

Pour l'étude du cas discret, on pourra utiliser les notions et les énoncés classiques suivants sur les familles sommables absolument convergentes. Tout cours théorique sur les familles sommables est fortement déconseillé et on se limitera à une approche heuristique.

On admet que les manipulations ensemblistes classiques (produits finis, réunions dénombrables) d'ensembles dénombrables fournissent encore des ensembles dénombrables. On remarquera en particulier que l'ensemble $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ *est dénombrable. Aucune difficulté ne sera soulevée sur ces notions, qui ne sont pas exigibles des étudiants, et tout exercice ou problème y faisant référence devra impérativement les rappeler.*

Soit I *un ensemble dénombrable infini, indexé par* $\mathbf{N}$ *sous la forme* $I = \{\varphi(n); n \in \mathbf{N}\}$ *où* φ *est une bijection de* $\mathbf{N}$ *dans* I*. Si la série* $\sum u_{\varphi(n)}$ *converge absolument, alors sa somme est indépendante de l'indexation* φ*, et pourra également être notée* $\sum\limits_{i \in I} u_i$*. L'étude de cette convergence n'est pas un objectif du programme. On dira alors que la série est absolument convergente (ou converge absolument). Toutes les opérations (somme, produit, regroupement par paquets, etc.) sont alors licites. Ainsi :*

- *Si* $I = \bigsqcup\limits_{j \in J} I_j$ *(union disjointe) avec* J *un ensemble dénombrable et* I_j *des ensembles dénombrables pour tout* j*, alors :* $\sum\limits_{i \in I} u_i = \sum\limits_{j \in J} \sum\limits_{k \in I_j} u_k$.
- *Si* I *et* J *sont des ensembles dénombrables, alors :* $\left(\sum\limits_{i \in I} u_i\right) \times \left(\sum\limits_{j \in J} v_j\right) = \sum\limits_{(i,j) \in I \times J} u_i v_j$.

On admettra que les théorèmes ou les techniques classiques concernant les séries s'étendent dans ce cadre.

1 - Compléments sur les variables aléatoires réelles

a) Généralités sur les variables aléatoires réelles

σ-algèbre $\mathcal{B}$ des boréliens.	Aucun développement théorique sur la tribu des boréliens n'est au programme. On admettra que pour tout borélien B et pour toute variable aléatoire réelle X définie sur $(\Omega, \mathcal{A})$, $[X \in B]$ appartient à $\mathcal{A}$.
σ-algèbre associée à une variable aléatoire X.	Notation $\mathcal{A}_X$. C'est la plus petite tribu contenant les événements $[X \leqslant x]$ pour tout réel x. Elle représente l'information fournie par X.
Une somme, un produit de variables aléatoires sont des variables aléatoires.	Résultat admis.

b) Espérance et conditionnement pour les variables aléatoires discrètes

Existence d'une espérance par domination.	Si X et Y sont deux variables aléatoires discrètes vérifiant $0 \leqslant \lvert X\rvert \leqslant Y$ presque sûrement, et si Y admet une espérance, alors X admet également une espérance. Dans ce cas, $\lvert E(X)\rvert \leqslant E(Y)$. Résultat admis.
Croissance de l'espérance pour les variables aléatoires discrètes.	Résultat admis.
Espérance conditionnelle.	Si A est un événement de probabilité non nulle, $E(X\lvert A)$ est l'espérance de X, si elle existe, pour la probabilité conditionnelle P_A.
Formule de l'espérance totale.	Soit X une variable aléatoire discrète définie sur $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, soit (A_n) un système complet d'événements et J l'ensemble des entiers n tels que $P(A_n) \neq 0$. Alors X admet une espérance pour P si et seulement si la série : $\displaystyle\sum_{(x,n)\in X(\Omega)\times J} x\, P_{A_n}([X=x])\, P(A_n)$ converge absolument. Dans ce cas, pour tout n dans J, l'espérance $E(X\lvert A_n)$ est définie et $\displaystyle E(X) = \sum_{n\in J} E(X\lvert A_n)P(A_n).$

c) Compléments d'analyse

Reste d'une intégrale convergente.	
Pratique de l'intégration par parties pour les intégrales sur un intervalle quelconque.	L'intégration par parties sera pratiquée pour des intégrales sur un segment, on effectuera ensuite un passage à la limite.
Changement de variables.	Si f est continue sur $]a,b[$, si φ est une bijection de $]\alpha,\beta[$ sur $]a,b[$, croissante et de classe C^1, alors les intégrales $\displaystyle\int_a^b f(u)\mathrm{d}u$ et $\displaystyle\int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\mathrm{d}t$ sont de même nature et en cas de convergence sont égales. Énoncé analogue dans le cas où φ est décroissante. Les changements de variables non affines devront être indiqués aux candidats.

d) Compléments sur les variables aléatoires à densité

La notion générale d'espérance ou des moments d'ordre supérieur d'une variable aléatoire réelle quelconque est hors d'atteinte dans le cadre de ce programme. Néanmoins, on admettra que le théorème de transfert permet de calculer l'espérance de $g(X)$ dans le cas où X est une variable aléatoire à densité.

Exemples simples de calculs de fonctions de répartition et de densités de fonctions d'une variable aléatoire à densité.	Rappels de première année pour des densités de variables aléatoires de la forme $aX+b$ ($a \neq 0$). En complément de la première année, les étudiants devront savoir retrouver les lois de X^2 et $\varphi(X)$ avec φ de classe C^1 strictement monotone sur $X(\Omega)$.
Théorème de transfert.	Si X est une variable aléatoire ayant une densité f_X nulle en dehors de l'intervalle $]a,b[$, avec $-\infty \leqslant a < b \leqslant +\infty$, et si g est une fonction continue sur $]a,b[$ éventuellement privé d'un nombre fini de points, $E(g(X))$ existe et est égale à $\displaystyle\int_a^b g(t)f_X(t)\mathrm{d}t$ si et seulement si cette intégrale converge absolument. On pourra le démontrer dans le cas où g est de classe C^1, avec g' strictement positive (ou strictement négative) et le vérifier dans des cas simples. Cette démonstration n'est pas exigible.
Croissance de l'espérance pour les variables aléatoires à densité.	Résultat admis.
Variance, écart-type. Variables aléatoires centrées, centrées réduites. Variance d'une variable aléatoire suivant une loi usuelle (uniforme sur un intervalle, exponentielle, normale).	Exemples de variables aléatoires n'admettant pas d'espérance ou de variance.
Moment d'ordre r ($r \in \mathbf{N}^*$).	Notation $m_r(X) = E(X^r)$.

e) Compléments sur les lois usuelles

Lois γ. Espérance et variance d'une variable aléatoire suivant une loi γ.	X suit une loi $\gamma(\nu)$, avec $\nu > 0$, si X admet comme densité : $$f_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leqslant 0 \\ \dfrac{1}{\Gamma(\nu)} t^{\nu-1}e^{-t} & \text{si } t > 0, \end{cases}$$ avec $\Gamma(\nu) = \displaystyle\int_0^{+\infty} t^{\nu-1}e^{-t}\mathrm{d}t$. Pour le calcul des moments de la loi γ, on pourra établir $\Gamma(\nu+1) = \nu\Gamma(\nu)$ et $\Gamma(n+1) = n!$ pour tout entier n de $\mathbf{N}$.
Transformées affines de variables aléatoires suivant des lois normales.	Si X suit une loi normale, et si a et b sont deux réels, avec $a \neq 0$, alors la variable aléatoire $aX+b$ suit également une loi normale.
Propriété de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.	Pour tout réel x : $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$.

2 - Couples de variables aléatoires

a) Cas général ; indépendance

Loi d'un couple de variables aléatoires réelles.	La loi d'un couple (X, Y) de variables aléatoires réelles est donnée par la fonction $F_{(X,Y)}$ définie sur $\mathbf{R}^2$ par : $F_{(X,Y)}(x, y) = P([X \leqslant x] \cap [Y \leqslant y])$.
Si deux couples (X_1, Y_1) et (X_2, Y_2) ont même loi et si g est une fonction continue sur $\mathbf{R}^2$ à valeurs dans $\mathbf{R}$, alors les variables aléatoires $g(X_1, Y_1)$ et $g(X_2, Y_2)$ ont la même loi.	Résultat admis.
Indépendance de deux variables aléatoires.	Deux variables aléatoires X et Y sont indépendantes si et seulement si pour tous réels x et y : $P([X \leqslant x] \cap [Y \leqslant y]) = P([X \leqslant x])\ P([Y \leqslant y])$.
Caractérisations de l'indépendance de deux variables aléatoires.	• Deux variables aléatoires X et Y sont indépendantes si et seulement si $P([X \in I] \cap [Y \in J]) = P([X \in I])P([Y \in J])$ pour tous intervalles I et J de $\mathbf{R}$. • X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes si et seulement si tout événement A de $\mathcal{A}_X$ est indépendant de tout événement B de $\mathcal{A}_Y$. Résultats admis.
Espérance conditionnelle dans le cas de l'indépendance.	Soit X une variable aléatoire discrète. Si Y est indépendante de X et si $A \in \mathcal{A}_Y$ est de probabilité non nulle, alors $E(X) = E(X\|A)$.

b) Couples de variables aléatoires réelles discrètes

Caractérisation de la loi d'un couple (X, Y) de variables aléatoires discrètes.	La loi d'un couple (X, Y) de variables aléatoires discrètes est caractérisée par la donnée des valeurs $P([X = x] \cap [Y = y])$ pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$.
Caractérisation de l'indépendance de deux variables aléatoires discrètes.	Deux variables aléatoires X et Y discrètes sont indépendantes si et seulement si pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $P([X = x] \cap [Y = y]) = P([X = x])P([Y = y])$.
Loi de la somme de deux variables aléatoires discrètes et indépendantes, produit de convolution discret.	$P([X + Y = z]) = \sum\limits_{x \in X(\Omega)} P([X = x])P([Y = z - x])$.
Stabilité des lois binomiales et de Poisson.	• Si X_1 et X_2 sont deux variables aléatoires indépendantes suivant respectivement des lois $\mathcal{B}(n_1, p)$ et $\mathcal{B}(n_2, p)$, alors $X_1 + X_2 \hookrightarrow \mathcal{B}(n_1 + n_2, p)$. • Si X_1 et X_2 sont deux variables aléatoires indépendantes suivant respectivement des lois $\mathcal{P}(\lambda_1)$ et $\mathcal{P}(\lambda_2)$, alors $X_1 + X_2 \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda_1 + \lambda_2)$.

Loi d'une variable aléatoire $Z = g(X, Y)$ où g est une fonction définie sur l'ensemble des valeurs prises par le couple (X, Y).	On remarquera que $\mathcal{A}_Z \subset \mathcal{A}_{(X,Y)}$. On se limitera à des cas simples tels que $\min(X, Y)$, $\max(X, Y)$, $X + Y$.
Espérance de $Z = g(X, Y)$ et théorème de transfert.	Sous réserve de convergence absolue : $$E(Z) = \sum_{(x,y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)} g(x, y) P([X = x] \cap [Y = y]).$$ Résultat admis.
Linéarité.	Résultat admis.
Espérance d'un produit de variables aléatoires discrètes indépendantes.	Si X et Y sont deux variables aléatoires discrètes indépendantes admettant une espérance, alors XY admet également une espérance et $E(XY) = E(X)E(Y)$. On pourra admettre ce résultat.
Covariance de deux variables aléatoires discrètes admettant un moment d'ordre 2. Propriétés.	Notation $\mathrm{Cov}(X, Y)$. Bilinéarité, symétrie, positivité de la covariance.
Formule de Huygens.	$\mathrm{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$. Si X et Y sont indépendantes et admettent un moment d'ordre 2, leur covariance est nulle. La réciproque est fausse.
Cœfficient de corrélation linéaire. Propriétés.	Notation $\rho(X, Y)$. $\lvert\rho(X, Y)\rvert \leqslant 1$. Interprétation dans le cas où $\rho(X, Y) = \pm 1$.
Variance de la somme de deux variables aléatoires discrètes.	

c) Couples de variables aléatoires réelles à densité

En cas d'utilisation du produit de convolution, la preuve de sa légitimité n'est pas exigible des candidats.

Linéarité, positivité et croissance de l'espérance.	Résultat admis.
Densité de la somme $Z = X + Y$ de deux variables aléatoires à densité indépendantes, produit de convolution.	Si la fonction h définie par la relation $h(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(t) f_Y(x - t) \mathrm{d}t$ est définie et continue sauf peut-être en un nombre fini de points, c'est une densité de Z. C'est le cas si f_X (ou f_Y) est bornée.
Stabilité de la loi γ pour la somme.	Si X_1 et X_2 sont deux variables aléatoires indépendantes suivant respectivement des lois $\gamma(\nu_1)$ et $\gamma(\nu_2)$, alors $X_1 + X_2 \hookrightarrow \gamma(\nu_1 + \nu_2)$.
Stabilité de la loi normale pour la somme.	
Espérance d'un produit de variables aléatoires à densité indépendantes.	Si X et Y sont deux variables aléatoires à densité indépendantes admettant une espérance, alors XY admet également une espérance et $E(XY) = E(X)E(Y)$. Résultat admis.

Variance de la somme de deux variables aléatoires à densité indépendantes.	Résultat admis.

3 - n-uplets de variables aléatoires réelles ; généralisation des propriétés de l'espérance et de la variance

Dans cette partie, on étend la notion de loi de couple de variables aléatoires à un vecteur aléatoire, puis, de manière intuitive, la notion d'espérance à une somme de variables aléatoires admettant chacune une espérance. La définition de l'espérance générale ou des moments d'une variable aléatoire dans un cadre quelconque n'étant pas au programme, toute difficulté s'y ramenant est à écarter. On admettra que les propriétés opératoires usuelles de l'espérance et la variance se généralisent aux variables aléatoires quelconques.

Loi d'un vecteur aléatoire à valeurs dans $\mathbf{R}^n$. Loi marginale.	La loi d'un vecteur $(X_1, \dots, X_n)$ de variables aléatoires réelles est donné par la fonction $F_{(X_1,\dots,X_n)}$ définie sur $\mathbf{R}^n$ par : $$F_{(X_1,\dots,X_n)}(x_1, \dots, x_n) = P\left(\bigcap_{i=1}^{n} [X_i \leqslant x_i]\right).$$ Aucune difficulté ne sera soulevée sur cette notion.
Caractérisation de la loi d'un vecteur aléatoire discret à valeurs dans $\mathbf{R}^n$.	
Si deux vecteurs $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ et $(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ ont même loi et si g est une fonction continue sur $\mathbf{R}^n$ à valeurs dans $\mathbf{R}$, alors les variables aléatoires réelles $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ et $g(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ ont même loi.	Aucune difficulté ne sera soulevée. Résultat admis.
Espérance d'une somme de variables aléatoires.	Si X et Y admettent une espérance, $X + Y$ admet une espérance et $E(X+Y) = E(X)+E(Y)$. Généralisation à n variables aléatoires. Résultats admis.
Croissance de l'espérance.	Si $X \leqslant Y$ presque sûrement et si X et Y admettent une espérance, alors $E(X) \leqslant E(Y)$. Résultat admis.
Existence d'une espérance par domination.	Si X et Y sont deux variables aléatoires vérifiant $0 \leqslant \lvert X\rvert \leqslant Y$ presque sûrement, et si Y admet une espérance, alors X admet également une espérance. Dans ce cas, $\lvert E(X)\rvert \leqslant E(Y)$. Résultat admis.
Indépendance mutuelle de n variables aléatoires réelles.	X_1, ..., X_n sont mutuellement indépendantes si et seulement si : $$F_{(X_1,\dots,X_n)}(x_1, \dots, x_n) = \prod_{k=1}^{n} F_{X_k}(x_k)$$ pour tous réels $x_1, \dots, x_n$.

Caractérisation de l'indépendance mutuelle de n variables aléatoires réelles.	• $X_1, \ldots, X_n$ sont mutuellement indépendantes si et seulement si : $$P\left(\left[\bigcap_{i=1}^{n} X_i \in I_i\right]\right) = \prod_{i=1}^{n} P([X_i \in I_i])$$ pour tous intervalles $I_1, \ldots, I_n$ de $\mathbf{R}$. • $X_1, \ldots, X_n$ sont mutuellement indépendantes si et seulement si toute famille d'événements $(A_1, \ldots, A_n)$, avec A_k élément de $\mathcal{A}_{X_k}$, est une famille d'événements mutuellement indépendants. Résultat admis.
Caractérisation de l'indépendance mutuelle de n variables aléatoires réelles discrètes.	$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} [X_i = x_i]\right) = \prod_{i=1}^{n} P([X_i = x_i])$ pour tout $(x_1, \ldots, x_n) \in X_1(\Omega) \times \ldots \times X_n(\Omega)$. Résultat admis.
Lemme des coalitions.	Si X_1, X_2 ,..., X_n, sont indépendantes, toute variable aléatoire fonction de $X_1, X_2, \ldots, X_p$ est indépendante de toute variable aléatoire fonction de X_{p+1}, X_{p+2},..., X_n. Résultat admis.
Espérance du produit de variables aléatoires indépendantes.	Si X et Y admettent une espérance et sont indépendantes, XY admet une espérance et $E(XY) = E(X)E(Y)$. Généralisation à n variables aléatoires mutuellement indépendantes. Résultats admis.
Variance d'une somme de variables aléatoires indépendantes.	Si X et Y sont indépendantes et admettent une variance, $X + Y$ admet une variance et $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$. Généralisation à n variables aléatoires mutuellement indépendantes. Résultats admis.
Somme de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes de même paramètre.	La somme de n variables aléatoires de Bernoulli indépendantes et de même espérance p suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$.
Sommes de variables aléatoires indépendantes suivant des lois de Poisson, des lois binomiales.	
Loi de la somme de n variables aléatoires indépendantes de loi $\mathcal{E}(1)$.	Pour étudier la somme de n variables aléatoires indépendantes de loi $\mathcal{E}(\lambda)$, on se ramènera après multiplication par λ à une somme de n variables aléatoires indépendantes de loi $\mathcal{E}(1)$.
Indépendance mutuelle d'une suite infinie de variables aléatoires réelles discrètes.	

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU QUATRIÈME SEMESTRE

I - Compléments d'algèbre bilinéaire

1 - Endomorphismes symétriques d'un espace euclidien, matrices symétriques

Endomorphismes symétriques.

Un endomorphisme f d'un espace vectoriel euclidien E est symétrique si et seulement si pour tout couple (x, y) de vecteurs de E, on a :

$$\langle f(x)\ ,\ y\rangle \ = \ \langle x\ ,\ f(y)\rangle.$$

Un endomorphisme est symétrique si et seulement si sa matrice dans une base orthonormée est symétrique.

Si f est un endomorphisme symétrique et si F est un sous-espace vectoriel stable par f, alors $F^{\perp}$ est stable par f.

Les sous-espaces propres d'un endomorphisme symétrique f d'un espace vectoriel de dimension finie sont deux à deux orthogonaux.

Si $(u_k)_{1\leqslant k\leqslant p}$ sont p vecteurs propres d'un endomorphisme symétrique f associés à des valeurs propres distinctes, alors la famille $(u_k)_{1\leqslant k\leqslant p}$ est une famille orthogonale.

2 - Projection orthogonale

Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel F.

Notation p_F.

Si $(u_1, \ldots, u_k)$ est une base orthonormée de F, alors :

$$p_F(x) = \sum_{i=1}^{k} \langle x, u_i\rangle u_i.$$

Si $\mathcal{B}$ est une base orthonormée de E et si $U_1, \ldots, U_k$ sont les vecteurs colonnes associés aux vecteurs $u_1, \ldots, u_k$ dans la base $\mathcal{B}$, alors :

$$\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(p_F) = \sum_{i=1}^{k} U_i\, {}^tU_i.$$

Si p est un projecteur, alors p est un projecteur orthogonal si et seulement si c'est un endomorphisme symétrique.

Caractérisation par minimisation de la norme.

$$v = p_F(x) \Longleftrightarrow \|x - v\| = \min_{u\in F} \|x - u\|.$$

Application au problème des moindres carrés : minimisation de $\|AX - B\|$ avec $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{R})$ de rang p, $B \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ et $X \in \mathcal{M}_{p,1}(\mathbf{R})$.

La formule donnant la valeur de X réalisant le minimum n'est pas exigible.

3 - Réduction des endomorphismes et des matrices symétriques

Si E est un espace vectoriel euclidien, tout endomorphisme symétrique de E est diagonalisable et ses sous-espaces propres sont orthogonaux.

Résultat admis.

Il existe une base $\mathcal{B}$ de E orthonormée composée de vecteurs propres de f.

Toute matrice symétrique réelle est diagonalisable avec une matrice de changement de base orthogonale.	Si A est symétrique réelle, il existe une matrice orthogonale P et une matrice diagonale D telles que $D = P^{-1}AP = {}^tPAP$. Si $X_1, \dots, X_n$ sont les colonnes de P, alors $(X_i)_{1\leqslant i\leqslant n}$ est une base orthonormée de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$, formée de vecteurs propres de A associés aux valeurs propres $\lambda_1, \dots, \lambda_n$. On a : $$A = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i X_i\, {}^tX_i.$$

II - **Fonctions réelles de n variables ; recherche d'extrema**

L'objectif est d'arriver à une bonne maîtrise des problèmes d'extrema à partir d'un minimum d'outils théoriques. L'espace $\mathbf{R}^n$ sera muni de la norme euclidienne usuelle.
La détermination de la nature topologique d'un ensemble n'est pas un objectif du programme ; elle devra toujours être précisée. Néanmoins, il est nécessaire de sensibiliser les étudiants aux notions d'ouverts et de fermés. Les étudiants ont été familiarisés avec les fonctions continues sur $\mathbf{R}^n$ au troisième semestre, aussi on s'appuiera, pour mener une initiation à la topologie de $\mathbf{R}^n$, sur les sous-ensembles de $\mathbf{R}^n$ définis par des inégalités du type $\{x \in \mathbf{R}^n / \varphi(x) < a\}$ ou $\{x \in \mathbf{R}^n / \varphi(x) \leqslant a\}$ où φ est une fonction continue sur $\mathbf{R}^n$. On donnera également la définition d'un ensemble borné.

L'étude de fonctions de n variables à valeurs dans $\mathbf{R}$ se limitera à des fonctions définies sur des sous-ensembles de $\mathbf{R}^n$ pouvant être définis simplement (réunion, intersection finies) à l'aide des ensembles fermés ou ouverts précédents.

Les résultats seront énoncés dans le cas de fonctions de n variables. Pour les démonstrations, on pourra se limiter aux cas $n = 2$ ou $n = 3$.
Aucune des démonstrations de ce chapitre n'est exigible des étudiants.

Dans ce paragraphe, h désigne un vecteur de $\mathbf{R}^n$ et H la colonne coordonnée correspondante.

1 - **Extension de la notion de fonction réelle de n variables**

Dans ce paragraphe, on étend à des fonctions définies sur un sous-ensemble de $\mathbf{R}^n$, les notions et définitions vues au troisième semestre pour des fonctions définies sur $\mathbf{R}^n$. Toute difficulté concernant la détermination de la classe d'une fonction est exclue.

Extension de la notion de continuité aux fonctions définies sur un sous-ensemble de $\mathbf{R}^n$.	Aucune difficulté théorique ne sera soulevée.
Extension de la notion de fonctions C^1 aux fonctions définies sur un ouvert de $\mathbf{R}^n$.	Aucune difficulté théorique ne sera soulevée.
Pour les fonctions C^1 définies sur un ouvert de $\mathbf{R}^n$: extension des notions de dérivées partielles, gradient, dérivée directionnelle, développement limité d'ordre 1.	

2 - **Fonctions de classe C^2**

Dérivées partielles d'ordre 2.	Notation $\partial^2_{i,j}(f)$. $\partial^2_{i,j}(f) = \partial_i(\partial_j(f))$.
Fonctions de classe C^2 sur un ouvert $\mathcal{O}$ de $\mathbf{R}^n$.	Les fonctions polynomiales de n variables sont de classe C^2 sur $\mathbf{R}^n$. Résultat admis.

Opérations sur les fonctions de classe C^2.	Somme, produit, quotient. La composition d'une fonction de classe C^2 sur $\mathcal{O}$ à valeurs dans un intervalle I de $\mathbf{R}$ par une fonction de classe C^2 sur I à valeurs dans $\mathbf{R}$ est de classe C^2. Résultats admis.
Théorème de Schwarz.	Si f est de classe C^2 sur un ouvert $\mathcal{O}$ de $\mathbf{R}^n$, alors pour tout point x de $\mathcal{O}$ et pour tout couple (i, j) d'entiers compris entre 1 et n : $$\partial^2_{i,j}(f)(x) = \partial^2_{j,i}(f)(x).$$ Théorème admis.
Matrice hessienne en un point x.	Notation $\nabla^2(f)(x)$. Si f est de classe C^2 sur un ouvert $\mathcal{O}$, alors la matrice hessienne est symétrique en tout point de $\mathcal{O}$.
Forme quadratique définie sur $\mathbf{R}^n$ associée à une matrice symétrique réelle A.	$q(h) = {}^tHAH$.
Existence et unicité d'un développement limité d'ordre 2 d'une fonction de classe C^2 sur un ouvert $\mathcal{O}$.	$$f(x+h) = f(x) + \langle \nabla(f)(x), h\rangle + \frac{1}{2}q_x(h) + \|h\|^2\varepsilon(h)$$ où $\varepsilon(0) = 0$, ε continue en 0 et q_x est la forme quadratique associée à la matrice hessienne $\nabla^2(f)(x)$. Résultat admis.
Dérivée seconde directionnelle de f au point x dans la direction h.	La dérivée seconde directionnelle de f au point x dans la direction h est $q_x(h)$. Si $g(t) = f(x+th)$, alors $g''(t) = q_{x+th}(h)$ et donc $g''(0) = q_x(h)$.

3 - Recherche d'extrema

Dans un premier temps, on étendra rapidement les notions vues au troisième semestre à une fonction définie sur un sous-ensemble de $\mathbf{R}^n$.

a) Définition

Définition d'un extremum local, d'un extremum global.	

b) Extrema sur un ensemble fermé borné

Une fonction continue sur une partie fermée bornée admet un maximum global et un minimum global.	Résultat admis.

Application à l'encadrement d'une forme quadratique sur $\mathbf{R}^n$.

Si q est une forme quadratique associée à une matrice symétrique A, alors q admet un maximum global et un minimum global sur le fermé borné $\{x \in \mathbf{R}^n / \|x\| = 1\}$.
Il existe alors deux réels α et β tels que pour tout élément h de $\mathbf{R}^n$:

$$\alpha\|h\|^2 \leqslant\ q(h)\ \leqslant \beta\|h\|^2.$$

c) Condition d'ordre 1

Condition nécessaire du premier ordre.
Point critique.

Si une fonction de classe C^1 sur un ouvert $\mathcal{O}$ de $\mathbf{R}^n$ admet un extremum local en un point x_0 de $\mathcal{O}$, alors $\nabla(f)(x_0) = 0$.
Les points où le gradient s'annule sont appelés points critiques. Toutes les dérivées directionnelles en ces points sont nulles.

d) Exemples de recherches d'extrema sous une contrainte quelconque

Dans tout ce paragraphe, $\mathcal{O}$ désigne un ouvert de $\mathbf{R}^n$ et φ désigne une fonction de classe C^1 sur $\mathcal{O}$. On note alors $\mathcal{C} = \{x \in \mathcal{O}/\varphi(x) = c\}$ l'ensemble des points vérifiant la contrainte $\varphi(x) = c$. On se placera dans le cadre où $\nabla(\varphi)(x)$ est non nul pour tout élément x de $\mathcal{C}$; on dira alors que la contrainte est non critique. L'étude d'une fonction le long de sa frontière est l'une des applications de la maximisation sous contrainte.
Sur des exemples, on sensibilisera les étudiants à une interprétation graphique de l'optimisation sous contrainte.

Définition d'un extremum local ou global sous la contrainte $\varphi(x) = c$ d'une fonction f définie sur $\mathcal{O}$.

Condition nécessaire du premier ordre pour un extremum sous la contrainte non critique $\mathcal{C}$.

Si f est une fonction de classe C^1 sur $\mathcal{O}$, pour que f atteigne un extremum local en x_0 sous la contrainte non critique $\mathcal{C}$, il faut qu'il existe un réel λ tel que :

$$\begin{cases} \varphi(x_0) = c \\ \nabla(f)(x_0) = \lambda\, \nabla(\varphi)(x_0) \end{cases}.$$

Résultat admis.
On ne soulèvera pas de difficulté théorique et on se limitera à des exemples simples.

Application à l'encadrement d'une forme quadratique : cas d'égalité.

Si q est une forme quadratique associée à une matrice symétrique A, alors q admet un maximum global (respectivement un minimum global) sous la contrainte $\|x\| = 1$, en un point correspondant à un vecteur propre de la matrice A associé à la plus grande valeur propre (respectivement la plus petite).

e) Condition d'ordre 2

Étude locale d'une fonction f de classe C^2 sur un ouvert $\mathcal{O}$ en un point critique.	Si x_0 est un point critique de f : • si $\mathrm{Sp}(\nabla^2 f(x_0)) \subset \mathbf{R}_+^*$, alors f admet un minimum local en x_0, • si $\mathrm{Sp}(\nabla^2 f(x_0)) \subset \mathbf{R}_-^*$, alors f admet un maximum local en x_0, • si $\mathrm{Sp}(\nabla^2 f(x_0))$ contient deux réels non nuls de signes distincts, f n'admet pas d'extremum en x_0. On fera le lien avec le signe de la forme quadratique q_{x_0}.
Point selle (ou col).	
Exemples de recherche d'extrema globaux.	On pourra faire une étude directe du signe sur $\mathcal{O}$ de $f(x) - f(x_0)$. Dans les situations qui s'y prêtent, on pourra étudier le cas où pour tout x de $\mathcal{O}$, q_x est positive (ou négative), par exemple en appliquant la formule de Taylor avec reste intégral à la fonction g définie par $g(t) = f(x_0 + th)$.

f) Recherche d'extrema sous contrainte d'égalités linéaires

Dans tout ce paragraphe $\mathcal{C}$ désigne l'ensemble des solutions d'un système linéaire $\begin{cases} g_1(x) & = b_1 \\ \vdots & \vdots \\ g_p(x) & = b_p \end{cases}$ *et $\mathcal{H}$ l'ensemble des solutions du système homogène associé.*

Condition nécessaire du premier ordre sous la contrainte $\mathcal{C}$.	Si f est une fonction de classe C^1 sur un ouvert $\mathcal{O}$, et si la restriction de f à $\mathcal{C}$ admet un extremum local en un point x_0, alors $\nabla(f)(x_0)$ est dans $\mathrm{Vect}(\nabla(g_1)(x_0), \ldots, \nabla(g_p)(x_0))$. Pour tout h de $\mathcal{H}$, la dérivée de f en x_0 dans la direction h est nulle. On remarquera que : $\mathcal{H}^\perp = \mathrm{Vect}(\nabla(g_1)(x_0), \ldots, \nabla(g_p)(x_0))$.
Point critique pour l'optimisation sous contrainte.	
Exemples de recherche d'extrema globaux sous contrainte d'égalités linéaires.	On pourra faire une étude directe du signe sur $\mathcal{O}$ de $f(x) - f(x_0)$. On pourra, dans les situations qui s'y prêtent, étudier le cas où pour tout x de $\mathcal{C} \cap \mathcal{O}$ et tout h de $\mathcal{H}$ on a $q_x(h) \geqslant 0$ (respectivement $q_x(h) \leqslant 0$).

III - Probabilités : convergences, estimation

1 - Convergences et approximations

a) Convergence en probabilité

On pourra démontrer ces inégalités dans le cas d'une variable aléatoire discrète ou à densité.

Inégalité de Markov.

Si X est une variable aléatoire positive admettant une espérance, alors pour tout réel a strictement positif :

$$P([X \geqslant a]) \leqslant \frac{E(X)}{a}.$$

On pourra appliquer cette inégalité à $Y = |X|^r$, $r \in \mathbf{N}^*$.

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Si X est une variable aléatoire admettant un moment d'ordre 2, alors :

$$\forall \varepsilon > 0, \quad P([|X - E(X)| \geqslant \varepsilon]) \leqslant \frac{V(X)}{\varepsilon^2}.$$

Convergence en probabilité.

La suite $(X_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ converge en probabilité vers X si :

$$\forall \varepsilon > 0, \quad \lim_{n\to+\infty} P([|X_n - X| \geqslant \varepsilon]) = 0.$$

Notation $X_n \xrightarrow{P} X$.

Loi faible des grands nombres pour une suite de variables aléatoires indépendantes admettant une même espérance et une même variance.

Soit $(X_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ une suite de variables aléatoires indépendantes ayant même espérance m et même variance et soit $\overline{X}_n = \dfrac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$. Alors :

$$\forall \varepsilon > 0, \quad \lim_{n\to+\infty} P([|\overline{X}_n - m| \geqslant \varepsilon]) = 0.$$

Composition par une fonction continue.

Si $X_n \xrightarrow{P} X$ et si f est une fonction continue sur $\mathbf{R}$ à valeurs réelles, alors $f(X_n) \xrightarrow{P} f(X)$. Résultat admis.

b) Convergence en loi

Définition de la convergence en loi d'une suite $(X_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ de variables aléatoires vers X.

Notation $X_n \xrightarrow{\mathcal{L}} X$.
La suite $(X_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ converge en loi vers X si et seulement si en tout point de continuité x de F_X :

$$\lim_{n\to+\infty} F_{X_n}(x) = F_X(x).$$

Cas où les X_n et X prennent leurs valeurs dans $\mathbf{Z}$.

La suite $(X_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ converge en loi vers X si et seulement si :

$$\forall k \in \mathbf{Z}, \quad \lim_{n\to+\infty} P([X_n = k]) = P([X = k]).$$

Convergence en loi d'une suite de variables aléatoires suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n, \lambda/n)$ vers une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre λ.

Théorème de Slutsky.	Si $(X_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ converge en loi vers X et si $(Y_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ converge en probabilité vers une constante c, alors $(X_n+Y_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ converge en loi vers $X+c$ et $(X_nY_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ converge en loi vers cX. Résultats admis.
Composition par une fonction continue.	Si $(X_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ converge en loi vers X et si f est une fonction continue sur $\mathbf{R}$ à valeurs réelles, alors $(f(X_n))_{n\in\mathbf{N}^*}$ converge en loi vers $f(X)$. Résultat admis.
Théorème limite central.	Si $(X_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ est une suite de variables aléatoires indépendantes et de même loi, admettant une espérance m et une variance σ^2 non nulle, si on note : $\overline{X}_n = \dfrac{X_1+\ldots+X_n}{n}$, alors la suite de variables aléatoires centrées réduites $\overline{X}_n^* = \sqrt{n}\left(\dfrac{\overline{X}_n - m}{\sigma}\right)$ converge en loi vers une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite. D'où, on a pour tout (a,b) tel que $-\infty \leqslant a \leqslant b \leqslant +\infty$: $$\lim_{n\to+\infty} P([a \leqslant \overline{X}_n^* \leqslant b]) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \mathrm{d}t.$$ Résultats admis.
Exemples d'approximations de la loi binomiale et de la loi de Poisson par la loi normale.	Toutes les indications devront être fournies aux candidats quant à la justification de l'utilisation des approximations.

2 - Estimation

L'objectif de cette partie est d'introduire le vocabulaire et la démarche de la statistique inférentielle en abordant, sur quelques cas simples, le problème de l'estimation, ponctuelle ou par intervalle de confiance. On se restreindra à une famille de lois de probabilités indexées par un paramètre scalaire (ou vectoriel) dont la valeur (scalaire ou vectorielle) caractérise la loi. On cherche alors à estimer la valeur du paramètre (ou une fonction simple de ce paramètre) à partir des données disponibles.

Dans ce contexte, on considère un phénomène aléatoire et on s'intéresse à une variable aléatoire réelle X qui lui est liée, dont on suppose que la loi de probabilité n'est pas complètement spécifiée et appartient à une famille de lois dépendant d'un paramètre θ décrivant un sous-ensemble Θ de $\mathbf{R}$ (éventuellement de $\mathbf{R}^2$). Le paramètre θ est une quantité inconnue, fixée dans toute l'étude, que l'on cherche à determiner ou pour laquelle on cherche une information partielle.

Le problème de l'estimation consiste alors à estimer la vraie valeur du paramètre θ ou de $g(\theta)$ (fonction à valeurs réelles du paramètre θ), à partir d'un échantillon de données $x_1,\ldots,x_n$ obtenues en observant n fois le phénomène. Cette fonction du paramètre représentera en général une valeur caractéristique de la loi inconnue comme son espérance, sa variance, son étendue...

On supposera que cet échantillon est la réalisation de n variables aléatoires $X_1,\ldots,X_n$ définies sur un même espace probabilisable $(\Omega,\mathcal{A})$ muni d'une famille de probabilités $(P_\theta)_{\theta\in\Theta}$. Les $X_1,\ldots,X_n$ seront supposées P_θ-indépendantes et de même loi que X pour tout θ.

On appellera estimateur de $g(\theta)$ toute variable aléatoire réelle de la forme $\varphi(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ où φ est une fonction de $\mathbf{R}^n$ dans $\mathbf{R}$, éventuellement dépendante de n, et indépendante de θ, dont la réalisation après expérience est envisagée comme estimation de $g(\theta)$.

Si T_n est un estimateur, on notera, lorsque ces valeurs existent, $E_\theta(T_n)$ l'espérance de T_n et $V_\theta(T_n)$ la variance de T_n, pour la probabilité P_θ.

a) Estimation ponctuelle

Estimer ponctuellement $g(\theta)$ par $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$ où $\varphi(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ est un estimateur de $g(\theta)$ et $(x_1, \ldots, x_n)$ est une réalisation de l'échantillon $(X_1, \ldots, X_n)$, c'est décider d'accorder à $g(\theta)$ la valeur $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$.

n-échantillon $(X_1, \ldots, X_n)$ de variables aléatoires réelles indépendantes et de même loi que X.	Exemples de n-échantillons associés à une loi de Bernoulli $\mathcal{B}(1, p)$ avec $\theta = p$.
Définition d'un estimateur.	Un estimateur de $g(\theta)$ est une variable aléatoire de la forme $T_n = \varphi(X_1, \ldots, X_n)$. La réalisation $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$ de l'estimateur T_n est l'estimation de $g(\theta)$. Cette estimation ne dépend que de l'échantillon $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ observé.
Exemples simples d'estimateurs.	Exemple de la moyenne empirique $\dfrac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$.
Biais d'un estimateur.	Si pour tout θ de Θ, T_n admet une espérance, on appelle biais de T_n en $g(\theta)$ le réel $b_\theta(T_n) = E_\theta(T_n) - g(\theta)$.
Estimateur sans biais.	L'estimateur T_n de $g(\theta)$ est sans biais si pour tout θ de Θ, $E_\theta(T_n) = g(\theta)$.
Suite $(T_n)_{n\geqslant 1}$ d'estimateurs.	Chaque T_n est de la forme $\varphi(X_1, X_2, \ldots, X_n)$.
Estimateur convergent.	Une suite d'estimateurs $(T_n)_{n\geqslant 1}$ de $g(\theta)$ est convergente si pour tout θ, la suite $(T_n)_{n\geqslant 1}$ converge en probabilité vers $g(\theta)$. Par abus de langage on dit aussi que l'estimateur est convergent.
Composition par une fonction continue.	Si $(T_n)_{n\geqslant 1}$ est une suite convergente d'estimateurs de $g(\theta)$ et si f est une fonction continue sur $\mathbf{R}$ à valeurs réelles, alors $(f(T_n))_{n\geqslant 1}$ est une suite convergente d'estimateurs de $f(g(\theta))$.
Estimateur asymptotiquement sans biais.	Une suite $(T_n)_{n\geqslant 1}$ d'estimateurs de $g(\theta)$ est asymptotiquement sans biais si pour tout θ de Θ, $$\lim_{n\to+\infty} E_\theta(T_n) = g(\theta).$$
Risque quadratique d'un estimateur.	Si pour tout θ de Θ, T_n admet un moment d'ordre 2, le risque quadratique de T_n en θ, noté $r_\theta(T_n)$, est le réel : $$r_\theta(T_n) = E_\theta\big((T_n - g(\theta))^2\big).$$
Décomposition biais-variance du risque quadratique d'un estimateur.	$$r_\theta(T_n) = b_\theta(T_n)^2 + V_\theta(T_n).$$

Condition suffisante de convergence.	Si pour tout θ de Θ, $\lim\limits_{n\to+\infty} r_\theta(T_n) = 0$, alors la suite d'estimateurs $(T_n)_{n\geqslant 1}$ de $g(\theta)$ est convergente. Cette convergence pourra être étudiée à l'aide de l'inégalité de Markov.

b) Estimation par intervalle de confiance, intervalle de confiance asymptotique

S'il existe des critères pour juger des qualités d'un estimateur ponctuel T_n de $g(\theta)$ (biais, risque, convergence), aucune certitude ne peut jamais être apportée quant au fait que l'estimation donne la vraie valeur à estimer.
La démarche de l'estimation par intervalle de confiance consiste à trouver un intervalle aléatoire qui contienne $g(\theta)$ avec une probabilité minimale donnée. L'utilisation dans certains cas du théorème limite central impose d'introduire la notion d'intervalle de confiance asymptotique.
Dans tout ce paragraphe $(U_n)_{n\geqslant 1}$ et $(V_n)_{n\geqslant 1}$ désigneront deux suites d'estimateurs de $g(\theta)$ tels que pour tout $\theta \in \Theta$ et pour tout $n \geqslant 1$, $P_\theta([U_n \leqslant V_n]) = 1$.

Intervalle de confiance.	Soit $\alpha \in [0,1]$. $[U_n, V_n]$ est un intervalle de confiance de $g(\theta)$ au niveau de confiance $1-\alpha$ si pour tout θ de Θ, $$P_\theta([U_n \leqslant g(\theta) \leqslant V_n]) \geqslant 1-\alpha.$$ Sa réalisation est l'estimation de cet intervalle de confiance. On distinguera probabilité et confiance et on éclairera ces notions à l'aide de simulations informatiques.
Intervalle de confiance asymptotique.	On appelle intervalle de confiance asymptotique de $g(\theta)$ au niveau de confiance $1-\alpha$ une suite $([U_n, V_n])_{n\geqslant 1}$ vérifiant : pour tout θ de Θ, il existe une suite de réels (α_n) à valeurs dans $[0,1]$, de limite α, telle que pour tout $n \geqslant 1$, $$P_\theta([U_n \leqslant g(\theta) \leqslant V_n]) \geqslant 1-\alpha_n.$$ Par abus de langage on dit aussi que $[U_n, V_n]$ est un intervalle de confiance asymptotique.
Estimation par intervalle du paramètre d'une variable aléatoire de Bernoulli.	On pourra comparer, en majorant $p(1-p)$ par $\frac{1}{4}$, les intervalles de confiance obtenus par l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, et les intervalles de confiance asymptotiques obtenus par l'approximation normale de la loi binomiale.
Estimation par intervalle de confiance de l'espérance d'une loi admettant un moment d'ordre 2.	On pourra démontrer ce résultat dans le cas d'une loi admettant un moment d'ordre 4 : dans ce cas, la suite $(S_n)_{n\geqslant 1}$ des écarts-types empiriques converge en probabilité vers l'écart-type σ inconnu, ce qui permet d'utiliser le théorème de Slutsky pour remplacer σ par S_n afin d'obtenir une estimation par intervalle de confiance asymptotique de l'espérance de la loi.

TRAVAUX PRATIQUES DE MATHÉMATIQUES AVEC SCILAB

En première année, les élèves ont acquis les bases de manipulation du logiciel Scilab. L'objectif de l'enseignement d'informatique de seconde année est de permettre aux étudiants d'utiliser Scilab de manière judicieuse et autonome pour illustrer ou modéliser des situations concrètes en mobilisant leurs connaissances mathématiques.

Les heures de travaux pratiques de mathématiques avec Scilab peuvent être organisées sous différentes formes selon les contenus à enseigner ; certaines séances, notamment celles nécessitant peu de manipulations logicielles de la part des étudiants, pourront avoir lieu en classe entière, les autres séances en groupes réduits.

Le programme d'informatique s'articule autour de six thèmes : statistiques descriptives univariées, statistiques descriptives bivariées, chaînes de Markov, fonctions de plusieurs variables, simulation de lois, estimation ponctuelle ou par intervalle de confiance.

L'ordre dans lequel les thèmes sont abordés est libre, mais il est préférable de mener ces activités en cohérence avec la progression du cours de mathématiques.

Dans certains thèmes, il s'avérera nécessaire d'introduire de nouvelles notions ou approches mathématiques. Celles-ci devront être explicitées en préambule des séances d'informatique et ne pourront en aucun cas être exigibles des étudiants. Certaines seront propres à un thème particulier, d'autres (comme par exemple les méthodes de Monte-Carlo) pourront au contraire être envisagées de manière transversale. Toutes les précisions nécessaires devront toujours être données lors de leur utilisation.

Toute la richesse du logiciel Scilab ne peut pas être entièrement maîtrisée par un étudiant, aussi seules les fonctions et commandes introduites en première année et celles figurant dans la sous-partie "Commandes exigibles" sont exigibles. Néanmoins, se contenter de ces seules commandes, en ignorant les nombreuses possibilités et commodités du logiciel, se révélerait rapidement contraignant et limitatif. De nouvelles commandes Scilab peuvent donc être introduites, mais cela devra se faire avec parcimonie, l'objectif principal de l'activité informatique reste la mise en pratique des connaissances mathématiques. Les commandes introduites devront être présentées en préambule et toutes les précisions nécessaires seront données lors de leur utilisation et leur interprétation. On favorisera à cette occasion l'autonomie et la prise d'initiatives des étudiants grâce à l'utilisation de l'aide de Scilab, et à l'usage d'opérations de "copier-coller" qui permettent de prendre en main rapidement des fonctions nouvelles et évitent d'avoir à connaître par cœur la syntaxe de commandes complexes.

L'objectif de ces travaux pratiques n'est pas l'écriture de longs programmes mais l'assimilation de savoir-faire et de compétences spécifiés dans la liste des exigibles et rappelés en préambule de chaque thème.

Les exemples traités dans un thème devront être tirés, autant que possible, de situations réelles (traitement de données économiques, sociologiques, historiques, démographiques, en lien avec le monde de l'entreprise ou de la finance, etc), en faisant dès que possible un rapprochement avec les autres disciplines.

I - **Liste des exigibles**

1 - Savoir-faire et compétences

C1 : Produire et interpréter des résumés numériques et graphiques d'une série statistique (simple, double) ou d'une loi.

C2 : Modéliser et simuler des phénomènes (aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique.

C3 : Représenter et exploiter le graphe d'une fonction d'une, deux ou trois variables.

C4 : Représenter et interpréter les différentes convergences.

C5 : Utiliser à bon escient la méthode de Monte-Carlo.

C6 : Porter un regard critique sur les méthodes d'estimation et de simulation.

2 - Nouvelles commandes

Toutes les commandes du programme de première année sont exigibles. Les seules nouvelles commandes exigibles des candidats sont indiquées dans ce paragraphe.

La connaissance des commandes suivantes ainsi que de leurs arguments est exigible des candidats :

`sum`, `cumsum`, `mean`, `max`, `min`, `zeros`, `ones`, `eye`, `spec`.

Les commandes suivantes devront avoir été manipulées par les étudiants mais la connaissance détaillée de leurs arguments n'est pas exigible des candidats :

`cdfnor`, `plot2d`, `fplot2d`, `plot3d`, `fplot3d`.

II - Liste des thèmes

1 - Statistiques descriptives univariées

(Durée indicative : 3 heures. Compétences développées : **C1** et **C6**)

Dans ce paragraphe, on analysera des données statistiques, en insistant sur les représentations graphiques. On insistera sur le rôle des différents indicateurs de position et de dispersion étudiés.

Série statistique associée à un échantillon. Effectifs, fréquences, fréquences cumulées, diagrammes en bâtons, histogrammes. Indicateurs de position : moyenne, médiane, mode, quantiles. Indicateurs de dispersion : étendue, variance et écart-type empiriques, écart inter-quantile.	On pourra également utiliser les commandes : `dsearch`, `tabul`, `pie stdeviation`, `median`.

2 - Statistiques descriptives bivariées

(Durée indicative : 3 heures. Compétences développées : **C1** et **C6**)

Série statistique à deux variables, nuage de points associé. Point moyen $(\bar{x}, \bar{y})$ du nuage. Covariance et cœfficient de corrélation empiriques, droites de régression.	On tracera le nuage de points et les droites de régression et on pourra effectuer des pré-transformations pour se ramener au cas linéaire. On différenciera les variables explicatives des variables à expliquer. On pourra utiliser les commandes : `stdeviation`, `corr`.

3 - Chaînes de Markov

(Durée indicative : 6 heures. Compétences développées : **C2** et **C4**)

Ce thème sera l'occasion de revoir les simulations de lois discrètes étudiées en première année ainsi que d'appliquer les résultats et techniques d'algèbre linéaire étudiés au troisième semestre.

Matrice de transition. Étude sur des exemples simples. Comportement limite.	On pourra étudier par exemple l'indice de popularité d'une page Web (PageRank), modéliser l'évolution sociologique d'une société (passage d'individus d'une classe sociale à une autre) ou les systèmes de bonus-malus en assurances. Simulation et mise en évidence d'états stables avec la commande `grand(n, 'markov', M, x0)`.

4 - Fonctions de plusieurs variables

(Durée indicative : 3 heures. Compétences développées : **C2** et **C3**)

Graphe d'une fonction de deux variables, lignes de niveau, plan affine tangent au graphe. Dérivées partielles et dérivées directionnelles, représentation du gradient.	À cette occasion, on pourra mettre en évidence l'orthogonalité du gradient avec les courbes de niveau d'une fonction de deux variables.
Position du graphe par rapport au plan affine tangent au graphe, lien avec les valeurs propres de la matrice hessienne, points selles. Étude d'extrema locaux et globaux. Extrema sous contrainte.	Programmation de fonctions variées permettant de mettre en évidence les notions d'extrema locaux ou globaux, avec ou sans contrainte. On pourra prendre des exemples issus de l'économie ou de la finance : minimisation du risque, maximisation du gain, etc.

5 - Simulation de lois

(Durée indicative : 6 heures. Compétences développées : **C1**, **C2**, **C3** et **C6**)

Dans toutes les simulations effectuées, on pourra comparer les échantillons obtenus avec les distributions théoriques, en utilisant des diagrammes en bâtons et des histogrammes. On pourra aussi tracer la fonction de répartition empirique et la comparer à la fonction de répartition théorique.

Méthode d'inversion.	Application de la méthode d'inversion pour la simulation par exemple des lois exponentielles ou de Cauchy. On pourra mettre en évidence, grâce aux simulations, qu'une variable aléatoire suivant une loi de Cauchy n'admet pas d'espérance.
Méthodes de simulation d'une loi géométrique.	Utilisation d'une loi de Bernoulli et d'une boucle `while`, utilisation d'une loi exponentielle et de la fonction `floor`, utilisation du générateur `grand`.
Simulations informatiques d'une loi normale par utilisation du théorème limite central appliqué à différentes lois.	Comparaison entre différentes méthodes de simulation d'une loi normale. On pourra s'intéresser au cas particulier de 12 variables aléatoires indépendantes suivant une même loi uniforme.
Simulations de variables aléatoires discrètes et à densité variées.	On pourra faire le lien entre les lois exponentielles, les lois γ et de Poisson en modélisant des temps d'attente.

6 - Estimation ponctuelle et par intervalle de confiance

(Durée indicative : 6 heures. Compétences développées : **C2**, **C4**, **C5** et **C6**)

Méthode de Monte-Carlo : principe, garanties d'approximation.	Cette méthode permet d'estimer des quantités qu'il est difficile de calculer explicitement mais qu'il est facile d'approcher par simulation (probabilités d'événements, espérances de variables aléatoires). Ainsi, on pourra estimer par exemple les valeurs prises par la fonction de répartition de la somme ou du produit de deux variables aléatoires, ou encore, estimer le niveau réel, à rang n fini, d'intervalles de confiance asymptotiques.
Comparaison de différents estimateurs ponctuels d'un paramètre.	On pourra utiliser des données issues de situations réelles ou créer plusieurs jeux de données obtenues grâce à la commande `grand`. Dans ce dernier cas, on pourra comparer les lois des estimateurs par exemple à l'aide d'histogrammes.
Comparaison des intervalles de confiance d'un paramètre obtenus par différentes méthodes.	Estimation par intervalle de confiance du paramètre d'une loi de Bernoulli et de l'espérance d'une loi normale. La comparaison pourra se faire en calculant les demi-largeurs moyennes des intervalles et leurs niveaux de confiance.

Classe préparatoire économique et commerciale

NOR : ESRS1326924A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 24-12-2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêtés du 23-3-1995 ; arrêté du 3-7-1995 modifié ; avis du Cneser date du 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - Le programme de seconde année de mathématiques-informatique de la classe préparatoire économique et commerciale, option technologique (ECT), figurant en annexe 1 de l'arrêté du 3 juillet 1995 modifié susvisé, est remplacé par celui annexé au présent arrêté.

Article 2 - Le programme du présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2015.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Annexe

↳ *Mathématiques-informatique*

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **économique et commerciale**

Option : **Technologique (ECT)**

Discipline : **Mathématiques-Informatique**

Seconde année

Table des matières

1 Objectifs généraux de la formation

Les mathématiques jouent un rôle important en sciences économiques et en gestion, dans les domaines notamment de la finance ou de la gestion d'entreprise, de la finance de marché, des sciences sociales. Les probabilités et la statistique interviennent dans tous les secteurs de l'économie et dans une grande variété de contextes (actuariat, biologie, épidémiologie, finance quantitative, prévision économique...) où la modélisation de phénomènes aléatoires à partir de bases de données est indispensable.

L'objectif de la formation dans les classes préparatoires économiques et commerciales n'est pas de former des professionnels des mathématiques, mais des personnes capables d'utiliser des outils mathématiques ou d'en comprendre l'usage dans diverses situations de leur parcours académique et professionnel.

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement de ces classes et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants. Ils précisent également certains points de terminologie et certaines notations.
Les limites du programme sont clairement précisées. Elles doivent être respectées aussi bien dans le cadre de l'enseignement en classe que dans l'évaluation.

Une fonction fondamentale de l'enseignement des mathématiques dans ces classes est de structurer la pensée des étudiants et de les former à la rigueur et à la logique en insistant sur les divers types de raisonnement (par équivalence, implication, l'absurde, analyse-synthèse,...).

2 Compétences développées

L'enseignement de mathématiques en classes préparatoires économiques et commerciales vise en particulier à développer chez les étudiants les compétences suivantes :

- **Rechercher et mettre en œuvre des stratégies adéquates :** savoir analyser un problème, émettre des conjectures notamment à partir d'exemples, choisir des concepts et des outils mathématiques pertinents.
- **Modéliser :** savoir conceptualiser des situations concrètes (phénomènes aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique, élaborer des algorithmes.
- **Interpréter :** être en mesure d'interpréter des résultats mathématiques dans des situations concrètes, avoir un regard critique sur ces résultats.
- **Raisonner et argumenter :** savoir conduire une démonstration, confirmer ou infirmer des conjectures.
- **Maîtriser le formalisme et les techniques mathématiques :** savoir employer les symboles mathématiques à bon escient, être capable de mener des calculs de manière pertinente et efficace. Utiliser avec discernement l'outil informatique.
- **Communiquer par écrit et oralement :** comprendre les énoncés mathématiques, savoir rédiger une solution rigoureuse, présenter une production mathématique.

3 Architecture des programmes

Le programme de mathématiques de deuxième année de la filière EC voie technologique se situe dans le prolongement de celui de première année et permet d'en consolider les acquis. Son objectif est de fournir aux étudiants le bagage nécessaire pour suivre les enseignements spécialisés d'économie et de gestion dispensés en Grande Ecole ou dans une formation universitaire de troisième année de Licence.

Il s'organise autour de quatre points forts :

- En algèbre linéaire, le programme se concentre sur le calcul matriciel. Le principal objectif est l'introduction de la notion de valeurs propres et de vecteurs propres et la diagonalisation des matrices carrées de taille inférieure à 3. On évitera des exemples trop calculatoires.
  Ces notions de calcul matriciel trouveront des applications en probabilités (études de chaînes de Markov).

- En analyse, les séries et les intégrales généralisées sont étudiées en vue de leurs applications aux probabilités (variables aléatoires discrètes infinies et variables aléatoires à densité).

- En probabilités, l'étude des variables aléatoires discrètes, initiée au lycée et poursuivie en première année de classe préparatoire, se prolonge au troisième semestre par l'étude des couples et des suites de variables aléatoires discrètes ; au quatrième semestre, les notions sur les variables aléatoires à densité, abordées dès la première année, sont complétées. L'objectif de cette partie du programme est de permettre, en fin de formation, une approche plus rigoureuse et une compréhension plus aboutie des concepts d'estimation ponctuelle ou par intervalles de confiance que les étudiants ont rencontrés dès le lycée.

- Les travaux pratiques de mathématiques avec Scilab sont organisés autour de quatre thèmes faisant intervenir divers points du programme de mathématiques. L'objectif est d'apprendre aux étudiants à utiliser Scilab de manière judicieuse et autonome ainsi que de leur permettre d'illustrer ou de modéliser des situations concrètes en mobilisant leurs connaissances mathématiques. Les savoir-faire et compétences que les étudiants doivent acquérir lors de ces séances de travaux pratiques sont spécifiés dans la liste des exigibles et rappelés en préambule de chaque thème. Les nouvelles notions mathématiques introduites dans certains thèmes ne font pas partie des exigibles du programme. L'enseignement de ces travaux pratiques se déroulera sur les créneaux horaires dédiés à l'informatique.

Le programme de mathématiques est organisé en deux semestres de volume sensiblement équivalent. Ce découpage en deux semestres d'enseignement doit être respecté. En revanche, au sein de chaque semestre, aucun ordre particulier n'est imposé et chaque professeur conduit en toute liberté l'organisation de son enseignement, bien que la présentation par blocs soit fortement déconseillée.

Le programme se présente de la manière suivante : dans la colonne de gauche figurent les contenus exigibles des étudiants ; la colonne de droite comporte des précisions sur ces contenus ou des exemples d'activités ou d'applications.

Les développements formels ou trop théoriques doivent être évités. Ils ne correspondent pas au cœur de formation de ces classes préparatoires.

Les résultats mentionnés dans le programme seront admis ou démontrés selon les choix didactiques faits par le professeur. Pour certains résultats, marqués comme «admis», la présentation d'une démonstration en classe est déconseillée.

Les séances de travaux dirigés permettent de privilégier la prise en main, puis la mise en œuvre par les étudiants, des techniques usuelles et bien délimitées, inscrites dans le corps du programme. Cette maîtrise s'acquiert notamment par l'étude de problèmes que les étudiants doivent *in fine* être capables de résoudre par eux-mêmes.

Le logiciel Scilab comporte de nombreuses fonctionnalités permettant d'illustrer simplement certaines notions mathématiques. Ainsi, on utilisera dès que possible l'outil informatique en cours de mathématiques pour visualiser et illustrer les notions étudiées.

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU TROISIÈME SEMESTRE

I - **Matrices**

Le programme exclut toute notion de structure. On ne traite que le cas des matrices réelles.

Définition d'une matrice à n lignes et p colonnes. Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{R})$. Matrices lignes, matrices colonnes. Opérations sur les matrices : multiplication par un scalaire, somme, produit de deux matrices.	Les définitions des opérations sur les matrices seront présentées à l'aide d'exemples issus de situations concrètes. Les propriétés des opérations seront admises sans démonstration et illustrées sur des exemples.
Transposée d'une matrice.	Notation ${}^tA$.
Matrices carrées d'ordre n. Ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbf{R})$. Matrices triangulaires, matrices diagonales, matrice identité. Matrices inversibles.	
Critère d'inversibilité d'une matrice triangulaire.	Résultat admis.
Caractérisation de l'inversibilité d'une matrice carrée d'ordre 2.	$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ est inversible si et seulement si $ad - bc \neq 0$. Formule de l'inverse dans ce cas.
Exemples de calcul des puissances n-ièmes d'une matrice. Cas d'une matrice diagonale.	
Formule du binôme pour les matrices qui commutent.	On se limitera à des exemples simples lorsque l'une des matrices est nilpotente.
Écriture matricielle d'un système d'équations linéaires.	
Calcul de l'inverse d'une matrice par la méthode du pivot de Gauss. Calcul de l'inverse de la matrice A par la résolution du système $AX = Y$.	On se limitera à des matrices carrées d'ordre inférieur ou égal à 3.

II - **Séries numériques**

Les séries sont introduites exclusivement pour leurs applications au calcul des probabilités. Aucune difficulté ne sera soulevée.

Définition. Convergence d'une série. Somme d'une série convergente.

Condition nécessaire de convergence.	Le terme général d'une série convergente tend vers 0.
Série géométrique. Convergence et somme.	La série $\sum x^n$ converge si et seulement si $\lvert x \rvert < 1$, et dans ce cas : $\sum_{n=0}^{+\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$. Les dérivées des séries géométriques ne font pas partie des attendus du programme.
Série exponentielle. Convergence et somme.	Pour tout réel x, la série $\sum \frac{x^n}{n!}$ converge, et $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$. Résultat admis.
Définition de la convergence absolue.	
Toute série absolument convergente est convergente.	Résultat admis. Dans les exercices, on se limitera à des séries absolument convergentes.

III - **Probabilités et statistiques**

Tout excès de technicité est exclu.

1 - Couples de variables aléatoires discrètes finies

Loi de probabilité d'un couple de variables aléatoires. Lois marginales, lois conditionnelles.	La loi de probabilité d'un couple de variables aléatoires discrètes est caractérisée par la donnée de $X(\Omega)$, $Y(\Omega)$ et pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $P([X = x] \cap [Y = y])$.
Indépendance de deux variables aléatoires.	X et Y sont indépendantes si, pour tous intervalles réels I et J, les événements $[X \in I]$ et $[Y \in J]$ sont indépendants. On remarquera que si l'une des variables aléatoires X, Y est constante, X et Y sont indépendantes.
Espérance d'une somme de deux variables aléatoires, linéarité de l'espérance.	Résultat admis.
Espérance d'un produit de deux variables aléatoires.	$E(XY) = \sum_{(x,y)\in X(\Omega)\times Y(\Omega)} xyP([X = x] \cap [Y = y])$. Résultat admis.
Cas de deux variables aléatoires X et Y indépendantes.	$E(XY) = E(X)E(Y)$. Résultat admis. La réciproque est fausse.
Covariance. Propriétés.	Notation $\mathrm{Cov}(X, Y)$. Linéarité à droite, à gauche. Symétrie. Si $a \in \mathbf{R}$, $\mathrm{Cov}(X, a) = 0$. $\mathrm{Cov}(X, X) = V(X)$.
Formule de Huygens.	$\mathrm{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$. Si X et Y sont indépendantes, leur covariance est nulle, la réciproque étant fausse.

Variance d'une somme de deux variables aléatoires.	
Coefficient de corrélation linéaire.	Notation $\rho(X,Y)$. Si $\sigma(X)\sigma(Y) \neq 0$, $\rho\left(X,Y\right) = \dfrac{\text{Cov}\left(\text{X},\text{Y}\right)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$.
Propriétés.	$\lvert\rho(X,Y)\rvert \leqslant 1$. Interprétation dans le cas où $\rho(X,Y) = \pm 1$.

2 - Suites de variables aléatoires discrètes finies

Indépendance mutuelle de n variables aléatoires.	Les variables aléatoires $X_1, \ldots, X_n$ sont mutuellement indépendantes si, pour tout choix de n intervalles réels $I_1, \ldots, I_n$, les événements $[X_1 \in I_1], \ldots, [X_n \in I_n]$ sont mutuellement indépendants.
Indépendance mutuelle d'une suite de variables aléatoires.	Les variables aléatoires de la suite $(X_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ sont dites mutuellement indépendantes si, pour tout entier $n \geqslant 1$, les variables aléatoires $X_1, \ldots, X_n$ sont mutuellement indépendantes.
Espérance de la somme de n variables aléatoires.	
Variance d'une somme finie de variables aléatoires indépendantes.	

3 - Variables aléatoires discrètes infinies

Notion d'espace probabilisé avec Ω non fini.	
Extension des définitions et des propriétés des variables aléatoires discrètes au cas où l'image est un ensemble infini dénombrable : loi de probabilité, fonction de répartition, espérance, variance, écart-type.	On se limitera aux variables aléatoires dont l'image est indexée par $\mathbf{N}$. Aucune difficulté théorique ne sera soulevée au moment de l'extension des propriétés.
Loi géométrique. Espérance et variance.	Notation $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$.
Loi Poisson. Espérance et variance.	Notation $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$.

4 - Statistiques bivariées

On s'appuiera sur les représentations graphiques pour montrer l'intérêt et les limites des indicateurs.

Analyse de deux caractères qualitatifs : fréquences marginales, fréquences conditionnelles.

Analyse de deux caractères quantitatifs : covariance empirique, corrélation linéaire empirique, ajustement affine par la méthode des moindres carrés, droites de régression ; changements de variables permettant de se ramener à un ajustement affine.

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU QUATRIÈME SEMESTRE

I - **Réduction des matrices carrées**

L'objectif est l'introduction de la notion de valeurs propres et de vecteurs propres d'une matrice. La notion de polynôme minimal, la résolution générale des systèmes $AX = \lambda X$ et toute théorie sur la réduction sont hors programme.

Dans tout ce paragraphe, on évitera les méthodes trop calculatoires pour la recherche des éléments propres d'une matrice. En particulier, la résolution de systèmes à paramètres est à proscrire. Dans la pratique, on se limitera à des matrices carrées d'ordre inférieur ou égal à 3.

Polynôme d'une matrice. Polynôme annulateur.	Sur des exemples, utilisation d'un polynôme annulateur pour la détermination de l'inverse d'une matrice carrée. Toutes les indications devront être données aux candidats pour l'obtention d'un polynôme annulateur. On pourra vérifier que le polynôme $X^2 - (a+d)X + (ad - bc)$ est un polynôme annulateur de la matrice $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.
Matrices carrées diagonalisables.	Une matrice carrée A est diagonalisable s'il existe une matrice D, diagonale, et une matrice carrée P, inversible, telles que $D = P^{-1}AP$.
Valeur propre, vecteur propre d'une matrice carrée.	
Si Q est un polynôme annulateur de A, toute valeur propre de A est racine de Q.	Résultat admis.
Recherche de valeurs propres.	On privilégiera l'utilisation d'un polynôme annulateur.
Sur des exemples, diagonalisation d'une matrice carrée d'ordre inférieur ou égal à 3.	On se limitera au cas d'une matrice A pour laquelle on dispose d'un polynôme annulateur de degré 3 (respectivement 2) scindé sur $\mathbf{R}$ à racines simples, ces dernières étant valeurs propres. On remarquera alors que A est diagonalisable à partir de l'égalité $AP = PD$ où la matrice P est obtenue à partir des vecteurs propres. Cas des matrices triangulaires.
Application au calcul des puissances de A.	

II - **Compléments d'analyse**

Les intégrales généralisées sont introduites exclusivement pour leurs applications au calcul des probabilités. Aucune difficulté ne sera soulevée.

Le calcul des intégrales généralisées est effectué par des recherches de primitives sur des intervalles du type $[a, b]$, l'application de la relation de Chasles, et des passages à la limite en $-\infty$ et/ou $+\infty$.

Extension de la notion d'intégrale aux fonctions continues par morceaux sur un intervalle $[a, b]$.

Intégrale $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ où f est une fonction continue sur $[a, +\infty[$. Convergence et définition.

L'intégrale $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ converge si $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ existe et est finie, et dans ce cas, $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t = \lim_{x\to+\infty}\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$.

Intégrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{b} f(t)\mathrm{d}t$ où f est une fonction continue sur $]-\infty, b]$.

Extension aux intégrales $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$.

Convergence des intégrales de fonctions positives sur un intervalle de type $[a, +\infty[$ (ou $]-\infty, a]$).

Soit f une fonction continue et positive sur $[a, +\infty[$; l'intégrale $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ converge si et seulement si $x \mapsto \displaystyle\int_a^{x} f(t)\mathrm{d}t$ est majorée sur $[a, +\infty[$.
De même, si f est continue et positive sur $]-\infty, a]$, $\displaystyle\int_{-\infty}^{a} f(t)\mathrm{d}t$ converge si et seulement si $x \mapsto \displaystyle\int_x^{a} f(t)\mathrm{d}t$ est majorée sur $]-\infty, a]$.

Extension de la notion d'intégrale généralisée aux fonctions continues par morceaux ayant un nombre fini de discontinuités sur **R**.

III - Probabilités et statistiques

1 - Variables aléatoires à densité continue par morceaux

Ce paragraphe généralise l'étude de la loi uniforme effectuée en première année.

Le passage du cas discret au cas continu n'est pas explicité. On se limitera à des calculs de probabilités du type $P([X \in I])$, où I est un intervalle de **R**.

Densité de probabilité.

Une fonction f définie sur **R** est une densité de probabilité si elle est positive, continue par morceaux avec un nombre fini de points de discontinuité et telle que $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = 1$.

Variable aléatoire à densité.

Une variable aléatoire X admet une densité si sa fonction de répartition F_X peut s'écrire sous la forme $x \mapsto \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t$ où f est une densité de probabilité.
Sur des exemples, détermination d'une densité de $aX + b$ ou de X^2.

Espérance, variance et écart-type.	Aucune difficulté théorique ne sera soulevée.
Loi uniforme. Rappels.	Notation $X \hookrightarrow \mathcal{U}[a,b]$.
Loi exponentielle. Densité et fonction de répartition. Espérance et variance.	Notation $X \hookrightarrow \mathcal{E}(\lambda)$.
Loi normale (ou de Laplace-Gauss) de paramètres m et σ^2, où $\sigma > 0$. Espérance et variance.	Notation $X \hookrightarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2)$.
Loi normale centrée réduite. Densité.	$X \hookrightarrow \mathcal{N}(m,\sigma^2)$ si et seulement si $X^* = \dfrac{X-m}{\sigma} \hookrightarrow \mathcal{N}(0,1)$. On attend des étudiants qu'ils sachent utiliser la fonction de répartition Φ de la loi normale centrée réduite. Pour tout réel x : $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$. Chacune des lois usuelles sera illustrée par un exemple concret d'une situation qu'elle modélise.

2 - Convergences et approximations

a) Inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

On pourra démontrer ces inégalités dans le cas d'une variable aléatoire discrète ou à densité.

Inégalité de Markov.	Si X est une variable aléatoire à valeurs positives et admettant une espérance, $$\forall a > 0, \quad P([X \geqslant a]) \leqslant \frac{E(X)}{a}.$$ Résultat non exigible. On pourra appliquer cette inégalité à $Y = \lvert X \rvert^r, r \in \mathbf{N}^*$.
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.	Si X est une variable aléatoire admettant un moment d'ordre 2, $$\forall \varepsilon > 0, \quad P([\mid X - E(X) \mid \geqslant \varepsilon]) \leqslant \frac{V(X)}{\varepsilon^2}.$$

b) Loi faible des grands nombres

Loi faible des grands nombres.	Soit $(X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ une suite de variables aléatoires indépendantes admettant une même espérance m et une même variance et soit pour tout $n \in \mathbf{N}^*$, $\overline{X}_n = \dfrac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$. Alors $\forall \varepsilon > 0$, $\lim\limits_{n \to +\infty} P([\lvert \overline{X}_n - m \rvert \geqslant \varepsilon]) = 0$.

3 - Estimation

L'objectif de cette partie est d'introduire le vocabulaire et la démarche de la statistique inférentielle en abordant, sur quelques cas simples, le problème de l'estimation, ponctuelle ou par intervalle de confiance. On se restreindra à une famille de lois de probabilités indexées par un paramètre scalaire dont la valeur caractérise la loi. On cherche alors à estimer la valeur du paramètre à partir des données disponibles.

Dans ce contexte, on considère un phénomène aléatoire et on s'intéresse à une variable aléatoire réelle X qui lui est liée, dont on suppose que la loi de probabilité n'est pas complètement spécifiée et appartient à une famille de lois dépendant d'un paramètre θ décrivant un sous-ensemble Θ de $\mathbf{R}$.

Le paramètre θ est une quantité inconnue, fixée dans toute l'étude, que l'on cherche à déterminer ou pour laquelle on cherche une information partielle. Le problème de l'estimation consiste alors à estimer la vraie valeur du paramètre θ, à partir d'un échantillon de données $x_1, \ldots, x_n$ obtenues en observant n fois le phénomène.

On supposera que cet échantillon est la réalisation de n variables aléatoires $X_1, \ldots, X_n$ définies sur un même espace probabilisable muni d'une famille de probabilités $(P_\theta)_{\theta \in \Theta}$. Les $X_1, \ldots, X_n$ seront supposées P_θ-indépendantes et de même loi que X pour tout θ.

On appellera estimateur de θ toute variable aléatoire réelle de la forme $\varphi(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ où φ est une fonction de $\mathbf{R}^n$ dans $\mathbf{R}$, éventuellement dépendante de n, et indépendante de θ, dont la réalisation après expérience est envisagée comme estimation de θ.

Un estimateur se définit donc dans l'intention de fournir une estimation.

Si T_n est un estimateur, on notera, lorsque ces valeurs existent, $E_\theta(T_n)$ l'espérance de T_n et $V_\theta(T_n)$ la variance de T_n, pour la probabilité P_θ.

a) Estimation ponctuelle

Estimer ponctuellement θ par $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$ où $\varphi(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ est un estimateur et $(x_1, \ldots, x_n)$ est une réalisation de l'échantillon $(X_1, \ldots, X_n)$, c'est décider d'accorder à θ la valeur $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$.

n-échantillon $(X_1, \ldots, X_n)$ de variables aléatoires indépendantes et de même loi que X.	Exemples de n-échantillons associés à une loi de Bernoulli $\mathcal{B}(1,p)$ avec $\theta = p$.
Définition d'un estimateur.	Un estimateur de θ est une variable aléatoire de la forme $T_n = \varphi(X_1, \ldots, X_n)$. La réalisation $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$ de l'estimateur T_n est l'estimation de θ. Cette estimation ne dépend que de l'échantillon $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ observé.
Estimation de l'espérance d'une variable aléatoire.	Exemples d'estimateurs : estimateur du paramètre p d'une loi de Bernoulli, estimateur du paramètre λ d'une loi de Poisson.
Biais d'un estimateur.	Si pour tout θ de Θ, T_n admet une espérance, on appelle biais de T_n le réel $b_\theta(T_n) = E_\theta(T_n) - \theta$.
Estimateur sans biais.	L'estimateur T_n de θ est sans biais si $E_\theta(T_n) = \theta$ pour tout θ de Θ.
Risque quadratique d'un estimateur.	Si, pour tout θ de Θ, T_n^2 admet une espérance, on appelle risque quadratique de T_n le réel $r_\theta(T_n) = E_\theta\left((T_n - \theta)^2\right)$.

Décomposition biais-variance du risque quadratique d'un estimateur.	$r_\theta(T_n) = b_\theta(T_n)^2 + V_\theta(T_n)$.

b) Estimation par intervalle de confiance

La démarche consiste non plus à donner une estimation ponctuelle de θ à partir d'un estimateur mais à trouver un intervalle aléatoire, appelé intervalle de confiance, qui contienne θ avec une probabilité minimale donnée.
Ce paragraphe a uniquement pour but de préciser le vocabulaire employé. Les situations seront étudiées sous forme d'exercices, aucune connaissance autre que ce vocabulaire n'est exigible sur les intervalles de confiance.

Intervalle de confiance.	Soient U_n et V_n deux estimateurs. On dit que $[U_n, V_n]$ est un intervalle de confiance de θ au niveau de confiance $1-\alpha$ où $\alpha \in [0,1]$ si, pour tout $\theta \in \Theta$, $P_\theta([U_n \leqslant \theta \leqslant V_n]) \geqslant 1-\alpha$. Les réalisations de U_n et V_n doivent être calculables à partir du seul échantillon $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ observé.
Intervalle de confiance pour le paramètre d'une loi de Bernoulli.	On obtiendra ces intervalles de confiance par l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev en majorant $p(1-p)$ par $\frac{1}{4}$

TRAVAUX PRATIQUES DE MATHÉMATIQUES AVEC SCILAB

En première année, les élèves ont acquis les bases de manipulation du logiciel Scilab. L'objectif de l'enseignement d'informatique de seconde année est de permettre aux étudiants d'utiliser Scilab de manière judicieuse et autonome pour illustrer ou modéliser des situations concrètes en mobilisant leurs connaissances mathématiques.

Le programme d'informatique s'articule autour de quatre thèmes : statistiques descriptives univariées, statistiques descriptives bivariées, chaînes de Markov, simulation de lois.

Les heures de travaux pratiques de mathématiques avec Scilab peuvent être organisées sous différentes formes selon les contenus à enseigner ; certaines séances, notamment celles nécessitant peu de manipulations logicielles de la part des étudiants, pourront avoir lieu en classe entière, les autres séances en groupes réduits.

L'ordre dans lequel les thèmes sont abordés est libre, mais il est préférable de mener ces activités en cohérence avec la progression du cours de mathématiques.

Pour certains thèmes, il sera nécessaire d'introduire de nouvelles notions mathématiques ; celles-ci seront introduites en préambule lors des séances d'informatique ; elles ne pourront en aucun cas être exigibles des étudiants, et toutes les précisions nécessaires seront données lors de leur utilisation.

Toute la richesse du logiciel Scilab ne peut pas être entièrement maîtrisée par un étudiant, aussi seules les fonctions et commandes du programme de première année et celles figurant dans la sous-partie «Commandes exigibles» sont exigibles. Néanmoins, se contenter de ces seules commandes, en ignorant les nombreuses possibilités et commodités du logiciel, se révélerait rapidement contraignant et limitatif. De nouvelles commandes Scilab peuvent donc être introduites, avec parcimonie, l'objectif principal de l'activité informatique restant la mise en pratique des connaissances mathématiques. Ces commandes supplémentaires devront être présentées en préambule et toutes les précisions nécessaires devront être données lors de leur utilisation et leur interprétation. On favorisera à cette occasion l'autonomie et la prise d'initiatives des étudiants grâce à l'utilisation de l'aide de Scilab, et à l'usage d'opérations de «copier-coller» qui permettent de prendre en main rapidement des fonctions nouvelles et évitent d'avoir à connaître par cœur la syntaxe de commandes complexes.

L'objectif de ces travaux pratiques n'est pas l'écriture de longs programmes mais l'assimilation de savoir-faire et de compétences spécifiés dans la liste des exigibles et rappelés en préambule de chaque thème.

Les exemples traités dans un thème devront être tirés, autant que possible, de situations réelles (traitement de données économiques, sociologiques, historiques, démographiques, en lien avec le monde de l'entreprise ou de la finance), en faisant dès que possible un rapprochement avec les autres disciplines.

I - Liste des exigibles

1 - Savoir-faire et compétences

C1 : Produire et interpréter des résumés numériques et graphiques d'une série statistique (simple, double) ou d'une loi.

C2 : Modéliser et simuler des phénomènes (aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique.

C3 : Représenter et interpréter les différentes convergences.

C4 : Utiliser à bon escient la méthode de Monte-Carlo.

C5 : Porter un regard critique sur les méthodes d'estimation et de simulation.

2 - Nouvelles commandes

Toutes les commandes du programme de première année sont exigibles. Les seules nouvelles commandes exigibles des candidats sont indiquées dans ce paragraphe.

La connaissance des commandes suivantes ainsi que de leurs arguments est exigible des candidats :

`sum`, `cumsum`, `mean`, `max`, `min`, `zeros`, `ones`, `eye`, `spec`.

Les commandes suivantes devront avoir été manipulées par les étudiants mais la connaissance détaillée de leurs arguments n'est pas exigible des candidats :

`plot2d`, `fplot2d`.

II - **Liste des thèmes**

1 - Statistiques descriptives univariées

(Durée indicative : 3 heures. Compétences développées : **C1** et **C5**)

Dans ce paragraphe, on analysera des données statistiques issues de l'économie, du monde de l'entreprise ou de la finance, en insistant sur les représentations graphiques. On insistera sur le rôle des différents indicateurs de position et de dispersion étudiés.

Série statistique associée à un échantillon.
Effectifs, fréquences, fréquences cumulées, diagrammes en bâton, histogrammes.
Indicateurs de position : moyenne, médiane, mode, quantiles.
Indicateurs de dispersion : étendue, variance et écart-type empiriques, écart inter-quantile.

On pourra également utiliser les commandes : `dsearch`, `tabul`, `pie`, `stdeviation`, `median`.

2 - Statistiques descriptives bivariées

(Durée indicative : 3 heures. Compétences développées : **C1** et **C5**)

Série statistique à deux variables, nuage de points associé.
Point moyen $(\bar{x}, \bar{y})$ du nuage.
Covariance empirique, cœfficient de corrélation empirique, droites de régression.

On tracera le nuage de points et les droites de régression et on pourra effectuer des pré-transformations pour se ramener au cas linéaire.
On différenciera les variables explicatives des variables à expliquer.
On pourra utiliser les commandes : `stdeviation`, `corr`.

3 - Chaînes de Markov

(Durée indicative : 4 heures. Compétences développées : **C2** et **C3**)

Ce thème sera l'occasion de revoir les simulations de lois discrètes étudiées en première année ainsi que d'appliquer les résultats et techniques d'algèbre linéaire.

Matrice de transition.
Étude sur des exemples simples.
Comportement limite.

On pourra étudier l'indice de popularité d'une page Web (PageRank), modéliser l'évolution d'une société (passage d'individus d'une classe sociale à une autre), ou les systèmes de bonus-malus. Simulation et mise en évidence d'états stables avec la commande `grand(n,'markov', M, x0)`

4 - Simulation de lois, application au calcul d'espérances

(Durée indicative : 10 heures. Compétences développées : **C1**, **C2**, **C3**, **C4** et **C5**)

Dans toutes les simulations effectuées, on pourra comparer les échantillons obtenus avec les distributions théoriques, en utilisant des diagrammes en bâtons et des histogrammes. On pourra aussi tracer la fonction de répartition empirique et la comparer à la fonction de répartition théorique.

Simulation de la loi uniforme sur $[0,1]$; sur $[a,b]$.

Utilisation du générateur `grand.`

Méthodes de simulation d'une loi géométrique.

Comparaison entre différentes méthodes : utilisation d'une loi de Bernoulli et d'une boucle `while`, utilisation d'une loi exponentielle et de la fonction `floor`, utilisation du générateur `grand`.

Simulation informatique de la loi de $X = \dfrac{Y_1 + \ldots + Y_n}{n}$ où $Y_1, \ldots, Y_n$ sont des variables aléatoires indépendantes suivant toutes la loi uniforme à densité sur $[0,1]$.

On s'intéressera en particulier au cas $n = 12$.
On remarquera que la variable aléatoire centrée réduite associée à X est une approximation de la loi normale centrée réduite et on sensibilisera les étudiants au théorème limite central, en testant cette simulation avec d'autres lois.

Moyenne empirique et variance empirique.

Comparaison de différents estimateurs ponctuels d'un paramètre.

On pourra utiliser des données issues de situations réelles (simple comparaison de valeurs numériques) ou créer plusieurs jeux de données par simulation grâce à la commande `grand`. Dans ce dernier cas, on pourra comparer les lois des estimateurs par exemple à l'aide d'histogrammes.

Méthode de Monte-Carlo : principe et applications.

Cette méthode permet d'estimer des quantités qu'il est parfois difficile de calculer explicitement mais qu'il est facile d'approcher par simulation. On pense typiquement à des probabilités d'événements, des espérances de variables aléatoires, ou des calculs d'intégrales. On pourra également recourir à cette méthode pour vérifier numériquement la justesse d'un calcul explicite d'une quantité comme une espérance ou une variance.
La loi des grands nombres garantit la qualité de l'approximation.

Classe préparatoire scientifique

NOR : ESRS1326925A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 24-12-2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 10-2-1995 modifié, ; arrêté du 20-6-1996 modifié ; avis du ministre de la défense du 24-10-2013 ; avis du Cneser du 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - Les programmes de seconde année de mathématiques, de physique et de chimie de la classe préparatoire scientifique mathématiques et physique (MP), figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 de l'arrêté du 20 juin 1996 modifié susvisé, sont remplacés par ceux figurant respectivement aux annexes 1 et 2 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Annexe 1
↳ *Mathématiques*

Annexe 2
↳ *Physique-chimie*

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Mathématiques et physique (MP)**

Discipline : **Mathématiques**

Seconde année

Classe préparatoire MP
Programme de mathématiques

Table des matières

Le programme de mathématiques de MP, dans le prolongement de celui de MPSI, s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.
Ce programme permet de conjuguer deux aspects de l'activité mathématique : d'une part la construction d'objets souvent introduits de manière intrinsèque et l'importance de la démonstration ; d'autre part la technique qui permet de rendre ces objets opérationnels.

Objectifs de formation

La formation mathématique en classe préparatoire scientifique vise deux objectifs :
– l'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstrations des théorèmes figurant au programme ;
– le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique permet de développer :
– **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
– **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
– **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
– **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
– **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
– **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies
Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.
Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser
Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités.
La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

Représenter
Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, le calcul différentiel et la théorie des équations différentielles linéaires apparaissent comme un champ d'utilisation des concepts développés en algèbre ; les probabilités utilisent le vocabulaire ensembliste et les familles sommables, et illustrent certains résultats d'analyse.
Percevoir la globalité et la complexité du monde réel exige le croisement des regards disciplinaires. Ainsi, les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes...).
La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.
Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

Architecture et contenu du programme

L'étude de chaque domaine du programme (analyse, algèbre, probabilités) permet de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, et d'établir des liens avec les autres disciplines.
Afin de contribuer au développement des compétences de modélisation et de représentation, le programme préconise le recours à des figures géométriques pour aborder l'algèbre linéaire, les espaces préhilbertiens, les fonctions de variable réelle ou vectorielle. Certaines notions de géométrie affine et euclidienne étudiées au lycée ou en MPSI sont reprises dans un cadre plus général.

Le programme d'algèbre comprend trois volets. Le premier formalise les différentes structures algébriques rencontrées dans le programme et introduit l'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ comme exemple de structure quotient. Le deuxième prolonge l'étude de l'algèbre linéaire abordée en MPSI et aboutit à une théorie de la réduction qui allie le registre des éléments propres et celui des polynômes annulateurs. Le troisième, consacré à l'algèbre préhilbertienne, conduit, en dimension infinie, à l'étude des familles orthonormales totales et, en dimension finie, au théorème spectral et aux isométries vectorielles, mettant l'accent sur les relations entre les points de vue vectoriel, matriciel et géométrique.

Le programme d'analyse comporte un chapitre sur les fonctions convexes d'une variable réelle qui permet de faire le lien avec la géométrie. La topologie est étudiée dans le cadre général des espaces vectoriels normés. Son étude permet d'étendre les notions de suite, limite, continuité étudiées en première année dans le cadre de la droite réelle, et d'introduire les concepts de compacité et de connexité par arcs.
Le chapitre sur les séries complète l'étude des séries numériques abordée en MPSI et la prolonge par celles des séries à valeurs dans un espace vectoriel normé de dimension finie et des familles sommables. L'extension de la notion de série convergente à celle de famille sommable est réduite au minimum nécessaire à une présentation rigoureuse des espaces probabilisés dénombrables et des variables aléatoires discrètes.
Le chapitre sur les séries entières permet de construire des fonctions de variable complexe et de fournir un outil pour la résolution d'équations différentielles linéaires.
La définition des différents modes de convergence d'une suite de fonctions bénéficie du cadre topologique introduit dans le chapitre « Espaces vectoriels normés ». L'étude des suites et séries de fonctions conduit aux théorèmes de régularité de leur limite ou somme et aboutit à l'énoncé de deux théorèmes d'approximation.
La généralisation aux fonctions à valeurs dans un espace vectoriel normé de dimension finie des résultats d'analyse réelle étudiés en première année fournit, avec une étude modeste des arcs paramétrés, une nouvelle occasion de relier les registres analytique et géométrique.
L'étude de l'intégration, entamée en première année dans le cadre des fonctions continues sur un segment, se poursuit dans celui des fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque. L'intégrale généralisée est un intermédiaire à l'introduction de la notion de fonction intégrable. L'intégration des relations de comparaison dans le cas des fonctions positives permet de faire le lien avec les théorèmes similaires étudiés sur les séries. Les théorèmes classiques sur l'intégration des suites et séries de fonctions et sur les intégrales à paramètre concluent ce chapitre.
Le chapitre relatif au calcul différentiel a pour cadre les espaces vectoriels normés de dimension finie. La différentielle en un point est définie de manière intrinsèque afin d'établir un lien avec l'algèbre linéaire. Les notions de dérivée selon un vecteur ou le long d'un arc, de gradient, de vecteurs tangents à une partie constituent une première approche de la géométrie différentielle. Parallèlement à cette vision algébrique et géométrique, ce chapitre fournit aussi des outils opérationnels pour la résolution de problèmes pouvant être issus d'autres disciplines scientifiques (recherche d'extremums, équations aux dérivées partielles). Il concourt au développement de la compétence « Représenter » en proposant des interprétations et visualisations géométriques.
L'étude des équations et des systèmes différentiels est limitée au cas linéaire, dont les interventions sont fréquentes tant en mathématiques que dans les autres disciplines scientifiques. L'utilisation dans ce cadre du théorème de Cauchy permet d'établir la structure de l'ensemble des solutions, illustrant la pertinence des outils de l'algèbre linéaire pour résoudre des problèmes d'origine analytique. Le cas particulier où les coefficients sont constants permet d'utiliser l'exponentielle d'endomorphisme et de mettre en œuvre des techniques de réduction matricielle.

L'enseignement des probabilités présente brièvement le formalisme de Kolmogorov, qui sera repris dans le cursus ultérieur des étudiants. Son objectif majeur est l'étude des variables aléatoires discrètes, en prolongement des variables finies étudiées en première année, ce qui permet d'élargir aux processus stochastiques à temps discret le champ des situations réelles se prêtant à une modélisation probabiliste.
La loi faible des grands nombres permet de justifier a posteriori l'approche fréquentiste d'une probabilité pour un schéma de Bernoulli, déjà évoquée dans le cursus antérieur des étudiants. L'inégalité qui la sous-tend précise la vitesse de convergence de cette approximation et valide l'interprétation de la variance comme indicateur de dispersion.
Ce chapitre a vocation à interagir avec le reste du programme, notamment en exploitant les séries génératrices.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.

Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.

En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes…) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

- celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
- celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
- celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole ⇆ PC pour la physique et la chimie, ⇆ SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et ⇆ I pour l'informatique.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est en effet d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Quel que soit le contexte (cours, travaux dirigés), la pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

Programme

Structures algébriques usuelles

L'étude des structures algébriques permet d'approfondir plusieurs points abordés en première année : arithmétique de $\mathbb{Z}$ et de $\mathbb{K}[X]$, congruences, algèbre linéaire, groupe symétrique, groupes issus de l'algèbre linéaire et de la géométrie des espaces euclidiens. Ce chapitre gagne à être illustré par de nombreux exemples.
Le paragraphe relatif aux polynômes permet de revenir sur l'étude menée en première année, dans un cadre étendu et dans un esprit plus algébrique, mettant l'accent sur la notion d'idéal.
Sans soulever de difficulté, on signalera que les notions d'algèbre linéaire étudiées en MPSI s'étendent au cas où le corps de base est un sous-corps de $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Groupes et sous-groupes	
Groupe. Produit fini de groupes. Sous-groupe. Caractérisation. Intersection de sous-groupes. Sous-groupe engendré par une partie. Sous-groupes du groupe $(\mathbb{Z},+)$.	Exemples issus de l'algèbre et de la géométrie.
b) Morphismes de groupes	
Morphisme de groupes. Image et image réciproque d'un sous-groupe par un morphisme. Image et noyau d'un morphisme. Condition d'injectivité d'un morphisme. Isomorphisme de groupes. Réciproque d'un isomorphisme.	Exemples : signature, déterminant. Exemple : groupe spécial orthogonal d'un espace euclidien.
c) Groupes monogènes et cycliques	
Groupe $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z},+)$. Générateurs de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.	
Groupe monogène, groupe cyclique. Tout groupe monogène infini est isomorphe à $(\mathbb{Z},+)$. Tout groupe monogène fini de cardinal n est isomorphe à $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z},+)$.	Groupe des racines n-ièmes de l'unité.
d) Ordre d'un élément dans un groupe	
Élément d'ordre fini d'un groupe, ordre d'un tel élément.	Si x est d'ordre fini, l'ordre de x est le cardinal du sous-groupe de G engendré par x.
Si x est d'ordre fini d et si e désigne le neutre de G, alors, pour n dans $\mathbb{Z}$, on a $x^n = e \iff d \mid n$.	
L'ordre d'un élément d'un groupe fini divise le cardinal du groupe.	La démonstration n'est exigible que pour G commutatif.
e) Anneaux	
Anneau. Produit fini d'anneaux.	Les anneaux sont unitaires.
Sous-anneaux. Morphisme d'anneaux. Image et noyau d'un morphisme. Isomorphisme d'anneaux.	
Anneau intègre. Corps. Sous-corps.	Les corps sont commutatifs.
f) Idéaux d'un anneau commutatif	
Idéal d'un anneau commutatif. Le noyau d'un morphisme d'anneaux est un idéal.	
Relation de divisibilité dans un anneau commutatif intègre.	Interprétation de la divisibilité en termes d'idéaux.
Idéaux de $\mathbb{Z}$.	

Contenus	Capacités & Commentaires
g) L'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$	
Anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.	
Inversibles de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.	L'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est un corps si et seulement si n est premier.
Théorème chinois : si m et n sont deux entiers premiers entre eux, isomorphisme naturel de $\mathbb{Z}/mn\mathbb{Z}$ sur $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.	Application aux systèmes de congruences.
Indicatrice d'Euler φ. Calcul de $\varphi(n)$ à l'aide de la décomposition de n en facteurs premiers.	⇆ I : calcul de $\varphi(n)$ à l'aide d'une méthode de crible.
Théorème d'Euler.	Lien avec le petit théorème de Fermat étudié en première année. ⇆ I : codage RSA.
h) Anneaux de polynômes à une indéterminée	
Dans ce paragraphe, K est un sous-corps de $\mathbb{C}$.	
Idéaux de $K[X]$.	
PGCD de deux polynômes.	Par convention, le PGCD est unitaire. Extension au cas d'une famille finie.
Relation de Bézout. Lemme de Gauss.	⇆ I : algorithme d'Euclide étendu sur les polynômes, recherche simultanée du PGCD et des coefficients de Bézout.
Irréductible de $K[X]$. Existence et unicité de la décomposition en facteurs irréductibles.	Les étudiants doivent connaître les irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$. L'étude des polynômes sur un corps fini est hors programme.
i) Algèbres	
Algèbre.	Les algèbres sont unitaires. Exemples : $\mathbb{K}[X]$, $\mathscr{L}(E)$, $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$, $\mathscr{F}(X,\mathbb{K})$.
Sous-algèbre.	
Morphisme d'algèbres.	

Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

La réduction des endomorphismes et des matrices prolonge les notions d'algèbre linéaire vues en classe de MPSI et trouve des applications dans d'autres domaines du programme.

Les méthodes présentées dans ce chapitre sont de deux types, qu'il convient de souligner : les premières, de nature géométrique, reposent sur les notions de sous-espace stable et d'éléments propres ; les secondes, de nature algébrique, font appel aux polynômes annulateurs.

On se limite en pratique au cas où le corps de base $\mathbb{K}$ est $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Généralités	
Matrices semblables, interprétation géométrique.	Les étudiants doivent savoir utiliser l'endomorphisme canoniquement associé à une matrice carrée.
Sous-espace stable par un endomorphisme. Endomorphisme induit.	En dimension finie, traduction de la stabilité d'un sous-espace F par un endomorphisme u à l'aide de la matrice de u dans une base adaptée à F.

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Éléments propres d'un endomorphisme, d'une matrice carrée	
Droite stable par un endomorphisme. Valeur propre, vecteur propre (non nul), sous-espace propre. Le spectre d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie est l'ensemble de ses valeurs propres.	⇆ SI : matrice d'inductance : inductance cyclique et inductance homopolaire. La notion de valeur spectrale est hors programme.
La somme d'une famille finie de sous-espaces propres est directe. Le spectre d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie n est fini, et de cardinal au plus n. Si deux endomorphismes u et v commutent, tout sous-espace propre de u est stable par v.	Toute famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre.
Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres et spectre d'une matrice carrée.	Équation aux éléments propres $MX = \lambda X$. Deux matrices semblables ont même spectre. Si $\mathbb{K}$ est un sous-corps de $\mathbb{K}'$ et si $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, le spectre de M dans $\mathbb{K}$ est contenu dans le spectre de M dans $\mathbb{K}'$.
c) Polynôme caractéristique	
Polynôme caractéristique d'une matrice carrée, d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie.	Deux matrices semblables ont même polynôme caractéristique. Le polynôme caractéristique est unitaire. Notations χ_u, χ_A. Les étudiants doivent connaître les valeurs des coefficients de degrés 0 et $n-1$.
Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres. Multiplicité d'une valeur propre. Polynôme caractéristique d'une matrice triangulaire. Polynôme caractéristique d'un endomorphisme induit.	La dimension du sous-espace propre associé à λ est majorée par la multiplicité de λ.
d) Endomorphismes et matrices carrées diagonalisables	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel E de dimension finie est dit diagonalisable s'il existe une base de E dans laquelle sa matrice est diagonale.	Une telle base est constituée de vecteurs propres.
Pour qu'un endomorphisme soit diagonalisable, il faut et il suffit que la somme de ses sous-espaces propres soit égale à E. Une matrice carrée est dite diagonalisable si l'endomorphisme de $\mathbb{K}^n$ canoniquement associé est diagonalisable.	Cas des projecteurs, des symétries.
Pour qu'une matrice carrée soit diagonalisable, il faut et il suffit qu'elle soit semblable à une matrice diagonale.	Dans la pratique des cas numériques, on se limite à $n = 2$ ou $n = 3$.
Cas d'un endomorphisme d'un espace de dimension n admettant n valeurs propres distinctes.	Traduction matricielle.
Pour qu'un endomorphisme u soit diagonalisable, il faut et il suffit que χ_u soit scindé et que, pour toute valeur propre de u, la dimension de l'espace propre associé soit égale à sa multiplicité.	Traduction matricielle.
e) Endomorphismes et matrices carrées trigonalisables	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel E de dimension finie est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.	Interprétation géométrique.
Une matrice carrée est dite trigonalisable si elle est semblable à une matrice triangulaire supérieure. Pour qu'une matrice carrée soit trigonalisable, il faut et il suffit que l'endomorphisme canoniquement associé le soit.	La pratique de la trigonalisation n'est pas un objectif du programme. On se limite au cas $n = 2$ et à des cas particuliers simples pour $n = 3$.

Contenus	Capacités & Commentaires
Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé.	Traduction matricielle. Expression de la trace et du déterminant d'un endomorphisme trigonalisable, d'une matrice trigonalisable à l'aide des valeurs propres. ⇆ I : recherche de la valeur propre de plus grand module à l'aide du quotient des traces de deux itérées successives.

f) Endomorphismes nilpotents, matrices nilpotentes

Endomorphisme nilpotent d'un espace vectoriel E de dimension finie, matrice nilpotente. Un endomorphisme est nilpotent si et seulement s'il est trigonalisable avec pour seule valeur propre 0. L'indice de nilpotence est majoré par la dimension de E.	

g) Polynômes d'un endomorphisme, d'une matrice carrée

Pour u dans $\mathscr{L}(E)$, morphisme d'algèbres $P \mapsto P(u)$ de $\mathbb{K}[X]$ dans $\mathscr{L}(E)$. Le noyau de ce morphisme est l'idéal annulateur de u. Son image est la sous-algèbre commutative $\mathbb{K}[u]$ de $\mathscr{L}(E)$.	Pour M dans $\mathbb{K}[X]$, morphisme $P \mapsto P(M)$ de $\mathbb{K}[X]$ dans $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$, idéal annulateur de M, sous-algèbre $\mathbb{K}[M]$ de $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$.
Polynôme minimal d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie, d'une matrice carrée.	Le polynôme minimal est unitaire.
Si d est le degré du polynôme minimal de u, alors la famille $(u^k)_{0\leqslant k\leqslant d-1}$ est une base de $\mathbb{K}[u]$.	
Si P annule u, toute valeur propre de u est racine de P.	Si $u(x) = \lambda\, x$, alors $P(u)(x) = P(\lambda)\, x$.
Théorème de Cayley-Hamilton.	Démonstration non exigible.

h) Lemme de décomposition des noyaux

Si $P_1, \dots, P_r$ sont des éléments de $\mathbb{K}[X]$ deux à deux premiers entre eux de produit égal à P, alors :

$$\mathrm{Ker}\,(P(u)) = \bigoplus_{i=1}^{r} \mathrm{Ker}\,(P_i(u)).$$

i) Polynômes annulateurs et diagonalisabilité

Un endomorphisme u est diagonalisable si et seulement s'il existe un polynôme scindé à racines simples annulant u, ou encore si et seulement si son polynôme minimal est scindé à racines simples. Polynôme minimal d'un endomorphisme induit. Diagonalisabilité d'un endomorphisme induit.	Traduction matricielle.

j) Endomorphismes à polynôme minimal scindé

S'il existe un polynôme scindé annulant u, décomposition de E en somme directe de sous-espaces stables par u sur chacun desquels u induit la somme d'une homothétie et d'un endomorphisme nilpotent.	Traduction matricielle. La décomposition de Dunford et la réduction de Jordan sont hors programme.

Fonctions convexes

L'objectif de ce chapitre est double :
- *introduire brièvement la notion de partie convexe d'un espace vectoriel réel ;*
- *étudier les fonctions convexes d'une variable réelle.*

Le cours gagne à être illustré par de nombreuses figures.
La notion de barycentre est introduite exclusivement en vue de l'étude de la convexité.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Parties convexes d'un espace vectoriel réel	
Barycentre. Partie convexe. Caractérisation à l'aide de barycentres à coefficients positifs.	⇆ PC et SI : centre de masse (ou centre de gravité).
b) Fonctions convexes d'une variable réelle	
Une fonction f est convexe sur l'intervalle I de $\mathbb{R}$ si pour tout (x, y) de I^2 et tout λ de $[0,1]$: $$f\big((1-\lambda)x+\lambda y\big) \leqslant (1-\lambda)f(x)+\lambda f(y).$$	Pour f convexe, les étudiants doivent connaître l'inégalité $$f\Big(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i x_i\Big) \leqslant \sum_{i=1}^{n}\lambda_i f(x_i)$$ où $x_1,\dots,x_n$ sont des points de I et $\lambda_1,\dots,\lambda_n$ des réels positifs de somme 1.
Caractérisations : convexité de l'épigraphe, inégalité des pentes. Fonction concave.	Position relative du graphe et de ses cordes.
c) Fonctions convexes dérivables, deux fois dérivables	
Caractérisation des fonctions convexes dérivables sur I, des fonctions convexes deux fois dérivables sur I. Position relative du graphe d'une fonction convexe dérivable et de ses tangentes.	Exemples d'inégalités de convexité.

Topologie des espaces vectoriels normés

Ce chapitre prolonge les notions de limites de suites et de fonctions étudiées en première année, et introduit la topologie des espaces vectoriels normés. Son objectif est triple :
- *introduire, dans le cadre des espaces vectoriels normés, le vocabulaire de la topologie ;*
- *introduire la notion de compacité dans un espace vectoriel normé ;*
- *donner, à travers l'étude des espaces vectoriels normés de dimension finie, un cadre commode pour traiter diverses applications à l'analyse (fonctions vectorielles, équations différentielles linéaires, suites et séries de fonctions).*

Il convient de souligner le contenu géométrique des notions abordées, notamment à l'aide de nombreuses figures.
Les notions d'espace métrique et, a fortiori, d'espace topologique, sont hors programme.
Les notions de suite de Cauchy et d'espace de Banach sont hors programme.
Dans tout ce chapitre, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Normes et espaces vectoriels normés	
Norme sur un espace vectoriel réel ou complexe. Structure d'espace vectoriel normé.	Vecteurs unitaires.
Distance associée à une norme.	Inégalité triangulaire.
Boules fermées, boules ouvertes, sphères. Convexité des boules. Parties, suites, fonctions bornées. Norme associée à un produit scalaire sur un espace préhilbertien réel.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Normes $\Vert\ \Vert_1$, $\Vert\ \Vert_2$, $\Vert\ \Vert_\infty$ sur $\mathbb{K}^n$. Norme de la convergence uniforme sur l'espace des fonctions bornées à valeurs dans $\mathbb{K}$. Normes de la convergence en moyenne et de la convergence en moyenne quadratique sur l'espace des fonctions continues sur un segment à valeurs réelles ou complexes. Produit fini d'espaces vectoriels normés.	
b) Suites d'éléments d'un espace vectoriel normé	
Suite convergente, divergente. Unicité de la limite. Caractère borné d'une suite convergente. Opérations algébriques sur les suites convergentes. Convergence d'une suite à valeurs dans un produit fini d'espaces vectoriels normés.	
Suites extraites, valeurs d'adhérence.	Une suite ayant au moins deux valeurs d'adhérence diverge.
c) Comparaison des normes	
Normes équivalentes.	Invariance du caractère borné, de la convergence d'une suite. Utilisation des suites pour établir que deux normes ne sont pas équivalentes. La comparaison de normes définies sur des espaces fonctionnels fait partie des capacités attendues des étudiants.
d) Topologie d'un espace normé	
Ouvert d'un espace normé. Stabilité par réunion quelconque, par intersection d'une famille finie. Voisinage d'un point.	Une boule ouverte est un ouvert.
Fermé d'un espace normé. Stabilité par intersection quelconque, par réunion finie. Point intérieur, point adhérent. Intérieur, adhérence, frontière d'une partie. Caractérisation séquentielle des points adhérents, des fermés. Partie dense. Invariance des notions topologiques par passage à une norme équivalente.	Une boule fermée, une sphère, sont fermées.
Si A est une partie d'un espace normé, ouvert et fermé relatifs de A. Voisinage relatif.	Caractérisation séquentielle des fermés de A.
e) Étude locale d'une application, continuité	
Limite en un point adhérent à une partie A. Caractérisation séquentielle.	Extensions : limite de $f(x)$ lorsque $\Vert x\Vert$ tend vers $+\infty$, limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$ ou $-\infty$ lorsque A est une partie de $\mathbb{R}$, limite infinie en a adhérent à A pour une fonction réelle.
Cas d'une application à valeurs dans un produit fini d'espaces vectoriels normés. Opérations algébriques sur les limites. Limite d'une composée. Continuité en un point. Caractérisation séquentielle.	
Opérations algébriques sur les applications continues. Composition de deux applications continues. Image réciproque d'un ouvert, d'un fermé par une application continue.	Les étudiants doivent savoir que deux applications continues qui coïncident sur une partie dense sont égales.

Contenus	Capacités & Commentaires
Applications uniformément continues, applications lipschitziennes. Pour qu'une application linéaire u de E dans F soit continue, il faut et il suffit qu'il existe $C > 0$ tel que : $$\forall x \in E, \quad \|u(x)\| \leqslant C\|x\|.$$	Exemple : l'application $x \mapsto d(x, A)$ où A est une partie de E. Notation $\mathscr{L}_c(E, F)$. La notion de norme subordonnée est hors programme.

f) Parties compactes d'un espace normé

Définition d'une partie compacte par la propriété de Bolzano-Weierstrass. Une partie compacte est fermée et bornée. Une partie fermée d'une partie compacte est compacte. Une suite d'éléments d'une partie compacte converge si et seulement si elle admet une unique valeur d'adhérence. Produit d'une famille finie de compacts.	La propriété de Borel-Lebesgue est hors programme.

g) Applications continues sur une partie compacte

Image d'une partie compacte par une application continue. Théorème de Heine.	Cas particulier des applications à valeurs réelles : théorème des bornes atteintes.

h) Parties connexes par arcs d'un espace vectoriel normé

Chemin continu joignant deux points.	Relation d'équivalence associée sur une partie A de E. Les classes d'équivalence sont les composantes connexes par arcs.
Parties connexes par arcs.	Dans des cas simples, une figure convaincante vaut preuve de connexité par arcs. Cas des parties convexes, des parties étoilées.
Les parties connexes par arcs de $\mathbb{R}$ sont les intervalles.	
Image continue d'une partie connexe par arcs.	Cas particulier des applications à valeurs réelles : théorème des valeurs intermédiaires.

i) Espaces vectoriels normés de dimension finie

Équivalence des normes sur un espace de dimension finie.	Démonstration non exigible.
Invariance des différentes notions topologiques par rapport au choix d'une norme en dimension finie.	Les étudiants doivent savoir que la convergence d'une suite (ou l'existence de la limite d'une fonction) à valeurs dans un espace vectoriel normé de dimension finie équivaut à celle de chacune de ses coordonnées dans une base.
Une partie d'un espace normé de dimension finie est compacte si et seulement si elle est fermée et bornée. Une suite bornée d'un espace normé de dimension finie converge si et seulement si elle a une unique valeur d'adhérence. Un sous-espace de dimension finie d'un espace normé est fermé. Si E est de dimension finie, toute application linéaire de E dans F est continue.	
Continuité des applications polynomiales, des applications multilinéaires définies sur un produit d'espaces vectoriels normés de dimensions finies.	Exemple : déterminant.

Espaces préhilbertiens réels. Endomorphismes des espaces euclidiens

L'objectif de ce chapitre est triple :

- *consolider les acquis de MPSI concernant les espaces préhilbertiens réels et euclidiens ;*
- *introduire la notion de suite orthonormale totale de vecteurs d'un espace préhilbertien, notamment afin de donner un exemple important de convergence dans un espace normé ;*
- *à travers l'étude des endomorphismes symétriques et orthogonaux, approfondir simultanément les connaissances de MPSI relatives aux isométries et celles de MP relatives à la réduction des endomorphismes.*

Les espaces préhilbertiens considérés dans ce chapitre sont réels. Toute notion sur les espaces préhilbertiens complexes est hors programme.
La notion de forme quadratique est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie	
Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Caractérisation métrique du projeté orthogonal. Expression du projeté orthogonal dans une base orthonormale. Inégalité de Bessel.	⇆ PC : polariseur, loi de Malus.
b) Suites orthonormales de vecteurs d'un espace préhilbertien réel	
Suite totale. Si $(e_k)_{k\in\mathbb{N}}$ est une suite orthonormale totale d'éléments de l'espace préhilbertien E, et si, pour tout n de $\mathbb{N}$, p_n désigne le projecteur orthogonal de E sur Vect $(e_0,\dots,e_n)$, alors, pour tout x de E, $\big(p_n(x)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers x.	Exemples de suites de polynômes orthogonaux. ⇆ I : calcul explicite des polynômes d'une telle suite ; application à l'approximation des fonctions.
c) Endomorphismes symétriques d'un espace euclidien	
Endomorphisme symétrique d'un espace euclidien.	Lien avec les matrices symétriques réelles. La notion d'adjoint d'un endomorphisme est hors programme.
Caractérisation des projecteurs orthogonaux comme projecteurs symétriques. Stabilité de l'orthogonal d'un sous-espace stable.	
Théorème spectral : si u est un endomorphisme symétrique d'un espace euclidien E, alors E est somme directe orthogonale des sous-espaces propres de u ; de manière équivalente, il existe une base orthonormale diagonalisant u.	Interprétation matricielle de ce résultat. La notion d'endomorphisme symétrique positif (ou défini positif) est hors programme. ⇆ SI : matrice d'inductance, matrice d'inertie.
d) Isométries vectorielles d'un espace euclidien	
Isométrie vectorielle d'un espace euclidien.	Autre dénomination : automorphisme orthogonal. Lien avec les matrices orthogonales.
Stabilité de l'orthogonal d'un sous-espace stable. Réduction d'une isométrie vectorielle en base orthonormale.	Interprétation dans le registre matriciel.
Cas particulier : réduction d'une isométrie vectorielle directe d'un espace euclidien de dimension 3.	La forme réduite justifie la terminologie « rotation ». ⇆ SI : liaisons entre solides.

Séries et familles sommables

L'objectif de cette partie est triple :

– *consolider les acquis de MPSI relatifs aux séries numériques ;*
– *étendre la notion de série convergente au cadre des espaces vectoriels normés de dimension finie, en particulier aux espaces de matrices ;*
– *introduire brièvement, exclusivement en vue du cours de probabilités, la notion de famille sommable de nombres complexes.*

Les séries sont avant tout un outil. L'étude des séries semi-convergentes n'est pas un objectif du programme.

A - Séries numériques et vectorielles

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Séries à valeurs dans un espace normé de dimension finie	
Sommes partielles. Convergence, divergence.	La série de terme général u_n est notée $\sum u_n$.
Somme et restes d'une série convergente.	En cas de convergence, notation $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} u_n$.
Linéarité de la somme.	
Le terme général d'une série convergente tend vers 0.	Divergence grossière.
Lien suite-série.	La suite (u_n) et la série $\sum(u_{n+1}-u_n)$ ont même nature.
Série absolument convergente.	Cas des séries matricielles.
Une série absolument convergente d'éléments d'un espace vectoriel normé de dimension finie est convergente.	Le critère de Cauchy est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
b) Compléments sur les séries numériques	
Règle de d'Alembert.	Introduite principalement en vue de l'étude des séries entières.
Critère des séries alternées. Signe et encadrement des restes.	L'étude des séries semi-convergentes n'est pas un objectif du programme. La transformation d'Abel est hors programme. L'étude de la sommation par tranches dans le cas semi-convergent est hors programme.
Comparaison série-intégrale : Si f est une fonction continue par morceaux et décroissante de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}^+$, alors la série de terme général $\int_{n-1}^{n} f(t)\,\mathrm{d}t - f(n)$ converge.	Les étudiants doivent savoir utiliser la comparaison série-intégrale pour estimer des sommes partielles de séries divergentes ou des restes de séries convergentes dans le cas où f est monotone. Interprétation géométrique.
Sommation des relations de comparaison : domination, négligeabilité, équivalence.	La suite de référence est positive à partir d'un certain rang. Cas des séries convergentes, des séries divergentes.

B - Familles sommables de nombres complexes

La notion de famille sommable est introduite en vue de l'étude des probabilités.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Ensembles dénombrables	
Un ensemble est dit dénombrable s'il est en bijection avec $\mathbb{N}$.	Les parties infinies de $\mathbb{N}$ sont dénombrables.
Un ensemble est fini ou dénombrable si et seulement s'il est en bijection avec une partie de $\mathbb{N}$.	
Un produit cartésien fini d'ensembles dénombrables est dénombrable. Une réunion finie ou dénombrable d'ensembles finis ou dénombrables est finie ou dénombrable. Les ensembles $\mathbb{N}^2$, $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$ sont dénombrables.	Démonstrations non exigibles.
L'ensemble $\mathbb{R}$ n'est pas dénombrable.	Démonstration non exigible.
b) Familles sommables	
Famille sommable de réels positifs indexée par un ensemble dénombrable. Somme.	La famille $(u_i)_{i\in I}$ est dite sommable si l'ensemble des sommes $\sum\limits_{i\in F} u_i$ où F décrit l'ensemble des parties finies de I est majoré ; dans ce cas, la somme de la famille $(u_i)_{i\in I}$ est la borne supérieure de l'ensemble précédent. Si la famille $(u_i)_{i\in I}$ n'est pas sommable, sa somme est $+\infty$. Dans tous les cas, la somme est notée $\sum\limits_{i\in I} u_i$.
Théorème de sommation par paquets : si $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une partition de I et $(u_i)_{i\in I}$ une famille de réels positifs, alors la famille $(u_i)_{i\in I}$ est sommable si et seulement si : – Pour tout entier n la famille $(u_i)_{i\in I_n}$ est sommable. – La série $\sum\Big(\sum\limits_{i\in I_n} u_i\Big)$ converge. Dans ce cas : $$\sum_{i\in I} u_i = \sum_{n=0}^{+\infty}\Big(\sum_{i\in I_n} u_i\Big).$$	Démonstration hors programme.
Famille sommable de nombres complexes indexée par un ensemble dénombrable	La famille $(u_i)_{i\in I}$ est sommable si la famille $(\lvert u_i\rvert)_{i\in I}$ l'est.
Somme d'une telle famille.	Pour une famille de réels, on se ramène à ses parties positive et négative.
Lorsque $I=\mathbb{N}$, lien avec la convergence absolue de la série $\sum u_n$.	
Invariance de la sommabilité et de la valeur de la somme par permutation de l'ensemble des indices.	Démonstration non exigible.
Linéarité de la somme.	
Théorème de sommation par paquets.	Démonstration hors programme. On vérifie l'hypothèse de sommabilité en appliquant le théorème de sommation par paquets à la famille $(\lvert u_i\rvert)_{i\in I}$.
c) Applications des familles sommables	
La famille $(a_{m,n})_{(m,n)\in\mathbb{N}^2}$ de réels positifs est sommable si et seulement si pour tout n, la série $\sum a_{m,n}$ converge et la série $\sum\Big(\sum\limits_{m=0}^{+\infty} a_{m,n}\Big)$ converge. Si tel est le cas $$\sum_{n=0}^{+\infty}\Big(\sum_{m=0}^{+\infty} a_{m,n}\Big) = \sum_{m=0}^{+\infty}\Big(\sum_{n=0}^{+\infty} a_{m,n}\Big).$$	

Contenus	Capacités & Commentaires
Si la famille $(a_{m,n})_{(m,n)\in\mathbb{N}^2}$ de nombres complexes est sommable, alors : $$\sum_{n=0}^{+\infty}\sum_{m=0}^{+\infty} a_{m,n} = \sum_{m=0}^{+\infty}\sum_{n=0}^{+\infty} a_{m,n}.$$	On vérifie l'hypothèse de sommabilité en appliquant l'énoncé précédent à la famille $(\lvert a_{m,n}\rvert)_{(m,n)\in\mathbb{N}^2}$.
Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.	

Suites et séries de fonctions, séries entières

A - Suites et séries de fonctions

L'objectif de ce chapitre est triple :
- *définir les différents modes de convergence des suites et séries de fonctions ;*
- *étudier la stabilité des propriétés des fonctions par passage à la limite ;*
- *énoncer deux théorèmes d'approximation uniforme choisis pour leur intérêt intrinsèque, les applications qu'ils offrent et l'interprétation qu'ils permettent en termes de densité.*

En vue des applications aux équations différentielles linéaires, les fonctions considérées sont à valeurs dans un espace normé de dimension finie. Dans la pratique, on se limite pour l'essentiel au cas de fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$. On peut commencer par traiter le programme dans ce cadre et expliquer brièvement l'extension au cas général.
Dans ce chapitre, les fonctions sont définies sur une partie A d'un espace vectoriel E de dimension finie et à valeurs dans un espace vectoriel normé F de dimension finie.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Convergence simple, convergence uniforme	
Convergence simple sur A.	
Convergence uniforme sur A. La convergence uniforme entraîne la convergence simple.	Pour des fonctions bornées, interprétation de la convergence uniforme sur A en termes de norme.
b) Continuité, double limite	
Si les u_n sont continues en a et si (u_n) converge uniformément vers u sur un voisinage de a, alors u est continue en a.	
Toute limite uniforme de fonctions continues sur A est continue sur A.	Adaptation au cas où la convergence est uniforme au voisinage de tout point de A.
Théorème de la double limite : soit (u_n) une suite de fonctions de A dans F convergeant uniformément vers u sur A, et soit a un point adhérent à A ; si, pour tout n, u_n admet une limite ℓ_n en a, alors (ℓ_n) admet une limite ℓ et $$u(x) \underset{x\to a}{\longrightarrow} \ell.$$	Démonstration non exigible. Adaptation, si $A\subset\mathbb{R}$, aux cas où $a=+\infty$ et $a=-\infty$.

Contenus	Capacités & Commentaires
c) Intégration d'une limite uniforme sur un segment	
Soit (u_n) une suite de fonctions continues définies sur l'intervalle I de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans F, a un point de I. On suppose que (u_n) converge uniformément sur tout segment de I vers une fonction u. Pour $n \in \mathbb{N}$ et $x \in I$ soit $$U_n(x) = \int_a^x u_n, \quad U(x) = \int_a^x u.$$ Alors (U_n) converge uniformément vers U sur tout segment de I.	En particulier, si (u_n) converge uniformément vers u sur le segment S, alors : $$\int_S u_n \to \int_S u.$$
d) Dérivation d'une suite de fonctions	
Soit (u_n) une suite de fonctions de classe $\mathscr{C}^1$ sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, à valeurs dans F. Si (u_n) converge simplement sur I vers une fonction u, et si (u'_n) converge uniformément sur tout segment de I vers une fonction v, alors (u_n) converge uniformément vers u sur tout segment de I, u est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et $u' = v$.	Extension aux suites de fonctions de classe $\mathscr{C}^k$, sous l'hypothèse de convergence simple de $(u_n^{(j)})$ pour $0 \leqslant j \leqslant k-1$ et de convergence uniforme de $(u_n^{(k)})$ sur tout segment de I.
e) Séries de fonctions	
Convergence simple, convergence uniforme.	Ces notions sont définies via la suite des sommes partielles.
Une série de fonctions converge uniformément si et seulement si elle converge simplement et la suite de ses restes converge uniformément vers 0.	
Adaptation au cas des séries de fonctions des résultats des paragraphes b), c) et d) ci-dessus.	
Convergence normale d'une série de fonctions. La convergence normale implique la convergence uniforme et la convergence absolue en tout point.	Les étudiants doivent savoir étudier la somme d'une série de fonctions (régularité, étude asymptotique, utilisation de la comparaison série-intégrale).
e) Approximation uniforme	
Approximation uniforme d'une fonction continue par morceaux sur un segment par des fonctions en escalier.	
Théorème de Weierstrass : toute fonction continue sur un segment y est limite uniforme de fonctions polynomiales.	Démonstration non exigible.

B - Séries entières

Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :
- *étudier la convergence d'une série entière et les propriétés de sa somme ;*
- *introduire la notion de développement d'une fonction en série entière ;*
- *établir les développements en série entière des fonctions usuelles.*

Les coefficients des séries entières considérées sont réels ou complexes.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Série entière. Lemme d'Abel : si la suite $(a_n z_0^n)$ est bornée alors, pour tout nombre complexe z tel que $\lvert z\rvert < \lvert z_0\rvert$, la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.	
Rayon de convergence d'une série entière.	Disque ouvert de convergence ; intervalle ouvert de convergence.
La convergence est normale sur tout disque fermé de centre 0 et de rayon strictement inférieur à R ; la série $\sum a_n z^n$ diverge grossièrement pour tout z tel que $\lvert z\rvert > R$. Si $a_n = O(b_n)$, $R_a \geqslant R_b$. Si $a_n \sim b_n$, $R_a = R_b$. Les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence. Utilisation de la règle de d'Alembert.	
Continuité de la somme d'une série entière sur le disque ouvert de convergence.	L'étude des propriétés de la somme au bord du disque ouvert de convergence n'est pas un objectif du programme.
Somme et produit de Cauchy de deux séries entières.	
b) Série entière d'une variable réelle	
Primitivation d'une série entière sur l'intervalle ouvert de convergence. La somme d'une série entière est de classe C^∞ sur l'intervalle ouvert de convergence et ses dérivées s'obtiennent par dérivation terme à terme.	
Expression des coefficients d'une série entière de rayon de convergence strictement positif à l'aide des dérivées en 0 de sa somme.	Si les fonctions $x \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ et $x \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} b_n x^n$ coïncident sur un voisinage de 0, alors pour tout n, $a_n = b_n$.
c) Fonctions développables en série entière, développements usuels	
Développement de $\exp(z)$ sur $\mathbb{C}$. Développement de $\dfrac{1}{1-z}$ sur $\{z \in \mathbb{C},\ \lvert z\rvert < 1\}$. Fonction développable en série entière sur un intervalle $]-r, r[$ de $\mathbb{R}$. Série de Taylor d'une fonction de classe C^∞ sur un intervalle $]-r, r[$.	
Développements de fonctions de variable réelle.	Les étudiants doivent connaître les développements en série entière des fonctions exponentielle, hyperboliques, circulaires, Arctan, $x \mapsto \ln(1+x)$ et $x \mapsto (1+x)^\alpha$. Les étudiants doivent savoir développer une fonction en série entière à l'aide d'une équation différentielle linéaire.

Fonctions vectorielles, arcs paramétrés

Ce chapitre poursuit trois objectifs :
- *étendre le programme d'analyse réelle de première année au cadre des fonctions vectorielles ;*
- *préciser les notions de tangente et de vitesse instantanée ;*
- *fournir des outils pour l'étude des équations différentielles linéaires et du calcul différentiel.*

Les fonctions sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, à valeurs dans un espace normé de dimension finie E.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Dérivabilité en un point	
Dérivabilité en un point.	Formes équivalentes : taux d'accroissement, développement limité à l'ordre 1. Interprétation cinématique. ⇆ PC : vitesse instantanée. Traduction par les coordonnées dans une base de E.
Dérivabilité à droite et à gauche d'une fonction en un point.	
b) Opérations sur les fonctions dérivables	
Combinaison linéaire de fonctions dérivables. Dérivabilité et dérivée de $L \circ f$, où L est linéaire. Dérivabilité et dérivée de $B(f, g)$, où B est bilinéaire. Cas du produit scalaire.	⇆ PC : dérivée de la densité volumique de l'énergie électromagnétique.
Dérivabilité et dérivée de $f \circ \varphi$ où φ est une fonction réelle de variable réelle et f une fonction vectorielle.	
Applications de classe $\mathscr{C}^k$. Opérations sur les applications de classe $\mathscr{C}^k$.	⇆ PC et SI : vecteur accélération.
c) Intégration sur un segment	
Intégrale d'une fonction f continue par morceaux sur un segment de $\mathbb{R}$, à valeurs dans E.	Définie par les intégrales des coordonnées dans une base. Notations $\int_{[a,b]} f$, $\int_a^b f$, $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$. ⇆ PC et SI : intégration d'un champ de vecteurs en mécanique et électromagnétisme.
Linéarité de l'intégrale. Relation de Chasles. Inégalité $\left\Vert \int_a^b f \right\Vert \leqslant \int_a^b \Vert f \Vert$.	
Sommes de Riemann associées à une subdivision régulière.	Extension de l'énoncé relatif aux fonctions numériques étudié en MPSI.
e) Intégrale fonction de sa borne supérieure	
Dérivation de $x \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ pour f continue.	Ce paragraphe fournit l'occasion de revoir les résultats correspondants pour les fonctions numériques et les techniques de calcul de primitives.
Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.	
f) Formules de Taylor	
Formule de Taylor avec reste intégral. Inégalité de Taylor-Lagrange à l'ordre n pour une fonction de classe $\mathscr{C}^n$.	
Formule de Taylor-Young à l'ordre n pour une fonction de classe $\mathscr{C}^n$.	Les étudiants doivent connaître la différence de nature entre la formule de Taylor-Young (locale) et les formules de Taylor globales (reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange).

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
g) Arcs paramétrés	
Arc paramétré de classe $\mathscr{C}^1$ à valeurs dans E. Paramètre régulier. Exemples simples d'arcs paramétrés plans.	Interprétation géométrique de la dérivée : tangente en un point associé à un paramètre régulier. Les étudiants doivent savoir déterminer la tangente et la normale à un arc paramétré plan en un point associé à un paramètre régulier. L'étude des points stationnaires, des courbes asymptotes et des arcs définis par une équation polaire est hors programme. La pratique du tracé des arcs paramétrés n'est pas un objectif du programme. $\leftrightarrows$ I : réalisation de tracés à l'aide de l'outil informatique.

Intégration sur un intervalle quelconque

Les fonctions sont à valeurs dans $\mathbb{K}$, corps des réels ou des complexes.

L'objectif de ce chapitre est double :

- *définir, dans le cadre restreint des fonctions continues par morceaux, la notion d'intégrabilité sur un intervalle non compact ;*
- *compléter l'étude des séries de fonctions par celle des intégrales à paramètre.*

La technicité n'est pas un but en soi. On privilégie donc les exemples significatifs (par exemple intégrales eulériennes ou transformées intégrales).

Le programme ne contient aucune forme du théorème de Fubini, qui pourra être admis pour traiter un exercice ou un problème nécessitant son utilisation.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Intégrale généralisée sur un intervalle de la forme $[a,+\infty[$	
Pour f continue par morceaux de $[a,+\infty[$ dans $\mathbb{K}$, l'intégrale $\int_a^{+\infty} f$ est dite convergente si la fonction $x \mapsto \int_a^x f$ a une limite finie en $+\infty$. Si tel est le cas, on note $\int_a^{+\infty} f$ cette limite. Linéarité de l'intégrale sur $[a,+\infty[$, positivité. Dérivation de $x \mapsto \int_x^{+\infty} f$ si f est continue.	Notations $\int_a^{+\infty} f$, $\int_a^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$.
b) Intégrabilité sur un intervalle de la forme $[a,+\infty[$	
Une fonction f est dite intégrable sur $[a,+\infty[$ si $\int_a^{+\infty} \lvert f\rvert$ converge.	On utilise indifféremment les expressions « f est intégrable sur $[a,+\infty[$ », et « l'intégrale $\int_a^{+\infty} f$ converge absolument ».
Si f est intégrable sur $[a,+\infty[$, alors $\int_a^{+\infty} f$ converge.	L'étude des intégrales semi-convergentes n'est pas un objectif du programme.
c) Intégration des fonctions positives sur un intervalle de la forme $[a,+\infty[$	
Si f est positive sur $[a,+\infty[$, l'intégrale $\int_a^{+\infty} f$ converge si et seulement si $x \mapsto \int_a^x f$ est majorée. Pour α dans $\mathbb{R}$, étude de l'intégrabilité de $x \mapsto \frac{1}{x^\alpha}$ sur $[1,+\infty[$.	

Pour f et g deux fonctions réelles positives continues par morceaux sur $[a,+\infty[$:

– si $0 \leqslant f \leqslant g$, l'intégrabilité de g sur $[a,+\infty[$ implique celle de f ;
– si $f(x) \underset{x\to+\infty}{=} O\big(g(x)\big)$, l'intégrabilité de g sur $[a,+\infty[$ implique celle de f ;
– si $f(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} g(x)$, l'intégrabilité de g sur $[a,+\infty[$ équivaut à celle de f.

d) Intégration sur un intervalle quelconque

Adaptation des paragraphes précédents aux fonctions définies sur un intervalle semi-ouvert de $\mathbb{R}$.

Notations $\int_a^b f$, $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.
On utilise indifféremment les expressions « f est intégrable sur $[a,b[$ », et « l'intégrale $\int_a^b f$ converge absolument ».

Pour α dans $\mathbb{R}$, étude de l'intégrabilité de $x \mapsto \frac{1}{(x-a)^\alpha}$ sur $]a,b]$, de l'intégrabilité de $x \mapsto \frac{1}{|x-a|^\alpha}$ sur $[b,a[$.

Adaptation des paragraphes précédents aux fonctions définies sur un intervalle ouvert $]a,b[$ de $\mathbb{R}$, $(a,b) \in \overline{\mathbb{R}}^2$.

Notations $\int_a^b f$, $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.

Si I est un intervalle de $\mathbb{R}$, linéarité et positivité de l'application $f \mapsto \int_I f$ sur l'espace des fonctions de I dans $\mathbb{K}$ dont l'intégrale converge.

Notation $\int_I f$.

Relation de Chasles.
Espace des fonctions intégrables de I dans E.
Inégalité triangulaire.
Si f est continue et intégrable sur I, à valeurs dans $\mathbb{R}^+$ et si $\int_I f = 0$, alors f est identiquement nulle.

Changement de variable : étant données une fonction f continue sur $]a,b[$ et une fonction $\varphi\ :\ ]\alpha,\beta[\ \to\ ]a,b[$ bijective, strictement croissante et de classe $\mathscr{C}^1$, les intégrales $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ et $\int_\alpha^\beta f\big(\varphi(u)\big)\,\varphi'(u)\,\mathrm{d}u$ sont de même nature et égales en cas de convergence.

Adaptation au cas où φ est strictement décroissante.
Les étudiants peuvent appliquer ce résultat sans justification dans des cas de changements de variable simples (fonctions affines, puissances, exponentielle, logarithme).

Intégration par parties sur un intervalle quelconque :
$\int_a^b f(t)g'(t)\,\mathrm{d}t = [fg]_a^b - \int_a^b f'(t)g(t)\,\mathrm{d}t$.

L'existence des limites du produit fg aux bornes de l'intervalle assure que les intégrales de fg' et $f'g$ sont de même nature. Notation $[fg]_a^b$.

e) Intégration des relations de comparaison

Intégration des relations de comparaison : domination, négligeabilité, équivalence.

La fonction de référence est positive.

f) Passage à la limite sous l'intégrale

Théorème de convergence dominée : soit (f_n) une suite de fonctions continues par morceaux de I dans $\mathbb{K}$ convergeant simplement sur I vers une fonction f continue par morceaux et telle qu'il existe une fonction φ positive intégrable sur I vérifiant $|f_n| \leqslant \varphi$ pour tout n. Alors :

$$\int_I f_n \longrightarrow \int_I f.$$

Démonstration hors programme.
L'hypothèse de continuité par morceaux de f, imposée par les limitations du programme, n'a pas l'importance de l'hypothèse de domination.

Extension au cas d'une famille à paramètre réel $(f_\lambda)_{\lambda\in J}$ où J est un intervalle de $\mathbb{R}$.

Théorème d'intégration terme à terme :
Si (f_n) est une suite de fonctions continues par morceaux et intégrables sur I, telle que la série $\sum f_n$ converge simplement vers une fonction f continue par morceaux sur I et telle que la série $\sum \int_I |f_n(t)|\,\mathrm{d}t$ converge, alors f est intégrable sur I et

$$\int_I f(t)\,\mathrm{d}t = \sum_{n=0}^{\infty} \int_I f_n(t)\,\mathrm{d}t.$$

Démonstration hors programme.
L'hypothèse de continuité par morceaux de la somme, imposée par les limitations du programme, n'a pas l'importance de l'hypothèse de convergence de $\sum \int_I |f_n|$.

g) Continuité d'une intégrale à paramètre

Soit A une partie d'un espace normé de dimension finie, I un intervalle de $\mathbb{R}$, f une fonction définie sur $A \times I$ à valeurs dans $\mathbb{K}$. On suppose que f est continue par rapport à la première variable, continue par morceaux par rapport à la seconde variable. On suppose de plus qu'il existe une fonction φ positive intégrable sur I telle que, pour tout x de A, $|f(x,.)| \leqslant \varphi$. Alors

$$g : x \mapsto \int_I f(x,t)\,\mathrm{d}t$$

est définie et continue sur A.

L'hypothèse de continuité par morceaux, imposée par les limitations du programme, n'a pas l'importance de l'hypothèse de domination.
Extension au cas où l'hypothèse de domination est satisfaite au voisinage d'un point a de A. Si A est un intervalle de $\mathbb{R}$, extension au cas où l'hypothèse de domination est satisfaite sur tout segment de A.
⇆ SI : transformée de Laplace.

h) Dérivation d'une intégrale à paramètre

Soit I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$, f une fonction définie sur $J \times I$ à valeurs dans $\mathbb{K}$. On suppose que f est continue par morceaux par rapport à la seconde variable, que, pour tout x de J, $t \mapsto f(x,t)$ est intégrable sur I, que $\frac{\partial f}{\partial x}$ est définie sur $J \times I$, continue par rapport à la première variable, continue par morceaux par rapport à la seconde variable. On suppose de plus qu'il existe une fonction φ positive intégrable sur I telle que, pour tout x de J, $|\frac{\partial f}{\partial x}(x,.)| \leqslant \varphi$. Alors

$$g : x \mapsto \int_I f(x,t)\,\mathrm{d}t$$

est de classe $\mathscr{C}^1$ sur J et vérifie :

$$\forall x \in J, \qquad g'(x) = \int_I \frac{\partial f}{\partial x}(x,t)\ \mathrm{d}t.$$

Extension au cas où l'hypothèse de domination est satisfaite sur tout segment de J.
Classe $\mathscr{C}^k$ d'une intégrale à paramètre, sous hypothèse d'intégrabilité de $\frac{\partial^j f}{\partial x^j}(x,.)$ pour tout x de J si $0 \leqslant j \leqslant k-1$ et domination sur tout segment de $\frac{\partial^k f}{\partial x^k}(x,.)$.

Exemples d'étude de fonctions définies comme intégrales : régularité, étude asymptotique.

⇆ PC : transformée de Fourier.
⇆ SI : théorème de la valeur initiale, théorème de la valeur finale.

Variables aléatoires discrètes

Ce chapitre, dont l'objectif est d'aborder l'étude des variables aléatoires discrètes, généralise celle qui a été effectuée en première année et fournit des outils permettant d'aborder, sur des exemples simples, l'étude de procédés stochastiques à temps discret. La mise en place de ces outils nécessite d'introduire des notions générales de théorie des probabilités. Ces dernières font l'objet d'un exposé a minima. En particulier :
- *la notion de tribu n'appelle aucun développement théorique ;*
- *la construction d'espaces probabilisés n'est pas un objectif du programme ;*
- *les diverses notions de convergence des suites de variables aléatoires (presque sûre, en probabilité, en loi) sont hors programme.*

Les résultats vus en première année s'étendent de manière très naturelle au cas des variables aléatoires discrètes. Cette extension doit être effectuée rapidement, de manière à libérer du temps pour des activités pratiques.
La notion de variable à densité est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Espaces probabilisés	
Tribu sur un ensemble Ω.	On se borne à la définition et à la stabilité par les opérations ensemblistes finies ou dénombrables.
Événements.	Généralisation du vocabulaire relatif aux événements introduit en première année. Espace probabilisable $(\Omega, \mathscr{A})$.
Si $\mathscr{A}$ est une tribu sur Ω, une probabilité sur $(\Omega, \mathscr{A})$ est une application P définie sur $\mathscr{A}$, à valeurs dans $[0,1]$, telle que $P(\Omega) = 1$ et, pour toute suite $(A_n)_{n\geqslant 0}$ d'événements deux à deux disjoints, on ait : $$P\Big(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\Big) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n).$$	Espace probabilisé $(\Omega, \mathscr{A}, P)$.
Si Ω est fini ou dénombrable et si $\mathscr{A} = \mathscr{P}(\Omega)$, une probabilité P sur $(\Omega, \mathscr{A})$ s'identifie, via la formule $$P(\{\omega\}) = p_\omega,$$ à une famille $(p_\omega)_{\omega\in\Omega}$ de réels positifs sommable de somme 1.	
b) Propriétés élémentaires des probabilités	
Continuité croissante : si $(A_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite d'événements croissante pour l'inclusion, alors : $$P(A_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} P\Big(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\Big).$$	
Continuité décroissante : si $(A_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite d'événements décroissante pour l'inclusion, alors : $$P(A_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} P\Big(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\Big).$$	
Si $(A_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite d'événements, alors : $$P\Big(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\Big) \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n).$$	

Contenus	Capacités & Commentaires
Événements négligeables, événements presque sûrs. Une réunion finie ou dénombrable d'événements négligeables est négligeable.	Propriétés presque sûres. Tout développement sur ces notions est hors programme.

c) Probabilités conditionnelles et indépendance

Extension des résultats vus en première année dans le cadre des univers finis : probabilité conditionnelle, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formules de Bayes.	Notations $P_B(A), P(A\|B)$.
Couple d'événements indépendants. Famille quelconque d'événements mutuellement indépendants.	

d) Variables aléatoires discrètes

Étant donnés un ensemble E et un espace probabilisé $(\Omega, \mathscr{A}, P)$, une variable aléatoire discrète définie sur Ω est une application X de Ω dans E telle que $X(\Omega)$ soit fini ou dénombrable et que, pour tout x de $X(\Omega)$, $X^{-1}(\{x\}) \in \mathscr{A}$.	Lorsque $E \subset \mathbb{R}$, la variable aléatoire est dite réelle.
Loi P_X de la variable aléatoire X.	Notations $X \sim Y, X \sim \mathscr{L}$. Notations $(X \geqslant x), (X \leqslant x), (X < x), (X > x)$ pour une variable aléatoire réelle X.

e) Couples de variables aléatoires, variables aléatoires indépendantes

Couple de variables aléatoires. Loi conjointe, lois marginales.	
Loi conditionnelle de Y sachant $X = x$.	Extension au conditionnement par $X > x$ ou autres inégalités.
Extension aux n-uplets de variables aléatoires. Vecteurs aléatoires discrets.	
Couple de variables aléatoires indépendantes. Famille de variables aléatoires mutuellement indépendantes.	Extension des résultats vus en première année.
Si $X_1, X_2, \dots, X_n$ sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes, alors pour tout m compris entre 1 et $n-1$, et toutes fonctions f et g, les variables $f(X_1, \dots, X_m)$ et $g(X_{m+1}, \dots, X_n)$ sont indépendantes.	Démonstration non exigible.
Existence d'espaces probabilisés portant une suite de variables indépendantes de lois discrètes données.	La démonstration est hors programme. Modélisation du jeu de pile ou face infini : suite d'épreuves de Bernoulli mutuellement indépendantes.

f) Lois usuelles

Pour p dans $]0,1[$, loi géométrique de paramètre p. La variable aléatoire X suit la loi $\mathscr{G}(p)$ si $$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad P(X = k) = (1-p)^{k-1} p.$$	Notation $\mathscr{G}(p)$. Interprétation comme rang du premier succès dans une suite d'épreuves de Bernoulli mutuellement indépendantes de paramètre p.
Caractérisation comme loi sans mémoire : $$P(X > n + k \mid X > n) = P(X > k).$$	
Pour λ dans $\mathbb{R}_+^*$, loi de Poisson de paramètre λ.	Notation $\mathscr{P}(\lambda)$.

Contenus	Capacités & Commentaires
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson : si, pour tout n, $X_n \sim \mathscr{B}(n, p_n)$ et si (np_n) converge vers λ, alors : $$\forall k \in \mathbb{N}, \quad P(X_n = k) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}.$$	⇆ I : simulation de cette approximation. Interprétation de la loi de Poisson comme loi des événements rares.

g) Espérance

Contenus	Capacités & Commentaires
Si X est une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{R}^+$, l'espérance de X est la somme, dans $[0, +\infty]$, de la famille $(P(X = x)\ x)_{x\in X(\Omega)}$.	Notation $\mathrm{E}(X)$. ⇆ PC : énergie moyenne de systèmes à spectre discret.
Si X est une variable aléatoire réelle, la variable aléatoire X est dite d'espérance finie si la famille $(x\,P(X = x))_{x\in X(\Omega)}$ est sommable ; dans ce cas, la somme de cette famille est l'espérance de X.	Notation $\mathrm{E}(X)$. Variables centrées.
Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique, d'une variable aléatoire suivant une loi de Poisson.	
Linéarité, positivité et croissance de l'espérance sur l'espace des variables aléatoires d'espérance finie définies sur Ω.	Si $\|X\| \leqslant Y$ et si Y est d'espérance finie, alors X est d'espérance finie.
Formule de transfert : soit X une variable aléatoire discrète, f une fonction définie sur $X(\Omega)$ à valeurs dans $\mathbb{R}$; alors $f(X)$ est d'espérance finie si et seulement si la famille $\big(P(X = x)\ f(x)\big)$ est sommable ; si tel est le cas : $$\mathrm{E}\big(f(X)\big) = \sum_{x\in X(\Omega)} f(x)\,P(X = x).$$	Démonstration non exigible.
Inégalité de Markov.	
Si X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes d'espérances finies, alors : $$\mathrm{E}(XY) = \mathrm{E}(X)\,\mathrm{E}(Y).$$	

h) Variance, écart type et covariance

Contenus	Capacités & Commentaires
Moments.	
Si une variable aléatoire admet un moment d'ordre 2, elle est d'espérance finie.	
Inégalité de Cauchy-Schwarz : si X et Y admettent chacune un moment d'ordre 2, alors XY est d'espérance finie et $\mathrm{E}(XY)^2 \leqslant \mathrm{E}(X^2)\,\mathrm{E}(Y^2)$.	
Espace des variables aléatoires définies sur Ω admettant un moment d'ordre 2.	
Variance, écart type.	Notations $\mathrm{V}(X), \sigma(X)$. Variables réduites. ⇆ PC : écart quadratique énergétique.
Relation $\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2$.	
Relation $\mathrm{V}(aX + b) = a^2\mathrm{V}(X)$.	Si $\sigma(X) > 0$, la variable aléatoire $\dfrac{X - \mathrm{E}(X)}{\sigma(X)}$ est centrée réduite.
Variance d'une variable aléatoire géométrique, d'une variable aléatoire de Poisson.	
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.	
Covariance de deux variables aléatoires.	
Relation $\mathrm{Cov}(X, Y) = \mathrm{E}(XY) - \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y)$. Cas de variables indépendantes.	
Variance d'une somme finie, cas de variables deux à deux indépendantes.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
i) Loi faible des grands nombres	
Si $(X_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite de variables aléatoires deux à deux indépendantes, de même loi et admettant un moment d'ordre 2, alors, si $S_n = \sum_{k=1}^{n} X_k$ et $m = \mathrm{E}(X_1)$, on a, $$P\left(\left\|\frac{S_n}{n} - m\right\| \geqslant \varepsilon\right) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0.$$	Les étudiants doivent savoir retrouver, pour $\varepsilon > 0$, l'inégalité : $$P\left(\left\|\frac{S_n}{n} - m\right\| \geqslant \varepsilon\right) \leqslant \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}$$ où σ est la variance commune des X_k. ⇆ I : simulation d'une suite de tirages.
j) Fonctions génératrices	
Fonction génératrice de la variable aléatoire X à valeurs dans $\mathbb{N}$: $$G_X(t) = \mathrm{E}(t^X) = \sum_{k=0}^{+\infty} P(X = k)\ t^k.$$	La série entière définissant G_X est de rayon supérieur ou égal à 1 et converge normalement sur le disque fermé de centre 0 et de rayon 1. Continuité de G_X.
Détermination de la loi de X par G_X. Utilisation de G_X pour calculer les moments de X. La variable aléatoire X est d'espérance finie si et seulement si G_X est dérivable en 1 ; dans ce cas $\mathrm{E}(X) = {G_X}'(1)$. La variable aléatoire X admet un second moment si et seulement si G_X est deux fois dérivable en 1.	Les étudiants doivent savoir retrouver l'expression de la variance de X à l'aide de ${G_X}'(1)$ et ${G_X}''(1)$. Les étudiants doivent savoir calculer la fonction génératrice d'une variable aléatoire de Bernoulli, binomiale, géométrique, de Poisson.
Fonction génératrice d'une somme finie de variables aléatoires indépendantes à valeurs dans $\mathbb{N}$.	

Équations différentielles linéaires

La notion générale d'équation différentielle linéaire est introduite à partir des exemples étudiés en première année : équation scalaire d'ordre 1, équation scalaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants.

La résolution explicite des systèmes linéaires à coefficients constants n'est pas un objectif du programme. On limitera en conséquence la technicité des exercices d'application. On pourra en revanche présenter aux étudiants divers exemples d'études qualitatives d'équations différentielles linéaires scalaires ou de systèmes linéaires. Concernant les systèmes à coefficients constants, on pourra souligner le rôle du signe des parties réelles des valeurs propres de la matrice ; on pourra également, en dimension 2, représenter certaines des courbes intégrales.

Dans ce chapitre, I est un intervalle de $\mathbb{R}$, E un espace normé de dimension finie.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Équation différentielle linéaire : $$x' = a(t)(x) + b(t)$$ où a est une application continue de I dans $\mathscr{L}(E)$ et b une application continue de I dans E.	Forme matricielle : systèmes différentiels linéaires $X' = A'(t)X + B(t)$. Équation différentielle homogène associée à une équation différentielle linéaire. Principe de superposition.
Problème de Cauchy. Représentation d'une équation scalaire linéaire d'ordre n par un système différentiel linéaire. Problème de Cauchy pour une équation linéaire scalaire d'ordre n.	Mise sous forme intégrale d'un problème de Cauchy.

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Solutions d'une équation différentielle linéaire	
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration non exigible. ⇆ I : méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée.
Cas des équations scalaires d'ordre n. Cas des équations homogènes : l'ensemble des solutions est un sous-espace vectoriel de $\mathscr{F}(I,E)$. Pour t_0 dans I, l'application $x \mapsto x(t_0)$ est un isomorphisme de cet espace sur E. Dimension de l'espace des solutions. Cas des équations scalaires homogènes d'ordre n. Structure de l'ensemble des solutions d'une équation avec second membre.	
Exemples d'équations différentielles linéaires scalaires d'ordre 1 ou 2 non résolues : $a(x)y' + b(x)y = c(x), \quad a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = d(x).$	Les étudiants doivent savoir exploiter la recherche de solutions développables en série entière.
c) Exponentielle d'un endomorphisme, d'une matrice	
Exponentielle d'un endomorphisme d'un espace normé de dimension finie, d'une matrice réelle ou complexe.	Notations $\exp(a), \mathrm{e}^a, \exp(A), \mathrm{e}^A$. ⇆ I : calcul de l'exponentielle d'une matrice.
Continuité de l'exponentielle.	
Exponentielle de la somme de deux endomorphismes qui commutent.	Démonstration non exigible.
Dérivation, si a est un endomorphisme d'un espace normé de dimension finie, de l'application $t \mapsto \exp(ta)$.	Dérivation de $t \mapsto \exp(tA)$ si A est une matrice carrée réelle ou complexe.
d) Systèmes différentiels linéaires homogènes à coefficients constants	
Résolution du problème de Cauchy $$x' = a(x), \quad x(t_0) = x_0$$ si a est un endomorphisme de E et x_0 un élément de E.	Traduction matricielle. Pour les calculs explicites, on se borne aux deux cas suivants : A diagonalisable ou $n \leqslant 3$.
e) Méthode de variation des constantes	
Méthode de variation des constantes pour les systèmes différentiels linéaires à coefficients continus.	Dans les exercices pratiques, on se limite au cas $n = 2$.
Cas particulier des systèmes différentiels à coefficients constants.	Dans les exercices pratiques, on se limite au cas $n = 2$.
f) Équations différentielles scalaires du second ordre	
Adaptation de la méthode de variation des constantes aux équations scalaires du second ordre.	
Wronskien de deux solutions d'une équation scalaire homogène d'ordre 2.	Définition et calcul. Cas d'une équation $x'' + q(t)x = 0$.

Calcul différentiel

L'objectif de ce chapitre est de présenter les premières notions de calcul différentiel dans le cadre des espaces vectoriels normés de dimension finie sur $\mathbb{R}$. Ce chapitre fait intervenir à la fois des aspects intrinsèques et calculatoires, permettant ainsi de développer la compétence « Représenter ».

La différentielle d'une application en un point est introduite à l'aide d'un développement limité. De nombreuses questions se ramènent, via la paramétrisation de chemins, à des énoncés relatifs aux fonctions d'une variable réelle. En particulier, les dérivées partielles fournissent un outil de calcul dans le cas où l'espace de départ est muni d'une base.

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur un ouvert d'un $\mathbb{R}$-espace vectoriel normé de dimension finie et à valeurs dans un $\mathbb{R}$-espace vectoriel normé de dimension finie. Le choix d'une base de l'espace d'arrivée permet de se ramener au cas des fonctions à valeurs réelles.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Dérivée selon un vecteur, dérivées partielles	
Dérivée de l'application f au point a selon le vecteur v.	Notations $\mathrm{D}_v f(a)$, $\mathrm{D}_v f$.
Dérivées partielles dans une base.	Notations $\frac{\partial f}{\partial x_i}(a)$, $\partial_i f(a)$. Lorsqu'une base de E est fixée, l'identification entre $f(x)$ et $f(x_1,\dots,x_n)$ est autorisée.
b) Différentielle	
Application différentiable au point a. Si f est différentiable en a, alors f est continue en a et dérivable en a selon tout vecteur.	Notation $o(h)$. Développement limité à l'ordre 1.
Différentielle de f en a, encore appelée application linéaire tangente à f en a. Relation $\mathrm{d}f(a)\cdot v = \mathrm{D}_v f(a)$.	Notations $\mathrm{d}f(a)$, $\mathrm{d}f(a)\cdot v$.
Application différentiable sur un ouvert Ω. Différentielle sur Ω. Cas particuliers : application constante, restriction à un ouvert d'une application linéaire. Lien entre différentielle et dérivées partielles. Matrice de $\mathrm{d}f(a)$ dans un couple de bases. Matrice jacobienne d'une application définie sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$ à valeurs dans $\mathbb{R}^m$. Cas des fonctions d'une variable : si Ω est un intervalle ouvert de $\mathbb{R}$, la différentiabilité de f en a équivaut à la dérivabilité de f en a ; relation $f'(a) = \mathrm{d}f(a)\cdot 1$.	Notation $\mathrm{d}f$.
c) Opérations sur les applications différentiables	
Différentielle d'une combinaison linéaire d'applications différentiables, de $B(f,g)$ où B est bilinéaire et f et g sont deux applications différentiables.	On utilise l'existence d'un réel positif C tel que, pour tout (u,v), on ait $\\|B(u,v)\\| \leqslant C\\|u\\|\,\\|v\\|$. Tout développement sur les applications bilinéaires continues est hors programme.
Différentielle d'une composée d'applications différentiables.	
Dérivée le long d'un arc : si γ est une application définie sur l'intervalle I de $\mathbb{R}$, dérivable en t, si f est différentiable en $\gamma(t)$, alors $(f\circ\gamma)'(t) = \mathrm{d}f(\gamma(t))\cdot\gamma'(t)$.	Interprétation géométrique en termes de tangentes. Cas particulier fondamental : $\gamma(t) = x + th$. Dérivation de $t \mapsto f(x_1(t),\dots,x_n(t))$.
Dérivées partielles d'une composée d'applications différentiables.	Règle de la chaîne : calcul des dérivées partielles de $(u_1,\dots,u_m) \mapsto f(x_1(u_1,\dots,u_m),\dots,x_n(u_1,\dots,u_m))$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
d) Cas des applications numériques	
Si l'espace E est euclidien, gradient en a d'une application numérique différentiable en a. Expression du gradient en base orthonormée.	Le théorème de représentation des formes linéaires dans un espace euclidien est établi à ce stade. Notation $\nabla f(a)$. Interprétation géométrique du gradient : si $\nabla f(a) \neq 0$, il est colinéaire et de même sens que le vecteur unitaire selon lequel la dérivée de f en a est maximale.
Point critique d'une application différentiable. Condition nécessaire d'existence d'un extremum local. Exemples de recherche d'extremums globaux.	
e) Vecteurs tangents à une partie d'un espace normé de dimension finie	
Si X est une partie de E et x un point de X, un vecteur v de E est tangent à X en x s'il existe $\varepsilon > 0$ et un arc γ défini sur $]-\varepsilon, \varepsilon[$ dérivable en 0 à valeurs dans X, tels que $\gamma(0) = x, \gamma'(0) = v$.	
Cas où $E = \mathbb{R}^3$ et où X est le graphe d'une fonction f différentiable sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$.	Plan affine tangent à une surface d'équation $z = f(x, y)$: équation cartésienne.
Si f est une fonction à valeurs réelles définie et différentiable sur un ouvert de l'espace euclidien E, si X est une ligne de niveau de f, alors les vecteurs tangents à X au point x de X sont orthogonaux au gradient de f en x.	Le théorème des fonctions implicites est hors programme. ⇆ PC : électrostatique.
f) Applications de classe $\mathscr{C}^1$	
Une application f est dite de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert Ω si elle est différentiable sur Ω et si $\mathrm{d}f$ est continue sur Ω.	
L'application f est de classe $\mathscr{C}^1$ sur Ω si et seulement si les dérivées partielles relativement à une base de E existent en tout point de Ω et sont continues sur Ω.	Démonstration non exigible.
Opérations algébriques sur les applications de classe $\mathscr{C}^1$.	
Si f est une application de classe $\mathscr{C}^1$ de Ω dans F, si γ est une application de classe $\mathscr{C}^1$ de $[0,1]$ dans Ω, si $\gamma(0) = a, \gamma(1) = b$, alors : $$f(b) - f(a) = \int_0^1 \mathrm{d}f(\gamma(t)) \cdot \gamma'(t)\,\mathrm{d}t.$$	⇆ PC : circulation d'un champ de vecteurs dérivant d'un potentiel.
Si Ω est connexe par arcs, caractérisation des fonctions constantes sur Ω.	Démonstration pour Ω convexe.
g) Applications de classe $\mathscr{C}^k$	
Dérivées partielles d'ordre k.	Notations $\dfrac{\partial^k f}{\partial x_{j_l} \dots \partial x_{j_1}}, \partial_{j_l} \dots \partial_{j_1} f$.
Une application est dite de classe $\mathscr{C}^k$ sur un ouvert Ω si ses dérivées partielles d'ordre k existent et sont continues sur Ω.	La notion de différentielle seconde est hors programme. ⇆ PC : laplacien.
Théorème de Schwarz.	Démonstration non exigible.
Opérations algébriques sur les applications de classe $\mathscr{C}^k$. Composition d'applications de classe $\mathscr{C}^k$.	Démonstrations non exigibles.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Exemples d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.	Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires. L'utilisation de tout autre changement de variables suppose une indication. La notion de difféomorphisme étant hors programme, l'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu. ⇆ PC : équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Mathématiques et physique (MP)**

Discipline : **Physique-chimie**

Seconde année

Programme de physique-chimie de la voie MP

Le programme de physique-chimie de la classe de MP s'inscrit dans la continuité du programme de MPSI. La formation scientifique de la filière MP s'appuie sur des champs disciplinaires variés : en physique, des compléments sont apportés en mécanique, électronique, thermodynamique, et optique interférentielle ; l'électromagnétisme est abordé de manière approfondie et une découverte structurée de la physique quantique et de la physique statistique est proposée ; la formation en chimie s'organise en deux parties : thermodynamique de la transformation chimique et électrochimie. Le programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de physique-chimie est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- valider ;
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, ce programme identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de MP, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de MP. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique-chimie fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises en première année en informatique et sciences du numérique. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de physique-chimie de la classe de MP inclut celui de la classe de MPSI, et son organisation est la même :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée **« formation expérimentale »,** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de MPSI, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de MP. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de MP. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.
  Certains items de cette partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.
- Trois appendices listent le matériel, les outils mathématiques et les outils transversaux que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en fin de l'année de MP. Ils complètent le matériel et les outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation de seconde année est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants

seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique et sciences industrielles pour l'ingénieur.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.
C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique.
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale - énoncer une problématique d'approche expérimentale - définir les objectifs correspondants
Analyser	- formuler et échanger des hypothèses - proposer une stratégie pour répondre à la problématique - proposer un modèle - choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental - évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	- mettre en œuvre un protocole - utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel - mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates - effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes - confronter un modèle à des résultats expérimentaux - confirmer ou infirmer une hypothèse, une information - analyser les résultats de manière critique - proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	- à l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible o utiliser un vocabulaire scientifique adapté o s'appuyer sur des schémas, des graphes - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	- travailler seul ou en équipe - solliciter une aide de manière pertinente - s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par

exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.
La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative »** est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.
La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	**Exemples de capacités associées**
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ….
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …..
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. …
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint,

	simulation numérique, …). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue …
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. …

3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique-chimie prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ».
L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…) dans les domaines de la physique et de la chimie des XX^{ème} et XXI^{ème} siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Dégager la problématique principale - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,…)
Analyser	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. - S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse
Réaliser	- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau - Trier et organiser des données, des informations - Tracer un graphe à partir de données - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,… - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,… - Conduire une analyse dimensionnelle - Utiliser un modèle décrit
Valider	- Faire preuve d'esprit critique - Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,…) - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance

Communiquer à l'écrit comme à l'oral	- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,… (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique) - Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques

Partie 2 - Formation expérimentale

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de l'année de MP durant les séances de travaux pratiques. Elle vient prolonger la partie correspondante du programme de MPSI dont les capacités doivent être complètement acquises à l'issue des deux années de préparation, et restent donc au programme de seconde année de MP.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif et contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les activités expérimentales sur le thème de la chimie sont aussi l'occasion de consolider les savoir-faire de la classe de MPSI en particulier dans le domaine des solutions aqueuses.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
- **Mesures de longueur et d'angles**	Mesurer le déplacement du miroir mobile d'un interféromètre de Michelson.
- **Mesures de temps et de fréquences** Analyse spectrale.	Mettre en évidence le phénomène de repliement du spectre provoqué par l'échantillonnage avec un oscilloscope numérique ou une carte d'acquisition. Choisir les paramètres d'une acquisition numérique destinée à une analyse spectrale afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon, tout en optimisant la résolution spectrale.
- **Électricité** Filtrage analogique d'un signal périodique. Électronique numérique. Onde électromagnétique.	Mettre en évidence l'action d'un filtre linéaire sur un signal périodique dans les domaines temporel et fréquentiel. Numériser un signal et utiliser un traitement numérique pour effectuer un filtrage de ce signal. Mettre en œuvre un détecteur dans le domaine des ondes centimétriques.
- **Optique** Analyser une lumière. Analyser une figure d'interférence. Étudier la cohérence temporelle d'une source.	Identifier, à l'aide d'un polariseur, une onde polarisée rectilignement et repérer sa direction de polarisation. Mettre en œuvre un photodétecteur en sortie d'un interféromètre. Régler un interféromètre de Michelson pour une observation en lame d'air avec une source étendue à

	l'aide d'un protocole proposé. Obtenir une estimation de la longueur de cohérence d'une radiation et de l'écart $\Delta\lambda$ d'un doublet spectral à l'aide d'un interféromètre de Michelson en lame d'air.
- **Mécanique**	Mesurer un coefficient de frottement.
- **Thermodynamique** Conduction thermique et rayonnement.	 Mettre en œuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique. Utiliser un capteur dans le domaine des infrarouges.
- **Chimie** Effectuer des bilans d'énergie. Mesures électriques. Électrochimie.	 Mettre en œuvre une technique de calorimétrie. Mettre en œuvre des mesures électriques dans un environnement électrochimique. Mettre en œuvre des piles et des électrolyseurs.

Prévention des risques au laboratoire

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique et optique leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Prévention des risques **- chimique** Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P. - **électrique** - **optique**	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques. Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques. Utiliser les sources laser de manière adaptée.
2. Impact environnemental Traitement et rejet des espèces chimiques.	 Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser, notamment dans les domaines de la cristallographie, de la modélisation moléculaire, et plus généralement dans les situations exigeant une représentation tridimensionnelle.
- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur.
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

Partie 3 - Formation disciplinaire

1. Mécanique

Le programme de mécanique de MP vise à compléter les acquis de mécanique du cours de MPSI. Il est structuré en deux sous-parties, la première est consacrée aux changements de référentiels, la seconde à un complément de mécanique du solide.

L'étude des référentiels non galiléens est organisée autour de deux situations : la translation et la rotation uniforme autour d'un axe fixe. L'étude cinématique est l'occasion, pour le professeur, de revenir sur le caractère absolu du temps en mettant cette hypothèse en perspective avec le phénomène de dilatation des durées vu en classe de terminale S. L'accent est mis sur la compréhension qualitative des effets observés, l'évaluation des ordres de grandeurs et les conséquences expérimentales.

L'étude des lois de Coulomb, limitée au seul cas de la translation, permet de mettre en œuvre un mode de raisonnement spécifique et particulièrement formateur, sans pour autant omettre les conséquences expérimentales.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- relier les fondements de la cinématique classique au thème « temps et relativité restreinte » du programme de terminale S ;

- choisir de manière autonome un référentiel d'étude éventuellement non galiléen en évaluant les avantages et les inconvénients de ce choix ;

- donner du sens à l'expression familière « force centrifuge » ;

- discuter dans une situation concrète le caractère approximativement galiléen du référentiel terrestre ;

- conduire l'étude d'un problème avec frottement solide.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.1. Compléments de dynamique du point matériel : référentiels non galiléens	
Mouvement d'un référentiel par rapport à un autre dans les cas du mouvement de translation et du mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe.	Reconnaître et caractériser un mouvement de translation et un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe d'un référentiel par rapport à un autre.
Vecteur rotation d'un référentiel par rapport à un autre.	Exprimer le vecteur rotation d'un référentiel par rapport à un autre.
Lois de composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'une translation, et dans le cas d'une rotation uniforme autour d'un axe fixe : vitesse d'entraînement, accélérations d'entraînement et de Coriolis.	Relier les dérivées d'un vecteur dans des référentiels différents par la formule de la dérivation composée. Citer et utiliser les expressions de la vitesse d'entrainement et des accélérations d'entraînement et de Coriolis.
Lois de la dynamique du point en référentiel non	Exprimer les forces d'inerties, dans les seuls cas où

galiléen dans le cas où le référentiel entraîné est en translation, ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen. Forces d'inertie.	le référentiel entraîné est en translation, ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen. Décrire et interpréter les effets des forces d'inertie dans des cas concrets : sens de la force d'inertie d'entraînement dans un mouvement de translation ; caractère centrifuge de la force d'inertie d'entraînement dans le cas où le référentiel est en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen. Utiliser les lois de la dynamique en référentiel non galiléen dans les seuls cas où le référentiel entraîné est en translation, ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen.
Caractère galiléen approché de quelques référentiels : référentiel de Copernic, référentiel géocentrique, référentiel terrestre.	Citer quelques manifestations du caractère non galiléen du référentiel terrestre. Estimer, en ordre de grandeur, la contribution de la force d'inertie de Coriolis dans un problème de dynamique terrestre.
1.2. Complément de mécanique du solide : lois du frottement solide	
Lois de Coulomb du frottement de glissement dans le seul cas d'un solide en translation. Aspect énergétique.	Utiliser les lois de Coulomb dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage. Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider. Effectuer un bilan énergétique. **Effectuer une mesure d'un coefficient de frottement.**

2. Éléments de traitement du signal

Ce thème du programme, décomposé en deux parties, complète l'étude des circuits électriques linéaires menée dans la partie « signaux physiques » du programme de MPSI. La composante expérimentale est forte et les capacités exigibles ont vocation à être principalement développées au cours de séances de travaux pratiques.

Dans la première partie intitulée « signaux périodiques », l'accent est mis sur l'action d'un filtre linéaire sur un signal périodique, l'objectif étant de comprendre le rôle central de la linéarité des systèmes pour interpréter la forme du signal de sortie.

La seconde partie, à vocation uniquement expérimentale, constitue une initiation au traitement numérique des signaux à travers les points suivants : l'échantillonnage et le repliement de spectre, la conversion analogique/numérique et le filtrage numérique. Le phénomène de repliement de spectre est présenté qualitativement au moyen d'illustrations démonstratives, l'objectif étant de mettre en place la condition de Nyquist-Shannon afin de réaliser convenablement une acquisition numérique. Un filtrage numérique, du type passe-bas, est réalisé à l'aide d'un convertisseur analogique/numérique et d'un traitement numérique, un convertisseur numérique/analogique restitue ensuite un signal de sortie analogique.

Objectifs de formation

- exploiter la décomposition sinusoïdale d'un signal pour prévoir son évolution à travers un système linéaire ;
- relier les représentations temporelle et fréquentielle d'un signal ;
- illustrer expérimentalement la condition de Nyquist-Shannon ;
- expliquer et mettre en œuvre un filtrage numérique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.1. Signaux périodiques	
Signaux périodiques.	Commenter le spectre d'un signal périodique : selon leur rang, attribuer aux différentes harmoniques le rôle qu'elles jouent dans la forme du signal analysé.
Action d'un filtre linéaire du premier ou du second ordre sur un signal périodique.	Prévoir l'effet d'un filtrage linéaire sur la composition spectrale d'un signal périodique. Expliciter les conditions pour obtenir un comportement intégrateur ou dérivateur. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'action d'un filtre sur un signal périodique**. **Détecter le caractère non linéaire d'un système par l'apparition de nouvelles fréquences en sortie pour une entrée sinusoïdale.**
2.2. Électronique numérique	
Échantillonnage : fréquence d'échantillonnage, théorème de Nyquist-Shannon.	**Réaliser l'échantillonnage d'un signal. Commenter la structure du spectre du signal obtenu après échantillonnage.** **Choisir la fréquence d'échantillonnage afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon.** **Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre au moyen d'un oscilloscope numérique ou d'un logiciel de calcul numérique.**
Filtrage numérique.	**Mettre en œuvre un convertisseur analogique/numérique et un traitement numérique afin de réaliser un filtre passe-bas ; utiliser un convertisseur numérique/analogique pour restituer un signal analogique.**

3. Optique

Le programme d'optique de la filière MP s'inscrit dans le prolongement de la partie « Signaux physiques » du programme de MPSI. Il s'agit pour les étudiants d'approfondir l'étude des phénomènes d'interférences lumineuses, dans le cadre du modèle ondulatoire de la lumière.

Si certaines notions ont été abordées au lycée et en classe de première année MPSI, le formalisme utilisé constitue une avancée importante dans la modélisation des phénomènes décrits ; l'enseignant veillera particulièrement à privilégier les aspects expérimentaux et à utiliser tous les supports de visualisation (expériences de cours, simulations, animations,…) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations. L'enseignant ne manquera pas non plus de rappeler que ces phénomènes, étudiés ici dans le cadre de l'optique, sont généralisables à tout comportement ondulatoire.

Le programme utilise uniquement le mot « intensité » pour décrire la grandeur détectée mais on peut utiliser indifféremment les mots « intensité » et « éclairement » sans chercher à les distinguer à ce niveau de formation.

L'établissement et la connaissance de la fonction réseau ne constituent pas des capacités exigibles.

L'approche expérimentale sera centrée sur la mise en œuvre de l'interféromètre de Michelson et, dans le prolongement du programme de MPSI, de dispositifs d'interférences à N ondes.

Dans le cadre de l'optique, on qualifiera de plane ou sphérique une onde par référence à la forme des surfaces d'ondes.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser la notion de phase d'une vibration harmonique et de sa variation au cours d'une propagation ;

- associer les caractéristiques géométriques d'un phénomène d'interférences (position et forme des franges, interfrange) à celles du dispositif interférentiel et du milieu de propagation ;

- connaître certains ordres de grandeur propres aux phénomènes lumineux dans le domaine du visible (longueur d'onde, temps de cohérence, temps de réponse d'un récepteur) ; faire le lien avec les problèmes de cohérence ;

- maîtriser les outils de l'optique géométrique (rayon lumineux, loi du retour inverse, relations de conjugaison) et de l'optique ondulatoire (chemin optique, surface d'onde, théorème de Malus) afin de conduire un calcul de différence de marche entre deux rayons lumineux dans des situations simples.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.1. Modèle scalaire des ondes lumineuses	
Modèle de propagation dans l'approximation de l'optique géométrique. Chemin optique. Déphasage dû à la propagation. Surfaces d'ondes. Théorème de Malus (admis). Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.	Savoir que la grandeur lumineuse (ou grandeur scalaire de l'optique) est une composante du champ électrique. Exprimer le retard de phase en un point (par rapport à un autre) en fonction de la durée de propagation ou du chemin optique. Associer une description de la formation des images en termes de rayon lumineux et en termes de surfaces d'onde. Utiliser la propriété énonçant que le chemin optique séparant deux points conjugués est indépendant du rayon lumineux choisi.
Modèle d'émission. Relation (admise) entre le temps de cohérence et la largeur spectrale.	Citer l'ordre de grandeur du temps de cohérence Δt de quelques radiations visibles. Utiliser la relation $\Delta f.\,\Delta t \sim 1$ pour relier le temps de cohérence à la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la radiation.
Récepteurs. Intensité de la lumière.	Relier l'intensité à la moyenne temporelle du carré de la grandeur scalaire de l'optique. Citer l'ordre de grandeur du temps de réponse de quelques récepteurs de lumière. **Mettre en œuvre des expériences utilisant un capteur CCD.**
3.2. Superposition d'ondes lumineuses	
Superposition de deux ondes incohérentes entre elles.	Justifier et utiliser l'additivité des intensités.
Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles : formule de Fresnel $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$. Facteur de contraste.	Citer les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (ondes quasi synchrones, déphasage constant dans le temps ou très lentement variable). Établir et utiliser la formule de Fresnel. Associer un bon contraste à des intensités I_1 et I_2 voisines.
Superposition de N ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique.	Établir la relation fondamentale des réseaux liant la condition d'interférences constructives à l'expression de la différence de marche entre deux ondes issues de motifs consécutifs. Établir la demi-largeur $2\pi/N$ des pics principaux de la courbe d'intensité en fonction du déphasage. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental utilisant un phénomène d'interférences à N ondes.**
3.3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young	
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source ponctuelle à distance finie et observation à grande distance. Champ d'interférences. Ordre d'interférences p. Variations de l'ordre d'interférences p avec la	Définir, exprimer et utiliser l'interfrange et l'ordre d'interférences. Justifier que les franges ne sont pas localisées. Interpréter la forme des franges observées.

position du point d'observation ; franges d'interférences. Variations de l'ordre d'interférences p avec la position d'un point source ; perte de contraste par élargissement angulaire de la source. Variations de p avec la longueur d'onde. Perte de contraste par élargissement spectral de la source.	 Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges $\|\Delta p\| > 1/2$ (où $\|\Delta p\|$ est évalué sur la moitié de l'étendue spatiale de la source) pour interpréter des observations expérimentales. Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges $\Delta p > 1/2$ (où $\|\Delta p\|$ est évalué sur la moitié de l'étendue spectrale de la source) pour interpréter des observations expérimentales.
3.4. Exemple de dispositif interférentiel par division d'amplitude : interféromètre de Michelson éclairé par une source spatialement étendue	
Interféromètre de Michelson éclairé par une source spatialement étendue. Localisation (constatée) des franges. Lame d'air : franges d'égale inclinaison. Étude expérimentale en coin d'air : franges d'égale épaisseur.	Connaître les conditions d'éclairage et d'observation en lame d'air et en coin d'air. **Régler un interféromètre de Michelson pour une observation en lame d'air avec une source étendue à l'aide d'un protocole proposé.** Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférences en fonction de la longueur d'onde, de l'épaisseur de la lame d'air équivalente et de l'angle d'incidence des rayons. **Mettre en œuvre un protocole pour accéder au profil spectral d'une raie ou d'un doublet à l'aide d'un interféromètre de Michelson.** Utiliser l'expression (admise) de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences. **Analyser un objet (miroir déformé, lame de phase introduite sur un des trajets, etc.) à l'aide d'un interféromètre de Michelson.** **Interpréter qualitativement les observations en lumière blanche.**

4. Électromagnétisme

Le programme d'électromagnétisme de la filière MP s'inscrit dans le prolongement des parties « Signaux physiques » et « Induction et forces de Laplace » du programme de MPSI. Il s'agit pour les étudiants de découvrir les lois locales et intégrales qui gouvernent les champs électrique et magnétique et quelques applications dans des domaines variés.

Si certaines notions ont été abordées au lycée et en classe de première année de MPSI, le formalisme utilisé constitue, bien souvent, pour les étudiants une première découverte ; il convient pour l'enseignant d'être particulièrement attentif aux difficultés potentielles des étudiants et d'utiliser tous les outils de visualisation (expériences de cours, simulations, animations,…) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations.

L'étude des champs électrostatique et magnétostatique est présentée en deux parties distinctes ; l'enseignant est libre, s'il le souhaite, de procéder à une présentation unifiée de la notion de champ statique. Pour les calculs de champs, l'accent est mis sur les situations à haut degré de symétrie qui permettent l'utilisation efficace des propriétés de flux ou de circulation. Les équations locales des champs statiques sont introduites comme cas particuliers des équations de Maxwell.

La loi de Biot et Savart et les notions de potentiel vecteur et d'angle solide ne relèvent pas du programme.

Les relations de passage relatives au champ électromagnétique peuvent être exploitées mais doivent être systématiquement rappelées.

Après une présentation des équations de Maxwell et des aspects énergétiques, le programme analyse le phénomène de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide, la structure des champs associés et la réflexion des ondes sur un métal parfait. La propagation dans les milieux s'appuie sur les études d'une onde électromagnétique dans un milieu ohmique et dans un plasma.

Le programme aborde enfin la question des sources avec l'étude du champ rayonné à grande distance par un dipôle oscillant.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser les concepts de champ scalaire et de champ de vecteurs ;
- citer quelques ordres de grandeur relatifs à l'intensité des champs statiques, aux flux énergétiques moyens ;
- conduire des analyses de symétrie et d'invariance et calculer des champs à l'aide de propriétés de flux ou de circulation ;
- énoncer des lois de l'électromagnétisme sous formes locale et intégrale et faire le lien entre les deux formulations ;
- conduire des bilans énergétiques mettant en jeu matière et champ électromagnétique ;
- associer au phénomène de propagation un couplage entre les champs, une équation locale et des solutions dans des cas simples ;
- décrire la propagation d'une onde électromagnétique dans le vide et dans un milieu dispersif ;
- relier un champ électromagnétique à ses sources dans le cas d'un dipôle oscillant.

Bloc 1 : Électrostatique

La notion de champ électrostatique a été introduite en classe de première S, cette partie constitue un approfondissement des lois quantitatives qui régissent le champ électrostatique. Les notions abordées sont donc centrées sur l'essentiel : distributions de charges, champ et potentiel. Pour le champ électrostatique et le potentiel, on se limite aux expressions dans le cas de charges ponctuelles.
L'accent est mis sur les propriétés intégrales du champ et sur le théorème de Gauss pour des situations présentant un haut degré de symétrie ; ce dernier est admis.
Des capacités sur la lecture des lignes de champ et des surfaces équipotentielles sont développées.
Le condensateur plan est introduit mais l'étude des conducteurs en équilibre électrostatique ne relève

pas du programme.
Une approche énergétique est conduite dans un cas simple : une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.
Le dipôle est traité, l'accent est mis sur les effets qualitatifs.
Les analogies avec la gravitation sont centrées sur l'application du théorème de Gauss.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.1. Électrostatique	
Loi de Coulomb. Champ électrostatique. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles. Principe de superposition. Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique. Symétries et invariances du champ électrostatique.	Exprimer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges. Citer quelques ordres de grandeur de champs électrostatiques. Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée. Relier les densités de charges de deux types de distributions modélisant une même situation. Déterminer la charge totale d'une distribution continue dans des situations simples. Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.
Circulation du champ électrostatique. Notion de potentiel électrostatique. Opérateur gradient.	Relier le champ électrostatique au potentiel. Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges. Citer l'expression de l'opérateur gradient en coordonnées cartésiennes. Déterminer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques. Déterminer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique dans les cas simples.
Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss. Cas de la sphère, du cylindre « infini » et du plan « infini ».	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ électrostatique peut être calculé à l'aide du théorème de Gauss. Établir les expressions des champs électrostatiques créés en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume, par un cylindre « infini » uniformément chargé en volume et par un plan « infini » uniformément chargé en surface. Établir et énoncer qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution. Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.

Étude du condensateur plan comme la superposition de deux distributions surfaciques, de charges opposées.	Établir et citer l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide.
Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentielles.	Orienter les lignes de champ électrostatique créées par une distribution de charges. Représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement. Associer les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. **Approche numérique :** à l'aide d'un logiciel dédié représenter des cartes de lignes de champ et d'équipotentielles.
Énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ électrostatique extérieur.	Établir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.
Notion de dipôle électrostatique, moment dipolaire. Champ et potentiel créés par un dipôle électrostatique. Dipôle électrostatique placé dans un champ électrostatique extérieur : actions subies et énergie potentielle d'interaction.	Exprimer le moment dipolaire d'un doublet de charges. Évaluer des ordres de grandeur dans le domaine microscopique. Expliciter l'approximation dipolaire. Représenter l'allure des lignes de champ et des surfaces équipotentielles d'un dipôle électrostatique. Établir et exploiter les expressions du champ et du potentiel créés par un doublet de charges dans l'approximation dipolaire. Expliquer qualitativement le comportement d'un dipôle placé dans un champ électrostatique extérieur. Établir et exploiter les expressions des actions mécaniques subies par un doublet de charges dans un champ électrostatique extérieur uniforme. Exploiter l'expression fournie de la force subie par un dipôle placé dans un champ électrostatique extérieur non uniforme. Citer et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'interaction.
Analogies avec la gravitation.	Utiliser le théorème de Gauss de la gravitation.

Bloc 2 : Magnétostatique

L'étude de la magnétostatique s'appuie le plus possible sur les différents aspects qualitatifs et quantitatifs vus en première année de MPSI, les étudiants sont donc déjà familiarisés avec le concept de champ magnétostatique. La loi de Biot et Savart n'est pas introduite ; l'utilisation de celle-ci pour calculer un champ magnétostatique est donc exclue.

Les distributions de courants surfaciques ne sont pas introduites à ce niveau du programme, elles le seront uniquement à l'occasion de la réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait.

On aborde les propriétés intégrales du champ et on utilise le théorème d'Ampère pour des calculs dans des cas présentant un haut degré de symétrie.

La notion de dipôle magnétique a déjà été vue, certaines capacités exigibles en classe de MPSI sont reprises, l'étude est complétée, les effets qualitatifs sont à connaître. On pourra, sur ce thème, souligner les analogies avec l'électrostatique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.2. Magnétostatique	
Courant électrique. Vecteur densité de courant volumique. Distributions de courant électrique filiformes.	Déterminer l'intensité du courant électrique traversant une surface orientée.
Symétries et invariances du champ magnétostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de courants. Identifier les invariances d'une distribution de courants. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de courants pour caractériser le champ magnétostatique créé.
Propriétés de flux et de circulation. Théorème d'Ampère. Applications au fil rectiligne « infini » de section non nulle et au solénoïde « infini ».	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ magnétostatique peut être calculé à l'aide du théorème d'Ampère. Citer quelques ordres de grandeur de champs magnétostatiques. Établir les expressions des champs magnétostatiques créés en tout point de l'espace par un fil rectiligne « infini » de section non nulle, parcouru par des courants uniformément répartis en volume, par un solénoïde « infini » en admettant que le champ est nul à l'extérieur. Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.
Lignes de champ, tubes de champ.	Orienter les lignes de champ magnétostatique créées par une distribution de courants. Associer les variations de l'intensité du champ magnétostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. **Approche numérique :** à l'aide d'un logiciel dédié représenter des cartes de lignes de champ magnétostatique.

Notion de dipôle magnétique. Moment magnétique.	Exprimer le moment magnétique d'une boucle de courant plane. Évaluer des ordres de grandeur dans les domaines macroscopique et microscopique.
Champ créé par un dipôle magnétique.	Expliciter l'approximation dipolaire. Représenter l'allure des lignes de champ d'un dipôle magnétique. Exploiter l'expression fournie du champ créé par un dipôle magnétique.
Dipôle magnétique placé dans un champ magnétostatique extérieur : actions subies et énergie potentielle d'interaction.	Expliquer qualitativement le comportement d'un dipôle passif placé dans un champ magnétostatique extérieur. Exploiter les expressions fournies des actions mécaniques subies par un dipôle magnétique dans un champ magnétostatique extérieur uniforme. Exploiter l'expression fournie de la force subie par un dipôle magnétique dans un champ magnétostatique extérieur non uniforme. Citer et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'interaction. **Approche documentaire** : Expérience de Stern et Gerlach : expliquer sans calculs les résultats attendus dans le cadre de la mécanique classique ; expliquer les enjeux de l'expérience.

Bloc 3 : Équations de Maxwell

Dans cette partie une vision cohérente des lois de l'électromagnétisme est présentée. Elle constitue une première approche quantitative du phénomène de propagation et permet également de revenir qualitativement sur l'induction étudiée en première année de MPSI.

Le professeur peut souligner que l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide par changement de référentiel galiléen peut se déduire de l'invariance des équations de Maxwell, ce qui permet d'effectuer un retour sur ce « principe » déjà énoncé en classe de terminale S.

Les lois locales de l'électrostatique relatives au potentiel constituent un support pertinent pour procéder à une approche numérique de la résolution d'une équation différentielle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.3. Équations de Maxwell	
Principe de la conservation de la charge : formulation locale.	Établir l'équation locale de la conservation de la charge en coordonnées cartésiennes dans le cas à une dimension.
Équations de Maxwell : formulations locale et intégrale.	Associer l'équation de Maxwell-Faraday à la loi de Faraday. Citer, utiliser et interpréter les équations de Maxwell sous forme intégrale. Associer le couplage spatio-temporel entre champ électrique et champ magnétique au phénomène de propagation. Vérifier la cohérence des équations de Maxwell avec l'équation locale de la conservation de la charge.

Équations de propagation des champs dans une région vide de charges et de courants.	Établir les équations de propagation à partir des équations de Maxwell.
Cas des champs statiques : équations locales. Équation de Poisson et équation de Laplace de l'électrostatique.	Établir les lois locales des champs statiques à partir des équations de Maxwell. Établir les équations de Poisson et de Laplace de l'électrostatique. **Approche numérique :** mettre en œuvre un outil de résolution numérique fourni pour déterminer une solution à l'équation de Laplace, les conditions aux limites étant fixées.

Bloc 4 : Énergie du champ électromagnétique

Aucun modèle relatif à la loi d'Ohm locale n'est exigible ; l'accent est mis sur les échanges d'énergie entre la matière et le champ électromagnétique, sur l'utilisation du flux du vecteur de Poynting pour évaluer une puissance rayonnée à travers une surface et sur les bilans d'énergie et de puissance.
Les éventuels liens avec la statique sont laissés à l'initiative du professeur dans le cadre de sa liberté pédagogique, aucun savoir-faire n'est exigible de la part des étudiants sur ce thème.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.4. Energie du champ électromagnétique	
Densité volumique de force électromagnétique. Puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge. Loi d'Ohm locale ; densité volumique de puissance Joule.	Établir et utiliser l'expression de la puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge. Analyser les aspects énergétiques dans le cas particulier d'un milieu ohmique.
Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting : bilan d'énergie.	Citer des ordres de grandeur de flux énergétiques moyens (flux solaire, laser,…) Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée. Effectuer un bilan d'énergie sous forme locale et intégrale. Interpréter chaque terme de l'équation locale de Poynting, l'équation locale de Poynting étant fournie.

Bloc 5 : Propagation et rayonnement

Cette partie est l'occasion d'illustrer l'efficacité du formalisme local des équations de Maxwell en insistant sur les aspects qualitatifs et sur la variété des applications qui en découlent.

Dans cette partie, on qualifiera de plane une onde par référence à sa dépendance spatiale f(x,t). Si le modèle de l'onde plane est présenté dans le cadre de l'espace vide de courant et de charge, les études des ondes électromagnétiques dans un plasma ainsi que dans un milieu ohmique permettent d'enrichir les compétences des étudiants sur les phénomènes de propagation en abordant, par exemple, l'effet de peau, le phénomène de dispersion, les notions de vitesse de groupe et de phase et de fréquence de coupure.

La réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait et son confinement dans une cavité permettent aux étudiants d'approfondir leurs connaissances sur les ondes stationnaires et de découvrir des savoir-faire spécifiques permettant leur étude efficace. La notion de densité de courant surfacique est introduite mais le calcul de l'intensité à travers un segment ne relève pas du programme.

Enfin, l'étude du rayonnement dipolaire est l'occasion de procéder à une approche qualitative approfondie : d'une part l'expression des champs peut être justifiée en utilisant des arguments simples (symétrie, analyse dimensionnelle, conservation de l'énergie,…) et d'autre part des approches documentaire et expérimentale visent à privilégier les applications dans le domaine des télécommunications et la compréhension de certains phénomènes physiques naturels.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.5. Propagation et rayonnement	
Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant ; onde plane progressive et aspects énergétiques.	Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension. Décrire la structure d'une onde plane et d'une onde plane progressive dans l'espace vide de charge et de courant.
Onde plane progressive monochromatique. Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement.	Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane monochromatique. Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications. Reconnaître une onde polarisée rectilignement. **Utiliser des polariseurs et étudier quantitativement la loi de Malus.**
Propagation d'une onde plane transverse progressive monochromatique dans un plasma localement neutre et peu dense. Vitesse de phase, vitesse de groupe. Cas de l'ionosphère.	Utiliser la notation complexe et établir la relation de dispersion. Définir le phénomène de dispersion. Expliquer la notion de fréquence de coupure et citer son ordre de grandeur dans le cas de l'ionosphère. Décrire la propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu linéaire dispersif par superposition d'ondes planes progressives monochromatiques. Calculer la vitesse de groupe à partir de la relation de dispersion. Associer la vitesse de groupe à la propagation de l'enveloppe du paquet d'ondes. **Approche documentaire :** à l'aide de données sur l'ionosphère illustrer quelques aspects des télécommunications.
Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu ohmique en régime lentement variable. Effet de peau. Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire. Applications aux cavités à une dimension. Mode d'onde stationnaire.	Établir et interpréter l'expression de la grandeur caractéristique d'atténuation de l'onde électromagnétique dans un milieu ohmique. Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies. Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface. Reconnaître et caractériser une onde stationnaire. Utiliser la méthode de séparation des variables. **Mettre en œuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique, dans le domaine des ondes centimétriques.**
Champ électromagnétique rayonné par un dipôle oscillant dans la zone de rayonnement. Puissance	Justifier le choix du modèle du dipôle oscillant et citer des exemples dans différents domaines.

rayonnée.	Formuler et commenter les approximations reliant les trois échelles de longueur pertinentes. Analyser la structure du champ électromagnétique rayonné, les expressions des champs étant fournies, en utilisant des arguments généraux : symétrie, conservation de l'énergie et analyse dimensionnelle. Effectuer un bilan énergétique, les expressions des champs étant fournies. Représenter l'indicatrice de rayonnement. **Détecter une onde électromagnétique rayonnée.** **Approche documentaire :** expliquer certaines propriétés optiques de l'atmosphère (couleur du ciel, du Soleil couchant, polarisation,…) en lien avec le thème du rayonnement dipolaire.

5. Thermodynamique

Le programme de thermodynamique de MP s'inscrit dans le prolongement du programme de MPSI : les principes de la thermodynamique sont désormais écrits sous forme infinitésimale $dU+dE = \delta W+\delta Q$ et $dS = \delta S_e + \delta S_c$. Le premier principe infinitésimal est réinvesti dans l'étude des transferts thermiques.

Après une partie consacrée aux systèmes ouverts, le programme s'articule autour de la problématique des transferts thermiques :

- pour la diffusion thermique, la mise en équation est limitée au cas des solides ; on peut utiliser les résultats ainsi établis dans d'autres situations, notamment dans des fluides, en affirmant la généralisation des équations obtenues dans les solides. Les mises en équations locales sont faites exclusivement sur des géométries où une seule variable d'espace intervient. On admet ensuite les formes générales des équations en utilisant les opérateurs d'analyse vectorielle. Enfin, aucune connaissance spécifique sur les solutions d'une équation de diffusion ne figure au programme.

- la loi phénoménologique de Newton à l'interface entre un solide et un fluide est introduite.

- les transferts thermiques par rayonnement sont abordés uniquement au travers d'une activité expérimentale.

Objectifs de formation

Le cours de thermodynamique de MP permet un réinvestissement du cours de thermodynamique de MPSI et contribue à asseoir les compétences correspondantes. Au-delà, l'étude de la diffusion thermique contribue à consolider la maîtrise d'outils puissants (divergence, laplacien) dans un contexte concret. Les compétences développées sont :

- identifier la nature des transferts thermiques ;

- réaliser des bilans d'énergie ;

- analyser et résoudre des équations aux dérivées partielles (analyse en ordre de grandeur, conditions initiales, conditions aux limites).

Notions et contenus	Capacités exigibles
5.1. Systèmes ouverts en régime stationnaire	
Formulation des principes de la thermodynamique pour une transformation élémentaire. Premier et deuxième principes de la thermodynamique pour un système ouvert en régime stationnaire, dans le seul cas d'un écoulement unidimensionnel dans la section d'entrée et la section de sortie.	Utiliser avec rigueur les notations *d* et δ en leur attachant une signification. Établir les relations $\Delta h+\Delta e = w_u+q$ et $\Delta s = s_e+s_c$ et les utiliser pour étudier des machines thermiques réelles à l'aide du diagramme (p,h).
5.2. Transferts thermiques	
Conduction, convection et rayonnement.	Reconnaître un mode de transfert thermique. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental utilisant une caméra thermique ou un capteur dans le domaine des infrarouges.**
Vecteur densité de flux thermique.	Calculer un flux thermique à travers une surface orientée et interpréter son signe.
Premier principe de la thermodynamique.	Effectuer un bilan local d'énergie interne pour un solide dans le cas d'une situation à une variable d'espace en géométrie cartésienne, cylindrique ou sphérique.
Loi de Fourier.	Interpréter et utiliser la loi phénoménologique de Fourier. Citer quelques ordres de grandeur de conductivité thermique dans les conditions usuelles : air, eau, verre, acier. **Mesurer la conductivité thermique d'un matériau.**
Équation de la diffusion thermique.	Établir l'équation de la diffusion thermique sans terme de source au sein d'un solide dans le cas d'une situation à une variable d'espace en géométrie cartésienne, cylindrique ou sphérique. Utiliser une généralisation de l'équation de la diffusion en présence d'un terme de source. Utiliser une généralisation en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur laplacien et son expression fournie. Analyser une équation de diffusion thermique en ordre de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle. **Approche numérique :** mettre en œuvre un outil de résolution numérique fourni pour déterminer une solution à l'équation de la diffusion thermique, les conditions aux limites et les conditions initiales étant fixées.
Régime stationnaire. Résistance thermique.	Définir la notion de résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique. Déterminer l'expression de la résistance thermique d'un solide dans le cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Exploiter les lois d'association de résistances thermiques.
Coefficient de transfert thermique de surface h, loi de Newton.	Utiliser la loi de Newton comme condition aux limites à une interface solide-fluide.

6. Physique quantique

Cette partie s'inscrit dans le prolongement des programmes du lycée et de la classe de MPSI. Il s'agit cependant de dépasser l'approche descriptive et qualitative et de donner aux étudiants leurs premiers outils quantitatifs d'analyse. Le cœur de cet enseignement est construit sur la mécanique ondulatoire de Schrödinger et propose des résolutions complètes d'exemples simples mais fondamentaux pour la bonne compréhension de problèmes plus complexes : particule dans une marche de potentiel et effet tunnel, particule dans un puits de potentiel infini et quantification de l'énergie d'une particule confinée. On se limitera à l'introduction heuristique de la dualité onde/particule et de la densité de courant de probabilité pour une particule libre sans développer la notion de paquet d'ondes. L'accent doit être mis sur l'interprétation et l'exploitation des résultats et non pas sur les calculs, non exigibles pour l'exemple plus délicat de la barrière de potentiel. Le professeur pourra au contraire, s'il le souhaite, proposer des analyses de graphes, des exploitations de formules analytiques fournies, des estimations numériques, des simulations… afin d'aborder des modélisations plus réalistes.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- mettre en relation les effets quantiques avec les prédictions classiques ;
- mobiliser ses savoir-faire sur les ondes pour interpréter les phénomènes quantiques ;
- être en mesure de prévoir des effets quantiques grâce à des estimations numériques ;
- passer de la description corpusculaire à une description ondulatoire d'une particule ;
- utiliser le principe de superposition.

Notions et contenus	Capacités exigibles
6.1. Fonction d'onde et équation de Schrödinger	
Fonction d'onde ψ d'une particule sans spin et densité de probabilité de présence. Équation de Schrödinger à une dimension dans un potentiel V(x). États stationnaires de l'équation de Schrödinger.	Interpréter en termes de probabilité l'amplitude d'une onde associée à une particule. Utiliser le caractère linéaire de l'équation (principe de superposition). Procéder à la séparation des variables temps et espace. Distinguer l'onde associée à un état stationnaire en mécanique quantique d'une onde stationnaire au sens usuel de la physique des ondes. Relier l'énergie de la particule à l'évolution temporelle de sa fonction d'onde et faire le lien avec la relation de Planck-Einstein. Identifier le terme associé à l'énergie cinétique.
6.2. Particule libre	
Fonction d'onde d'une particule libre non localisée. Relation de de Broglie.	Établir les solutions. Connaître et interpréter la difficulté de normalisation de cette fonction d'onde. Relier l'énergie de la particule et le vecteur d'onde de l'onde plane associée.

Inégalité d'Heisenberg spatiale et paquet d'ondes. Densité de courant de probabilité associée à une particule libre.	Expliquer, en s'appuyant sur l'inégalité d'Heisenberg spatiale, que la localisation de la particule peut s'obtenir par superposition d'ondes planes. Utiliser l'expression admise $\boldsymbol{J} = \lvert\psi\rvert^2 \dfrac{\hbar \boldsymbol{k}}{m}$ par analogie avec la densité de courant électrique.
6.3. États stationnaires d'une particule dans des potentiels constants par morceaux	
États stationnaires d'une particule dans le cas d'une marche de potentiel Cas E > V : probabilité de transmission et de réflexion. Cas E < V : évanescence.	Citer des exemples physiques illustrant cette problématique. Exploiter les conditions de continuité (admises) relatives à la fonction d'onde. Établir la solution dans le cas d'une particule incidente sur une marche de potentiel. Expliquer les différences de comportement par rapport à une particule classique Déterminer les coefficients de transmission et de réflexion en utilisant les courants de probabilités Reconnaître l'existence d'une onde évanescente et la caractériser.
Barrière de potentiel et effet tunnel.	Décrire qualitativement l'influence de la hauteur ou de largeur de la barrière de potentiel sur le coefficient de transmission. Exploiter un coefficient de transmission fourni. **Approche documentaire** : en utilisant le coefficient de transmission fourni, expliquer le rôle de l'effet tunnel dans la radioactivité α ou la microscopie à effet tunnel.
États stationnaires d'une particule dans un puits de potentiel infini. Énergie de confinement.	Établir les solutions et les niveaux d'énergie de la particule confinée. Identifier les analogies avec la corde vibrante. Estimer l'énergie d'une particule confinée dans son état fondamental pour un puits non rectangulaire. Associer l'analyse à l'inégalité d'Heisenberg.
6.4. États non stationnaires d'une particule	
Combinaison linéaire d'états stationnaires.	Expliquer qu'une superposition de deux états stationnaires engendre une évolution au cours du temps de l'état de la particule. Établir l'expression de la densité de probabilité de présence de la particule dans le cas d'une superposition de deux états stationnaires ; interpréter le résultat. **Approche numérique** : en utilisant un logiciel dédié, décrire l'évolution temporelle d'une particule confinée (puits infini, oscillateur harmonique,…).

7. Éléments de thermodynamique statistique

L'objectif de cette partie est de relier certaines propriétés macroscopiques d'un système constitué d'un grand nombre de particules avec celles des constituants microscopiques.

Le facteur de Boltzmann est introduit de manière inductive à partir du modèle d'atmosphère isotherme. L'étude des systèmes à spectre discret d'énergies est l'occasion de montrer, qu'à température donnée, l'énergie fluctue et que les fluctuations relatives diminuent avec la taille du système. L'étude des systèmes à deux niveaux, conduite de manière plus exhaustive, permet une analyse plus fine des phénomènes.

Le théorème d'équipartition de l'énergie est l'occasion de procéder à une évaluation des capacités thermiques des gaz et des solides

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- évaluer certaines grandeurs macroscopiques en fonction de paramètres microscopiques ;

- mettre en œuvre des modes de raisonnement relevant du domaine de l'analyse statistique et probabiliste ;

- relier l'étude des systèmes à spectre discret d'énergies avec le phénomène de quantification de l'énergie vu dans le cours d'introduction à la physique quantique ;

- affiner la compréhension de certaines grandeurs de la thermodynamique classique comme l'énergie, la température, la capacité thermique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
7.1. Monde microscopique, monde macroscopique	
Échelles microscopique, mésoscopique et macroscopique.	Définir chacune de ces échelles et en expliquer la pertinence.
7.2. Facteur de Boltzmann	
Modèle de l'atmosphère isotherme.	Établir la variation de la pression avec l'altitude dans l'hypothèse d'une atmosphère isotherme.
Poids de Boltzmann d'une particule indépendante à l'équilibre avec un thermostat.	Interpréter la loi du nivellement barométrique avec le poids de Boltzmann. Reconnaître un facteur de Boltzmann. Comparer k_BT à des écarts d'énergie et estimer les conséquences d'une variation de température.
7.3. Systèmes à spectre discret d'énergies	
Probabilité d'occupation d'un état d'énergie non dégénéré par une particule indépendante.	Exprimer la probabilité d'occupation d'un état d'énergie en utilisant la condition de normalisation. Exploiter un rapport de probabilités entre deux états.
Énergie moyenne et écart quadratique moyen.	Exprimer sous forme d'une somme sur ses états l'énergie moyenne et l'écart-quadratique énergétique d'un système.
Cas d'un système à N particules indépendantes.	Expliquer pourquoi les fluctuations relatives d'énergie régressent quand la taille du système augmente et associer cette régression au caractère

Système à deux niveaux non dégénérés d'énergies $\pm\varepsilon$.	quasi-certain des grandeurs thermodynamiques. Citer des exemples de systèmes modélisables par un système à deux niveaux. Déterminer l'énergie moyenne et la capacité thermique de ce système. Interpréter l'évolution de l'énergie moyenne avec la température, notamment les limites basse et haute température. Relier les fluctuations d'énergies à la capacité thermique.
7.4. Capacités thermiques classiques des gaz et des solides	
Théorème d'équipartition pour un degré de liberté énergétique indépendant quadratique.	Connaître et exploiter la contribution $k_BT/2$ par degré quadratique à l'énergie moyenne.
Capacité thermique molaire des gaz classiques dilués monoatomiques et diatomiques. Capacité thermique molaire des solides dans le modèle d'Einstein classique : loi de Dulong et Petit.	Dénombrer de degrés de libertés énergétiques quadratiques indépendants et en déduire la capacité thermique molaire d'un système.

8. Thermodynamique de la transformation chimique

La transformation de la matière a été abordée au début de la classe de MPSI ; les changements d'état du corps pur ont été évoqués et le critère d'évolution d'un système chimique en transformation a été présenté sans être démontré. Ce dernier a été utilisé au travers de l'étude de l'évolution des systèmes chimiques, étude restreinte au cas où une seule réaction modélise la transformation.

Le but de cette partie est double : d'une part aborder les transferts thermiques d'un système engagé dans une transformation chimique, et d'autre part établir et utiliser le critère d'évolution spontané d'un système chimique, ce qui nécessite l'introduction de la fonction G et du potentiel chimique.

On adopte pour les potentiels chimiques une expression générale $\mu_i(T,\text{composition}) = \mu_i°(T) + RT\ln(a_i)$ qui fait référence aux expressions des activités vues en première année. L'établissement de cette expression est hors programme. L'influence de la pression sur le potentiel chimique d'un constituant en phase condensée pure n'est pas abordée. On se limite aux cas d'une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélanges idéaux de gaz parfaits, avec référence à l'état standard.

Les grandeurs standard de réaction sont introduites. Pour le calcul des grandeurs standard de réaction, les enthalpies et entropies standard de réaction sont supposées indépendantes de la température. D'une part, le calcul de ces grandeurs à 298 K à partir de tables de données thermodynamiques rend possible, pour un système engagé dans une transformation physico-chimique, une estimation du transfert thermique qui peut être confrontée à l'expérience. D'autre part, les grandeurs standard de réaction permettent la détermination de la valeur de la constante thermodynamique K° caractéristique d'une réaction, valeur qui était simplement donnée en première année. C'est ainsi l'occasion de revenir sur la détermination de la composition du système physico-chimique en fin d'évolution.

Pour un système en équilibre, le calcul de la variance permet, *via* l'identification méthodique des variables intensives de description, une caractérisation de l'état intensif de celui-ci par la détermination de son « nombre de degrés de liberté ». L'utilisation du théorème de Gibbs ne relève pas du programme.

La notion d'affinité chimique n'est pas utilisée, le sens d'évolution spontanée d'un système hors d'équilibre, à température et pression fixées, est déterminé par le signe de Δ_rG.

Enfin, l'étude de l'influence de la modification d'un paramètre (pression, température ou composition) sur un système chimique permet d'aborder la problématique de l'optimisation des conditions opératoires d'une synthèse. L'étude de tout ou partie d'une unité de synthèse industrielle est conduite à l'aide d'une approche documentaire.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- choisir de manière rigoureuse et décrire le système physico-chimique étudié ;
- distinguer modélisation d'une transformation chimique (réaction chimique et écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- utiliser des tables de données thermodynamiques ;
- confronter des grandeurs calculées à des mesures expérimentales.

Notions et contenus	Capacités exigibles
8.1 Application du premier principe à la transformation chimique	
État standard. Enthalpie standard de réaction. Enthalpie standard de changement d'état. Enthalpie standard de formation, état standard de référence d'un élément. Loi de Hess.	Déterminer l'enthalpie standard de réaction à l'aide de tables de données thermodynamiques ou de la loi de Hess.
Effets thermiques pour une transformation isobare : - transfert thermique causé par la transformation chimique en réacteur isobare isotherme (relation $\Delta H = Q_p = \xi\, \Delta_r H°$) ; - transformation chimique exothermique ou endothermique.	Prévoir le sens du transfert thermique entre le système en transformation chimique et le milieu extérieur. Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique. **Mettre en œuvre une démarche expérimentale mettant en jeu des effets thermiques d'une transformation chimique.**
8.2 Application du second principe à la transformation chimique	
Potentiel thermodynamique ; enthalpie libre d'un système. Potentiel chimique ; enthalpie libre d'un système chimique.	Justifier que G est le potentiel thermodynamique adapté à l'étude des transformations isothermes, isobares et spontanées. Citer l'expression de la différentielle de G ; distinguer les caractères intensif ou extensif des variables utilisées. Définir le potentiel chimique à l'aide de la fonction G et donner l'expression (admise) du potentiel chimique d'un constituant en fonction de son activité. Exprimer l'enthalpie libre d'un système chimique en fonction des potentiels chimiques.

Enthalpie libre de réaction. Enthalpie libre standard de réaction. Relation entre $\Delta_r G$, $\Delta_r G°$ et Q_r ; évolution d'un système chimique. Entropie molaire standard absolue. Entropie standard de réaction $\Delta_r S°$.	Relier création d'entropie et enthalpie libre de réaction lors d'une transformation d'un système physico-chimique à p et T fixées. Prévoir le sens d'évolution à p et T fixées d'un système physico-chimique dans un état donné à l'aide de l'enthalpie libre de réaction. Déterminer les grandeurs standard de réaction à l'aide de tables de données thermodynamiques ou de la loi de Hess. Déterminer les grandeurs standard de réaction d'une réaction dont l'équation est combinaison linéaire d'autres équations de réaction. Interpréter ou prévoir le signe de l'entropie standard de réaction.
Constante d'équilibre ; relation de Van't Hoff. Relation entre $\Delta_r G$, K° et Q_r. État final d'un système : équilibre chimique ou transformation totale.	Définir la constante thermodynamique d'équilibre à partir de l'enthalpie libre standard de réaction. Prévoir le sens d'évolution à p et T fixées d'un système physico-chimique dans un état donné à l'aide de Q_r et K°. Énoncer et exploiter la relation de Van't Hoff. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre thermodynamique à une température quelconque. Déterminer la valeur d'une constante d'équilibre thermodynamique d'une réaction par combinaison de constantes d'équilibres thermodynamiques d'autres réactions. Déterminer la composition chimique d'un système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique. **Mettre une œuvre une démarche expérimentale pour déterminer la valeur d'une constante d'équilibre en solution aqueuse.**
Caractérisation de l'état intensif d'un système en équilibre : nombre de degrés de liberté (variance) d'un système à l'équilibre. Optimisation d'un procédé chimique : - par modification de la valeur de K° ; - par modification de la valeur du quotient réactionnel.	Reconnaître si une variable intensive est ou non un paramètre d'influence d'un équilibre chimique. Recenser les variables intensives pertinentes de description du système à l'équilibre pour en déduire le nombre de degrés de liberté de celui-ci. Identifier les paramètres d'influence et leur sens d'évolution pour optimiser une synthèse ou minimiser la formation d'un produit secondaire indésirable. **Approche documentaire** : à partir de documents décrivant une unité de synthèse industrielle, analyser les choix industriels, aspects environnementaux inclus.

9. Électrochimie

L'approche adoptée dans cette partie est principalement qualitative, et en dehors de l'étude thermodynamique d'une pile, elle ne requiert aucun formalisme physique ou mathématique.

Les caractéristiques générales des courbes courant-potentiel sont présentées sur différents exemples afin que les étudiants soient capables de proposer l'allure qualitative de courbes à partir d'un ensemble de données cinétiques et thermodynamiques fournies.
Ces courbes sont utilisées pour justifier ou prévoir le fonctionnement de dispositifs d'intérêt industriel, économique et écologique mettant en jeu la conversion énergie chimique-énergie électrique ou énergie électrique-énergie chimique , qu'ils soient sièges de réactions d'oxydoréduction spontanées (piles électrochimiques, piles à combustibles, phénomènes de corrosion humide) ou forcées (électrolyseurs et accumulateurs).

L'ensemble des aspects étudiés donne lieu à des activités expérimentales qui visent à illustrer les phénomènes présentés et à souligner l'intérêt des dispositifs électrochimiques pour la détermination de grandeurs thermodynamiques et électrochimiques.

Les approches documentaires permettent de mettre en évidence la complexité de ces dispositifs de conversion d'énergie, au-delà de l'aspect strictement électrochimique.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- choisir de manière rigoureuse et décrire le système physico-chimique étudié ;
- élaborer qualitativement des outils graphiques à partir d'un ensemble de données ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
9.1. Approche qualitative de la cinétique électrochimique	
Surtension.	Décrire le montage à trois électrodes permettant de mesurer une surtension.
Allure des courbes courant-potentiel (intensité ou densité de courant) : - systèmes rapides et systèmes lents ; - nature de l'électrode ; - courant limite de diffusion ; - vagues successives ; - mur du solvant.	Associer vitesse de réaction électrochimique et intensité du courant. Reconnaître le caractère lent ou rapide d'un système à partir des courbes courant-potentiel. Identifier les espèces électroactives pouvant donner lieu à une limitation en courant par diffusion. À partir de relevés expérimentaux, associer l'intensité du courant limite de diffusion à la concentration du réactif et à la surface immergée de l'électrode. Donner l'allure qualitative de branches d'oxydation ou de réduction à partir de données de potentiels standard, concentrations et surtensions de « seuil ». **Mettre en œuvre un protocole expérimental utilisant des courbes courant-potentiel.**

9.2. Phénomènes de corrosion humide	
Transformations spontanées : notion de potentiel mixte.	Positionner qualitativement un potentiel mixte sur un tracé de courbes courant-potentiel.
Potentiel de corrosion, intensité de courant de corrosion, densité de courant de corrosion. Corrosion uniforme en milieu acide ou en milieu neutre oxygéné. Corrosion différentielle par hétérogénéité du support ou du milieu. .	Interpréter qualitativement un phénomène de corrosion uniforme à l'aide de données expérimentales, thermodynamiques et cinétiques. Citer des facteurs aggravants de la corrosion. Interpréter qualitativement un phénomène de corrosion différentielle faisant intervenir deux métaux à l'aide de courbes courant-potentiel.
Protection contre la corrosion : - revêtement ; - passivation ; - anode sacrificielle ; - protection électrochimique par courant imposé.	Exploiter des tracés de courbes courant-potentiel pour expliquer qualitativement : - la qualité de la protection par un revêtement métallique ; - le fonctionnement d'une anode sacrificielle. **Mettre en œuvre des protocoles illustrant les phénomènes de corrosion et de protection.**

9.3. Énergie chimique et énergie électrique : conversion et stockage	
Conversion énergie chimique en énergie électrique : Approche thermodynamique. Approche cinétique.	 Établir l'inégalité reliant la variation d'enthalpie libre et le travail électrique. Citer la relation entre la tension à vide d'une pile et l'enthalpie libre de réaction. Déterminer la capacité d'une pile en Ah. Utiliser les courbes courant-potentiel pour expliquer le fonctionnement d'une pile électrochimique et prévoir la valeur de la tension à vide. Citer les paramètres influençant la résistance interne du dispositif électrochimique. **Mettre en œuvre une démarche expérimentale utilisant des piles.**
Conversion énergie électrique en énergie chimique : Caractère forcé de la transformation. Électrolyseur. Recharge d'un accumulateur.	 Utiliser les courbes courant-potentiel pour expliquer le fonctionnement d'un électrolyseur et prévoir la valeur de la tension de seuil. Utiliser les courbes courant-potentiel pour justifier les contraintes dans la recharge d'un accumulateur. **Approche documentaire** : à partir de documents sur des accumulateurs (lithium ion, nickel-métal hydrure,…), comparer la constitution, le fonctionnement et l'efficacité de tels dispositifs.

Appendice 1 : matériel

Cette liste complète celle donnée en annexe 1 du programme de physique chimie de la classe de MPSI. Elle regroupe avec celle-ci le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de ces listes lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

1. **Domaine optique**
- Polariseur dichroïque
- Interféromètre de Michelson motorisé
- Capteur CCD

2. **Domaine électrique**
- Oscilloscope numérique avec analyseur de spectre
- Émetteur et récepteur dans le domaine des ondes centimétriques

3. **Domaine thermodynamique**
- Caméra thermique

Appendice 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maîtrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique de la classe de MP sont d'une part ceux qui figurent dans l'annexe 2 du programme de la classe de MPSI et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Le thème « analyse vectorielle » n'a pas fait l'objet d'une rubrique en première année, l'expression des différents opérateurs introduits sont exigibles en coordonnées cartésiennes. Les expressions des opérateurs en coordonnées cylindriques et sphériques et les formules d'analyse vectorielle ne sont pas exigibles ; elles doivent donc être systématiquement rappelées.

Le thème « analyse de Fourier » prolonge l'étude de l'outil « séries de Fourier » abordée en MPSI et réutilisée en classe de MP, on étend la décomposition d'un signal périodique comme somme de ses harmoniques à l'expression d'un signal non périodique sous forme d'une intégrale (synthèse spectrale). Aucun résultat n'est exigible, on souligne en revanche la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).

Dans le thème « équations aux dérivées partielles », aucune méthode générale d'étude n'est exigible : on se limite à chercher des solutions d'une forme donnée par substitution, menant ainsi soit à des équations différentielles classiques, soit à une relation de dispersion. L'accent sera mis sur le rôle des conditions aux limites.

Les capacités relatives à la notion de différentielle d'une fonction de plusieurs variables sont limitées à l'essentiel, elles seront mobilisées principalement dans le cours de chimie sur la thermodynamique de la transformation chimique ; les fondements feront l'objet d'une étude dans le cadre du chapitre « calcul différentiel » du cours de mathématique.

L'introduction d'éléments de thermodynamique statistique est l'occasion d'utiliser des notions simples sur les variables aléatoires.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse vectorielle	
a) gradient.	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction f est perpendiculaire aux surfaces iso-f et orienté dans le sens des valeurs croissantes de f.
b) divergence.	Citer et utiliser le théorème d'Ostrogradski. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
c) rotationnel.	Citer et utiliser le théorème de Stokes. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
d) laplacien d'un champ scalaire.	Définir $\Delta f = \mathrm{div}\,(\mathbf{grad}\, f)$. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
e) laplacien d'un champ de vecteurs .	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes
f) cas des champs proportionnels à $\exp(i\omega t - i\mathbf{k.r})$ ou $\exp(i\mathbf{k.r} - i\omega t)$	Exprimer l'action des opérateurs d'analyse vectorielle sur un tel champ à l'aide du vecteur $i\mathbf{k}$.
2. Analyse de Fourier	
Décomposition d'une fonction périodique en série de Fourier.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni. Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial.
Synthèse spectrale d'un signal non périodique.	Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial. Citer et utiliser la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).
3. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert, équation de Schrödinger.	Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution fréquemment rencontrée dans un domaine de la physique à un autre domaine. Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.
4. Calcul différentiel	
Différentielle d'une fonction de plusieurs variables. Dérivées partielles.	Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Identifier la valeur d'une dérivée partielle, l'expression de la différentielle étant donnée.
5. Variables aléatoires	
Variables aléatoires discrètes. Variables aléatoires à densité.	Espérance et écart-type d'une variable aléatoire discrète. Espérance d'une variable aléatoire à densité.

Appendice 3 : outils transversaux

La liste ci-dessous explicite un certain nombre d'outils transversaux dont la maîtrise est indispensable au physicien. Leur apprentissage progressif et contextualisé doit amener les étudiants au bout des deux années de CPGE à en faire usage spontanément quel que soit le contexte. S'agissant de l'analyse dimensionnelle, il convient d'éviter tout dogmatisme : en particulier la présentation de la dimension d'une grandeur par le biais de son unité dans le système international est autorisée. S'agissant de la recherche d'une expression par analyse dimensionnelle il ne s'agit en aucun cas d'en faire un exercice de style : en particulier le théorème Pi de Buckingham est hors-programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse de pertinence	
Homogénéité d'une expression.	Contrôler l'homogénéité d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs mise en jeu.
Caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs mise en jeu.
Sens de variation d'une expression par rapport à un paramètre.	Interpréter qualitativement et en faire un test de pertinence.
Limites d'une expression pour des valeurs nulles ou infinies des paramètres.	Tester les limites d'une expression. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Nullité d'une expression.	Repérer l'annulation d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Divergence d'une expression.	Repérer la divergence d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence. Proposer éventuellement des éléments non pris en compte dans le modèle susceptibles de brider la divergence (frottements, non linéarités, etc…).

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Calcul numérique.	
Calcul numérique d'une expression.	Calculer sans outil l'ordre de grandeur (puissance de dix) d'une expression simple. Afficher un résultat numérique avec un nombre de chiffres significatifs cohérent avec les données et une unité correcte dans le cas d'un résultat dimensionné. Commenter un résultat numérique (justification d'une approximation, comparaisons à des valeurs de référence bien choisies, etc.). En faire un test de pertinence.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Outils de communication	
Tableaux de données numériques simples.	Transformer un tableau de données numériques en représentation graphique. Renseigner correctement les axes.
Exploitation d'une représentation graphique.	Repérer les comportements intéressants dans le contexte donné : monotonie, extrema, branches infinies, signes. Interpréter le caractère localement rectiligne selon qu'on travaille en échelles linéaire, semi-logarithmique ou log-log.
Schémas et figures.	Transposer un texte en une figure schématisant les éléments essentiels. Élaborer une courte synthèse à partir de plusieurs éléments graphiques : tableaux, schémas, courbes...

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Analyse dimensionnelle	
Dimension d'une expression.	Déterminer la dimension d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Recherche d'une expression de type monôme par analyse dimensionnelle.	Déterminer les exposants d'une expression de type monôme $E=A^{\alpha}B^{\beta}C^{\chi}$ par analyse dimensionnelle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Analyse d'ordre de grandeur	
Comparaison en ordre de grandeur des différents termes d'une équation différentielle ou d'une équation aux dérivées partielles.	À partir d'une mise en évidence des échelles pertinentes d'un problème, évaluer et comparer l'ordre de grandeur des différents termes d'une équation afin de la simplifier en conséquence.

Classe préparatoire scientifique

Programmes de mathématiques, de physique et de chimie de la classe préparatoire scientifique physique et chimie (PC)

NOR : ESRS1326926A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 24-12-2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 20-6-1996 modifié ; avis du ministre de la défense du 24-10-2013 ; avis du Cneser du 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - Les programmes de seconde année de mathématiques, de physique et de chimie de la classe préparatoire scientifique physique et chimie (PC), figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 de l'arrêté du 20 juin 1996 modifié susvisé, sont remplacés par ceux figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Annexe 1
Mathématiques

Annexe 2
Physique

Annexe 3
Chimie

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : scientifique

Voie : Physique et chimie (PC)

Discipline : Mathématiques

Seconde année

Classe préparatoire PC
Programme de mathématiques

Table des matières

Le programme de mathématiques de PC, dans le prolongement de celui de PCSI, s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Objectifs de formation

La formation mathématique en classe préparatoire scientifique vise deux objectifs :
– l'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstrations des théorèmes figurant au programme ;
– le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique permet de développer :
– **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
– **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
– **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
– **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
– **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
– **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies
Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.
Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser
Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

Représenter
Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemple, la géométrie apparaît comme un champ d'utilisation des concepts développés en algèbre linéaire et euclidienne ; les probabilités utilisent le vocabulaire ensembliste et illustrent certains résultats d'analyse.
Percevoir la globalité et la complexité du monde réel exige le croisement des regards disciplinaires. Ainsi, les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes…).
La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.
Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

Architecture et contenu du programme

L'étude de chaque domaine du programme (analyse, algèbre, probabilités) permet de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, et d'établir des liens avec les autres disciplines.
Afin de contribuer au développement des compétences de modélisation et de représentation, le programme préconise le recours à des figures géométriques pour aborder l'algèbre linéaire, les espaces euclidiens, les fonctions d'une ou plusieurs variables réelles, les fonctions vectorielles.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier prolonge l'étude de l'algèbre linéaire abordée en première année et aboutit à la théorie de la réduction dont il développe quelques applications. Le second, consacré à l'algèbre euclidienne, met l'accent sur les relations entre les points de vue vectoriel, matriciel et géométrique, notamment à travers une étude spécifique aux dimensions deux et trois. Le théorème spectral établit un lien entre ces deux volets.
Le vocabulaire sur les structures algébriques est introduit au fur et à mesure des besoins.

Le programme d'analyse est introduit par un chapitre de topologie des espaces vectoriels normés. Celui-ci s'attache à développer et illustrer les notions générales dans le cadre de la dimension finie avant d'aborder celui des espaces fonctionnels. L'introduction des normes de la convergence uniforme, en moyenne ou en moyenne quadratique pose le cadre topologique de l'étude des suites et séries de fonctions, qui aboutit aux théorèmes classiques de régularité et d'interversion. Cette étude bénéficie de l'introduction de nouveaux outils relatifs aux séries numériques, permettant de compléter l'approche qui en a été faite en première année.
Le chapitre sur les séries entières permet de construire des fonctions de variable complexe et de fournir un outil pour la résolution d'équations différentielles linéaires.
La généralisation aux fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ des résultats d'analyse réelle étudiés en première année fournit, avec une étude modeste des arcs paramétrés, une nouvelle occasion de relier les registres analytique et géométrique.
L'étude de l'intégration, entamée en première année dans le cadre des fonctions continues sur un segment, se poursuit dans celui des fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque. L'intégrale généralisée est un intermédiaire à l'introduction de la notion de fonction intégrable, qui permet d'énoncer les théorèmes classiques sur l'intégration des suites et séries de fonctions et sur les intégrales à paramètre.
Le chapitre relatif au calcul différentiel à plusieurs variables est limité au cas des fonctions numériques de deux ou trois variables réelles. Il fournit des méthodes et des outils opérationnels pour résoudre des problèmes pouvant être issus d'autres disciplines scientifiques (recherche d'extremums, équations aux dérivées partielles). Il comporte un paragraphe présentant les premières notions de géométrie différentielle et favorise ainsi les interprétations et visualisations géométriques.
L'étude des équations et des systèmes différentiels est limitée au cas linéaire, dont les interventions sont fréquentes tant en mathématiques que dans les autres disciplines scientifiques. L'utilisation dans ce cadre du théorème de Cauchy permet d'établir la structure de l'ensemble des solutions, illustrant la pertinence des outils de l'algèbre linéaire pour résoudre des problèmes d'origine analytique. Le cas particulier où les coefficients sont constants permet de mettre en œuvre des techniques de réduction matricielle.

L'enseignement des probabilités présente brièvement le formalisme de Kolmogorov, qui sera repris dans le cursus ultérieur des étudiants. Son objectif majeur est l'étude des variables aléatoires discrètes, en prolongement des variables finies étudiées en première année, ce qui permet d'élargir aux processus stochastiques à temps discret le champ des situations réelles se prêtant à une modélisation probabiliste.
La loi faible des grands nombres permet de justifier a posteriori l'approche fréquentiste d'une probabilité pour un schéma de Bernoulli, déjà évoquée dans le cursus antérieur des étudiants. L'inégalité qui la sous-tend précise la vitesse de convergence de cette approximation et valide l'interprétation de la variance comme indicateur de dispersion.
Ce chapitre a vocation à interagir avec le reste du programme.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.
Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.
En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

– celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
– celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
– celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole $\leftrightarrows$ PC pour la physique et la chimie et $\leftrightarrows$ I pour l'informatique.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

– pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est en effet d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Quel que soit le contexte (cours, travaux dirigés), la pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants ;
– didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

Programme

Algèbre linéaire

Dans toute cette partie, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

A - Espaces vectoriels, endomorphismes et matrices

Le programme est organisé autour de trois objectifs :
- *consolider les acquis de la classe de première année ;*
- *étudier de nouveaux concepts : somme de plusieurs sous-espaces vectoriels, sous-espaces stables, trace ;*
- *passer du registre géométrique au registre matriciel et inversement.*

Le programme valorise les interprétations géométriques et l'illustration des notions et des résultats par de nombreuses figures.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Produit et somme d'espaces vectoriels	
Produit d'un nombre fini d'espaces vectoriels ; dimension dans le cas où ces espaces sont de dimension finie.	
Somme, somme directe d'une famille finie de sous-espaces vectoriels ; sous-espaces supplémentaires.	
Base d'un espace vectoriel E de dimension finie adaptée à un sous-espace vectoriel F de E ; base d'un espace vectoriel E de dimension finie adaptée à une décomposition en somme directe $E = \bigoplus E_i$.	Décomposition en somme directe obtenue par fractionnement d'une base.
Si $F_1, \dots, F_p$ sont des sous-espaces de dimension finie, alors : $$\dim\left(\sum_{i=1}^{p} F_i\right) \leqslant \sum_{i=1}^{p} \dim(F_i)$$ avec égalité si et seulement si la somme est directe.	
b) Matrices par blocs et sous-espaces stables	
Matrices définies par blocs, opérations.	
Sous-espace vectoriel stable par un endomorphisme, endomorphisme induit.	Les étudiants doivent savoir traduire matriciellement la stabilité d'un sous-espace vectoriel par un endomorphisme et interpréter en termes d'endomorphismes une matrice triangulaire ou diagonale par blocs.
Si u et v commutent, le noyau et l'image de u sont stables par v.	
c) Déterminants	
Exemples de déterminants.	Les étudiants doivent savoir calculer le déterminant d'une matrice triangulaire par blocs, et connaître l'expression d'un déterminant de Vandermonde. ⇆ I : calcul du déterminant d'une matrice.
d) Matrices semblables et trace	
Matrices semblables.	La notion de matrices équivalentes est hors programme.
Trace d'une matrice carrée. Linéarité ; trace de la transposée d'une matrice, du produit de deux matrices.	
Invariance de la trace par similitude. Trace d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie.	

B - Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

Après avoir introduit le vocabulaire des éléments propres en dimension quelconque, cette partie s'intéresse de manière plus approfondie au cas de la dimension finie, et à la question de diagonalisabilité d'une matrice carrée.
L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires, dont la résolution repose sur des outils similaires.
La notion de polynôme annulateur est hors programme. L'étude des classes de similitude est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Éléments propres	
Droite stable par un endomorphisme u d'un espace vectoriel E.	
Valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.	Les étudiants doivent savoir que si u et v commutent, les sous-espaces propres de u sont stables par v.
Spectre d'un endomorphisme en dimension finie, d'une matrice carrée.	Notation $\mathrm{Sp}(u)$. La notion de valeur spectrale est hors programme.
Les sous-espaces propres sont en somme directe.	
Polynôme caractéristique d'une matrice carrée, d'un endomorphisme en dimension finie.	Par convention le polynôme caractéristique est unitaire. Notations χ_A, χ_u.
Les valeurs propres sont les racines du polynôme caractéristique.	Le théorème de Cayley-Hamilton est hors programme.
Expressions du déterminant et de la trace en fonction des valeurs propres dans le cas où le polynôme caractéristique est scindé.	
Multiplicité d'une valeur propre.	
Majoration de la dimension d'un sous-espace propre.	
b) Diagonalisation en dimension finie	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.	
Une matrice carrée est dite diagonalisable si l'endomorphisme de $\mathbb{K}^n$ canoniquement associé est diagonalisable.	
Une matrice carrée est diagonalisable si et seulement si elle est semblable à une matrice diagonale.	Dans la pratique des cas numériques, on se limite à $n=2$ ou $n=3$.
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous-espaces propres est égale à la dimension de l'espace .	Exemple des projecteurs et des symétries.
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé sur le corps de base $\mathbb{K}$ et si, pour toute valeur propre, la dimension du sous-espace propre associé est égale à sa multiplicité dans le polynôme caractéristique.	
Un endomorphisme admettant n valeurs propres distinctes est diagonalisable.	Interprétation matricielle de ces résultats.
Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.	
Application à la résolution des récurrences linéaires d'ordre p à coefficients constants lorsque l'équation caractéristique admet p racines distinctes.	Les étudiants doivent savoir traduire matriciellement une relation de récurrence linéaire.
c) Trigonalisation en dimension finie	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel E de dimension finie est dit trigonalisable s'il existe une base de E dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.	
Une matrice est dite trigonalisable si elle est semblable à une matrice triangulaire supérieure.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé sur le corps $\mathbb{K}$. En particulier, toute matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ est trigonalisable.	Démonstration non exigible. Interprétation matricielle de ce résultat. La technique générale de trigonalisation n'est pas au programme. On se limite dans la pratique à des exemples simples en petite dimension et tout exercice de trigonalisation effective doit comporter une indication. ⇆ I : calcul de la valeur propre de plus grand module à l'aide du quotient des traces de deux puissances itérées consécutives.
Application à la résolution des récurrences linéaires d'ordre 2 à coefficients constants.	

Espaces euclidiens

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :

- *consolider les acquis de la classe de première année sur les espaces euclidiens ;*
- *étudier les isométries vectorielles et les matrices orthogonales, et les classifier en dimension deux en insistant sur les représentations géométriques ;*
- *énoncer les formes géométrique et matricielle du théorème spectral.*

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Isométries vectorielles	
Un endomorphisme d'un espace euclidien E est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme. Caractérisations par la conservation du produit scalaire, par l'image d'une base orthonormale.	Autre dénomination : automorphisme orthogonal. Exemple des réflexions en dimensions deux et trois.
Groupe orthogonal.	Notation $\mathrm{O}(E)$.
Stabilité de l'orthogonal d'un sous-espace stable.	
b) Matrices orthogonales	
Une matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est dite orthogonale si l'endomorphisme de $\mathbb{R}^n$ qui lui est canoniquement associé est une isométrie vectorielle.	Caractérisation comme matrice de changement de base orthonormale.
Caractérisation par l'une des relations $MM^{\mathrm{T}} = I_n$ ou $M^{\mathrm{T}}M = I_n$.	Interprétation en termes de colonnes et de lignes.
Caractérisation d'un automorphisme orthogonal à l'aide de sa matrice dans une base orthonormale.	
Groupe orthogonal d'ordre n.	Notations $\mathrm{O}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{O}(n)$.
Déterminant d'une matrice orthogonale. Groupe spécial orthogonal.	Notations $\mathrm{SO}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{SO}(n)$.
Orientation d'un espace euclidien.	
c) Isométries vectorielles d'un plan euclidien	
Détermination des matrices de $\mathrm{O}_2(\mathbb{R})$, de $\mathrm{SO}_2(\mathbb{R})$.	Commutativité de $\mathrm{SO}_2(\mathbb{R})$.
Mesure de l'angle d'une rotation d'un plan euclidien orienté.	Écriture complexe d'une rotation.
Classification des isométries vectorielles d'un plan euclidien.	

Contenus	Capacités & Commentaires
d) Réduction des endomorphismes symétriques et des matrices symétriques réelles	
Endomorphisme symétrique d'un espace euclidien. Si $\mathscr{B}$ est une base orthonormale de E et u un endomorphisme de E, alors u est symétrique si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(u)$ est symétrique.	
Théorème spectral : un endomorphisme symétrique d'un espace euclidien admet une base orthonormale de vecteurs propres.	Démonstration non exigible.
Interprétation matricielle : pour toute matrice symétrique réelle A, il existe D diagonale réelle et P orthogonale telles que $A = PDP^{-1}$.	

Espaces vectoriels normés de dimension finie

Ce chapitre vise les objectifs suivants :

- *généraliser au cas des espaces vectoriels de dimension finie sur $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ certaines notions (convergence de suites, limite et continuité de fonctions) étudiées en première année dans le cadre de l'analyse réelle, indispensables pour aborder l'étude des suites de matrices, des fonctions à valeurs vectorielles et du calcul différentiel ;*
- *préparer l'introduction de la norme de la convergence uniforme, afin de fournir un cadre topologique à la convergence des suites et séries de fonctions.*

L'aspect géométrique de certains concepts topologiques gagne à être illustré par de nombreuses figures.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Normes	
Norme sur un espace vectoriel réel ou complexe ; espace vectoriel normé.	Normes usuelles sur $\mathbb{K}^n$.
Norme associée à un produit scalaire. Distance associée à une norme. Boules ouvertes, boules fermées, sphères.	
Parties convexes.	Convexité des boules.
Parties bornées, suites bornées, fonctions bornées.	
b) Suites d'un espace vectoriel normé de dimension finie	
Convergence d'une suite.	Exemples de suites de matrices.
Une suite convergente est bornée. Toute suite extraite d'une suite convergente est convergente.	
La convergence d'une suite et la valeur de sa limite ne dépendent pas du choix de la norme.	Résultat admis, qui pourra être illustré sur les normes usuelles définies sur $\mathbb{K}^p$.
L'étude de la convergence d'une suite se ramène à celle de ses coordonnées dans une base.	
d) Topologie d'un espace vectoriel normé de dimension finie	
L'étude topologique d'un espace vectoriel normé de dimension finie se ramène à celle de $\mathbb{K}^p$ muni d'une norme.	Résultat admis.
Point intérieur à une partie.	
Partie ouverte.	Une boule ouverte est un ouvert.
Point adhérent à une partie.	Caractérisation séquentielle.
Partie fermée.	Une boule fermée, une sphère sont des fermés.

Contenus	Capacités & Commentaires
Intérieur, adhérence, frontière.	Seules les définitions sont au programme. Ces notions sont illustrées par des figures.

e) Limite et continuité en un point

Limite d'une fonction en un point adhérent à son domaine de définition. Caractérisation séquentielle. Équivalence entre l'existence d'une limite et celle des limites des coordonnées de la fonction dans une base de l'espace d'arrivée. Opérations algébriques sur les limites, composition. Continuité en un point. Lien avec la continuité des composantes. Caractérisation séquentielle.	

f) Continuité sur une partie

Opérations algébriques, composition.	Si f est une application continue de E dans $\mathbb{R}$ alors l'ensemble défini par $f(x) > 0$ est un ouvert et les ensembles définis par $f(x) = 0$ ou $f(x) \geqslant 0$ sont des fermés.
Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.	Démonstration non exigible.
Fonction lipschitzienne. Toute fonction lipschitzienne est continue.	
Toute application linéaire sur un espace de dimension finie est lipschitzienne.	La notion de norme subordonnée est hors programme.
Continuité des applications multilinéaires et polynomiales sur $\mathbb{K}^n$.	Exemple du déterminant.

Suites et séries

A - Séries numériques

Cette partie consolide et élargit les acquis de première année sur les séries, notamment la convergence absolue, en vue de l'étude des probabilités discrètes et des séries de fonctions.
La semi-convergence n'est pas un objectif du programme.

Contenus	Capacités & commentaires

a) Compléments sur les séries à valeurs réelles

Théorème de comparaison entre une série et une intégrale : si f est une fonction continue par morceaux sur $[0,+\infty[$, positive et décroissante alors la série $\sum f(n)$ converge si et seulement si f est intégrable sur $[0,+\infty[$.	
Formule de Stirling : équivalent de $n!$.	Démonstration non exigible.
Règle de d'Alembert.	
Théorème spécial des séries alternées, majoration et signe du reste.	La transformation d'Abel est hors programme.

b) Produit de Cauchy de deux séries

Le produit de Cauchy de deux séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ de nombres complexes est la série $\sum w_n$ avec :

$$w_n = \sum_{p+q=n} u_q v_p.$$

Contenus	Capacités & Commentaires
Si les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont absolument convergentes alors la série $\sum w_n$ l'est aussi et on a : $$\sum_{n=0}^{+\infty} w_n = \Big(\sum_{p=0}^{+\infty} u_p\Big)\Big(\sum_{q=0}^{+\infty} v_q\Big).$$	Démonstration non exigible.

B - Suites et séries de fonctions

L'objectif de ce chapitre est de définir les modes usuels de convergence d'une suite et d'une série de fonctions et de les exploiter pour étudier la stabilité des propriétés de ces fonctions par passage à la limite. En prolongement du chapitre sur les espaces vectoriels normés de dimension finie, un lien est établi avec l'utilisation de la norme de la convergence uniforme.
Les fonctions sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions	
Convergence simple, convergence uniforme d'une suite de fonctions.	
La convergence uniforme entraîne la convergence simple.	
Norme de la convergence uniforme sur l'espace des fonctions bornées à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.	
Convergence simple, convergence uniforme, convergence normale d'une série de fonctions.	Pour établir la convergence normale de $\sum f_n$, les étudiants doivent savoir utiliser une série numérique convergente $\sum \alpha_n$ majorante, c'est-à-dire telle que pour tout n, $\\|f_n\\|_\infty \leqslant \alpha_n$.
La convergence normale entraîne la convergence uniforme.	
b) Régularité de la limite d'une suite de fonctions	
Continuité de la limite d'une suite de fonctions : si (f_n) converge uniformément vers f sur I et si, pour tout n, f_n est continue sur I, alors f est continue sur I.	Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de I.
Interversion limite-intégrale : si une suite (f_n) de fonctions continues converge uniformément vers f sur $[a,b]$ alors $$\int_a^b \lim_{n\to+\infty} f_n(t)\,\mathrm{d}t = \lim_{n\to+\infty}\int_a^b f_n(t)\,\mathrm{d}t.$$	
Dérivabilité de la limite d'une suite de fonctions : si (f_n) est une suite de fonctions de classe $\mathscr{C}^1$ sur I qui converge simplement sur I vers f et telle que la suite (f'_n) converge uniformément sur I vers h, alors f est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et $f' = h$.	Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de I.
Extension aux fonctions de classe $\mathscr{C}^k$.	Les étudiants peuvent appliquer directement le théorème concluant au caractère $\mathscr{C}^k$ de la limite sous l'hypothèse de convergence simple des $(f_n^{(j)})$ pour $0 \leqslant j \leqslant k-1$ et de convergence uniforme de $(f_n^{(k)})$ sur tout segment de I.
c) Régularité de la somme d'une série de fonctions	
Continuité de la somme :	

Contenus	Capacités & Commentaires
si $\sum f_n$ converge uniformément sur I et si, pour tout n, f_n est continue sur I, alors $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$ est continue sur I.	Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de I.
Intégration terme à terme d'une série de fonctions : soit (f_n) une suite de fonctions continues sur $[a,b]$. Si la série $\sum f_n$ converge uniformément sur $[a,b]$ alors la série des intégrales est convergente et on a : $$\int_a^b \sum_{n=0}^{+\infty} f_n(t)\,\mathrm{d}t = \sum_{n=0}^{+\infty}\int_a^b f_n(t)\,\mathrm{d}t.$$	
Dérivation terme à terme d'une série de fonctions : soit (f_n) une suite de fonctions de classe $\mathscr{C}^1$ sur I. Si la série $\sum f_n$ converge simplement sur I et si la série $\sum f_n'$ converge uniformément sur I, alors $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et sa dérivée est $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n'$.	Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de I.
Extension aux fonctions de classe $\mathscr{C}^k$.	Les étudiants peuvent appliquer directement un théorème concluant au caractère $\mathscr{C}^k$ de la somme.

C - Séries entières

Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :
- *étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence ;*
- *étudier les propriétés de sa somme en se limitant à la continuité dans le cas d'une variable complexe ;*
- *établir les développements en série entière des fonctions usuelles.*

La théorie des séries entières sera appliquée au cas des séries génératrices dans le chapitre dédié aux variables aléatoires discrètes et à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Rayon de convergence	
Lemme d'Abel : si la suite $(a_n z_0^n)$ est bornée alors, pour tout nombre complexe z tel que $\|z\| < \|z_0\|$, la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.	
Rayon de convergence R défini comme borne supérieure dans $\overline{\mathbb{R}}$ de l'ensemble des réels positifs ρ tels que la suite $(a_n\rho^n)$ est bornée.	Pour $\|z\| < R$, la série $\sum a_n z^n$ converge absolument.
Disque ouvert de convergence, intervalle ouvert de convergence.	
Si R_a est le rayon de convergence de $\sum a_n z^n$ et R_b celui de $\sum b_n z^n$, alors : si $a_n = O(b_n)$, alors $R_a \geqslant R_b$; si $\|a_n\| \sim \|b_n\|$, alors $R_a = R_b$.	
Les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.	
Utilisation de la règle de d'Alembert.	
Rayon de convergence de la somme et du produit de Cauchy de deux séries entières.	

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Régularité de la somme	
Convergence normale d'une série entière d'une variable réelle sur tout segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.	
Continuité de la somme sur l'intervalle ouvert de convergence.	On admet la continuité de la somme d'une série entière d'une variable complexe sur le disque ouvert de convergence. L'étude des propriétés de la somme au bord de l'intervalle ou du disque de convergence n'est pas un objectif du programme.
Primitivation d'une série entière d'une variable réelle sur l'intervalle ouvert de convergence. Caractère $\mathscr{C}^\infty$ de la somme d'une série entière d'une variable réelle sur l'intervalle ouvert de convergence et obtention des dérivées par dérivation terme à terme. Expression des coefficients d'une série entière au moyen des dérivées successives en 0 de sa somme.	
c) Développement en série entière au voisinage de 0 d'une fonction d'une variable réelle	
Fonction développable en série entière. Série de Taylor d'une fonction de classe $\mathscr{C}^\infty$. Unicité du développement en série entière.	
Développements des fonctions usuelles.	Les étudiants doivent connaître les développements en série entière des fonctions exponentielle, cosinus, sinus, cosinus et sinus hyperboliques, $x \mapsto \operatorname{Arctan} x$, $x \mapsto \ln(1+x)$ et $x \mapsto (1+x)^\alpha$. Les étudiants doivent savoir utiliser une équation différentielle linéaire pour développer une fonction en série entière.
d) Séries géométrique et exponentielle d'une variable complexe	
Développement de $\frac{1}{1-z}$ sur le disque unité ouvert. Développement de $\exp(z)$ sur $\mathbb{C}$.	

Fonctions vectorielles, arcs paramétrés

L'objectif de ce chapitre est double :

- *généraliser aux fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ la notion de dérivée d'une fonction numérique, en vue notamment de préparer le chapitre sur les équations différentielles ;*
- *formaliser des notions géométriques (arc paramétré, tangente) et cinématiques (vitesse, accélération) rencontrées dans d'autres disciplines scientifiques.*

Toutes les fonctions sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{R}^n$.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Dérivabilité et opérations sur les fonctions dérivables	
Dérivabilité en un point. Dérivabilité sur un intervalle.	Taux d'accroissement et développement limité d'ordre un. Interprétations géométrique et cinématique. ⇆ PC : vecteur vitesse.
Combinaison linéaire de fonctions dérivables.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Dérivée de $L\circ f$, $B(f,g)$, $f\circ\varphi$ où f et g sont dérivables et à valeurs vectorielles, L est linéaire, B est bilinéaire, φ est dérivable et à valeurs réelles.	Application au produit scalaire et au déterminant dans une base de $\mathbb{R}^2$ de deux fonctions vectorielles.
b) Fonctions de classe $\mathscr{C}^k$	
Fonction de classe $\mathscr{C}^k$, de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur un intervalle. Opérations sur les fonctions de classe $\mathscr{C}^k$, de classe $\mathscr{C}^\infty$.	⇆ PC : vecteur accélération. Brève extension des résultats du paragraphe précédent.
c) Arcs paramétrés	
Arc paramétré de classe $\mathscr{C}^k$, avec $k\in\mathbb{N}^*$. Point régulier, tangente en un point régulier. Construction d'arcs plans.	L'étude des points stationnaires, des asymptotes et des arcs définis en coordonnées polaires est hors programme. ⇆ I : visualisation à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel.

Intégration

L'objectif de ce chapitre est multiple :

- *étendre la notion d'intégrale étudiée en première année à des fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées ;*
- *définir, dans le cadre des fonctions continues par morceaux, la notion de fonction intégrable ;*
- *compléter le chapitre dédié aux suites et aux séries de fonctions par le théorème de la convergence dominée et le théorème d'intégration terme à terme ;*
- *étudier les fonctions définies par des intégrales dépendant d'un paramètre.*

Les fonctions considérées sont définies sur un intervalle de $\mathbb{R}$ et à valeurs réelles ou complexes.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Fonctions continues par morceaux	
Fonctions continues par morceaux sur un segment, sur un intervalle. Intégrale sur un segment d'une fonction continue par morceaux.	Brève extension des propriétés étudiées en première année. Aucune construction n'est exigible.
b) Intégrales généralisées sur $[a,+\infty[$	
Si f est une application à valeurs complexes continue par morceaux sur $[a,+\infty[$ alors l'intégrale $\int_a^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ est dite convergente si $\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ a une limite finie lorsque x tend vers $+\infty$. Si tel est le cas, on note $\int_a^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ cette limite. Si f est continue par morceaux sur $[a,+\infty[$ et à valeurs positives, $\int_a^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ converge si et seulement si $x\mapsto\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est majorée.	Intégrale divergente.
c) Intégrales généralisées sur un intervalle quelconque	
Adaptation du paragraphe précédent aux fonctions continues par morceaux définies sur un intervalle ouvert ou semi-ouvert de $\mathbb{R}$.	Notation $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.

Contenus	Capacités & Commentaires
Intégrales de référence : $\int_1^{+\infty} t^{-\alpha}\,\mathrm{d}t$, $\int_0^1 t^{-\alpha}\,\mathrm{d}t$.	Les étudiants doivent connaître la nature de $\int_0^1 \ln(t)\,\mathrm{d}t$ et $\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\alpha t}\,\mathrm{d}t$ selon le signe de α.
Propriétés des intégrales généralisées : linéarité, positivité, croissance, relation de Chasles. Changement de variable : si $\varphi :]\alpha,\beta[\to]a,b[$ est une bijection strictement croissante de classe $\mathscr{C}^1$, et si $f :]a,b[\to \mathbb{C}$ est continue par morceaux alors $\int_\alpha^\beta (f\circ\varphi)(u)\varphi'(u)\,\mathrm{d}u$ est convergente si et seulement si $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ est convergente et, si tel est le cas, elles sont égales.	Adaptation au cas où φ est strictement décroissante.
Intégration par parties sur un intervalle quelconque : $\int_a^b f(t)g'(t)\,\mathrm{d}t = [fg]_a^b - \int_a^b f'(t)g(t)\,\mathrm{d}t$.	L'existence des limites du produit fg aux bornes de l'intervalle assure que les intégrales de fg' et $f'g$ sont de même nature. Notation $[fg]_a^b$.

d) Intégrales absolument convergentes et fonctions intégrables

Intégrale absolument convergente. La convergence absolue implique la convergence et dans ce cas la valeur absolue (ou le module) de l'intégrale est inférieure ou égale à l'intégrale de la valeur absolue (ou du module).	Pour une fonction à valeurs réelles, on utilise ses parties positive et négative.
Une fonction continue par morceaux sur un intervalle I est dite intégrable sur I si son intégrale sur I est absolument convergente.	Notations $\int_I f(t)\,\mathrm{d}t$, $\int_I f$.
Pour f et g fonctions continues par morceaux sur $[a,+\infty[$: – si $\lvert f\rvert \leqslant \lvert g\rvert$, alors l'intégrabilité de g implique celle de f sur $[a,+\infty[$. – si $f(x) \underset{x\to\infty}{=} O\big(g(x)\big)$, alors l'intégrabilité de g implique celle de f sur $[a,+\infty[$. – si $f(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} g(x)$, alors l'intégrabilité de f est équivalente à celle de g sur $[a,+\infty[$.	Adaptation au cas d'un intervalle quelconque.
Si f est continue et intégrable sur I, alors $\int_I \lvert f(t)\rvert\,\mathrm{d}t = 0$ implique $f=0$. Espace vectoriel des fonctions continues par morceaux intégrables sur I.	
Espace vectoriel des fonctions continues par morceaux de carré intégrable sur I. Le produit de deux fonctions de carré intégrable est intégrable. Inégalité de Cauchy-Schwarz.	Produit scalaire de deux fonctions continues de carré intégrable sur I à valeurs réelles.

e) Suites et séries de fonctions intégrables

Théorème de convergence dominée : Si (f_n) est une suite de fonctions continues par morceaux sur I convergeant simplement sur I vers une fonction f continue par morceaux et telle qu'il existe une fonction φ continue par morceaux et intégrable sur I vérifiant $\lvert f_n\rvert \leqslant \varphi$ pour tout n, alors les fonctions f_n et f sont intégrables sur I et : $$\int_I f_n(t)\,\mathrm{d}t \xrightarrow[n\to+\infty]{} \int_I f(t)\,\mathrm{d}t.$$	Démonstration hors programme. L'hypothèse de continuité par morceaux de f, imposée par les limitations du programme, n'a pas l'importance de l'hypothèse de domination.

Contenus	Capacités & Commentaires
Théorème d'intégration terme à terme : Si (f_n) est une suite de fonctions continues par morceaux et intégrables sur I, telle que la série $\sum f_n$ converge simplement vers une fonction f continue par morceaux sur I et telle que la série $\sum \int_I \lvert f_n(t)\rvert \,\mathrm{d}t$ converge, alors f est intégrable sur I et $$\int_I f(t)\,\mathrm{d}t = \sum_{n=0}^{\infty} \int_I f_n(t)\,\mathrm{d}t.$$	Démonstration hors programme. L'hypothèse de continuité par morceaux de la somme, imposée par les limitations du programme, n'a pas l'importance de l'hypothèse de convergence de $\sum \int_I \lvert f_n\rvert$.

f) Intégrales à paramètre

Théorème de continuité : Si I et J sont deux intervalles de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur $I \times J$, telle que : – pour tout $x \in I$, $t \mapsto f(x,t)$ est continue par morceaux sur J ; – pour tout $t \in J$, $x \mapsto f(x,t)$ est continue sur I ; – il existe une fonction φ positive, continue par morceaux et intégrable sur J, telle que pour tout $(x,t) \in I \times J$, on ait $\lvert f(x,t)\rvert \leqslant \varphi(t)$; alors la fonction $x \mapsto \int_J f(x,t)\,\mathrm{d}t$ est continue sur I.	Démonstration non exigible. Adaptation au cas où l'hypothèse de domination est vérifiée sur tout segment de I.
Théorème de dérivation : Si I et J sont deux intervalles de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur $I \times J$, telle que : – Pour tout $x \in I$, $t \mapsto f(x,t)$ est continue par morceaux et intégrable sur J ; – Pour tout $t \in J$, $x \mapsto f(x,t)$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I ; – Pour tout $x \in I$, $t \mapsto \dfrac{\partial f}{\partial x}(x,t)$ est continue par morceaux sur J ; – Il existe une fonction φ positive, continue par morceaux et intégrable sur J, telle que pour tout $(x,t) \in I \times J$, on ait $\left\lvert \dfrac{\partial f}{\partial x}(x,t)\right\rvert \leqslant \varphi(t)$; alors la fonction $g : x \mapsto \int_J f(x,t)\,\mathrm{d}t$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et on a sur I : $$g'(x) = \int_J \frac{\partial f}{\partial x}(x,t)\,\mathrm{d}t.$$	Démonstration non exigible. Adaptation au cas où l'hypothèse de domination est vérifiée sur tout segment de I. ⇆ PC : transformée de Fourier.
Extension aux fonctions de classe $\mathscr{C}^k$.	

Probabilités

Les chapitres de probabilités permettent de développer les compétences suivantes :
– *modéliser des situations aléatoires par le choix d'un espace probabilisé ou de variables aléatoires adéquats ;*
– *maîtriser un formalisme spécifique aux probabilités.*

A- Espaces probabilisés

Cette partie a pour objectif la mise en place du cadre général de la théorie des probabilités permettant d'aborder l'étude de processus stochastiques à temps discret. Cette mise en place se veut minimale. En particulier :
– *la notion de tribu ne doit donner lieu à aucun développement théorique autre que sa définition ;*
– *la construction d'espaces probabilisés n'est pas un objectif du programme.*

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Ensembles dénombrables	
Un ensemble est dit dénombrable s'il est en bijection avec $\mathbb{N}$. Ensembles finis ou dénombrables. Dénombrabilité de $\mathbb{Z}$, d'un produit cartésien de deux ensembles dénombrables.	Un ensemble fini ou dénombrable peut être décrit en extension sous la forme $\{x_n\,;\ n \in \mathbb{N}\}$. Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme.
b) Espace probabilisé	
Si Ω est un ensemble, on appelle *tribu* sur Ω une partie $\mathscr{A}$ de l'ensemble $\mathscr{P}(\Omega)$ des parties de Ω telle que : i. $\Omega \in \mathscr{A}$, ii. pour tout $A \in \mathscr{A}$, $\overline{A} = \Omega \setminus A \in \mathscr{A}$, iii. pour toute suite $(A_n)_{n\geqslant 0}$ d'éléments de $\mathscr{A}$, la réunion $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$ appartient à $\mathscr{A}$. Si Ω est un ensemble et $\mathscr{A}$ une tribu sur Ω, on appelle *probabilité* sur $(\Omega, \mathscr{A})$ une application $P : \mathscr{A} \to [0,1]$ telle que : i. $P(\Omega) = 1$, ii. pour toute suite $(A_n)_{n\geqslant 0}$ d'événements incompatibles, $P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$. On appelle espace probabilisé un triplet $(\Omega, \mathscr{A}, P)$ où $\mathscr{A}$ est une tribu et P une probabilité sur $(\Omega, \mathscr{A})$.	L'ensemble Ω est l'univers ; il n'est en général pas précisé. Les éléments de $\mathscr{A}$ sont les événements. Les étudiants doivent savoir expliciter un événement à partir d'autres événements en utilisant la réunion, l'intersection et le complémentaire. On fait le parallèle entre le vocabulaire probabiliste et le vocabulaire ensembliste.

Propriétés :

- $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n \in \mathscr{A}$.
- Continuité croissante : si $(A_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite d'événements telle que, pour tout n, on ait $A_n \subset A_{n+1}$, alors :

$$\lim_{n\to+\infty} P(A_n) = P\Big(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\Big).$$

- Continuité décroissante : si $(A_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite d'événements telle que, pour tout n, on ait $A_{n+1} \subset A_n$, alors :

$$\lim_{n\to+\infty} P(A_n) = P\Big(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\Big).$$

- Sous additivité : si $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite d'événements, alors :

$$P\Big(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\Big) \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n).$$

c) Conditionnement et indépendance

Si A et B sont deux événements tels que $P(B) > 0$, on appelle probabilité conditionnelle de A sachant B le réel

$$P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Notation $P_B(A) = P(A \mid B)$. L'application P_B est une probabilité sur $(\Omega, \mathscr{A})$.
Ce paragraphe étend rapidement les concepts et résultats vus en première année dans le cadre des univers finis.

Formule des probabilités composées.
Système complet dénombrable d'événements.
Formule des probabilités totales : si $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est un système complet d'événements, alors la série $\sum P(B\cap A_n)$ converge et

$$P(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B\cap A_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B \mid A_n)\, P(A_n)$$

On adopte la convention $P(B \mid A_n)P(A_n) = 0$ lorsque $P(A_n) = 0$.
La formule reste valable dans le cas d'une suite $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles tels que $\sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n) = 1$.

Formule de Bayes.
Indépendance de deux événements.

Si $P(B) > 0$, l'indépendance de A et B équivaut à $P(A \mid B) = P(A)$.

Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.

L'indépendance des événements A_i deux à deux n'entraîne pas leur indépendance mutuelle si $n \geqslant 3$.

B - Variables aléatoires discrètes

Les objectifs de cette partie sont les suivants :
- *étendre la notion de variable aléatoire finie à des variables dont l'image est un ensemble dénombrable ;*
- *fournir des outils permettant, sur des exemples simples, l'étude de processus stochastiques à temps discret ;*
- *exposer deux résultats asymptotiques : l'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson et la loi faible des grands nombres ;*
- *introduire les fonctions génératrices et utiliser les propriétés des séries entières.*

La construction d'espaces probabilisés modélisant une suite d'expériences aléatoires est hors programme, on admet l'existence de tels espaces. Les différents types de convergence probabiliste (presque sûre, en probabilité, en loi, en moyenne) sont hors programme.
Toutes les variables aléatoires mentionnées dans le programme sont implicitement supposées discrètes.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Une variable aléatoire discrète X sur $(\Omega, \mathscr{A})$ est une application définie sur Ω dont l'image est finie ou dénombrable et telle que l'image réciproque de tout élément de $X(\Omega)$ appartient à $\mathscr{A}$. Notations $(X \in U)$, $\{X \in U\}$. Loi d'une variable aléatoire discrète.	Pour tout $U \subset X(\Omega)$, $X^{-1}(U)$ est un événement.
Fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle. Croissance, limites en $-\infty$ et en $+\infty$.	$F_X(x) = P(X \leqslant x)$. L'étude des propriétés de continuité des fonctions de répartition n'est pas au programme.
Si X prend ses valeurs dans $\{\,x_n\ ;\ n \geqslant 0\,\}$, les x_n étant distincts, et si $(p_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite de réels positifs vérifiant $\sum_{n=0}^{+\infty} p_n = 1$, alors il existe une probabilité P sur $(\Omega, \mathscr{A})$ telle que $P(X = x_n) = p_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.	Démonstration hors programme.
Couple de variables aléatoires discrètes. Loi conjointe et lois marginales Loi conditionnelle de Y sachant $(X = x)$. Deux variables aléatoires X et Y discrètes définies sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathscr{A}, P)$ sont dites indépendantes si, pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $$P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y).$$	Extension aux variables discrètes des notions étudiées en première année sur les variables finies.
Si X et Y sont indépendantes, alors, pour toute partie $A \subset X(\Omega)$ et toute partie $B \subset Y(\Omega)$, on a $$P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A)P(Y \in B)$$	Démonstration hors programme.
Si X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes alors, pour toutes fonctions f et g, les variables $f(X)$ et $g(Y)$ sont indépendantes.	
Variables mutuellement indépendantes.	Extension sans démonstration aux variables discrètes des notions et des résultats vus en première année.
Suite de variables aléatoires indépendantes (deux à deux ou mutuellement).	La démonstration de l'existence d'un espace probabilisé portant une suite de variables aléatoires mutuellement indépendantes de lois discrètes donnés est hors programme. Application à la modélisation d'un jeu de pile ou face infini par une suite de variables aléatoires de Bernoulli mutuellement indépendantes.

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Espérance et variance	
La variable aléatoire réelle discrète X à valeurs dans un ensemble dénombrable $\{x_n\,;\, n \geqslant 0\}$ est dite d'espérance finie si la série $\sum x_n P(X = x_n)$ est absolument convergente ; si tel est le cas, on appelle espérance de X, noté $\mathrm{E}(X)$, le réel $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$.	On admet que la somme $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$ ne dépend pas de l'ordre d'énumération. ⇆ PC : énergie moyenne de systèmes à spectre discret.
Si X est à valeurs dans $\mathbb{N}$, alors $\mathrm{E}(X) = \sum\limits_{n=1}^{+\infty} P(X \geqslant n)$.	
Théorème du transfert : si X est une variable aléatoire et f une application à valeurs réelles définie sur l'image $\{x_n,\ n \in \mathbb{N}\}$ de X, alors $f(X)$ est d'espérance finie si et seulement si la série $\Sigma P(X = x_n)\, f(x_n)$ converge absolument. Dans ce cas, on a : $$\mathrm{E}(f(X)) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X = x_n)\, f(x_n).$$	Démonstration hors programme.
Linéarité de l'espérance. Positivité, croissance de l'espérance.	Démonstration non exigible.
Si X et Y sont deux variables aléatoires discrètes indépendantes, alors $\mathrm{E}(XY) = \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y)$. Si la variable aléatoire X^2 est d'espérance finie, alors X est elle-même d'espérance finie. Si X^2 est d'espérance finie, la variance de X est le réel $\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}\big((X - \mathrm{E}(X))^2\big) = \mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2$. Écart type $\sigma(X) = \sqrt{\mathrm{V}(X)}$. Pour a et b réels et X une variable aléatoire réelle, égalité $\mathrm{V}(aX + b) = a^2\mathrm{V}(X)$.	Démonstration hors programme.
Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.	Brève extension des résultats obtenus dans le cadre d'un univers fini.
Variance d'une somme finie de variables aléatoires ; cas de variables deux à deux indépendantes.	
Covariance, coefficient de corrélation. Encadrement $-1 \leqslant \rho(X, Y) \leqslant 1$.	Notations : $\mathrm{Cov}(X, Y)$ et $\rho(X, Y)$. Inégalité de Cauchy-Schwarz.
c) Variables aléatoires à valeurs dans $\mathbb{N}$	
Série génératrice d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$: $$G_X(t) = \mathrm{E}(t^X) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X = n)\, t^n.$$	La loi d'une variable aléatoire X à valeurs dans $\mathbb{N}$ est caractérisée par sa série génératrice G_X.
Le rayon de convergence est au moins égal à 1.	
La variable aléatoire X admet une espérance $\mathrm{E}(X)$ si et seulement si G_X est dérivable en 1 et, si tel est le cas, $\mathrm{E}(X) = G'_X(1)$.	Démonstration non exigible.
La variable aléatoire X admet une variance si et seulement si G_X est deux fois dérivable en 1.	Démonstration non exigible. Les étudiants doivent savoir retrouver l'expression de $\mathrm{V}(X)$ en fonction de $G'_X(1)$ et de $G''_X(1)$ en cas d'existence.
Série génératrice de la somme de deux variables aléatoires indépendantes.	

Contenus	Capacités & Commentaires
d) Lois usuelles	
Pour p dans $]0,1[$, loi géométrique de paramètre p : la variable aléatoire X suit une loi géométrique de paramètre p si et seulement si $$\forall k \in \mathbb{N}^*, \qquad P(X=k) = p(1-p)^{k-1}.$$	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{G}(p)$. La loi géométrique peut être interprétée comme rang du premier succès dans une suite illimitée d'épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre p.
Série génératrice, espérance et variance. Caractérisation comme loi sans mémoire : $$P(X > n+k \mid X > n) = P(X > k).$$	
Loi de Poisson de paramètre λ. Série génératrice, espérance et variance. Somme de deux variables indépendantes suivant une loi de Poisson.	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{P}(\lambda)$. ⇆ PC : compteur Geiger.
e) Résultats asymptotiques	
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson : si, pour tout n, $X_n \hookrightarrow \mathscr{B}(n, p_n)$ et si $\lim\limits_{n\to+\infty} np_n = \lambda$, alors, pour tout $k \in \mathbb{N}$, on a $$\lim_{n\to+\infty} P(X_n = k) = \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k\,!}.$$	Interprétation de la loi de Poisson comme loi des événements rares. ⇆ I : simulation de cette approximation. La notion de convergence en loi est hors programme.
Loi faible des grands nombres : si $(X_n)_{n\geqslant 1}$ est une suite de variables aléatoires deux à deux indépendantes et de même loi admettant un moment d'ordre 2, alors, si $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} X_k$, $m = \mathrm{E}(X_1)$ et $\sigma = \sigma(X_1)$, on a pour tout $\varepsilon > 0$, $$P\left(\left\lvert \frac{1}{n}S_n - m\right\rvert \geqslant \varepsilon\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0.$$	Estimation : pour tout $\varepsilon > 0$, $$P\left(\left\lvert \frac{1}{n}S_n - m\right\rvert \geqslant \varepsilon\right) \leqslant \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}.$$ ⇆ I : simulation d'une suite de tirages.

Calcul différentiel

L'étude d'une fonction de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ se ramenant à celle de ses coordonnées, ce chapitre privilégie l'étude des fonctions de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}$. Il est axé sur la mise en place d'outils permettant de traiter des applications du calcul différentiel à l'analyse et la géométrie : résolution d'équations aux dérivées partielles, problèmes d'extremums, courbes, surfaces. On se limite en pratique au cas $p \leqslant 3$.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Fonctions de classe $\mathscr{C}^1$	
Dérivées partielles d'ordre 1 en un point d'une fonction définie sur un ouvert U de $\mathbb{R}^p$ à valeurs dans $\mathbb{R}$. Une fonction est dite de classe $\mathscr{C}^1$ sur U si ses dérivées partielles d'ordre 1 existent et sont continues sur U. Opérations sur les fonctions de classe $\mathscr{C}^1$.	Notations $\partial_i f(a)$, $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}(a)$.
Une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur U admet en tout point a de U un développement limité d'ordre 1.	Démonstration non exigible. Une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur U est continue sur U.

Contenus	Capacités & Commentaires
Différentielle de f en a.	Elle est définie comme l'application linéaire $\mathrm{d}f(a)$ de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}$: $(h_1,\dots,h_p)\mapsto \sum_{i=1}^{p} h_i\partial_i f(a)$. Notation $\mathrm{d}f(a)\cdot h$.

b) Règle de la chaîne

Contenus	Capacités & Commentaires
Dérivée de $t\mapsto f\big(x_1(t),\dots,x_p(t)\big)$.	
Caractérisation des fonctions constantes sur un ouvert convexe.	
Application au calcul des dérivées partielles de $(u,v)\mapsto f\big(x(u,v),y(u,v)\big)$.	Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires.

c) Gradient

Contenus	Capacités & Commentaires
Dans $\mathbb{R}^p$ muni de sa structure euclidienne canonique, gradient d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.	Le gradient est défini par ses coordonnées. Notation $\nabla f(a)$.
Relation $\forall h\in\mathbb{R}^p,\ \mathrm{d}f(a)\cdot h=(\nabla f(a)\mid h)$.	$\leftrightarrows$ PC : champ électrostatique, loi de Fick, loi de Fourier.

d) Applications géométriques

Contenus	Capacités & Commentaires
Courbe du plan définie par une équation $f(x,y)=0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$.	
Point régulier.	
Équation de la tangente en un point régulier.	On admet l'existence d'un paramétrage local de classe $\mathscr{C}^1$.
En un point où il est non nul, le gradient de f est orthogonal aux lignes de niveau $f(x,y)=\lambda$ et orienté dans le sens des valeurs croissantes de f.	$\leftrightarrows$ PC : équation de la diffusion thermique, équation de propagation. $\leftrightarrows$ I : tracé de lignes de niveau.
Surface définie par une équation $f(x,y,z)=0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$.	
Point régulier.	
Courbes tracées sur une surface.	Cas particulier des courbes coordonnées d'une surface d'équation $z=g(x,y)$.
Plan tangent à une surface en un point régulier défini comme le plan orthogonal au gradient et passant par le point.	Tangentes aux courbes régulières de classe $\mathscr{C}^1$ tracées sur la surface.

e) Dérivées partielles d'ordre deux

Contenus	Capacités & Commentaires
Dérivées partielles d'ordre 2 d'une fonction de deux ou trois variables à valeurs dans $\mathbb{R}$.	Notations $\partial^2_{i,j} f$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$.
Fonction de classe $\mathscr{C}^2$.	
Théorème de Schwarz.	Démonstration hors programme.
Exemples d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.	Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires. $\leftrightarrows$ PC : équation du transport, équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

f) Extremums d'une fonction de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}$

Contenus	Capacités & Commentaires
Extremum local, global.	
Si une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$ atteint un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.	
Recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^p$.	$\leftrightarrows$ PC : mécanique et électricité.

Équations différentielles linéaires

L'étude des équations différentielles linéaires scalaires d'ordres un et deux, abordée en première année, se poursuit par celle des systèmes différentiels linéaires d'ordre 1 et des équations scalaires à coefficients non constants, en mettant l'accent sur les équations d'ordre deux. On s'attache à développer à la fois les aspects théorique et pratique :
- *la forme des solutions ;*
- *le théorème de Cauchy linéaire ;*
- *le lien entre les équations scalaires et les systèmes différentiels d'ordre un ;*
- *la résolution explicite.*

Ce chapitre favorise les interactions avec les autres disciplines scientifiques.

Dans tout ce chapitre, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ et I est un intervalle de $\mathbb{R}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Systèmes différentiels	
Équation de la forme $X' = A(t)X + B(t)$ où $A : I \to \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ et $B : I \to \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ sont continues.	
Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.	
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme. ⇆ I : Méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.
Isomorphisme entre $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ et l'espace vectoriel des solutions de $X' = A(t)X$.	Dimension de l'espace vectoriel des solutions.
Système différentiel linéaire à coefficients constants $X' = AX$.	
Résolution lorsque A est une matrice diagonalisable.	Exemples de résolution dans le cas où A est trigonalisable. ⇆ PC : comportement asymptotique des solutions en fonction du spectre de A.
b) Équations différentielles linéaires scalaires	
Équation différentielle scalaire d'ordre 2 à coefficients continus $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$. Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.	Les étudiants doivent savoir écrire cette équation sous la forme d'un système différentiel $X' = A(t)X + B(t)$. La recherche d'une solution particulière de l'équation complète doit comporter des indications.
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	
Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène, dimension.	Exemples d'utilisation de développements en série entière pour la recherche de solutions.
Cas des équations à coefficients constants.	On relie les résultats obtenus en première année à l'aide de l'équation caractéristique à la réduction de la matrice du système différentiel associé. Les étudiants doivent savoir trouver une solution particulière de l'équation complète pour un second membre de la forme $A\cos(\omega t)$ ou $A\sin(\omega t)$. La méthode de la variation des constantes est hors programme.

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : scientifique

Voie : Physique et chimie (PC)

Discipline : Physique

Seconde année

Programme de physique de la voie PC

Le programme de physique de la classe de PC s'inscrit dans la continuité du programme de PCSI. Il s'appuie sur des champs disciplinaires variés : optique interférentielle, phénomènes de transports, mécanique des fluides, électromagnétisme, propagation d'ondes ; en outre il propose des introductions à la physique des lasers et à la physique quantique. Ce programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de physique est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- valider ;
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, ce programme identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de PC, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de PC. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la physique.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises en première année en informatique et sciences du numérique. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de physique de la classe de PC inclut celui de la classe de PCSI, et son organisation est la même :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée **« formation expérimentale »,** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de PCSI, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de PC. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de PC. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.
  Certains items de cette partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.
- Trois appendices listent le matériel, les outils mathématiques et les outils transversaux que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en fin de l'année de PC. Ils complètent le matériel et les outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation de seconde année est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique et chimie.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La physique est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.
C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique.
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre

de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale - énoncer une problématique d'approche expérimentale - définir les objectifs correspondants
Analyser	- formuler et échanger des hypothèses - proposer une stratégie pour répondre à la problématique - proposer un modèle - choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental - évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	- mettre en œuvre un protocole - utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel - mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates - effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes - confronter un modèle à des résultats expérimentaux - confirmer ou infirmer une hypothèse, une information - analyser les résultats de manière critique - proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	- à l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible

	o utiliser un vocabulaire scientifique adapté o s'appuyer sur des schémas, des graphes - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	- travailler seul ou en équipe - solliciter une aide de manière pertinente - s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.
La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.
La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ….

Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …..
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. …
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, …). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue …
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. …

3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ».
L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…) dans les domaines de la physique des XX^{ème} et XXI^{ème} siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Dégager la problématique principale - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,…)
Analyser	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du

	ou des documents - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. - S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse
Réaliser	- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau - Trier et organiser des données, des informations - Tracer un graphe à partir de données - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,… - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,… - Conduire une analyse dimensionnelle - Utiliser un modèle décrit
Valider	- Faire preuve d'esprit critique - Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,…) - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,… (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique) - Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques

Partie 2 : Formation expérimentale

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de l'année de PC durant les séances de travaux pratiques. Elle vient prolonger la partie correspondante de PCSI dont les capacités doivent être complètement acquises à l'issue des deux années de préparation, et restent donc naturellement au programme de seconde année PC.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. Mesures de longueurs et d'angles Caractéristiques spatiales d'un émetteur (ondes lumineuses, ondes acoustiques, ondes centimétriques…)	Construire l'indicatrice de rayonnement. Étudier la dépendance par rapport à la distance au récepteur.
2. Mesures de temps et de fréquences Fréquence ou période : • Mesure indirecte : par comparaison avec une fréquence connue voisine, en utilisant une détection	Réaliser une détection « synchrone » élémentaire à l'aide d'un multiplieur et d'un passe-bas simple adapté à la mesure.

« synchrone ». Analyse spectrale.	Mettre en évidence le phénomène de repliement du spectre provoqué par l'échantillonnage avec un oscilloscope numérique ou une carte d'acquisition. Choisir les paramètres d'une acquisition numérique destinée à une analyse spectrale afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon, tout en optimisant la résolution spectrale.
3. Électricité Élaborer un signal électrique analogique : • modulé en fréquence	 Utiliser la fonction de commande externe de la fréquence d'un GBF par une tension (VCF).
4. Optique Analyser une lumière complètement polarisée.	 Identifier de façon absolue l'axe d'un polariseur par une méthode mettant en œuvre la réflexion vitreuse Identifier les lignes neutres d'une lame quart d'onde ou demi-onde, sans distinction entre axe lent et rapide. Modifier la direction d'une polarisation rectiligne. Obtenir une polarisation circulaire à partir d'une polarisation rectiligne, sans prescription sur le sens de rotation. Mesurer un pouvoir rotatoire naturel.
Étudier la cohérence temporelle d'une source.	Régler un interféromètre de Michelson pour une observation en lame d'air avec une source étendue par une démarche autonome non imposée. Obtenir une estimation semi-quantitative de la longueur de cohérence d'une radiation à l'aide d'un interféromètre de Michelson en lame d'air.
Mesurer une faible différence de nombre d'onde : doublet spectral, modes d'une diode laser.	Réaliser la mesure avec un interféromètre de Michelson.
5. Mécanique Mesurer un coefficient de tension superficielle.	

Partie 3 : Formation disciplinaire

Dans cette partie du programme, il est parfois évoqué une approche descriptive de telle ou telle notion. Il s'agit là d'une introduction essentiellement qualitative de cette notion ou phénomène, dont l'évaluation ne peut conduire à des développements quantitatifs et calculatoires.

1. Optique

Présentation

Le programme de PC s'inscrit dans la continuité de la rubrique « signaux physiques » du programme de PCSI. Dans le bloc 1 on introduit les éléments spécifiques à l'émission, la propagation et la détection des ondes lumineuses. Puis les blocs 2-4 traitent essentiellement des interférences lumineuses avec un cheminement naturel du simple au compliqué : partant des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle strictement monochromatique, on étudie ensuite l'évolution de la visibilité sous l'effet d'un élargissement spatial et spectral de la source. Le brouillage des franges précédentes sous l'effet d'un élargissement spatial conduit à montrer un des avantages de l'interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue (franges d'égale inclinaison et franges d'égale épaisseur) en constatant expérimentalement l'existence d'un lieu de localisation des franges. L'objectif de cette partie n'est pas le calcul d'intensités de la lumière : on exploite le plus souvent les variations de l'ordre d'interférences (avec la position du point d'observation, la position du point source et la longueur d'onde) pour interpréter les observations sans expliciter l'intensité de la lumière.

L'analyse de Fourier joue un rôle important dans cette partie, d'une part dans le domaine temporel pour décomposer une onde réelle en ondes monochromatiques et d'autre part dans le domaine spatial pour décomposer le coefficient de transmission d'une mire en un fond continu plus une somme de fonctions sinusoïdales. Comme dans l'ensemble du programme de PC on se limite à une approche semi-quantitative. Il s'agit exclusivement :

- de décomposer un signal en composantes sinusoïdales sans chercher à expliciter les amplitudes et phases de ces composantes ;
- d'utiliser le fait que le spectre d'un signal périodique de fréquence f est constitué des fréquences nf avec n entier ;
- d'utiliser la relation en ordre de grandeur entre la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).

Objectifs généraux de formation

- Faire le lien entre des descriptions complémentaires en termes de rayons lumineux et en termes d'ondes ;

- utiliser les propriétés d'un récepteur de lumière pour distinguer ce qui est accessible directement à la mesure en optique (intensité, déphasage entre deux ondes) et ce qui ne l'est pas (phase d'une onde) ;

- utiliser l'analyse de Fourier et exploiter la notion de spectre ; transposer ces notions du domaine temporel au domaine spatial ;

- prendre conscience des enjeux métrologiques en mesurant à l'échelle humaine des grandeurs temporelles et spatiales du domaine microscopique ;

- prendre conscience de l'existence de phénomènes aléatoires (temps de cohérence d'une radiation émise par une source).

Le bloc 1 introduit les outils nécessaires. La réponse des récepteurs est environ proportionnelle à la moyenne du carré du champ électrique de l'onde. Le programme utilise uniquement le mot « intensité » pour décrire la grandeur détectée mais on peut utiliser indifféremment les mots « intensité » et « éclairement » sans chercher à les distinguer à ce niveau de formation. La loi de Malus (orthogonalité des rayons lumineux et des surfaces d'ondes dans l'approximation de l'optique géométrique) est admise. Dans le cadre de l'optique, on qualifiera de plane ou sphérique une onde par référence à la forme des surfaces d'ondes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Modèle scalaire des ondes lumineuses	
a) Modèle de propagation dans l'approximation de l'optique géométrique.	Associer la grandeur scalaire de l'optique à une composante d'un champ électrique.
Chemin optique. Déphasage dû à la propagation.	Exprimer le retard de phase en un point en fonction du retard de propagation ou du chemin optique.
Surfaces d'ondes. Loi de Malus.	Utiliser l'égalité des chemins optiques sur les rayons d'un point objet à son image.
Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.	Associer une description de la formation des images en termes de rayon lumineux et en termes de surfaces d'onde.
b) Modèle d'émission. Approche expérimentale de la longueur de cohérence temporelle. Relation entre le temps de cohérence et la largeur spectrale.	Classifier différentes sources lumineuses (lampe spectrale basse pression, laser, source de lumière blanche…) en fonction du temps de cohérence de leurs diverses radiations et connaître quelques ordres de grandeur des longueurs de cohérence temporelle associées. Utiliser la relation $\Delta f. \Delta t \approx 1$ pour relier le temps de cohérence et la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la radiation considérée.
c) Récepteurs. Intensité.	Relier l'intensité à la moyenne temporelle du carré de la grandeur scalaire de l'optique. Citer le temps de réponse de l'œil. **Choisir un récepteur en fonction de son temps de réponse et de sa sensibilité fournis.**

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Superposition d'ondes lumineuses	
Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles : formule de Fresnel $I=I_1+I_2+2\text{sqrt}(I_1I_2)\cos\phi$.	Établir la formule de Fresnel. Citer la formule de Fresnel et justifier son utilisation par la cohérence des deux ondes.

Contraste.	Associer un bon contraste à des intensités I_1 et I_2 voisines.
Superposition de deux ondes incohérentes entre elles.	Justifier et utiliser l'additivité des intensités.
Superposition de N ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique dans le cas N >> 1.	Utiliser un grapheur pour discuter l'influence de N sur la finesse sans calculer explicitement l'intensité sous forme compacte. Utiliser la construction de Fresnel pour établir la condition d'interférences constructives et la demi-largeur $2\pi/N$ des franges brillantes.

Dans le bloc 3, les trous d'Young permettent de confronter théorie et expérience. En revanche, les fentes d'Young sont abordées de manière exclusivement expérimentale. Aucun autre interféromètre à division du front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young	
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source ponctuelle à grande distance finie et observation à grande distance finie. Champ d'interférences. Ordre d'interférences p. Variations de p avec la position du point d'observation ; franges d'interférences. **Comparaison entre deux dispositifs expérimentaux : trous d'Young et fentes d'Young.** Variation de p par rajout d'une lame à faces parallèles sur un des trajets. Variations de p avec la position d'un point source ; perte de contraste par élargissement spatial de la source. Variations de p avec la longueur d'onde. Perte de contraste par élargissement spectral de la source. Observations en lumière blanche (blanc d'ordre supérieur, spectre cannelé).	Savoir que les franges ne sont pas localisées. Définir, déterminer et utiliser l'ordre d'interférences. Interpréter la forme des franges observées sur un écran éloigné parallèle au plan contenant les trous d'Young. **Confronter les deux dispositifs : analogies et différences.** Interpréter la modification des franges Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges $\|\Delta p\| > 1/2$ (où $\|\Delta p\|$ est évalué sur la moitié de l'étendue spatiale de la source) pour interpréter des observations expérimentales. Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges $\|\Delta p\| > 1/2$ (où $\|\Delta p\|$ est évalué sur la moitié de l'étendue spectrale de la source) pour interpréter des observations expérimentales. Relier la longueur de cohérence, $\Delta\lambda$ et λ en ordre de grandeur. Déterminer les longueurs d'ondes des cannelures.
Généralisation au montage de Fraunhofer : trous d'Young ; ensemble de N trous alignés équidistants.	Confronter ce modèle à l'étude expérimentale du réseau plan.

Dans le bloc 4, l'étude de l'interféromètre de Michelson en lame d'air permet de confronter théorie et expérience. En revanche, l'étude de l'interféromètre de Michelson en coin d'air est abordée de manière exclusivement expérimentale. Pour la modélisation d'un interféromètre de Michelson on suppose la séparatrice infiniment mince.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Exemple de dispositif interférentiel par division d'amplitude : interféromètre de Michelson	
a) Interféromètre de Michelson équivalent à une lame d'air éclairée par une source spatialement étendue. Localisation (constatée) des franges. Franges d'égale inclinaison.	**Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation.** Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférence en fonction de l'épaisseur de la lame, l'angle d'incidence et la longueur d'onde. **Mesurer l'écart $\Delta\lambda$ d'un doublet et la longueur de cohérence d'une radiation. Interpréter les observations en lumière blanche.**
b) Interféromètre de Michelson équivalent à un coin d'air éclairé par une source spatialement étendue. Localisation (constatée) des franges. Franges d'égale épaisseur.	**Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation.** Admettre et utiliser l'expression de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences. **Analyser un objet (miroir déformé, lame de phase introduite sur un des trajets, etc…). Interpréter les observations en lumière blanche.**

Le bloc 5 est essentiellement expérimental.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Approche expérimentale : onde transmise par un objet diffractant plan éclairé par une onde plane sous incidence normale.	
Réseau unidimensionnel d'extension infinie de coefficient de transmission t(X) sinusoïdal et de pas supérieur à la longueur d'onde. Plan de Fourier.	Construire l'onde transmise par superposition de trois ondes planes définies par la condition aux limites sur le réseau. Interpréter les observations dans le plan de Fourier.
Mire unidimensionnelle d'extension latérale infinie de N traits parallèles équidistants. Fréquence spatiale.	**Relier une fréquence spatiale du spectre de la mire à la position d'un point du plan de Fourier. Relier l'amplitude de l'onde en ce point à la composante du spectre de Fourier correspondant. Interpréter les observations dans le plan de Fourier.**
Fente rectiligne de coefficient de transmission uniforme.	**Relier une fréquence spatiale du spectre de la fente à la position d'un point du plan de Fourier. Relier l'amplitude de l'onde en ce point à la composante du spectre de Fourier correspondant. Interpréter les observations dans le plan de Fourier.**

	Faire le lien avec la relation $\sin \theta = \lambda/a$ vue en première année.
Filtrage optique	**Utiliser l'analyse de Fourier pour interpréter les effets d'un filtrage de fréquences spatiales dans le plan de Fourier .**

2. Thermodynamique

Présentation

Le programme de thermodynamique de PC s'inscrit dans le prolongement du programme de PCSI : les principes de la thermodynamique peuvent être désormais écrits sous forme infinitésimale $dU + dE = \delta W + \delta Q$ et $dS = \delta S_e + \delta S_c$ pour un système évoluant entre deux instants t et t+dt infiniment proches, d'une part dans le cadre de l'étude des machines thermiques avec écoulement en régime stationnaire et d'autre part dans le cadre de l'étude de la diffusion thermique. Les expressions des variations infinitésimales dU et dS en fonction des variables d'état doivent être fournies pour les systèmes envisagés.

Lors de l'étude de la diffusion de particules on néglige la convection. La mise en équation de la diffusion thermique est limitée au cas des solides ; on peut utiliser les résultats ainsi établis dans des fluides en l'absence de convection en affirmant la généralisation des équations obtenues dans les solides. Par ailleurs on néglige le rayonnement thermique qui fait l'objet d'une approche documentaire.

Cette rubrique contribue à asseoir la maîtrise des opérateurs d'analyse vectorielle (gradient, divergence, laplacien) mais le formalisme doit rester au deuxième plan. Les mises en équations locales sont faites exclusivement sur des géométries cartésiennes unidimensionnelles. On admet ensuite les formes générales des équations en utilisant les opérateurs d'analyse vectorielle, ce qui permet de traiter des problèmes dans d'autres géométries en fournissant les expressions de la divergence et du laplacien.

Enfin, aucune connaissance sur les solutions d'une équation de diffusion ne figure au programme. La loi phénoménologique de Newton à l'interface entre un solide et un fluide peut être utilisée dès lors qu'elle est fournie.

Objectifs généraux de formation

Le cours de thermodynamique de PC permet une révision du cours de thermodynamique de PCSI et contribue à asseoir les compétences correspondantes. Au-delà, l'étude des phénomènes de diffusion contribue à la formation générale en physique des milieux continus en introduisant des outils formels puissants (divergence, laplacien) dans un contexte concret. Les compétences développées sont :

- réaliser des bilans sous forme globale et locale ;
- manipuler des équations aux dérivées partielles (analyse en ordre de grandeur, conditions initiales, conditions aux limites) ;
- mettre en évidence l'analogie entre les différentes équations locales traduisant le bilan d'une grandeur scalaire extensive ;
- mettre en évidence un squelette algébrique commun à plusieurs phénomènes physiques ;
- utiliser les trois échelles macroscopique, mésoscopique et microscopique ;
- distinguer une loi phénoménologique et une loi universelle ;
- utiliser une description probabiliste d'un phénomène physique ;

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Systèmes ouverts en régime stationnaire	
Premier et deuxième principes de la thermodynamique pour un système ouvert en régime stationnaire, dans le seul cas d'un écoulement unidimensionnel dans la section d'entrée et la section de sortie.	Établir les relations $\Delta h+\Delta e = w_u+q$ et $\Delta s=s_e+s_c$ et les utiliser pour étudier des machines thermiques réelles à l'aide de diagrammes thermodynamiques (T,s) et (P,h).

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.1 Diffusion de particules	
Vecteur densité de flux de particules $\mathbf{j_N}$.	Exprimer le nombre de particules traversant une surface en utilisant le vecteur $\mathbf{j_N}$
Bilans de particules.	Utiliser la notion de flux pour traduire un bilan global de particules. Établir une équation traduisant un bilan local dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne, éventuellement en présence de sources internes. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence et son expression fournie.
Loi de Fick.	Utiliser la loi de Fick. Citer l'ordre de grandeur d'un coefficient de diffusion dans un gaz dans les conditions usuelles.
Régimes stationnaires.	Utiliser la conservation du flux sous forme locale ou globale en l'absence de source interne.
Équation de diffusion en l'absence de sources internes.	Établir une équation de la diffusion dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Utiliser une généralisation en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur laplacien et son expression fournie. Analyser une équation de diffusion en ordre de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle.
Approche microscopique du phénomène de diffusion.	Mettre en place un modèle probabiliste discret à une dimension de la diffusion (marche au hasard) et évaluer le coefficient de diffusion associé en fonction du libre parcours moyen et de la vitesse quadratique moyenne.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.2 Diffusion thermique	
Vecteur densité de flux thermique $\mathbf{j_Q}$	Exprimer le flux thermique à travers une surface en utilisant le vecteur $\mathbf{j_Q}$.
Premier principe de la thermodynamique.	Utiliser le premier principe dans le cas d'un milieu solide pour établir une équation locale dans le cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne, éventuellement en présence de sources internes. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque utilisant l'opérateur

	divergence et son expression fournie.
Loi de Fourier.	Utiliser la loi de Fourier. Citer quelques ordres de grandeur de conductivité thermique dans les conditions usuelles : air, eau, béton, acier.
Régimes stationnaires. Résistance thermique.	Utiliser la conservation du flux sous forme locale ou globale en l'absence de source interne. Définir la notion de résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique. Exprimer une résistance thermique dans le cas d'un modèle unidimensionnel en géométrie cartésienne. Utiliser des associations de résistances thermiques.
Équation de la diffusion thermique en l'absence de sources internes.	Établir une équation de la diffusion dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur laplacien et son expression fournie. Analyser une équation de diffusion en ordre de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle. Utiliser la relation de Newton $\delta Q=h(T_s-T_a)dSdt$ fournie comme condition aux limites à une interface solide-fluide.
2.3 Rayonnement thermique	
Approche descriptive du rayonnement du corps noir : loi de Wien, loi de Stefan.	Utiliser les expressions fournies des lois de Wien et de Stefan pour expliquer qualitativement l'effet de serre.

3. Mécanique

Présentation

Le programme de mécanique de PC s'inscrit dans le prolongement des rubriques « mécanique » et « statique des fluides » du programme de PCSI : il est constitué de deux sous-parties, l'une consacrée aux changements de référentiels et l'autre à la mécanique des fluides.

Objectifs généraux de formation

L'étude des changements de référentiel en mécanique doit conduire les étudiants :

- à choisir de manière autonome un référentiel d'étude éventuellement non galiléen en pesant les avantages et les inconvénients de ce choix ;
- à discuter le caractère approximativement galiléen du référentiel géocentrique ou du référentiel terrestre selon le contexte ;
- à réfléchir sur les fondements de la cinématique classique en les confrontant aux éléments de cinématique relativiste du cours de terminale S.

L'enseignement de mécanique des fluides vise à développer les compétences suivantes :

- utiliser les échelles macroscopique, mésoscopique et microscopique dans un même contexte ;
- utiliser un formalisme puissant tout en restant au contact permanent du concret à l'échelle humaine, favorisant ainsi les allers retours entre la théorie et l'expérience (confronter des observations et une ou plusieurs modélisations, etc…)
- former des nombres sans dimension pour déterminer les termes dominants et réduire la complexité des équations ;
- utiliser des modèles de complexité croissante (prise en compte ou non de la tension superficielle, de la viscosité, etc…) ;

- utiliser à bon escient des modèles d'écoulements (incompressible, irrotationnel, stationnaire).

Le bloc 1 concerne les changements de référentiel. Compte tenu de l'introduction en terminale S de notions sur la dilatation des durées, il importe dans la première sous-partie de mettre en évidence clairement les fondements de la cinématique classique qui pour être « intuitifs » n'en sont pas moins incompatibles avec la cinématique relativiste. La cinématique des changements de référentiels n'est pas étudiée pour elle-même mais en vue d'applications en dynamique du point ou des fluides. Pour l'étude du champ de pesanteur, on supposera le référentiel géocentrique galiléen, ce qui revient à omettre le terme de marées dont il sera question dans une approche documentaire. En outre, l'approche descriptive du rôle des roues dans la propulsion d'un véhicule tracté ou motorisé fait utiliser un changement de référentiel en mécanique du solide : on se limite au cas d'un véhicule en mouvement rectiligne uniforme dans un référentiel galiléen, de telle sorte que les roues sont en rotation autour d'un axe fixe dans le référentiel barycentrique galiléen.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.1 Changements de référentiel en mécanique classique	
Cas d'un référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un autre : transformation de Galilée, composition des vitesses.	Relier ces lois à la relation de Chasles et au caractère supposé absolu du temps.
Composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'un référentiel en translation par rapport à un autre : point coïncident, vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement.	Utiliser le point coïncident pour exprimer la vitesse d'entraînement et l'accélération d'entraînement.
Composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe : point coïncident, vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement, accélération de Coriolis.	Utiliser le point coïncident pour exprimer la vitesse d'entraînement et l'accélération d'entraînement. Citer et utiliser l'expression de l'accélération de Coriolis.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.2 Dynamique dans un référentiel non galiléen	
Cas d'un référentiel en translation par rapport à un référentiel galiléen : force d'inertie d'entrainement	Déterminer la force d'inertie d'entraînement. Appliquer la loi de la quantité de mouvement, la loi du moment cinétique et la loi de l'énergie cinétique dans un référentiel non galiléen.
Cas d'un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen : force d'inertie d'entraînement, force	Exprimer la force d'inertie axifuge et la force d'inertie de Coriolis. Associer la force d'inertie axifuge à l'expression familière

d'inertie de Coriolis.	« force centrifuge ». Appliquer la loi de la quantité de mouvement, la loi du moment cinétique et la loi de l'énergie cinétique dans un référentiel non galiléen.
Exemples : - champ de pesanteur : définition, évolution qualitative avec la latitude, ordres de grandeur ; - équilibre d'un fluide dans un référentiel non galiléen en translation ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen.	 Distinguer le champ de pesanteur et le champ gravitationnel. Établir et utiliser l'expression de la force d'inertie d'entraînement volumique. **Approche documentaire** : associer les marées à un terme gravitationnel différentiel et comparer l'influence de la Lune et du Soleil pour analyser des documents scientifiques. **Approche documentaire** : utiliser l'expression de la force de Coriolis pour analyser des documents scientifiques portant sur les effets de la force de Coriolis sur les vents géostrophiques ou les courants marins.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1.3 Approche descriptive du fonctionnement d'un véhicule à roues.	
Mouvement rectiligne uniforme d'un véhicule à roues dans un référentiel galiléen en l'absence de glissement : a) véhicule tracté par une force extérieure **F** b) véhicule muni de roues motrices.	Exprimer la condition de non-glissement des roues. Appliquer la loi de la quantité de mouvement et la loi de l'énergie cinétique au véhicule. Appliquer la loi du moment cinétique aux roues dans le référentiel du véhicule. Expliquer qualitativement les rôles respectifs du moteur et des actions de contact exercées par la route selon qu'on envisage un bilan énergétique global ou un bilan de quantité de mouvement global.

La partie consacrée à la mécanique des fluides prolonge à la fois la rubrique « statique des fluides » et la rubrique « thermodynamique » de PCSI. Cet enseignement est conçu comme une initiation de telle sorte que de nombreux concepts (écoulement laminaire, écoulement turbulent, couche limite, vecteur tourbillon, nombre de Reynolds…) sont introduits de manière élémentaire. Toute extension du programme vers les cours spécialisés doit être évitée : par exemple l'approche lagrangienne, la fonction de courant, le potentiel complexe, l'étude locale du champ des vitesses, la relation de Bernoulli pour des écoulements compressibles ou instationnaires, le théorème de Reynolds et le théorème d'Euler sont hors-programme. Enfin la tension superficielle est abordée exclusivement d'un point de vue énergétique et expérimental.

L'apprentissage de la mécanique des fluides contribue à la maîtrise progressive des opérateurs d'analyse vectorielle qui sont utilisés par ailleurs en thermodynamique et en électromagnétisme. Quel que soit l'ordre dans lequel le professeur choisit de présenter ces parties, il convient d'introduire ces opérateurs en insistant sur le contenu physique sous-jacent. Par ailleurs, la recherche de lignes de courants est traitée exclusivement à l'aide de logiciels d'intégration numérique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.1 Description d'un fluide en mouvement	
Champ eulérien des vitesses. Lignes de champ. Tubes de champ.	Définir et utiliser l'approche eulérienne.
Écoulement stationnaire.	Savoir que le caractère stationnaire dépend du référentiel.
Dérivée particulaire de la masse volumique. Écoulement incompressible.	Établir l'expression de la dérivée particulaire de la masse volumique. Utiliser son expression pour caractériser un écoulement incompressible. Savoir que le caractère incompressible ne dépend pas du référentiel.
Équation locale de conservation de la masse. Caractérisation d'un écoulement incompressible par la divergence du champ des vitesses.	Établir cette équation dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence et son expression fournie. Utiliser div **v** =0 pour un écoulement incompressible.
Dérivée particulaire du vecteur-vitesse : terme local ; terme convectif.	Associer d**v**/dt à l'accélération de la particule de fluide qui passe en un point. Connaître et utiliser l'expression de l'accélération avec le terme convectif sous la forme (**v.grad**) **v.** Utiliser l'expression fournie de l'accélération convective en fonction de **grad** (v^2/2) et **rot v x v**.
Vecteur tourbillon. Écoulement irrotationnel défini par la nullité du rotationnel du champ des vitesses en tout point ; potentiel des vitesses.	Illustrer sur des exemples simples la signification qualitative du vecteur tourbillon. Utiliser **rot v** = **0** pour un écoulement irrotationnel et en déduire l'existence d'un potentiel des vitesses. Savoir que le caractère irrotationnel dépend du référentiel.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.2 Actions de contact dans un fluide en mouvement	
Forces de pression. Équivalent volumique.	Utiliser les relations d**F** = -pd**S** et d**F** = -**grad**p dτ
Contraintes tangentielles dans un écoulement **v** = v_x(y) $\mathbf{u}_x$ au sein d'un fluide newtonien ; viscosité. Équivalent volumique des forces de viscosité dans un écoulement incompressible.	Utiliser l'expression fournie d**F**=η∂v_x/∂y dS$\mathbf{u}_x$ Établir sur cet exemple l'expression d**F** = η **Δv** dτ. Utiliser sa généralisation admise pour un écoulement incompressible quelconque.

Coefficient de tension superficielle.	**Mesurer un coefficient de tension superficielle.** **Utiliser l'expression de l'énergie de tension superficielle pour interpréter un protocole expérimental.**
Traînée d'une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme dans un fluide newtonien : nombre de Reynolds ; coefficient de traînée C_x ; graphe de C_x en fonction du nombre de Reynolds ; notion d'écoulement laminaire et d'écoulement turbulent.	Évaluer un nombre de Reynolds pour choisir un modèle de traînée linéaire ou un modèle de traînée quadratique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.3 Équations dynamiques locales	
Équation de Navier-Stokes dans un fluide newtonien en écoulement incompressible. Terme convectif. Terme diffusif. Nombre de Reynolds dans le cas d'une unique échelle spatiale.	Utiliser cette équation. Évaluer en ordre de grandeur le rapport du terme convectif sur le terme diffusif et le relier au nombre de Reynolds dans le cas d'une unique échelle spatiale.
Notion d'écoulement parfait et de couche limite.	Exploiter l'absence de forces de viscosité et le caractère isentropique de l'évolution des particules de fluide. Utiliser la condition aux limites sur la composante normale du champ des vitesses.
Équation d'Euler.	Utiliser cette équation.
Relation de Bernoulli pour un écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène dans le champ de pesanteur uniforme dans un référentiel galiléen.	Justifier et utiliser cette relation. Interpréter d'éventuels écarts observés en vérifiant les conditions de validité.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.4 Bilans macroscopiques	
Bilans de masse.	Établir un bilan de masse en raisonnant sur un système ouvert et fixe ou sur un système fermé et mobile. Utiliser un bilan de masse.
Bilans de quantité de mouvement ou d'énergie cinétique pour un écoulement stationnaire unidimensionnel à une entrée et une sortie.	Associer un système fermé à un système ouvert pour faire un bilan. Utiliser la loi de la quantité de mouvement et la loi de l'énergie cinétique pour exploiter un bilan. Exploiter la nullité (admise) de la puissance des forces intérieures dans un écoulement parfait et incompressible.

4. Électromagnétisme

Présentation

L'électromagnétisme a été étudié en PCSI dans un domaine restreint (induction électromagnétique et forces de Laplace) et sans le support des équations locales. Le programme de PC couvre en revanche tout le spectre des fréquences, des régimes stationnaires jusqu'aux phénomènes de propagation en passant par les régimes quasi-stationnaires et prend appui sur les équations locales (équation de conservation de la charge et équations de Maxwell). Le programme est découpé en rubriques indépendantes dont l'ordre de présentation relève de la liberté pédagogique du professeur. De nombreuses approches sont possibles, y compris en fractionnant les blocs. Les phénomènes de propagation sont étudiés essentiellement dans le cadre de la rubrique Physique des ondes

du programme : l'articulation entre les parties Électromagnétisme et Physique des ondes relève elle aussi de la liberté pédagogique.
Toute étude de distributions de courants superficiels est exclue. La modélisation superficielle d'une distribution de charges est strictement limitée à la modélisation du condensateur plan par deux plans infinis uniformément chargés : on fait remarquer la discontinuité du champ à la traversée d'une nappe de charges superficielles mais les relations de passage ne figurent pas au programme.
S'agissant des potentiels, on se limite à introduire le potentiel scalaire en électrostatique et à faire remarquer que le champ électrique ne dérive pas d'un potentiel scalaire en régime variable.
L'apprentissage de l'électromagnétisme contribue à la maîtrise progressive des opérateurs d'analyse vectorielle qui sont utilisés par ailleurs en thermodynamique et en mécanique des fluides. Quel que soit l'ordre dans lequel le professeur choisit de présenter ces parties, il convient d'introduire ces opérateurs en insistant sur le contenu physique sous-jacent.
L'étude de l'électromagnétisme n'est pas centrée sur les calculs de champs : ceux-ci se limitent donc à des calculs motivés par des applications pratiques d'intérêt évident. La recherche des lignes de champs d'un champ donné est traitée exclusivement à l'aide de logiciels d'intégration numérique.

Objectifs généraux de formation

- Découper un système en éléments infinitésimaux et sommer des grandeurs physiques (champs créés, forces subies).
- Exploiter des cartes de lignes de champ fournies.
- Exploiter des propriétés de symétries.
- Manipuler des ordres de grandeur allant du microscopique au macroscopique.
- Distinguer les champs de vecteurs à flux conservatif et les champs de vecteurs à circulation conservative.
- Manipuler des modèles (dipôles, condensateur plan, solénoïde long, etc…)

Le bloc 1 étudie les sources du champ électromagnétiques dans l'approximation des milieux continus. Par ailleurs il convient de souligner et d'exploiter les analogies formelles avec les autres théories de champ : diffusion de particules, diffusion thermique, gravitation, mécanique des fluides.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Sources du champ électromagnétique	
1.1 Description microscopique et mésoscopique des sources	
Densité volumique de charges. Charge traversant un élément de surface fixe et vecteur densité de courant. Intensité du courant.	Exprimer ρ et **j** en fonction de la vitesse moyenne des porteurs de charge, de leur charge et de leur densité volumique. Relier l'intensité du courant et le flux de **j**.
1.2 Conservation de la charge	
Équation locale de conservation de la charge.	Établir l'équation traduisant la conservation de la charge dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Citer et utiliser une généralisation (admise) en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence, son expression étant fournie.
Conséquences en régime stationnaire.	Exploiter le caractère conservatif du vecteur **j** en régime stationnaire. Relier ces propriétés aux lois usuelles de l'électrocinétique.

1.3 Conduction électrique dans un conducteur ohmique	
Loi d'Ohm locale dans un métal fixe, l'action de l'agitation thermique et des défauts du réseau fixe étant décrite par une force phénoménologique de la forme $-m\mathbf{v}/\tau$ Conductivité électrique. Résistance d'une portion de conducteur filiforme. Approche descriptive de l'effet Hall. Effet thermique du courant électrique : loi de Joule locale.	Déduire du modèle un ordre de grandeur de τ et en déduire un critère de validité du modèle en régime variable. Déduire du modèle un ordre de grandeur de v et en déduire un critère pour savoir s'il convient de prendre en compte un éventuel champ magnétique. Interpréter qualitativement l'effet Hall dans une géométrie rectangulaire. Exprimer la puissance volumique dissipée par effet Joule dans un conducteur ohmique.

Le bloc 2 étudie les lois de l'électrostatique et quelques applications. Les calculs de champs doivent être motivés par l'utilisation de ces champs pour étudier des situations d'intérêt pratique évident. Ces calculs ne s'appuient sur la loi de Coulomb que pour des distributions de charges discrètes. Dans le cas des distributions continues, on se limite aux situations de haute symétrie permettant de calculer le champ par le théorème de Gauss et aux superpositions de champs ainsi obtenus. Cette rubrique permet aussi d'introduire et d'exploiter des analogies avec le champ gravitationnel qui a été étudié en PCSI dans le seul cas d'astres ponctuels.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Électrostatique	
2.1 Champ électrostatique	
Loi de Coulomb. Champ et potentiel électrostatiques créés par une charge ponctuelle : relation **E** = - **grad** V. Principe de superposition.	Citer l'ordre de grandeur du champ créé par le noyau sur l'électron dans un atome d'hydrogène.
Circulation conservative du champ électrique et signification physique : énergie potentielle d'une charge q dans un champ **E**.	Associer la circulation de **E** au travail de la force q**E**.
Équation locale **rot E** = **0**.	Utiliser le théorème de Stokes. Associer les propriétés locales **rot E** = **0** dans tout l'espace et **E** = -**grad** V. Associer la relation **E** = - **grad** V au fait que les lignes de champ sont orthogonales aux surfaces équipotentielles et orientées dans le sens des potentiels décroissants.
Propriétés de symétrie.	Exploiter les propriétés de symétrie des sources (translation, rotation, symétrie plane, conjugaison de charges) pour prévoir des propriétés du champ créé.
Théorème de Gauss et équation locale div **E** = ρ/ε_0.	Choisir une surface adaptée et utiliser le théorème de Gauss.
Propriétés topographiques.	Justifier qu'une carte de lignes de champs puisse ou non être celle d'un champ

	électrostatique ; repérer d'éventuelles sources du champ et leur signe. Associer l'évolution de la norme de **E** à l'évasement des tubes de champ loin des sources. Déduire les lignes équipotentielles d'une carte de champ électrostatique, et réciproquement. Évaluer le champ électrique à partir d'un réseau de lignes équipotentielles.
2.2 Exemples de champs électrostatiques	
Dipôle électrostatique. Moment dipolaire Potentiel et champ créés. Actions subies par un dipôle placé dans un champ électrostatique d'origine extérieure : résultante et moment. Énergie potentielle d'un dipôle rigide dans un champ électrostatique d'origine extérieure. Approche descriptive des interactions ion-molécule et molécule-molécule. Dipôle induit. Polarisabilité.	Décrire les conditions de l'approximation dipolaire. Établir l'expression du potentiel V. Comparer la décroissance avec la distance du champ et du potentiel dans le cas d'une charge ponctuelle et dans le cas d'un dipôle. Tracer l'allure des lignes de champ. Utiliser les expressions fournies de l'énergie potentielle E_p, de la résultante **F** et du moment **M**. Prévoir qualitativement l'évolution d'un dipôle dans un champ d'origine extérieure **E**. Expliquer qualitativement la solvatation des ions dans un solvant polaire. Expliquer qualitativement pourquoi l'énergie d'interaction entre deux molécules polaires n'est pas en $1/r^3$. Exprimer la polarisabilité d'un atome en utilisant le modèle de Thomson. Associer la polarisabilité et le volume de l'atome en ordre de grandeur.
Plan infini uniformément chargé en surface. Condensateur plan modélisé par deux plans parallèles portant des densités superficielles de charges opposées et uniformes. Capacité. Densité volumique d'énergie électrostatique.	Établir l'expression du champ créé. Établir l'expression du champ créé. Déterminer la capacité du condensateur. Citer l'ordre de grandeur du champ disruptif dans l'air. Associer l'énergie d'un condensateur apparue en électrocinétique à une densité volumique d'énergie.
Noyau atomique modélisé par une boule uniformément chargée : énergie de constitution de la distribution.	Exprimer l'énergie de constitution du noyau à un préfacteur numérique près par analyse dimensionnelle. Obtenir le préfacteur numérique en construisant le noyau par adjonction progressive de charges apportées de l'infini.

	Relier les ordres de grandeur mis en jeu : rayons et énergies. Justifier la nécessité de l'interaction forte.
2.3 Analogies avec le champ gravitationnel	
Analogies formelles entre champ électrostatique et champ gravitationnel.	Mettre en évidence les analogies formelles entre les forces électrostatique et gravitationnelle pour en déduire l'analogie des propriétés des champs.

Le bloc 3 se consacre à l'étude du champ magnétique en régime stationnaire en prenant appui sur les équations locales : la loi de Biot et Savart ne figure pas au programme. L'objectif est davantage l'étude des propriétés du champ magnétique que le calcul de champs magnétiques : ceux-ci doivent donc se limiter à des situations d'intérêt pratique évident. Pour nourrir cette rubrique en applications on utilise les forces de Laplace et les forces de Lorentz étudiées en PCSI. Enfin la notion de potentiel-vecteur est hors-programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Magnétostatique	
3.1 Champ magnétostatique	
Équations locales de la magnétostatique et formes intégrales : flux conservatif et théorème d'Ampère. Linéarité des équations.	Choisir un contour, une surface et les orienter pour appliquer le théorème d'Ampère. Utiliser une méthode de superposition.
Propriétés de symétrie. Propriétés topographiques.	Exploiter les propriétés de symétrie des sources (rotation, symétrie plane, conjugaison de charges) pour prévoir des propriétés du champ créé. Justifier qu'une carte de lignes de champs puisse ou non être celle d'un champ magnétostatique ; repérer d'éventuelles sources du champ et leur signe/sens. Associer l'évolution de la norme de **B** à l'évasement des tubes de champ.
3.2 Exemples de champs magnétostatiques	
Câble rectiligne « infini ». Limite du fil rectiligne infini.	Déterminer le champ créé par un câble rectiligne infini. Calculer et connaître le champ créé par un fil rectiligne infini. Utiliser ces modèles près d'un circuit filiforme réel.
Solénoïde long sans effets de bords. Inductance propre. Densité volumique d'énergie magnétique.	Calculer et connaître le champ à l'intérieur, la nullité du champ extérieur étant admise. Établir les expressions de l'inductance propre et de l'énergie d'une bobine modélisée par un solénoïde. Associer cette énergie à une densité d'énergie volumique.
3.3 Dipôles magnétostatiques	
Moment magnétique d'une boucle de courant plane. Rapport gyromagnétique de l'électron. Magnéton de Bohr.	Utiliser un modèle planétaire pour relier le moment magnétique d'un atome d'hydrogène à son moment cinétique. Construire en ordre de grandeur le magnéton de Bohr par analyse

      Ordre de grandeur de la force surfacique d'adhérence entre deux aimants permanents identiques en contact.	dimensionnelle. Interpréter sans calculs les sources microscopiques du champ magnétique. Évaluer l'ordre de grandeur maximal du moment magnétique volumique d'un aimant permanent. Obtenir l'expression de la force surfacique d'adhérence par analyse dimensionnelle.
Actions subies par un dipôle magnétique placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure : résultante et moment. Énergie potentielle d'un dipôle magnétique rigide placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure.	Utiliser des expressions fournies. **Approche documentaire** de l'expérience de Stern et Gerlach : expliquer sans calculs les résultats attendus dans le cadre de la mécanique classique ; expliquer les enjeux de l'expérience.

Le bloc 4 présente les équations de Maxwell en régime dépendant du temps. La notion de potentiel-vecteur est hors-programme mais on insiste sur le fait que le champ électrique ne dérive pas en général d'un potentiel scalaire. L'étude détaillée des ondes électromagnétiques qui prolonge ce bloc est placée dans la partie Physique des ondes. On ne mentionne ici les phénomènes de propagation que pour les négliger dans le cadre des régimes lentement variables. Le cadre adopté est celui de l'ARQS « magnétique » où les effets des distributions de courants dominent ceux des distributions de charges.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
4. Équations de Maxwell	
4.1 Postulats de l'électromagnétisme	
Force de Lorentz. Équations locales de Maxwell. Formes intégrales. Compatibilité avec les cas particuliers de l'électrostatique et de la magnétostatique ; compatibilité avec la conservation de la charge. Linéarité.	Utiliser les équations de Maxwell sous forme locale ou intégrale. Faire le lien entre l'équation de Maxwell-Faraday et la loi de Faraday étudiée en PCSI. Utiliser une méthode de superposition.
4.2 Aspects énergétiques	
Vecteur de Poynting. Densité volumique d'énergie électromagnétique. Équation locale de Poynting.	Utiliser les grandeurs énergétiques pour faire des bilans d'énergie électromagnétique. Associer le vecteur de Poynting et l'intensité utilisée en optique.
4.3 Validation de l'approximation des régimes quasi-stationnaires « magnétique »	
Équations de propagation des champs **E** et **B** dans le vide. Caractère non instantané des interactions électromagnétiques. Relation $\varepsilon_0\mu_0c^2=1$.	Établir les équations de propagation. Interpréter c.
ARQS « magnétique ».	Discuter la légitimité du régime quasi-stationnaire.

	Simplifier les équations de Maxwell et l'équation de conservation de la charge et utiliser les formes simplifiées. Étendre le domaine de validité des expressions des champs magnétiques obtenues en régime stationnaire.

5. Physique des ondes

Présentation

Le programme de physique des ondes de PC s'inscrit dans le prolongement de la partie « signaux physiques » du programme de PCSI où des propriétés unificatrices (diffraction, interférences, battements…) ont été abordées en s'appuyant sur une approche expérimentale et sans référence à une équation d'onde. Il s'agit désormais de mettre en place l'équation d'onde de D'Alembert en électromagnétisme et en acoustique, puis d'envisager des modèles de sources d'ondes rayonnées dans l'espace. On aborde ensuite l'étude de la dispersion, de l'atténuation et de l'absorption associées à des phénomènes de propagation régis par des équations aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants. La propagation d'ondes dans des milieux différents conduit naturellement à étudier la réflexion et la transmission d'ondes à une interface. L'étude de la physique des ondes s'achève par une introduction à l'approche ondulatoire de la mécanique quantique et par une introduction à la physique du laser.

Objectifs généraux de formation

L'étude de la physique des ondes doit conduire les étudiants à développer, entre autres, les compétences suivantes :

- mettre en évidence les analogies existant entre des phénomènes relevant de domaines de la physique très différents, mais dont le comportement est régi par les mêmes équations aux dérivées partielles ;

- utiliser les ondes planes monochromatiques comme outil privilégié de résolution d'une équation d'onde linéaire, et caractériser celle-ci par une relation de dispersion ;

- choisir de manière pertinente entre des ondes stationnaires (c'est-à-dire dont les variations spatiale et temporelle sont factorisées en représentation réelle) et des ondes progressives ;

- associer les modes propres d'un système confiné à des ondes stationnaires dont les pulsations sont quantifiées ;

- utiliser l'analyse de Fourier et la superposition pour faire le lien entre une solution physique réelle spatialement et temporellement limitée, et des solutions mathématiques élémentaires non réalistes ;

- utiliser des conditions initiales et/ou des conditions aux limites connues pour déterminer la solution d'une équation d'ondes par superposition ;

- linéariser des équations à partir de la manipulation d'ordres de grandeur pertinents associés au phénomène étudié ;

- identifier les principaux types de comportements ondulatoires associés aux domaines asymptotiques d'une relation de dispersion simple (propagation sans déformation, dispersion, absorption, atténuation) ;

- identifier les limites d'une approche classique particulaire au niveau microscopique et la richesse prévisionnelle d'un modèle ondulatoire : confronter les effets quantiques et les prédictions classiques en s'appuyant, entre autres, sur des estimations numériques.

Le bloc 1 est consacré à l'étude de phénomènes ondulatoires non dispersifs régis par l'équation d'onde de d'Alembert. Le choix a été fait ici de privilégier les solutions harmoniques dans la résolution pour leur universalité comme solutions adaptées aux équations d'ondes linéaires. Les solutions générales *f(x-ct)* et *g(x+ct)* apparaissent ici comme un cas particulier que l'on retrouve par superposition. La méthode de séparation des variables n'est donc pas exigible sur cette partie. S'agissant de la modélisation microscopique des solides, l'objectif est principalement d'établir la loi de Hooke qui sera ensuite utilisée pour mettre en équations les ondes longitudinales dans l'approximation du solide continu. Dans le cadre de la physique des ondes, on qualifiera de plane ou sphérique une onde par référence à sa dépendance spatiale f(x,t) ou f(r,t).

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Phénomènes de propagation non dispersifs : équation de d'Alembert	
1.1. Ondes mécaniques unidimensionnelles dans les solides déformables	
Équation d'onde pour des ondes transversales sur une corde vibrante infiniment souple dans l'approximation des petits mouvements transverses.	Établir l'équation d'onde en utilisant un système infinitésimal.
Modèle microscopique de solide élastique unidimensionnel (chaîne d'atomes élastiquement liés) : loi de Hooke. Ondes acoustiques longitudinales dans une tige solide dans l'approximation des milieux continus.	Relier la raideur des ressorts fictifs à l'énergie de liaison et évaluer l'ordre de grandeur du module d'Young. Établir l'équation d'onde en utilisant un système infinitésimal.
Équation de d'Alembert ; célérité. Exemples de solutions de l'équation de d'Alembert : - ondes progressives harmoniques - ondes stationnaires harmoniques	Reconnaître une équation de d'Alembert. Associer qualitativement la célérité d'ondes mécaniques, la raideur et l'inertie du milieu support. Différencier une onde stationnaire d'une onde progressive par la forme de leur représentation réelle. Utiliser qualitativement l'analyse de Fourier pour décrire une onde non harmonique.
Applications : - régime libre : modes propres d'une corde vibrante fixée à ses deux extrémités - régime forcé : résonances sur la corde de Melde.	Décrire les modes propres. En négligeant l'amortissement, associer mode propre et résonance en régime forcé.
1.2. Ondes acoustiques dans les fluides	
Mise en équations eulérienne des ondes acoustiques dans le cadre de	Classifier les ondes acoustiques par domaines fréquentiels.

l’approximation acoustique. Équation de d’Alembert pour la surpression.	Valider l’approximation acoustique en manipulant des ordres de grandeur. Écrire le système des trois équations locales utiles. Linéariser les équations et établir l’équation de propagation de la surpression dans une situation unidimensionnelle en coordonnées cartésiennes. Utiliser sa généralisation admise en faisant appel à l’opérateur laplacien.
Structure des ondes planes progressives harmoniques : caractère longitudinal, impédance acoustique.	Utiliser le principe de superposition des ondes planes progressives harmoniques. Utiliser la notion d’impédance acoustique.
Densité volumique d’énergie acoustique, vecteur densité de courant énergétique. Intensité acoustique.	Utiliser les expressions admises du vecteur-densité de courant énergétique et de la densité volumique d’énergie associés à la propagation de l’onde. Utiliser la notion d’intensité acoustique en décibel et citer quelques ordres de grandeur.
Ondes acoustiques sphériques harmoniques.	Utiliser une expression fournie de la surpression pour interpréter par un argument énergétique la décroissance en 1/r de l’amplitude.
Effet Doppler longitudinal	**Décrire et mettre en œuvre un protocole de détection « synchrone » pour mesurer une vitesse par décalage Doppler**
1.3. Ondes électromagnétiques dans le vide	
Équations de propagation de **E** et **B** dans une région sans charge ni courant. Structure d’une onde plane progressive harmonique. Aspects énergétiques. Polarisation des ondes électromagnétiques planes progressives harmoniques : polarisation elliptique, circulaire et rectiligne. **Analyse d’une lumière totalement polarisée. Utiliser une lame quart d’onde ou demi-onde pour modifier ou analyser un état de polarisation, avec de la lumière totalement polarisée.**	Établir et citer les équations de propagation. Établir et décrire la structure d’une OPPH. Utiliser le principe de superposition d’OPPH. Relier la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l’onde. Relier le flux du vecteur de Poynting à un flux de photons en utilisant la relation d’Einstein-Planck. Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens (laser hélium-néon, flux solaire, téléphonie, etc…) et les relier aux ordres de grandeur des champs électriques associés. Relier l’expression du champ électrique à l’état de polarisation d’une onde. **Reconnaître une lumière non polarisée.** **Distinguer une lumière non polarisée d’une lumière totalement polarisée.**

Le bloc 2 est consacré aux phénomènes de propagation régis par des équations aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants. L'étude est menée sur des ondes harmoniques planes en représentation complexe (bloc 2.1) puis sur des paquets d'ondes harmoniques planes (bloc 2.2). S'agissant des paquets d'ondes, on se limite au cas où l'étalement est négligeable. On s'appuie soit sur les plasmas localement neutres soit sur les milieux ohmiques. On admet que les DLHI relèvent d'un traitement analogue faisant apparaître l'indice complexe, mais aucune modélisation du comportement des DLHI ne figure au programme. On se limite dans tous les cas à des milieux non magnétiques.

2. Phénomènes de propagation linéaires	
2.1 Ondes électromagnétiques dans les plasmas et dans les métaux	
Interaction entre une onde plane progressive harmonique et un plasma localement neutre sans collisions. Conductivité imaginaire pure. Interprétation énergétique.	Décrire le modèle. Construire une conductivité complexe en justifiant les approximations. Associer le caractère imaginaire pur de la conductivité complexe à l'absence de puissance échangée en moyenne temporelle entre le champ et les porteurs de charges.
Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu localement neutre possédant une conductivité complexe : relation de dispersion, indice complexe. Dispersion, absorption.	Établir une relation de dispersion pour des ondes planes progressives harmoniques. Associer les parties réelle et imaginaire de $\underline{k}$ aux phénomènes de dispersion et d'absorption.
Cas particulier d'une propagation unidirectionnelle dans un plasma sans collisions : onde évanescente dans le domaine réactif ($\omega < \omega_p$) ; absence de propagation de l'énergie en moyenne temporelle.	Reconnaître une onde évanescente (onde stationnaire atténuée).
Cas particulier d'un conducteur ohmique de conductivité réelle : effet de peau.	Repérer une analogie formelle avec les phénomènes de diffusion. Connaître l'ordre de grandeur de l'épaisseur de peau du cuivre à 50Hz.
2.2 Paquets d'ondes	
Propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu non absorbant et faiblement dispersif : vitesse de phase et vitesse de groupe.	Déterminer la vitesse de groupe à partir de la relation de dispersion. Associer la vitesse de groupe à la propagation de l'enveloppe du paquet d'ondes.

Le bloc 3 est consacré à la réflexion et la transmission d'ondes à une interface plane sous incidence normale en acoustique et en électromagnétisme. Dans ce dernier cas, on se limite ici aussi aux milieux non magnétiques. La notion de densité de courants superficiels et les relations de passage du champ électromagnétique ne figurent pas au programme. La notion de conducteur parfait ne figure pas au programme, les conditions aux limites sur la composante normale du champ électrique et la composante tangentielle du champ magnétique doivent être fournies si nécessaire dans un problème.

3. Interfaces entre deux milieux	
Réflexion, transmission d'une onde acoustique plane progressive sous incidence normale sur une interface plane infinie entre	Expliciter des conditions aux limites à une interface. Établir les expressions des coefficients de

deux fluides : coefficients de réflexion et de transmission en amplitude des vitesses, des surpressions et des puissances acoustiques surfaciques moyennes.	transmission et de réflexion. Associer l'adaptation des impédances au transfert maximum de puissance.
Réflexion d'une onde plane progressive harmonique entre deux demi-espaces d'indices complexes $\underline{n}_1$ et $\underline{n}_2$ sous incidence normale : coefficients de réflexion et de transmission du champ électrique. Cas d'une interface vide-plasma. Coefficients de réflexion et de transmission en puissance. Cas d'une interface vide-conducteur ohmique de conductivité réelle constante. Cas d'une interface vide-conducteur ohmique dans le domaine optique visible. **Polarisation par réflexion vitreuse sous incidence oblique.**	Exploiter la continuité (admise) du champ électromagnétique dans cette configuration pour obtenir l'expression du coefficient de réflexion en fonction des indices complexes. Distinguer les comportements dans le domaine de transparence et dans le domaine réactif du plasma. Établir les expressions des coefficients de réflexion et transmission du champ pour un métal réel. Passer à la limite d'une épaisseur de peau nulle. Identifier le comportement du métal dans ce domaine, avec celui d'un plasma localement neutre peu dense en-dessous de sa pulsation de plasma. Associer la forme du coefficient complexe de réflexion à l'absence de propagation d'énergie dans le métal en moyenne temporelle. **Identifier l'incidence de Brewster et utiliser cette configuration pour repérer la direction absolue d'un polariseur.**

Le bloc 4 est consacré à une introduction à la physique du laser. Après une approche descriptive des milieux amplificateurs de lumière (4.1), une description de l'oscillateur optique que constitue le laser est effectuée (4.2) à partir de la mise en œuvre expérimentale d'un oscillateur électronique : il s'agît ici de transférer les idées abordées sur l'exemple de l'oscillateur à pont de Wien à la modélisation de l'objet optique en identifiant les points clés de l'analogie. Le bloc 4.3 est une introduction descriptive simplifiée à l'optique des faisceaux spatialement limités, dont l'un des objectifs est de pouvoir déterminer la puissance surfacique disponible, à partir de la prévision des dimensions de la tache de section minimale dans des configurations optiques élémentaires. On se limite au mode fondamental gaussien.

4. Introduction à la physique du laser	
4.1. Milieu amplificateur de lumière	
Absorption, émission stimulée, émission spontanée. Coefficients d'Einstein. Amplificateur d'ondes lumineuses.	Distinguer les propriétés d'un photon émis par émission spontanée ou stimulée. Associer l'émission spontanée à la durée de vie d'un niveau excité. Utiliser les coefficients d'Einstein dans le seul cas d'un système à deux niveaux non dégénérés. Justifier la nécessité d'une inversion de population.
4.2. Obtention d'un oscillateur	
Mise en œuvre électronique d'un oscillateur	**Identifier l'étage d'amplification.**

sur l'exemple de l'oscillateur à pont de Wien. Milieu amplificateur à l'intérieur d'un résonateur optique : le laser.	Exprimer la condition de bouclage sur un filtre sélectif. **Mettre en évidence le rôle des non-linéarités.** Exprimer la condition d'oscillation. Associer la puissance émise à la limitation du gain par une non-linéarité.
4.3. Propriétés optiques d'un faisceau spatialement limité	
Approche descriptive : Rôle de la diffraction dans l'ouverture angulaire du faisceau à grande distance. Description simplifiée d'un faisceau de profil gaussien : longueur de Rayleigh L_R. Utilisation d'une lentille pour transformer un faisceau cylindrique en faisceau conique et réciproquement	 Relier l'ouverture angulaire λ/a et le rayon minimal a. Utiliser l'expression fournie du profil radial d'intensité en fonction de la distance axiale. Construire l'allure d'un faisceau de profil gaussien à partir de l'enveloppe d'un faisceau cylindrique de rayon a et d'un faisceau conique centré sur l'orifice de sortie du laser, et de demi-ouverture angulaire λ/a. Exploiter la convergence angulaire du faisceau issue de l'optique géométrique, la loi du retour inverse, et le lien entre l'ouverture angulaire λ/a et le rayon minimal a pour obtenir la dimension et la position de la section minimale. Montrer que le rayon minimal est de l'ordre de λ. Utiliser un élargisseur de faisceau pour réduire l'ouverture angulaire.

Les blocs précédents ont permis d'introduire les outils et concepts de base associés à la physique des ondes, particulièrement tant qu'elle est régie par des équations d'onde linéaires. S'il est un domaine où cette notion de linéarité joue un rôle central, c'est bien celui de la mécanique quantique. Le bloc 5 présente quelques unes des notions associées à une description ondulatoire de ce domaine. La démarche adoptée, volontairement limitée, est centrée sur les conséquences approfondies des notions introduites en première année que sont la dualité onde-corpuscule et l'inégalité de Heisenberg spatiale, les objectifs étant désormais quantitatifs. Il s'agit, sur des systèmes unidimensionnels et des situations physiques simplifiées d'envisager quelques conséquences qui découlent de cette description ondulatoire : l'effet tunnel et ses applications sont ainsi discutés comme aboutissement naturel des notions abordées dans ce bloc. Cette partie est ancrée dans le réel : on insistera sur le fait que les situations envisagées décrivent des systèmes physiques réels effectivement unidimensionnels ; d'autre part l'étude documentaire de la microscopie à effet tunnel montre qu'on peut accéder effectivement à la mesure d'une fonction d'onde.

Toute discussion autour de la mesure et de ses effets sur un système est exclue, de même que toute introduction au spin. L'accent est mis avant tout sur la mise en équation des situations physiques proposées à l'aide des outils de la physique des ondes, et la discussion graphique des résultats qui en découlent. Tout développement des calculs intermédiaires est donc naturellement proscrit et les expressions sur lesquelles s'appuient les discussions qualitatives doivent être fournies.

Le courant de probabilité est introduit dans un contexte restreint avec pour seul objectif d'exprimer le coefficient de transmission d'une barrière de potentiel.

5. Approche ondulatoire de la mécanique quantique	
5.1. Amplitude de probabilité	
Fonction d'onde $\psi(x,t)$ associée à une particule dans un problème unidimensionnel. Densité linéique de probabilité. Principe de superposition. Interférences.	Normaliser une fonction d'onde. Faire le lien qualitatif avec la notion d'orbitale en chimie. Relier la superposition de fonctions d'ondes à la description d'une expérience d'interférences entre particules.
5.2. Équation de Schrödinger pour une particule libre	
Équation de Schrödinger. États stationnaires. Paquet d'ondes associé à une particule libre. Relation $\Delta k_x \, \Delta x \geq 1/2$ Courant de probabilité associé à une particule libre.	Utiliser l'équation de Schrödinger fournie. Identifier les états stationnaires aux états d'énergie fixée. Établir et utiliser la relation : $\psi(x,t) = \varphi(x) \exp(-iEt/\hbar)$ et l'associer à la relation de Planck-Einstein. Distinguer l'onde associée à un état stationnaire en mécanique quantique d'une onde stationnaire au sens usuel de la physique des ondes. Utiliser l'équation de Schrödinger pour la partie spatiale $\varphi(x)$. En exploitant l'expression classique de l'énergie de la particule libre, associer la relation de dispersion obtenue et la relation de de Broglie. Identifier vitesse de groupe et vitesse de la particule. Faire le lien avec l'inégalité de Heisenberg spatiale. Utiliser l'expression admise $\boldsymbol{J} = \lvert\psi\rvert^2 \dfrac{\hbar \boldsymbol{k}}{m}$ et l'interpréter comme produit densité*vitesse.
5.3. Équation de Schrödinger dans un potentiel V(x) uniforme par morceaux	
Quantification de l'énergie dans un puits de potentiel rectangulaire de profondeur infinie. Énergie de confinement quantique.	Établir les expressions des énergies des états stationnaires. Faire l'analogie avec la recherche des pulsations propres d'une corde vibrante fixée en ses deux extrémités. Retrouver qualitativement l'énergie minimale à partir de l'inégalité de Heisenberg spatiale. Associer le confinement d'une particule

	quantique à une augmentation de l'énergie cinétique.
Quantification de l'énergie des états liés dans un puits de profondeur finie. Élargissement effectif du puits par les ondes évanescentes.	Mettre en place les éléments du modèle : forme des fonctions d'onde dans les différents domaines. Utiliser les conditions aux limites admises : continuité de φ et $d\varphi/dx$. Associer la quantification de l'énergie au caractère lié de la particule. Mener une discussion graphique. Interpréter qualitativement, à partir de l'inégalité de Heisenberg spatiale, l'abaissement des niveaux d'énergie par rapport au puits de profondeur infinie.
5.4. Effet tunnel	
Notions sur l'effet tunnel. Coefficient de transmission associé à une particule libre incidente sur une barrière de potentiel.	Associer l'existence d'une probabilité de traverser une barrière de potentiel et l'existence de deux ondes évanescentes dans la zone classiquement interdite. Exprimer le coefficient de transmission comme un rapport de courants de probabilités. **Approche documentaire de la radioactivité alpha:** - utiliser une expression fournie du coefficient de transmission pour analyser des documents scientifiques ; - expliquer le rôle de l'effet tunnel dans la radioactivité alpha. **Approche documentaire de la microscopie à effet tunnel :** - utiliser une expression fournie du coefficient de transmission pour analyser des documents scientifiques ; - expliquer la sensibilité à la distance de cette méthode d'observation des surfaces.
Approche descriptive : Double puits symétrique. Étude des deux premiers états stationnaires : symétrique et antisymétrique. Évolution temporelle d'une superposition de ces deux états.	 Exploiter les diagrammes d'énergie et faire le lien avec la chimie. Sur l'exemple de la molécule d'ammoniac, utiliser le principe de superposition pour relier la fréquence des oscillations d'une particule initialement confinée dans un des puits à la différence des énergies.

Appendice 1 : matériel

Cette liste complète celle donnée en appendice 1 du programme de physique de PCSI. Elle regroupe avec celle-ci le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de ces listes lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

1. Domaine optique

- Lames quart d'onde, lames demi-onde
- Réseau de coefficient de transmission sinusoïdal
- Interféromètre de Michelson

2. Domaine électrique

- Générateur de signaux Basse Fréquence avec fonction de commande externe de la fréquence par une tension

Appendice 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maitrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique PC sont d'une part ceux qui figurent dans l'appendice 2 du programme de PCSI et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Le thème « analyse vectorielle » prolonge l'étude de l'outil « gradient » abordée en PCSI en introduisant de nouveaux opérateurs : seules leurs expressions en coordonnées cartésiennes sont exigibles. Toutes les autres formules utiles (expressions en coordonnées cylindriques ou sphériques, actions sur des produits, combinaisons d'opérateurs, etc.) doivent être fournies.

Le thème « analyse de Fourier » prolonge l'étude de l'outil « séries de Fourier » abordée en PCSI en admettant la décomposition d'une fonction non périodique du temps en une somme continue de fonctions sinusoïdales. De même qu'en PCSI où le calcul des coefficients d'un développement en série de Fourier est exclu, on ne cherche pas en PC à expliciter le poids relatif et les déphasages relatifs des différentes composantes de Fourier, de telle sorte que la transformée de Fourier n'est pas exigible. On insiste en revanche sur la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).

Dans le thème « équations aux dérivées partielles », aucune méthode générale d'étude n'est exigible : on se limite à chercher des solutions d'une forme donnée par substitution, menant ainsi soit à des équations différentielles classiques, soit à une relation de dispersion.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Calcul différentiel	
Fonctions de plusieurs variables à valeurs réelles. Dérivées partielles. Différentielle. Théorème de Schwarz. Intégration de l'expression d'une dérivée partielle.	Relier la différentielle et les dérivées partielles premières. Utiliser le théorème de Schwarz (admis). Intégrer une expression de la forme $\partial f/\partial x=g(x,y)$ à y fixé en introduisant une fonction $\phi(y)$ inconnue comme « constante d'intégration ».

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Analyse vectorielle	
a) gradient	Relier le gradient à la différentielle d'un champ scalaire à t fixé. Exprimer les

	composantes du gradient en coordonnées cartésiennes.
b) divergence	Citer et utiliser le théorème d'Ostrogradski. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
c) rotationnel	Citer et utiliser le théorème de Stokes. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
d) opérateur **b.grad**	Exprimer la différentielle d'un champ de vecteurs à t fixé. Exprimer les composantes de (**b.grad**)**a** en coordonnées cartésiennes.
e) laplacien d'un champ scalaire	Définir Δf = div (**grad** f). Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
f) laplacien d'un champ de vecteurs	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes.
g) cas des champs proportionnels à exp(iωt-i**k.r**) ou exp(i**k.r**-iωt)	Exprimer l'action des opérateurs d'analyse vectorielle sur un tel champ à l'aide du vecteur i**k**.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Analyse de Fourier	
Synthèse spectrale d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni. Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial.
Synthèse spectrale d'une fonction non périodique.	Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial. Citer et utiliser la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Equations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert, équation de Schrödinger.	Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution familière dans un domaine de la physique à un autre domaine. Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites

Appendice 3 : outils transversaux

La liste ci-dessous explicite un certain nombre d'outils transversaux dont la maîtrise est indispensable au physicien. Leur apprentissage progressif et contextualisé doit amener les étudiants au bout des deux années de CPGE à en faire usage spontanément quel que soit le contexte. S'agissant de l'analyse dimensionnelle, il convient d'éviter tout dogmatisme : en particulier la présentation de la dimension d'une grandeur par le biais de son unité dans le système international est autorisée. S'agissant de la recherche d'une expression par analyse dimensionnelle il ne s'agit en aucun cas d'en faire un exercice de style : en particulier le théorème Pi de Buckingham est hors programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse de pertinence	
Homogénéité d'une expression.	Contrôler l'homogénéité d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs mise en jeu.
Caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs mise en jeu.
Sens de variation d'une expression par rapport à un paramètre.	Interpréter qualitativement et en faire un test de pertinence.
Limites d'une expression pour des valeurs nulles ou infinies des paramètres.	Tester les limites d'une expression. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Nullité d'une expression.	Repérer l'annulation d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Divergence d'une expression.	Repérer la divergence d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence. Proposer éventuellement des éléments non pris en compte dans le modèle susceptibles de brider la divergence (frottements, non linéarités, etc…).

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Calcul numérique	
Calcul numérique d'une expression.	Calculer sans outil l'ordre de grandeur (puissance de dix) d'une expression simple. Afficher un résultat numérique avec un nombre de chiffres significatifs cohérent avec les données et une unité correcte dans le cas d'un résultat dimensionné. Commenter un résultat numérique (justification d'une approximation, comparaisons à des valeurs de référence bien choisies, etc.). En faire un test de pertinence.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Outils de communication	
Tableaux de données numériques simples.	Transformer un tableau de données numériques en représentation graphique. Renseigner correctement les axes.
Exploitation d'une représentation graphique.	Repérer les comportements intéressants dans le contexte donné : monotonie, extrema, branches infinies, signes. Interpréter le caractère localement rectiligne selon qu'on travaille en échelles linéaire, semi-logarithmique ou log-log.
Schémas et figures.	Transposer un texte en une figure schématisant les éléments essentiels. Élaborer une courte synthèse à partir de plusieurs éléments graphiques : tableaux, schémas, courbes...

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Analyse dimensionnelle	
Dimension d'une expression.	Déterminer la dimension d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Recherche d'une expression de type monôme par analyse dimensionnelle.	Déterminer les exposants d'une expression de type monôme $E=A^{\alpha}B^{\beta}C^{\chi}$ par analyse dimensionnelle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Analyse d'ordre de grandeur	
Comparaison en ordre de grandeur des différents termes d'une équation différentielle ou d'une équation aux dérivées partielles.	À partir d'une mise en évidence des échelles pertinentes d'un problème, évaluer et comparer l'ordre de grandeur des différents termes d'une équation afin de la simplifier en conséquence.

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : scientifique

Voie : Physique et chimie (PC)

Discipline : Chimie

Seconde année

Programme de chimie de la voie PC

Le programme de chimie de la classe de PC s'inscrit dans la continuité du programme de PCSI. Ce programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de chimie est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- valider ;
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, ce programme identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de PC, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de PC. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique-chimie fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques et chimiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la chimie.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises en première année en informatique et sciences du numérique. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de chimie de la classe de PC inclut celui de la classe de PCSI option PC, et son organisation est la même :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée **« formation expérimentale »,** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de PCSI, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de PC. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de PC. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.
  Certains items de cette partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.
- Deux appendices listent le matériel et les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de chimie en fin de l'année de PC. Ils complètent le matériel et les outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation de seconde année est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment contribuer à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, physique et informatique.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La chimie est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.
C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (formation disciplinaire), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la chimie.
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale - énoncer une problématique d'approche expérimentale - définir les objectifs correspondants
Analyser	- formuler et échanger des hypothèses - proposer une stratégie pour répondre à la problématique - proposer un modèle - choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental - évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	- mettre en œuvre un protocole - utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel - mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates - effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes - confronter un modèle à des résultats expérimentaux - confirmer ou infirmer une hypothèse, une information - analyser les résultats de manière critique - proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	- à l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible o utiliser un vocabulaire scientifique adapté o s'appuyer sur des schémas, des graphes - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue

Être autonome, faire preuve d'initiative	- travailler seul ou en équipe - solliciter une aide de manière pertinente - s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.
La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative »** est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	**Exemples de capacités associées**
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ….
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …).

	Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …..
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. …
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, …). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue …
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. …

3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique-chimie prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ».
L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…) dans les domaines de la physique et de la chimie des XX^{ème} et XXI^{ème} siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Dégager la problématique principale - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,…)
Analyser	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif.

	- S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse
Réaliser	- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau - Trier et organiser des données, des informations - Tracer un graphe à partir de données - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,… - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,… - Conduire une analyse dimensionnelle - Utiliser un modèle décrit
Valider	- Faire preuve d'esprit critique - Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,…) - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,… (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique) - Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques

Partie 2 - Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la formation lors des séances de travaux pratiques, présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de l'année de PC. Elle vient prolonger la partie « formation expérimentale » du programme de PCSI ; les capacités décrites dans le programme de PCSI doivent toutes être acquises à l'issue des deux années de préparation, elles restent donc au programme de seconde année de PC et sont remobilisées si nécessaire.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion de l'étude d'un problème concret.

Prévention des risques au laboratoire

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique et optique leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Prévention des risques **- chimique** Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques.

chimiques. Phrases H et P. - **électrique**	Développer une attitude autonome dans la prévention des risques. Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques.
2. Impact environnemental Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

Mesures de grandeurs physiques

Notions et contenus	Capacités exigibles
Mesures de : - Volume - Masse - pH - Conductance et conductivité - Tension - Intensité du courant électrique - Température - Pouvoir rotatoire - Indice de réfraction - Absorbance	Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise. Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide, d'un liquide, d'une solution de concentration molaire connue ou d'une solution de titre massique et de densité connus. Utiliser les méthodes et le matériel adéquats pour transférer l'intégralité du solide ou du liquide pesé. Distinguer les instruments de verrerie In et Ex. Utiliser les appareils de mesure (masse, pH, conductance, tension, intensité, température, indice de réfraction, absorbance, pouvoir rotatoire) en s'aidant d'une notice. Mettre en œuvre des mesures calorimétriques à pression constante. Choisir les électrodes adaptées à une mesure électrochimique. Construire un dispositif électrochimique à partir de sa représentation symbolique. Étalonner une chaîne de mesure si nécessaire.

Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes, chimiques, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser des modèles de description de la matière. Les domaines d'activité qui se prêtent particulièrement à la simulation sont : les titrages en solution aqueuse, la cinétique chimique, la cristallographie, la modélisation moléculaire, l'approche orbitalaire. Cette liste n'est bien entendu pas exhaustive et l'usage de toutes les animations numériques qui facilitent l'apprentissage est recommandé ;

- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur ;
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

Partie 3 - Formation disciplinaire

La formation disciplinaire de deuxième année PC complète celle effectuée en PCSI à la fois en chimie sur l'architecture et la transformation de la matière et en physique sur la thermodynamique et la mécanique quantique. Cette formation aborde des domaines nouveaux que sont la thermodynamique des transformations des systèmes physico-chimiques, les aspects cinétiques des réactions électrochimiques, la modélisation quantique de la structure et de la réactivité des entités chimiques. Par ailleurs, elle complète l'apport de connaissances et le développement de compétences en stratégie de synthèse en chimie organique.

Tout au long des deux années, la formation disciplinaire en chimie s'inscrit dans une vision rénovée de son enseignement, privilégiant la capacité de l'élève à raisonner, à prévoir et à transposer ses connaissances dans des situations nouvelles ou sur des composés proches de ceux étudiés, plutôt que sa capacité à réciter, à reproduire. Ainsi les programmes des deux années sont structurés autour des outils du raisonnement que sont les théories et les modèles de comportement macroscopique ou microscopique et non pas autour d'une présentation encyclopédique, systématique, des composés et des réactions associées (acides, bases, complexes, précipités, alcènes, alcools, ….). Il s'agit bien de changer l'image parfois véhiculée de la chimie, d'une discipline où l'apprentissage par cœur serait le moteur de la réussite, et de montrer qu'elle est une science où la dialectique entre savoirs et méthodes permet d'aborder des situations nouvelles, de construire de nouvelles connaissances.
Ainsi formés en chimie, futurs ingénieurs ou chercheurs scientifiques pourront accompagner l'innovation, moteur de la croissance de demain, que ce soit dans le cadre de la recherche et du développement mais aussi de la production au stade industriel.

L'ordre de présentation des contenus, tel que présenté ci-dessous, n'est pas nécessairement celui qui doit être adopté par le professeur ; celui-ci dispose de toute liberté pour effectuer des choix et établir sa propre progression annuelle dont le seul objectif reste de permettre l'acquisition par tous les élèves de l'ensemble des capacités exigibles. Un travail en collaboration avec le professeur de physique est vivement recommandé afin de favoriser les apprentissages sur les domaines communs étudiés dans les deux disciplines.

1. Mélanges et transformations : aspects thermodynamiques
    - 1.1 Changements d'état isobares de mélanges binaires
    - 1.2 Transformations physico-chimiques

2. Énergie chimique et énergie électrique : conversion et stockage
    - 2.1 Thermodynamique des réactions d'oxydoréduction
    - 2.2 Cinétique des réactions d'oxydoréduction

3. Atomes, molécules, complexes : modélisation quantique et réactivité
    - 3.1 Orbitales atomiques
    - 3.2 Orbitales moléculaires et réactivité
    - 3.3 Orbitales moléculaires et structure des complexes
    - 3.4 Activité catalytique des complexes ; cycles catalytiques

4. Molécules et matériaux organiques : stratégie de synthèse et applications
    - 4.1 Conversion de groupes caractéristiques
    - 4.2 Création de liaison CC
    - 4.3 Matériaux organiques polymères

1. MELANGES ET TRANSFORMATIONS : ASPECTS THERMODYNAMIQUES

Au laboratoire, comme dans l'industrie, les chimistes sont amenés à élaborer des composés à partir de matières premières ou à séparer les espèces contenues dans un mélange réactionnel ou dans des substances naturelles. Dans les deux cas, l'innovation comme l'optimisation des techniques et des procédés s'appuient notamment sur des fondements thermodynamiques. Par exemple, le raffinage du pétrole brut consiste en une succession de distillations et de transformations nécessaires à l'élimination de constituants indésirables et à l'obtention en particulier de carburants plus performants ; l'exploitation de la biomasse met aussi en œuvre des extractions et des transformations.

La thermodynamique permet en effet de prévoir si la transformation envisagée est possible ou non et de trouver d'éventuelles pistes d'amélioration du rendement. Elle permet aussi d'appréhender les propriétés physico-chimiques des mélanges et d'envisager une voie d'accès aux corps purs. Elle contribue ainsi à l'obtention de matériaux de plus en plus complexes et répondant à des cahiers des charges de plus en plus exigeants.

Les objectifs de cette partie sont les suivants :

- l'exploitation des diagrammes isobares de mélanges binaires construits à partir des courbes d'analyse thermique ;
- l'application des deux principes de la thermodynamique à la transformation physico-chimique.

La première partie s'intéresse aux changements d'état de mélanges binaires. Les diagrammes isobares sont construits à partir des courbes d'analyse thermique. Ils sont utilisés pour interpréter les techniques de séparation liquide-liquide que sont les distillations mises en œuvre dans l'approche expérimentale et pour comprendre le comportement de mélanges de solides, en particulier des alliages. Ces diagrammes sont l'occasion également de réinvestir les notions étudiées sur les changements d'état du corps pur et de se familiariser avec la notion de degrés de liberté d'un système ; le calcul de la variance par le théorème de Gibbs est hors programme.

La deuxième partie porte sur les transformations physico-chimiques. L'étude des transferts thermiques, abordée en première année dans le cadre du cours de physique relatif à la transformation du corps pur, est ici généralisée au cas des transformations physico-chimiques. Par ailleurs, le critère d'évolution d'un système, utilisé dès la première année, est ici démontré par application du second principe de la thermodynamique.
Les notions et contenus abordés sont illustrés par des exemples choisis en particulier dans le domaine industriel dans lequel les optimisations de procédés font appel, entre autres, à des concepts thermodynamiques.

Les transformations physico-chimiques envisagées sont des transformations isobares.
Pour le calcul des grandeurs standard de réaction, les enthalpies et entropies standard de réaction sont supposées indépendantes de la température.

On adopte pour les potentiels chimiques une expression générale : $\mu_i(T,p,composition)=\mu_i^{réf}(T,p)+RT\ln(a_i)$ qui fait référence aux expressions des activités a_i introduites en première année. L'établissement de cette expression est strictement hors programme. L'influence de la pression sur le potentiel chimique d'un constituant en phase condensée pure est uniquement étudiée dans le cadre d'une approche documentaire sur la pression osmotique.
L'étude de l'influence de la modification d'un paramètre (pression, température ou composition) sur un système physico-chimique permet d'aborder l'optimisation des conditions opératoires d'une synthèse. Il n'est pas attendu de discussions sur le déplacement de l'équilibre chimique, ce qui exclut de fait tout calcul différentiel de l'affinité ($d\mathcal{A}$).

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- faire preuve de rigueur dans la définition et la description d'un système physico-chimique ;
- modéliser un système réel ;
- distinguer modélisation d'une transformation (écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- établir un bilan thermique ;
- confronter des grandeurs calculées ou tabulées à des mesures expérimentales ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif ou quantitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.1 Changements d'état isobares de mélanges binaires	
Diagrammes isobares d'équilibre liquide-vapeur : - avec miscibilité totale à l'état liquide - avec miscibilité nulle à l'état liquide - avec miscibilité partielle à l'état liquide. Diagrammes isobares d'équilibre solide-liquide : - avec miscibilité totale à l'état solide, - avec miscibilité nulle à l'état solide, avec ou sans composé défini à fusion congruente - avec miscibilité partielle à l'état solide. Théorème des moments chimiques. Variance : nombre de degrés de liberté d'un système à l'équilibre.	**Mettre en œuvre une distillation fractionnée à la pression atmosphérique et une hydrodistillation ou une distillation hétéroazéotropique.** Construire un diagramme isobare d'équilibre entre deux phases d'un mélange binaire à partir d'informations relatives aux courbes d'analyses thermiques. Décrire les caractéristiques des mélanges homoazéotropes, hétéroazéotropes, indifférents, eutectiques et des composés définis. Dénombrer les degrés de liberté d'un système à l'équilibre et interpréter le résultat. Exploiter les diagrammes isobares d'équilibre entre deux phases pour, à composition en fraction molaire ou massique donnée : - tracer l'allure de la courbe d'analyse thermique en indiquant le nombre de degrés de liberté du système sur chaque partie de la courbe ; - déterminer les températures de début et de fin de changement d'état ; - donner la composition des phases en présence à une température T fixée ainsi que les quantités de matière ou les masses dans chaque phase. Interpréter une distillation simple, une distillation fractionnée, une distillation hétéroazéotropique à l'aide des diagrammes isobares d'équilibre liquide-vapeur.
1.2 Transformations physico-chimiques	
Application du premier principe État standard. Enthalpie standard de réaction.	**Déterminer une enthalpie standard de réaction à température ambiante**. Déterminer une enthalpie standard de

Notions et contenus	Capacités exigibles
Loi de Hess. Enthalpie standard de formation, état standard de référence d'un élément. Enthalpie standard de dissociation de liaison. Effets thermiques en réacteur monobare : - transfert thermique causé par la transformation chimique en réacteur isobare isotherme (relation $\Delta H = Q_p = \xi\, \Delta_r H°$) ; - variation de température en réacteur adiabatique monobare.	réaction à l'aide de données thermodynamiques ou de la loi de Hess. Prévoir le sens du transfert thermique entre un système en transformation chimique et le milieu extérieur à partir de données thermodynamiques. Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation physico-chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique.
Application du deuxième principe Identités thermodynamiques ; potentiel chimique. Enthalpie libre. Expression du potentiel chimique dans des cas modèles de : - gaz parfaits ; - constituants condensés en mélange idéal ; - solutés infiniment dilués.	 Écrire les identités thermodynamiques pour les fonctions U, H et G. Distinguer et justifier les caractères intensif ou extensif des variables utilisées. Exprimer l'enthalpie libre d'un système chimique en fonction des potentiels chimiques. Déterminer une variation d'enthalpie libre, d'enthalpie et d'entropie entre deux états du système chimique. **Approche documentaire** : à partir de documents sur la pression osmotique, discuter de l'influence de la pression sur le potentiel chimique et des applications de cette propriété au laboratoire, en industrie ou dans le vivant.
Affinité chimique. Entropie molaire standard absolue. Entropie de réaction, enthalpie libre de réaction, grandeurs standard associées. Relation entre l'affinité chimique, $\Delta_r G°$ et Q_r. L'équilibre physico-chimique. Constante thermodynamique d'équilibre ; relation de Van't Hoff. Relation entre l'affinité chimique, K° et Q_r.	Relier affinité chimique et création d'entropie lors d'une transformation d'un système physico-chimique. Prévoir le sens d'évolution d'un système chimique dans un état donné à l'aide de l'affinité chimique. Justifier ou prévoir le signe de l'entropie standard de réaction. Déterminer une grandeur standard de réaction à l'aide de données thermodynamiques ou de la loi de Hess. Déterminer la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre à une température quelconque.
Variance : nombre de degrés de liberté d'un système à l'équilibre.	Reconnaître si une variable intensive est ou non un facteur d'équilibre. Dénombrer les degrés de liberté d'un système à l'équilibre et interpréter le résultat.
Optimisation d'un procédé chimique :	Déterminer la composition chimique du

Notions et contenus	Capacités exigibles
- par modification de la valeur de K°; - par modification de la valeur du quotient réactionnel.	système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une ou plusieurs réactions chimiques. Identifier les paramètres d'influence et déterminer leur sens d'évolution pour optimiser une synthèse ou minimiser la formation d'un produit secondaire indésirable.

2. ÉNERGIE CHIMIQUE ET ENERGIE ELECTRIQUE : CONVERSION ET STOCKAGE

Enjeux économiques et sociétaux de première importance, la maîtrise des énergies et la limitation des pollutions concernent tout particulièrement le chimiste et s'appuient, entre autres, sur des techniques et des technologies faisant appel à l'électrochimie. On peut citer la mise au point de capteurs électrochimiques (analyse d'eaux ou d'effluents industriels), de traitements dépolluants (procédés d'oxydation avancée ou de réductions catalytiques), d'électrodéposition (traitements de surface améliorant la durée de vie), d'électrosynthèse (préparations ou purifications électrolytiques contrôlées), la conception ou l'amélioration des batteries (automobiles, appareils électriques portatifs, etc.), les recherches sur les biopiles (enzymatiques ou microbiennes), la lutte contre la corrosion.
Cette partie du programme vient en prolongement des acquis de première année concernant les réactions d'oxydoréduction et des acquis de deuxième année en thermodynamique des transformations physico-chimiques.

Les objectifs sont les suivants :

- compléter l'ensemble des outils de la thermodynamique de la réaction d'oxydoréduction en solution aqueuse ;
- aborder la cinétique des processus électrochimiques en solution aqueuse.

Les notions de thermodynamique sont appliquées au cas de systèmes physico-chimiques sièges de réactions d'oxydoréduction et au fonctionnement de piles électrochimiques. L'étude cinétique des réactions électrochimiques se démarque de la cinétique chimique étudiée en première année par la méthode expérimentale mise en œuvre et la modélisation des phénomènes.

L'utilisation des courbes courant-potentiel permet une description précise du fonctionnement des dispositifs électrochimiques mettant en jeu les conversions énergie chimique-énergie électrique, qu'ils soient sièges de réactions d'oxydoréduction spontanées (piles électrochimiques, piles à combustible) ou forcées (électrolyseurs, accumulateurs). L'approche, volontairement qualitative, ne requiert aucun formalisme physique ou mathématique. Les caractéristiques générales des courbes courant-potentiel sont présentées sur différents exemples afin que les étudiants soient capables de proposer l'allure qualitative de ces courbes à partir d'un ensemble de données cinétiques et thermodynamiques fournies.
Dans ce cadre, l'approche expérimentale peut aller du tracé de courbes courant-potentiel à l'exploitation de courbes fournies pour mettre en œuvre et analyser un protocole ou le fonctionnement d'un dispositif électrochimique.

Le réinvestissement de ces notions et capacités liées à la thermodynamique et la cinétique des phénomènes d'oxydoréduction permet d'appréhender les phénomènes de corrosion humide par le biais d'une approche documentaire.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences générales qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- faire preuve de rigueur dans la définition et la description du système physico-chimique étudié ;
- élaborer qualitativement des outils graphiques à partir d'un ensemble de données ;
- pratiquer un raisonnement par analogie pour décrire le fonctionnement d'un dispositif électrochimique ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif ou quantitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.1 Thermodynamique des réactions d'oxydoréduction	
	Déterminer des grandeurs standard de réaction par l'étude de piles.
Relation entre affinité chimique d'une réaction et potentiels de Nernst des couples mis en jeu.	Énoncer la relation entre l'affinité chimique d'une réaction et les potentiels de Nernst des couples mis en jeu.
Relation entre enthalpie libre standard de réaction et potentiels standard des couples impliqués.	Déterminer l'enthalpie libre standard d'une réaction d'oxydoréduction à partir des potentiels standard des couples. Déterminer la valeur du potentiel standard d'un couple d'oxydoréduction à partir de données thermodynamiques (constantes d'équilibre, potentiels standard).
Approche thermodynamique du fonctionnement d'une pile électrochimique.	Relier tension à vide d'une pile et enthalpie libre de réaction.
Irréversibilité et travail électrique maximum récupérable.	Établir l'inégalité reliant la variation d'enthalpie libre et le travail électrique. Décrire et justifier le fonctionnement d'une pile électrochimique.
2.2 Cinétique des réactions d'oxydoréduction	
Courbes courant-potentiel sur une électrode : - systèmes rapides et systèmes lents, - surtension, - nature de l'électrode, - courant limite de diffusion, - vagues successives, - domaine d'inertie électrochimique du solvant.	**Mettre en œuvre un protocole expérimental de tracé ou d'utilisation de courbes courant-potentiel.** Relier vitesse de réaction électrochimique et intensité du courant. Reconnaître le caractère lent ou rapide d'un système à partir de courbes courant-potentiel.
	Identifier les espèces électroactives pouvant donner lieu à une limitation en courant par diffusion. Relier qualitativement, ou quantitativement à partir des courbes courant-potentiel, l'intensité du courant limite de diffusion à la concentration du réactif, au nombre d'électrons échangés et à la surface immergée de l'électrode.

Notions et contenus	Capacités exigibles
	Tracer l'allure de courbes courant-potentiel à partir de données de potentiels standard, concentrations et surtensions « seuil ». Identifier les paramètres d'influence du domaine d'inertie électrochimique du solvant.
Utilisation des courbes courant-potentiel.	Positionner un potentiel mixte sur un tracé de courbes courant-potentiel.
- Transformations spontanées - notion de potentiel mixte - fonctionnement d'une pile électrochimique - Transformations forcées - électrolyseurs - accumulateurs	Identifier piles, accumulateurs et électrolyseurs comme dispositifs mettant en jeu des conversions entre énergie chimique et énergie électrique. Utiliser les courbes courant-potentiel pour rendre compte du fonctionnement d'une pile électrochimique et prévoir la valeur de la tension à vide. Utiliser les courbes courant-potentiel pour rendre compte du fonctionnement d'un dispositif siège d'une électrolyse et prévoir la valeur de la tension de seuil. Utiliser les courbes courant-potentiel pour justifier les contraintes dans la recharge d'un accumulateur. Citer les paramètres influençant la résistance interne du dispositif électrochimique. Utiliser les courbes courant-potentiel pour justifier la nécessité : - de purifier une solution électrolytique avant l'électrolyse, - de choisir les électrodes permettant de réaliser l'électrolyse voulue. Déterminer un rendement faradique à partir d'informations fournies concernant le dispositif étudié. Évaluer la masse de produit formé pour une durée et des conditions données d'électrolyse. **Approche documentaire :** à partir de documents relatifs à la corrosion humide, identifier et analyser les facteurs d'influence et les méthodes de protection.

3. ATOMES, MOLECULES, COMPLEXES : MODELISATION QUANTIQUE ET REACTIVITE

La catalyse par les complexes des métaux de transition trouve de très nombreuses applications comme par exemple la réaction de Heck en chimie fine, la carbonylation du méthanol en chimie industrielle, les processus de respiration et de photosynthèse en chimie du vivant. Elle s'inscrit dans la démarche de la chimie verte et permet des synthèses dans des conditions douces. La compréhension de ces systèmes catalytiques nécessite l'analyse détaillée de la structure électronique des complexes par l'utilisation des orbitales atomiques et moléculaires.

Ces nouveaux modèles de description de la matière à l'échelle microscopique complètent l'étude de la classification périodique et la description des entités moléculaires abordées en première année. Par ailleurs, ils permettent d'interpréter la réactivité en chimie organique dans le cadre de l'approximation des orbitales frontalières.

Les objectifs de cette partie sont les suivants :

- la construction de diagrammes d'orbitales moléculaires ou leur interprétation en vue de la prévision de la réactivité d'une entité chimique (molécule, ion ou radical) ;
- l'exploitation de diagrammes d'orbitales moléculaires de complexes de métaux de transition dans le but d'interpréter les propriétés des liaisons dans ce type d'édifices et l'utilisation de ces complexes comme catalyseurs ou éléments structurants.

Les approximations usuelles de la théorie des orbitales atomiques et moléculaires seront présentées afin de mettre l'accent sur les limitations des modèles adoptés. La notion de fonction d'onde sera abordée sans qu'aucune formulation mathématique ne soit exigible.

La construction des diagrammes d'orbitales moléculaires est limitée aux cas des molécules A_2 ou AB, sans mélange d'orbitales s et p. En revanche, des diagrammes d'orbitales moléculaires avec mélanges d'orbitales atomiques sur un même centre peuvent être fournis, l'étudiant devant alors les interpréter : remplissage des niveaux, identification des orbitales frontalières HO et BV, analyse du caractère liant, antiliant ou non liant d'une orbitale moléculaire. De même, la construction des diagrammes d'orbitales moléculaires de systèmes plus complexes est hors programme ; l'étudiant interprète ces diagrammes à partir des propriétés de deux fragments en interaction dont les orbitales sont fournies.

Les orbitales moléculaires des complexes à symétrie octaédrique sont interprétées de la même manière.

Dans le but de disposer de modèles simples applicables en chimie organique, l'approximation des orbitales frontalières permet de prévoir la réactivité électrophile ou nucléophile des espèces mises en jeu : ces orbitales peuvent être obtenues grâce à des logiciels ou à partir de bases de données, les unités d'énergie utilisables étant l'eV ou le $kJ.mol^{-1}$.

Les complexes organométalliques (notion étendue aux complexes à ligands organiques sans présence de liaison métal-carbone) sont utilisés comme catalyseurs : aucun cycle catalytique n'est exigible, mais les étapes élémentaires d'un cycle fourni doivent être reconnues par l'étudiant, les notions de cinétique de première année pouvant être réinvesties à cette occasion. Le formalisme de Green est hors-programme.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences générales qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- utiliser la classification périodique des éléments pour déterminer, justifier ou comparer des propriétés physico-chimiques ;
- utiliser différentes représentations schématiques ou symbolique d'une entité ;
- comparer les apports et limites des différents modèles de description des entités chimiques ;

– relier structure et propriétés microscopiques aux grandeurs et comportements macroscopiques à l'aide de différents modèles ;
– pratiquer un raisonnement qualitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.1 Orbitales atomiques	
Fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène. Énergie et rayon associés à une orbitale atomique. Représentation graphique conventionnelle d'une orbitale atomique. Orbitales des atomes polyélectroniques ; énergie associée à une orbitale, dégénérescence des niveaux d'énergie. Notion qualitative de charge effective.	Interpréter $\|\psi\|^2$ comme la densité de probabilité de présence d'un électron en un point et le relier à la densité de charge. Prévoir qualitativement, pour l'atome d'hydrogène et les ions hydrogénoïdes, l'évolution du rayon et de l'énergie associés à une orbitale atomique en fonction du nombre quantique principal. Identifier la phase de la fonction d'onde. Dessiner l'allure des orbitales atomiques s, p et d. Établir la configuration électronique d'un atome ou d'un ion dans son état fondamental . Relier l'évolution du rayon associé à une orbitale atomique à la charge effective. Relier l'évolution de l'énergie associée à une orbitale atomique à l'électronégativité. Relier le rayon associé aux orbitales de valence d'un atome à sa polarisabilité.
3.2 Orbitales moléculaires et réactivité	
Méthode de Combinaison Linéaire des Orbitales Atomiques. Interaction de deux orbitales atomiques sur deux centres : - recouvrement ; - orbitales liante, antiliante, non liante ; - énergie d'une orbitale moléculaire ; - orbitale σ, orbitale π ; - représentation conventionnelle d'une orbitale moléculaire par schématisation graphique de la combinaison linéaire des orbitales atomiques.	Identifier les conditions d'interaction de deux orbitales atomiques : recouvrement et critère énergétique. Construire des orbitales moléculaires de molécules diatomiques par interaction d'orbitales atomiques du même type (s-s, p-p). Reconnaître le caractère liant, antiliant, non liant d'une orbitale moléculaire à partir de sa représentation conventionnelle ou d'une surface d'iso-densité. Identifier la symétrie σ ou π d'une orbitale moléculaire à partir de sa représentation conventionnelle ou d'une surface d'iso-densité. Proposer une représentation conventionnelle d'une orbitale moléculaire tenant compte d'une éventuelle dissymétrie du système. Justifier la dissymétrie d'une orbitale moléculaire obtenue par interaction

Notions et contenus	Capacités exigibles
	d'orbitales atomiques centrées sur des atomes d'éléments différents. Prévoir l'ordre énergétique des orbitales moléculaires et établir qualitativement un diagramme énergétique d'orbitales d'une molécule diatomique.
Interaction d'orbitales de fragments	Justifier l'existence d'interactions entre orbitales de fragment en termes de recouvrement ou d'écarts d'énergie.
Diagramme d'orbitales moléculaires : occupation, orbitales frontalières haute occupée et basse vacante, cas des entités radicalaires.	Décrire l'occupation des niveaux d'un diagramme d'orbitales moléculaires. Identifier les orbitales frontalières à partir d'un diagramme d'orbitales moléculaires de valence fourni. Interpréter un diagramme d'orbitales moléculaires obtenu par interaction des orbitales de deux fragments, fournies.
Ordre de liaison dans les molécules diatomiques.	Relier dans une molécule diatomique l'évolution de la longueur et de la constante de force de la liaison à l'évolution de l'ordre de liaison.
Prévision de la réactivité : approximation des orbitales frontalières.	Utiliser les orbitales frontalières pour prévoir la réactivité nucléophile ou électrophile d'une entité (molécule ou ion). Interpréter l'addition nucléophile sur le groupe carbonyle et la substitution nucléophile en termes d'interactions frontalières. Comparer la réactivité de deux entités à l'aide des orbitales frontalières. **Approche numérique :** utiliser un logiciel de modélisation pour l'obtention d'orbitales moléculaires en vue d'une interprétation de la réactivité. **Approche documentaire :** à partir de documents illustrant l'existence de bandes d'énergie dans les solides, analyser les propriétés de conduction électrique de matériaux.
3.3 Orbitales moléculaires et structure des complexes.	
   Orbitales moléculaires de valence des complexes métalliques octaédriques :	**Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu la synthèse, l'analyse, la réactivité ou la caractérisation d'un complexe d'un métal de transition.** Identifier parmi les orbitales de fragment fournies celles qui interagissent.

Notions et contenus	Capacités exigibles
interactions entre fragments pour des ligands σ-donneurs intervenant par une seule orbitale.	Expliquer la levée partielle de dégénérescence des orbitales d. Établir la configuration électronique de valence d'un complexe dont le diagramme d'orbitales est donné.
Ligands π-donneurs et π-accepteurs Coordination des systèmes π non délocalisés	Reconnaître un ligand ayant des effets π à partir de la donnée de ses orbitales de valence. Identifier les interactions orbitalaires possibles entre orbitales atomiques d d'un métal et le système π d'un alcène ou d'un ligand carbonyle. Expliquer par une approche orbitalaire la coordination des systèmes π sur un fragment métallique donné.
3.4 Activité catalytique des complexes	
Cycles catalytiques.	Établir l'équation de réaction à partir d'un cycle catalytique donné. Distinguer catalyseur et précurseur de catalyseur.
Processus élémentaires : addition oxydante, insertion et processus inverses.	Déterminer la variation du nombre d'oxydation d'un métal au sein d'un complexe au cours d'une étape élémentaire d'un cycle donné. Reconnaître les étapes élémentaires d'un mécanisme donné. Donner le produit d'un acte élémentaire dont les réactifs sont précisés. Interpréter la modification de réactivité d'un alcène par les phénomènes électroniques mis en jeu lors de sa coordination. **Approche documentaire** : à partir de documents impliquant des transformations en chimie bio-inorganique, analyser le rôle catalytique ou structurant des complexes métalliques.

4. MOLÉCULES ET MATÉRIAUX ORGANIQUES : STRATÉGIES DE SYNTHÈSE ET APPLICATIONS

Médicaments, produits phytosanitaires, matériaux polymères de synthèse aussi différents que les latex de peinture ou les boucliers thermiques des véhicules spatiaux … Synthèses en chimie fine ou productions de fort tonnage découlent d'une démarche d'ingénierie moléculaire s'appuyant entre autres sur les apports de la chimie organique. L'élaboration, l'identification des structures et la prévision de la réactivité des molécules obéissent à des règles fondamentales dont les principes sont abordés dans les programmes de chimie de PCSI et de PC.

Le programme de PC s'inscrit dans la continuité de celui de PCSI et poursuit les objectifs suivants :

- s'approprier la logique de la synthèse organique grâce aux compléments de formation relatifs aux conversions de groupes caractéristiques et à la création de liaison carbone-carbone ;
- consolider et compléter les connaissances des mécanismes fondamentaux et les capacités relatives à leur écriture à l'aide du formalisme des flèches courbes et des orbitales moléculaires.

L'approche retenue privilégie donc l'aspect mécanistique et la stratégie de synthèse à une présentation monographique, mais l'enseignant dispose de sa liberté pédagogique pour construire la progression de son choix.

L'enseignement de la chimie organique s'appuie sur les connaissances et capacités acquises en thermodynamique et cinétique chimiques et exploite les modèles orbitalaires de description des structures et de la réactivité, introduits dans la partie « modélisation quantique et réactivité ». D'une part, l'utilisation des orbitales frontalières permet la prévision des géométries d'approche des réactifs et, dans le cas où l'évolution du système est sous contrôle frontalier, la prévision de la structure du produit majoritaire dans la transformation. D'autre part, l'étude de quelques cycles catalytiques permet de construire ou de réinvestir les compétences relatives aux complexes de métaux de transition. Aucune étude des propriétés intrinsèques des ligands carbène impliqués dans les réactions de métathèse n'est à envisager. Lors des épreuves d'évaluation, les orbitales frontalières comme les différentes étapes des cycles catalytiques sont systématiquement fournies aux étudiants.

Le cours et les activités s'appuient sur des exemples issus aussi bien des domaines de la chimie fine, de la chimie du vivant et de la chimie industrielle et permettent une sensibilisation aux principes de la chimie verte. La richesse des applications matériaux polymères organiques est présentée, en prise avec les problématiques sociétales actuelles et à venir.

À travers les capacités et contenus exigibles, sont développées des compétences générales qui pourront par la suite être réinvesties, consolidées et valorisées, parmi lesquelles :

- choisir le ou les modèle(s) pertinent(s) de description géométrique, électronique ou orbitalaire d'une espèce chimique pour rendre compte de sa réactivité ;
- identifier dans une entité complexe la partie utile au raisonnement ;
- utiliser des modèles de prédiction de l'évolution du système dans le cadre des transformations proposées ;
- pratiquer un raisonnement par analogie (analyse de réactivités et écriture de mécanismes) ;
- proposer une stratégie de synthèse dans le cadre d'un problème ouvert.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
	Identifier et nommer les groupes caractéristiques présents dans une entité donnée. Discuter des aspects thermodynamiques et cinétiques des transformations effectuées à l'aide de données tabulées et de résultats expérimentaux. Identifier les sites électrophiles et nucléophiles des réactifs à l'aide de leurs structures de Lewis ou de leurs orbitales frontalières. Expliciter à l'aide des orbitales frontalières la géométrie d'approche entre réactifs conduisant aux produits primaires par application du principe de recouvrement maximum.

Notions et contenus	Capacités exigibles
	Conduire la synthèse et la purification d'un composé chimique à l'aide d'un protocole donné. **Proposer ou mettre au point un protocole expérimental permettant de réaliser une synthèse organique à partir de données fournies.** **Analyser et justifier les choix expérimentaux dans une synthèse organique.**
4.1 Conversion de groupes caractéristiques	
Additions sur les hydrocarbures insaturés De l'alcène à l'alcool.	
Hydratation acide : conditions opératoires, régiosélectivité, réactivité comparée des alcènes, mécanisme limite. Transposition, mécanisme schématique.	Discuter de la régiosélectivité de la transformation à l'aide de la stabilité des ions carbénium intermédiaires. Expliquer la formation de certains produits par des transpositions.
Hydroboration d'un alcène terminal par le borane : régiosélectivité, mécanisme limite de l'addition du borane sur l'alcène ; hydrolyse oxydante.	Interpréter la régiosélectivité de l'hydroboration à l'aide des effets stériques.
De l'alcène à l'alcane et de l'alcyne à l'alcène.	
Hydrogénation en catalyse hétérogène : aspects stéréochimiques, mécanisme.	Identifier les différents types d'interactions entre le catalyseur hétérogène et les réactifs. Interpréter la stéréospécificité syn de l'addition du dihydrogène à l'aide du mécanisme en catalyse hétérogène.
Hydrogénation en catalyse homogène.	Identifier les processus élémentaires intervenant lors de l'hydrogénation en catalyse homogène.
Additions nucléophiles suivies d'élimination De l'acide carboxylique aux amides et aux esters.	
Activation du groupe carboxyle : ex situ sous forme d'un chlorure d'acyle ou d'un anhydride d'acide ; in situ par protonation, par formation d'un anhydride mixte, in vivo par formation de l'acétylCoA.	Comparer les réactivités électrophiles des acides carboxyliques, chlorures d'acyle, anhydrides d'acide, esters, amides, les aptitudes nucléofuges des groupes partants dans les molécules correspondantes et en déduire l'importance de l'activation du groupe carboxyle. Proposer et/ou analyser différents moyens d'activation d'un groupe carboxyle.
Synthèse des esters à partir des acides	Expliquer comment obtenir un bon rendement

Notions et contenus	Capacités exigibles
carboxyliques, des chlorures d'acyle et des anhydrides d'acide : aspects cinétiques et thermodynamiques, mécanismes limites. Synthèse des amides à partir des acides carboxyliques, des chlorures d'acyle et des anhydrides d'acide : aspects cinétiques et thermodynamiques, mécanismes limites.	de synthèse d'ester à partir d'un alcool primaire ou secondaire et d'un acide carboxylique selon la méthode d'activation choisie et les conditions expérimentales. Justifier le choix des conditions opératoires retenues pour la synthèse des amides. Utiliser la formation des esters et des amides dans le cadre d'une stratégie de synthèse nécessitant la protection d'un groupe hydroxyle ou d'un groupe amino. Déduire de la structure d'un polyester ou d'un polyamide la formule du ou des monomères correspondants et réciproquement.
Des amides ou esters à l'acide carboxylique. Hydrolyses acide et basique des esters et des amides : conditions opératoires. Mécanisme limite de la saponification.	Justifier le choix des conditions opératoires d'hydrolyse. **Approche documentaire** : à partir de documents relatifs à la synthèse peptidique, analyser les stratégies de synthèse in vitro et in vivo.
Conversion par oxydoréduction Époxydation directe par un peroxyacide ; réactivité comparée des alcènes.	 Justifier l'usage d'une base comme l'hydrogénocarbonate de sodium dans l'élaboration de l'époxyde. Discuter de la régiosélectivité de l'époxydation sur un polyène.
Ouverture des époxydes en milieu basique : mécanisme, élaboration de diols anti.	Justifier la régiosélectivité et la stéréosélectivité de l'ouverture nucléophile d'un époxyde, en l'absence d'activation par un acide de Lewis ou de Bronsted.
De l'acide ou de l'ester à l'aldéhyde ou à l'alcool primaire ; mécanisme schématique de la réduction des esters.	Interpréter la réduction d'un ester en alcool primaire en assimilant le réactif à un ion hydrure nucléophile. Identifier le produit de réduction d'un ester par un hydrure complexe, à l'aide de données fournies (chimiques et/ou spectroscopiques). Reconnaître ou proposer dans une stratégie de synthèse la conversion entre un ester et un aldéhyde ou un alcool primaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.2 Création de liaisons CC	
Réaction de Diels-Alder Diastéréosélectivité, stéréospécificité, régiosélectivité, influence de la structure des réactifs sur la vitesse de la transformation (règle d'Alder). Réaction de rétro-Diels-Alder.	Interpréter les résultats cinétiques, stéréochimiques et la régiosélectivité d'une réaction de Diels-Alder sous contrôle cinétique. Identifier les interactions orbitalaires principales et, le cas échéant, secondaires. Interpréter, le cas échéant, la préférence d'une approche de type endo.
Réactivité nucléophile des énolates Acidité d'un composé carbonylé. Généralisation aux composés analogues (esters, β-dicétones, β-cétoesters). Ordres de grandeur des pK_a des couples correspondants. C-alkylation en position alpha d'un groupe carbonyle de cétone : mécanisme limite, régiosélectivité de l'alkylation des énolates. Aldolisation non dirigée : mécanisme en milieu basique aqueux ou alcoolique. Aldolisation (cétolisation) croisée dirigée avec déprotonation totale préalable : mécanisme, intérêt synthétique. Crotonisation : déshydratation de l'aldol (cétol) en présence d'une base, mécanisme $E1_{cb}$, régiosélectivité.	Écrire la formule de la base conjuguée d'un composé carbonylé énolisable et justifier sa stabilité à l'aide du formalisme de la mésomérie. Proposer ou justifier le choix d'une base permettant de déprotoner un composé carbonylé ou un composé analogue. Justifier la réactivité nucléophile ambidente de l'énolate dans le formalisme de la mésomérie ou par l'analyse de ses orbitales frontalières. Décrire les interactions entre orbitales frontalières des réactifs et interpréter la régiosélectivité de l'alkylation de l'énolate. Choisir dans le cadre d'une stratégie de synthèse les meilleures conditions de préparation d'un aldol (cétol) issu d'une aldolisation (cétolisation) croisée. Justifier par la compétition avec l'aldolisation l'impossibilité d'alkyler un aldéhyde. Justifier la régiosélectivité de la crotonisation en présence d'une base.
Réaction de Michael sur une α-énone ; mécanisme.	Décrire les interactions entre orbitales frontalières des réactifs et interpréter la régiosélectivité de la réaction de Michael. Identifier dans une analyse rétrosynthétique les réactifs permettant de réaliser une addition de Michael sur une alpha-énone.
Utilisation des organomagnésiens en synthèse Synthèse des alcools par action des organomagnésiens sur les époxydes et les esters : bilan, mécanisme schématique.	Proposer une synthèse magnésienne d'un alcool.
Création de liaisons C=C Réaction de Wittig Métathèse des alcènes	 Identifier le dérivé carbonylé et le dérivé halogéné, précurseur de l'ylure, mis en œuvre dans la création d'une liaison C=C par une réaction de Wittig. Identifier des précurseurs possibles pour

Notions et contenus	Capacités exigibles
	synthétiser un alcène par métathèse. Reconnaître réactifs, produits, catalyseur et précurseur de catalyseur dans le ou les cycles catalytiques décrivant le mécanisme d'une métathèse.
4.3 Matériaux organiques polymères	
Architecture moléculaire Macromolécules linéaires et réseaux Masses molaires moyennes en nombre et en masse d'un polymère non réticulé Indice de polymolécularité Les différents états physiques Interactions entre macromolécules. Transition vitreuse. Polymère amorphe, semi-cristallin. Propriétés mécaniques Matériaux thermoplastiques Élastomères	Repérer l'unité de répétition au sein d'une macromolécule naturelle ou artificielle. Relier l'allure de la courbe de distribution de masses molaires à l'indice de polymolécularité. Distinguer interactions faibles et réticulation chimique. Déterminer l'état physique d'un polymère à la température d'étude. Associer un diagramme de traction à un type de matériau à température fixée. Analyser une courbe d'évolution du module d'Young avec la température.

Appendice 1 : matériel

Cette liste complète celle donnée en annexe 1 du programme de chimie de la classe de PCSI. Elle regroupe avec celle-ci le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de ces listes lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

- Multimètre, millivoltmètre et électrodes
- Calorimètre

Appendice 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maitrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de chimie PC sont d'une part ceux qui figurent dans l'appendice 2 du programme de PCSI et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Les capacités relatives à la notion de différentielle d'une fonction de plusieurs variables sont limitées à l'essentiel, elles seront mobilisées principalement dans le cours de chimie sur la thermodynamique de la transformation chimique ; les fondements feront l'objet d'une étude dans le cadre du chapitre « calcul différentiel » du cours de mathématique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Calcul différentiel	
Fonctions de plusieurs variables à valeurs réelles. Dérivées partielles. Différentielle. Théorème de Schwarz. Intégration de l'expression d'une dérivée partielle.	Relier la différentielle et les dérivées partielles premières. Utiliser le théorème de Schwarz (admis). Intégrer une expression de la forme $\partial f/\partial x = g(x,y)$ à y fixé en introduisant une fonction $\phi(y)$ inconnue comme « constante d'intégration ».

Classe préparatoire scientifique

NOR : ESRS1326928A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 24-12-2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 20-6-1996 modifié ; avis du ministre de la défense du 24-10-2013 ; avis du Cnerser du 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - Les programmes de seconde année de mathématiques, de physique et de chimie de la classe préparatoire scientifique physique et sciences de l'ingénieur (PSI), figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 de l'arrêté du 20 juin 1996 modifié susvisé, sont remplacés par ceux figurant respectivement aux annexes 1 et 2 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Annexe 1

↳ *Mathématiques*

Annexe 2

↳ *Physique-chimie*

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique et sciences de l'ingénieur (PSI)**

Discipline : **Mathématiques**

Seconde année

Classe préparatoire PSI
Programme de mathématiques

Table des matières

Le programme de mathématiques de PSI, dans le prolongement de ceux de première année, s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Objectifs de formation

La formation mathématique en classe préparatoire scientifique vise deux objectifs :
– l'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstrations des théorèmes figurant au programme ;
– le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique permet de développer :
– **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
– **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
– **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
– **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
– **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
– **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies
Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.
Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser
Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

Représenter
Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique.
La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemple, la géométrie apparaît comme un champ d'utilisation des concepts développés en algèbre linéaire et euclidienne ; les probabilités utilisent le vocabulaire ensembliste et illustrent certains résultats d'analyse.
Percevoir la globalité et la complexité du monde réel exige le croisement des regards disciplinaires. Ainsi, les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes…).
La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.
Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

Architecture et contenu du programme

L'étude de chaque domaine du programme (analyse, algèbre, probabilités) permet de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, et d'établir des liens avec les autres disciplines.
Afin de contribuer au développement des compétences de modélisation et de représentation, le programme préconise le recours à des figures géométriques pour aborder l'algèbre linéaire, les espaces euclidiens, les fonctions d'une ou plusieurs variables réelles, les fonctions vectorielles.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier prolonge l'étude de l'algèbre linéaire abordée en première année et aboutit à la théorie de la réduction dont il développe quelques applications. Le second, consacré aux espaces préhilbertiens réels et à l'algèbre euclidienne, met l'accent sur les relations entre les points de vue vectoriel, matriciel et géométrique, notamment à travers une étude spécifique aux dimensions deux et trois, et à l'énoncé du théorème spectral.
Le vocabulaire sur les structures algébriques est introduit au fur et à mesure des besoins.

Le programme d'analyse est introduit par un chapitre de topologie des espaces vectoriels normés. Celui-ci s'attache à développer et illustrer les notions générales dans le cadre de la dimension finie avant d'aborder celui des espaces fonctionnels. L'introduction des normes de la convergence uniforme, en moyenne ou en moyenne quadratique pose le cadre topologique de l'étude des suites et séries de fonctions, qui aboutit aux théorèmes classiques de régularité et d'interversion. Cette étude bénéficie de l'introduction de nouveaux outils relatifs aux séries numériques, permettant de compléter l'approche qui en a été faite en première année.
Le chapitre sur les séries entières permet de construire des fonctions de variable complexe et de fournir un outil pour la résolution d'équations différentielles linéaires.
La généralisation aux fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ des résultats d'analyse réelle étudiés en première année fournit, avec une étude modeste des arcs paramétrés, une nouvelle occasion de relier les registres analytique et géométrique.
L'étude de l'intégration, entamée en première année dans le cadre des fonctions continues sur un segment, se poursuit dans celui des fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque. L'intégrale généralisée est un intermédiaire à l'introduction de la notion de fonction intégrable, qui permet d'énoncer les théorèmes classiques sur l'intégration des suites et séries de fonctions et sur les intégrales à paramètre.
Le chapitre relatif au calcul différentiel à plusieurs variables est limité au cas des fonctions numériques de deux ou trois variables réelles. Il fournit des méthodes et des outils opérationnels pour résoudre des problèmes pouvant être issus d'autres disciplines scientifiques (recherche d'extremums, équations aux dérivées partielles). Il comporte un paragraphe présentant les premières notions de géométrie différentielle et favorise ainsi les interprétations et visualisations géométriques.
L'étude des équations et des systèmes différentiels est limitée au cas linéaire, dont les interventions sont fréquentes tant en mathématiques que dans les autres disciplines scientifiques. L'utilisation dans ce cadre du théorème de Cauchy permet d'établir la structure de l'ensemble des solutions, illustrant la pertinence des outils de l'algèbre linéaire pour résoudre des problèmes d'origine analytique. Le cas particulier où les coefficients sont constants permet de mettre en œuvre des techniques de réduction matricielle.

L'enseignement des probabilités présente brièvement le formalisme de Kolmogorov, qui sera repris dans le cursus ultérieur des étudiants. Son objectif majeur est l'étude des variables aléatoires discrètes, en prolongement des variables finies étudiées en première année, ce qui permet d'élargir aux processus stochastiques à temps discret le champ des situations réelles se prêtant à une modélisation probabiliste.
La loi faible des grands nombres permet de justifier a posteriori l'approche fréquentiste d'une probabilité pour un schéma de Bernoulli, déjà évoquée dans le cursus antérieur des étudiants. L'inégalité qui la sous-tend précise la vitesse de convergence de cette approximation et valide l'interprétation de la variance comme indicateur de dispersion.
Ce chapitre a vocation à interagir avec le reste du programme.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.
Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.

En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes…) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

– celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
– celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
– celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.
Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.
Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole ⇆ PC pour la physique et la chimie, ⇆ SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et ⇆ I pour l'informatique.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

– pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est en effet d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Quel que soit le contexte (cours, travaux dirigés), la pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants ;
– didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

Programme

Algèbre linéaire

Dans toute cette partie, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

A - Compléments sur les espaces vectoriels, les endomorphismes et les matrices

Le programme est organisé autour de trois objectifs :
- *consolider les acquis de la classe de première année ;*
- *étudier de nouveaux concepts : somme de plusieurs sous-espaces vectoriels, sous-espaces stables, polynômes de matrices, trace, formes linéaires, hyperplans ;*
- *passer du point de vue géométrique au point de vue matriciel et inversement.*

Le programme valorise les interprétations géométriques et préconise l'illustration des notions et des résultats par de nombreuses figures.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Produit et somme d'espaces vectoriels	
Produit d'un nombre fini d'espaces vectoriels ; dimension dans le cas où ces espaces sont de dimension finie.	
Somme, somme directe d'une famille finie de sous-espaces vectoriels ; sous-espaces supplémentaires.	
Base d'un espace vectoriel E de dimension finie adaptée à un sous-espace vectoriel F de E ; base d'un espace vectoriel E de dimension finie adaptée à une décomposition en somme directe $E = \bigoplus E_i$.	Décomposition en somme directe obtenue par fractionnement d'une base.
Si $F_1, \dots, F_p$ sont des sous-espaces de dimension finie, alors : $$\dim\Big(\sum_{i=1}^{p} F_i\Big) \leqslant \sum_{i=1}^{p} \dim(F_i)$$ avec égalité si et seulement si la somme est directe.	
Si $E_1, \dots, E_p$ sont des sous-espaces vectoriels de E tels que $E = \bigoplus_{i=1}^{p} E_i$ et si $u_i \in \mathscr{L}(E_i, F)$ pour tout i, alors il existe une unique application $u \in \mathscr{L}(E, F)$ telle que $u_{\mid E_i} = u_i$ pour tout i.	
b) Matrices et endomorphismes	
Polynôme d'une matrice carrée, d'un endomorphisme. Polynôme annulateur.	Applications au calcul de l'inverse et des puissances.
Matrices définies par blocs, opérations.	
Sous-espace vectoriel stable par un endomorphisme, endomorphisme induit.	Les étudiants doivent savoir traduire matriciellement la stabilité d'un sous-espace vectoriel par un endomorphisme et interpréter en termes d'endomorphismes une matrice triangulaire ou diagonale par blocs.
Si f et g commutent alors le noyau et l'image de f sont stables par g.	
Matrices semblables. Interprétation en termes d'endomorphisme.	La notion de matrices équivalentes est hors programme.
Trace d'une matrice carrée. Linéarité, trace d'une transposée, d'un produit.	
Invariance de la trace par similitude. Trace d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie.	

Contenus	Capacités & Commentaires
c) Déterminants	
Exemples de déterminants.	Les étudiants doivent savoir calculer le déterminant d'une matrice triangulaire par blocs, et connaître l'expression d'un déterminant de Vandermonde. ⇆ I : calcul d'un déterminant.
d) Formes linéaires et hyperplans en dimension finie	
Formes linéaires sur un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E de dimension finie.	L'étude de la dualité est hors programme.
Hyperplan d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie n.	Les étudiants doivent savoir caractériser un hyperplan comme noyau d'une forme linéaire non nulle, supplémentaire d'une droite, sous-espace de dimension $n-1$.
Équations d'un hyperplan dans une base.	Deux équations linéaires définissent le même hyperplan si et seulement si elles sont proportionnelles.
Exemples des droites et des plans en dimensions 2 et 3.	

B - Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

La réduction des endomorphismes et des matrices carrées permet d'approfondir les notions étudiées en première année. Elle sera appliquée à l'étude des isométries et des endomorphismes symétriques d'un espace euclidien. Il est attendu des étudiants qu'ils maîtrisent les deux points de vue suivants :

- *l'aspect géométrique (sous-espaces propres, sous-espaces stables) ;*
- *l'aspect algébrique (critères de réduction reposant sur les polynômes annulateurs).*

L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.

L'étude des classes de similitude est hors programme ainsi que la notion de polynôme minimal.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Éléments propres	
Droite stable par un endomorphisme.	
Valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.	Les étudiants doivent savoir que si u et v commutent, les sous-espaces propres de u sont stables par v.
Spectre d'un endomorphisme en dimension finie, d'une matrice carrée.	Notation $\mathrm{Sp}(u)$. La notion de valeur spectrale est hors programme. ⇆ SI : matrice d'inductance : inductance cyclique et inductance homopolaire.
Les sous-espaces propres sont en somme directe.	
Polynôme caractéristique d'une matrice, d'un endomorphisme.	Par convention le polynôme caractéristique est unitaire. Notations χ_A, χ_u.
Les valeurs propres sont les racines du polynôme caractéristique.	
Expressions du déterminant et de la trace en fonction des valeurs propres dans le cas où le polynôme caractéristique est scindé.	
Multiplicité d'une valeur propre. Majoration de la dimension d'un sous-espace propre.	
Polynôme caractéristique d'un endomorphisme induit sur un sous-espace stable.	

Contenus	Capacités & Commentaires

b) Diagonalisation

Contenus	Capacités & Commentaires
Un endomorphisme est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale. Une matrice est dite diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale. Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous-espaces propres est égale à la dimension de l'espace. Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé sur le corps de base $\mathbb{K}$ et si, pour toute valeur propre, la dimension du sous-espace propre associé est égale à sa multiplicité dans le polynôme caractéristique.	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension n admettant n valeurs propres distinctes est diagonalisable.	Interprétation matricielle de ces résultats.
Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.	
Application à la résolution des récurrences linéaires à coefficients constants.	Les étudiants doivent savoir traduire matriciellement une relation de récurrence linéaire.

c) Diagonalisation et polynômes annulateurs

Contenus	Capacités & Commentaires
Théorème de Cayley-Hamilton.	Démonstration non exigible.
Un endomorphisme de E est diagonalisable si et seulement s'il admet un polynôme annulateur scindé à racines simples.	Démonstration non exigible. Interprétation matricielle de ce résultat. Le théorème de décomposition des noyaux est hors programme.
Un endomorphisme u est diagonalisable si et seulement s'il admet $\prod_{\lambda \in \mathrm{Sp}(u)} (X-\lambda)$ pour polynôme annulateur. L'endomorphisme induit par un endomorphisme diagonalisable sur un sous-espace vectoriel stable est diagonalisable.	

d) Trigonalisation

Contenus	Capacités & Commentaires
Un endomorphisme est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure. Une matrice est dite trigonalisable si elle est semblable à une matrice triangulaire supérieure.	
Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé sur le corps $\mathbb{K}$. En particulier, toute matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ est trigonalisable.	Démonstration non exigible. Interprétation matricielle de ce résultat. La technique générale de trigonalisation n'est pas au programme. On se limite dans la pratique à des exemples simples en petite dimension et tout exercice de trigonalisation effective doit comporter une indication. ⇆ I : calcul de la valeur propre de plus grand module à l'aide du quotient des traces de deux puissances itérées consécutives.

Espaces préhilbertiens réels, espaces euclidiens

L'objectif de ce chapitre est triple :

- *généraliser les outils de géométrie vectorielle euclidienne du plan et de l'espace à des dimensions quelconques ;*
- *étudier les isométries vectorielles et les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions* 2 *et* 3 *en insistant sur les représentations géométriques ;*
- *aborder la réduction des endomorphismes symétriques et des matrices symétriques réelles.*

A - Espaces préhilbertiens réels

L'objectif majeur est le théorème de projection orthogonale et l'existence de la meilleure approximation quadratique. On s'appuie sur des exemples de géométrie du plan et de l'espace pour illustrer les différentes notions.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Produit scalaire et norme associée	
Espace préhilbertien réel, espace euclidien.	Notations $\langle x, y\rangle$, $(x\|y)$, $x \cdot y$. Les étudiants doivent savoir manipuler les identités remarquables sur les normes (développement de $\|u \pm v\|^2$, identité de polarisation).
Exemples de référence : produit scalaire euclidien canonique sur $\mathbb{R}^n$, produit scalaire sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, produits scalaires définis par une intégrale sur $\mathscr{C}^0([a, b], \mathbb{R})$.	Application géométrique dans le cas du produit scalaire usuel du plan ou de l'espace, équations de plans et de droites.
Inégalité de Cauchy-Schwarz. Cas d'égalité. Norme associée au produit scalaire.	Cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire.
b) Orthogonalité	
Vecteurs orthogonaux, sous-espaces orthogonaux, orthogonal d'un sous-espace vectoriel. Famille orthogonale, orthonormale (ou orthonormée). Toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre. Théorème de Pythagore.	
Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.	⇆ I : calcul d'une base orthonormée de polynômes pour différents exemples de produit scalaire. ⇆ I : décomposition QR d'une matrice inversible.
c) Bases orthonormales d'un espace euclidien	
Existence de bases orthonormales. Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale.	
Expressions du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale.	Expression $X^{\mathrm{T}}Y$ du produit scalaire de deux vecteurs x et y de coordonnées X et Y dans une base orthonormale. Les étudiants doivent savoir calculer au moyen du produit scalaire les coefficients de la matrice d'un endomorphisme dans une base orthonormale.
d) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie	
Supplémentaire orthogonal d'un sous-espace V de dimension finie.	Notation $V^{\perp}$.
Projection orthogonale p_V sur un sous-espace V de dimension finie.	Les étudiants doivent savoir déterminer $p_V(x)$ en calculant son expression dans une base orthonormale de V ou en résolvant un système linéaire traduisant l'orthogonalité de $x - p_V(x)$ aux vecteurs d'une famille génératrice de V. ⇆I : programmation de ces méthodes.
Inégalité de Bessel : pour tout $x \in E$, $\|p_V(x)\| \leqslant \|x\|$.	

Contenus	Capacités & Commentaires
$p_V(x)$ est l'unique vecteur y_0 de V tel que $$\lVert x-y_0\rVert = \min_{y\in V}\lVert x-y\rVert$$	La distance de x à V, notée $d(x,V)$, est égale à ce minimum. Application géométrique à des calculs de distances dans le plan ou l'espace.

e) Formes linéaires sur un espace euclidien

Représentation d'une forme linéaire à l'aide d'un produit scalaire.	
Vecteur normal à un hyperplan.	Les étudiants doivent savoir calculer la distance d'un vecteur à un hyperplan, la distance d'un vecteur à une droite.

B - Isométries et endomorphismes symétriques d'un espace euclidien

Les objectifs de cette partie sont les suivants :

– *établir les liens entre les registres géométrique et matriciel en dimension quelconque ;*
– *décrire les isométries et les matrices orthogonales en dimensions deux et trois ;*
– *énoncer les formes géométrique et matricielle du théorème spectral.*

La notion d'adjoint est hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Isométries vectorielles d'un espace euclidien	
Un endomorphisme d'un espace euclidien E est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme.	Autre dénomination : automorphisme orthogonal.
Caractérisations par la conservation du produit scalaire, par l'image d'une base orthonormale.	
Groupe orthogonal.	Notation $\mathrm{O}(E)$.
Stabilité de l'orthogonal d'un sous-espace stable.	
b) Matrices orthogonales	
Une matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est dite orthogonale si l'endomorphisme de $\mathbb{R}^n$ qui lui est canoniquement associé est une isométrie vectorielle.	Caractérisation comme matrice de changement de base orthonormale.
Caractérisation par l'une des relations $MM^{\mathrm{T}} = I_n$ ou $M^{\mathrm{T}}M = I_n$.	Interprétation en termes de colonnes et de lignes.
Caractérisation d'une isométrie vectorielle à l'aide de sa matrice dans une base orthonormale.	
Groupe orthogonal d'ordre n.	Notations $\mathrm{O}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{O}(n)$.
Déterminant d'une matrice orthogonale. Groupe spécial orthogonal.	Notations $\mathrm{SO}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{SO}(n)$.
c) Espace euclidien orienté de dimension 2 ou 3	
Orientation. Bases orthonormales directes.	
Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base orthonormale directe : produit mixte.	Notations $[\vec{u},\vec{v}]$, $[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]$. Interprétation géométrique comme aire ou volume.
Produit vectoriel. Calcul dans une base orthonormale directe.	⇆ PC : moment cinétique, force de Laplace.
Orientation d'un plan ou d'une droite dans un espace euclidien orienté de dimension 3.	
d) Isométries vectorielles d'un plan euclidien	
Détermination des matrices de $\mathrm{O}_2(\mathbb{R})$, de $\mathrm{SO}_2(\mathbb{R})$.	Commutativité de $\mathrm{SO}_2(\mathbb{R})$.

Contenus	Capacités & Commentaires
Mesure de l'angle d'une rotation d'un plan euclidien orienté. Produit de deux matrices de rotation. Composée de deux rotations d'un plan euclidien. Classification des isométries vectorielles d'un plan euclidien.	Écriture complexe d'une rotation.

e) Isométries d'un espace euclidien de dimension 3

Réduction en base orthonormale d'une isométrie vectorielle d'un espace euclidien de dimension 3. Dans un espace euclidien orienté de dimension 3, axe et mesure de l'angle d'une rotation.	Interprétation matricielle.

f) Réduction des endomorphismes symétriques et des matrices symétriques réelles

Endomorphisme symétrique d'un espace euclidien. Si $\mathscr{B}$ est une base orthonormale de E et u un endomorphisme de E, alors u est symétrique si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(u)$ est symétrique.	
Théorème spectral : tout endomorphisme symétrique d'un espace euclidien admet une base orthonormale de vecteurs propres. Interprétation matricielle : pour toute matrice symétrique réelle A, il existe une matrice diagonale réelle D et une matrice orthogonale P telles que $A = PDP^{-1}$.	Démonstration non exigible.

Espaces vectoriels normés de dimension finie

Ce chapitre vise les objectifs suivants :

– *généraliser au cas des espaces vectoriels de dimension finie sur $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ certaines notions (convergence de suites, limite et continuité de fonctions) étudiées en première année dans le cadre de l'analyse réelle, indispensables pour aborder l'étude des suites de matrices, des fonctions à valeurs vectorielles et du calcul différentiel ;*

– *préparer l'introduction de la norme de la convergence uniforme, afin de fournir un cadre topologique à la convergence des suites et séries de fonctions.*

L'aspect géométrique de certains concepts topologiques gagne à être illustré par de nombreuses figures.

Contenus	Capacités & commentaires

a) Normes

Norme sur un espace vectoriel réel ou complexe ; espace vectoriel normé. Distance associée à une norme. Boule ouverte, boule fermée, sphère.	Normes usuelles sur $\mathbb{K}^p$.
Partie convexe. Partie bornée, suite bornée, fonction bornée.	Convexité des boules.

b) Suites d'un espace vectoriel normé de dimension finie

Convergence d'une suite. Une suite convergente est bornée. Toute suite extraite d'une suite convergente est convergente.	Exemples de suites de matrices.
La convergence d'une suite et la valeur de sa limite ne dépendent pas du choix de la norme.	Résultat admis, qui pourra être illustré sur les normes usuelles définies sur $\mathbb{K}^p$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
L'étude de la convergence d'une suite se ramène à celle de ses coordonnées dans une base.	
c) Topologie d'un espace vectoriel normé de dimension finie	
L'étude topologique d'un espace vectoriel normé de dimension finie se ramène à celle de $\mathbb{K}^p$ muni d'une norme.	Résultat admis.
Point intérieur à une partie. Partie ouverte.	Une boule ouverte est un ouvert.
Point adhérent à une partie. Partie fermée.	Caractérisation séquentielle. Une boule fermée, une sphère sont des fermés.
Intérieur, adhérence, frontière.	Ces notions sont illustrées par des figures. Seules les définitions sont au programme.
e) Limite et continuité en un point.	
Limite d'une fonction en un point adhérent à son domaine de définition. Caractérisation séquentielle de la limite. Équivalence entre l'existence d'une limite et celle des limites des coordonnées de la fonction dans une base de l'espace d'arrivée. Opérations algébriques sur les limites, composition. Continuité en un point. Lien avec la continuité des coordonnées.	
f) Continuité sur une partie	
Opérations algébriques, composition.	Si f est une application continue de E dans $\mathbb{R}$ alors l'ensemble défini par $f(x) > 0$ est un ouvert et les ensembles définis par $f(x) = 0$ ou $f(x) \geqslant 0$ sont des fermés.
Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.	Démonstration non exigible.
Fonction lipschitzienne. Toute fonction lipschitzienne est continue.	
Toute application linéaire sur un espace de dimension finie est lipschitzienne.	La notion de norme subordonnée est hors programme.
Continuité des applications multilinéaires et polynomiales sur $\mathbb{K}^n$.	Exemple du déterminant.

Suites et séries

A - Séries numériques

Cette partie a pour objectif de consolider et d'élargir les acquis de première année sur les séries, notamment la convergence absolue, en vue de l'étude des probabilités discrètes et des séries de fonctions.
La semi-convergence n'est pas un objectif du programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Compléments sur les séries à valeurs réelles	
Théorème de comparaison entre une série et une intégrale : si f est une fonction continue par morceaux sur $[0, +\infty[$, positive et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ converge si et seulement si f est intégrable sur $[0, +\infty[$.	
Formule de Stirling : équivalent de $n!$.	Démonstration non exigible.
Règle de d'Alembert.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Théorème spécial des séries alternées, majoration et signe du reste.	La transformation d'Abel est hors programme.

b) Produit de Cauchy de deux séries

Le produit de Cauchy de deux séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ de nombres complexes est la série $\sum w_n$ avec : $$w_n = \sum_{p+q=n} u_q v_p.$$	
Si les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont absolument convergentes alors la série $\sum w_n$ l'est aussi et $$\sum_{n=0}^{+\infty} w_n = \Big(\sum_{p=0}^{+\infty} u_p\Big)\Big(\sum_{q=0}^{+\infty} v_q\Big).$$	Démonstration non exigible.

B - Suites et séries de fonctions

L'objectif de ce chapitre est de définir différents modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions et d'étudier la stabilité des propriétés de ces fonctions par passage à la limite. En prolongement du chapitre sur les espaces vectoriels normés de dimension finie, un lien est établi avec l'utilisation de la norme de la convergence uniforme.
Les fonctions sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions	
Convergence simple, convergence uniforme d'une suite de fonctions. La convergence uniforme entraîne la convergence simple. Norme de la convergence uniforme sur l'espace des fonctions bornées à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.	
Convergence simple, convergence uniforme, convergence normale d'une série de fonctions.	Pour établir la convergence normale de $\sum f_n$, les étudiants doivent savoir utiliser une série numérique convergente $\sum \alpha_n$ majorante, c'est-à-dire telle que pour tout n, $\|f_n\|_\infty \leqslant \alpha_n$.
La convergence normale entraîne la convergence uniforme.	
b) Régularité de la limite d'une suite de fonctions	
Continuité de la limite d'une suite de fonctions : si (f_n) converge uniformément vers f sur I et si, pour tout n, f_n est continue sur I, alors f est continue sur I.	Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de I.
Théorème de la double limite : soit (f_n) une suite de fonctions convergeant uniformément vers f sur I et a une extrémité de I (éventuellement infinie) ; si, pour tout n, f_n admet une limite ℓ_n en a, alors la suite (ℓ_n) admet une limite ℓ, f admet une limite en a et cette limite est égale à ℓ.	Démonstration hors programme.
Interversion limite-intégrale : si une suite (f_n) de fonctions continues converge uniformément vers f sur $[a,b]$ alors $$\int_a^b \lim_{n\to+\infty} f_n(t)\,\mathrm{d}t = \lim_{n\to+\infty}\int_a^b f_n(t)\,\mathrm{d}t.$$	

Contenus	Capacités & Commentaires
Dérivabilité de la limite d'une suite de fonctions : si (f_n) est une suite de fonctions de classe $\mathscr{C}^1$ sur I qui converge simplement sur I vers f et telle que la suite (f'_n) converge uniformément sur I vers h, alors f est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et $f' = h$.	Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de I.
Extension aux fonctions de classe $\mathscr{C}^k$.	Les étudiants peuvent appliquer directement le théorème concluant au caractère $\mathscr{C}^k$ de la limite sous l'hypothèse de convergence simple des $(f_n^{(j)})$ pour $0 \leqslant j \leqslant k-1$ et de convergence uniforme de $(f_n^{(k)})$ sur tout segment de I.

c) Régularité de la somme d'une série de fonctions

Continuité de la somme : si la série $\sum f_n$ converge uniformément sur I et si, pour tout n, f_n est continue sur I, alors sa somme $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$ est continue sur I.	Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de I.
Théorème de la double limite : soit (f_n) une suite de fonctions définies sur I et a une extrémité de I (éventuellement infinie) ; si la série $\sum f_n$ converge uniformément sur I, de somme S, et si, pour tout n, f_n admet une limite ℓ_n en a alors la série $\sum \ell_n$ converge, la fonction S admet une limite en a et : $$\sum_{n=0}^{+\infty} f_n(x) \xrightarrow[x\to a]{} \sum_{n=0}^{+\infty} \ell_n.$$	Démonstration hors programme.
Intégration terme à terme d'une série de fonctions : soit (f_n) une suite de fonctions continues sur $[a,b]$; si la série $\sum f_n$ converge uniformément sur $[a,b]$ alors la série des intégrales est convergente et on a : $$\int_a^b \sum_{n=0}^{+\infty} f_n(t)\,\mathrm{d}t = \sum_{n=0}^{+\infty} \int_a^b f_n(t)\,\mathrm{d}t.$$	
Dérivation terme à terme d'une série de fonctions : soit (f_n) une suite de fonctions de classe $\mathscr{C}^1$ sur I ; si la série $\sum f_n$ converge simplement sur I et si la série $\sum f'_n$ converge uniformément sur I, alors la somme $\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et sa dérivée est $\sum_{n=0}^{+\infty} f'_n$.	Adaptation au cas où la convergence est uniforme sur tout segment de I. Extension aux fonctions de classe $\mathscr{C}^k$: les étudiants peuvent appliquer directement le théorème concluant au caractère $\mathscr{C}^k$ de la somme.

C - Séries entières

Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :
- *étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence ;*
- *étudier les propriétés de sa somme en se limitant à la continuité dans le cas d'une variable complexe ;*
- *établir les développements en série entière des fonctions usuelles.*

La théorie des séries entières sera appliquée au cas des séries génératrices dans le chapitre dédié aux variables aléatoires discrètes et à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Rayon de convergence	
Lemme d'Abel : si la suite $\left(a_n z_0^n\right)$ est bornée alors, pour tout nombre complexe z tel que $\|z\| < \|z_0\|$, la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.	
Rayon de convergence R défini comme borne supérieure dans $\overline{\mathbb{R}}$ de l'ensemble des réels positifs ρ tels que la suite $(a_n \rho^n)$ est bornée.	Pour $\|z\| < R$, la série $\sum a_n z^n$ converge absolument.
Disque ouvert de convergence, intervalle de convergence.	
Si R_a est le rayon de convergence de $\sum a_n z^n$, et R_b celui de $\sum b_n z^n$, alors : si $a_n = O(b_n)$, alors $R_a \geqslant R_b$; si $a_n \sim b_n$, alors $R_a = R_b$.	
Les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.	
Utilisation de la règle de d'Alembert.	
Rayon de convergence de la somme et du produit de Cauchy de deux séries entières.	
b) Régularité de la somme	
Convergence normale d'une série entière d'une variable réelle sur tout segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.	
Continuité de la somme sur l'intervalle ouvert de convergence.	On admet la continuité de la somme d'une série entière d'une variable complexe sur le disque ouvert de convergence. L'étude des propriétés de la somme au bord de l'intervalle ou du disque de convergence n'est pas un objectif du programme.
Primitivation d'une série entière d'une variable réelle sur l'intervalle ouvert de convergence.	
Caractère $\mathscr{C}^\infty$ de la somme d'une série entière d'une variable réelle sur l'intervalle ouvert de convergence et obtention des dérivées par dérivation terme à terme.	
Expression des coefficients d'une série entière au moyen des dérivées successives en 0 de sa somme.	
c) Développement en série entière au voisinage de 0 d'une fonction d'une variable réelle	
Fonction développable en série entière sur un intervalle $]-r, r[$.	
Série de Taylor d'une fonction de classe $\mathscr{C}^\infty$.	
Unicité du développement en série entière.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Développements des fonctions usuelles.	Les étudiants doivent connaître les développements en série entière des fonctions : exponentielle, cosinus, sinus, cosinus et sinus hyperboliques, $x \mapsto \operatorname{Arctan} x$, $x \mapsto \ln(1+x)$ et $x \mapsto (1+x)^{\alpha}$. Les étudiants doivent savoir développer une fonction en série entière à l'aide d'une équation différentielle linéaire.
d) Séries géométrique et exponentielle d'une variable complexe	
Développement de $\dfrac{1}{1-z}$ sur le disque unité ouvert. Développement de $\exp(z)$ sur $\mathbb{C}$	

Fonctions vectorielles, arcs paramétrés

L'objectif de ce chapitre est double :

- *généraliser aux fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ la notion de dérivée d'une fonction numérique, en vue notamment de préparer le chapitre sur les équations différentielles ;*
- *formaliser des notions géométriques (arc paramétré, tangente) et cinématiques (vitesse, accélération) rencontrées dans d'autres disciplines scientifiques.*

Toutes les fonctions sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{R}^n$.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Dérivabilité et opérations sur les fonctions dérivables	
Dérivabilité en un point. Dérivabilité sur un intervalle.	Taux d'accroissement et développement limité d'ordre un. Interprétations géométrique et cinématique. ⇆ PC, SI : vecteur vitesse.
Combinaison linéaire de fonctions dérivables. Dérivée de $L \circ f$, $B(f,g)$, $f \circ \varphi$ où f et g sont dérivables et à valeurs vectorielles, L est linéaire, B est bilinéaire, φ est dérivable et à valeurs réelles.	Application au produit scalaire et au déterminant dans une base de $\mathbb{R}^2$ de deux fonctions vectorielles.
b) Fonctions de classe $\mathscr{C}^k$	
Fonction de classe $\mathscr{C}^k$, de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur un intervalle. Opérations sur les fonctions de classe $\mathscr{C}^k$, de classe $\mathscr{C}^\infty$.	⇆ PC, SI : vecteur accélération. Brève extension des résultats du paragraphe précédent.
c) Arcs paramétrés	
Arc paramétré de classe $\mathscr{C}^k$, avec $k \in \mathbb{N}^*$. Point régulier, tangente en un point régulier.	
Construction d'arcs plans.	Les étudiants doivent savoir utiliser des développements limités pour déterminer l'allure d'un arc au voisinage d'un point et des développements asymptotiques pour étudier ses branches infinies. ⇆ I : tracé d'arcs paramétrés. L'étude des arcs définis par une équation polaire est hors programme.
Longueur d'un arc paramétré de classe $\mathscr{C}^1$.	Les notions d'abscisse curviligne et de paramétrage admissible sont hors programme.

Intégration

L'objectif de ce chapitre est multiple :

- *Étendre la notion d'intégrale étudiée en première année à des fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées*
- *Définir, dans le cadre des fonctions continues par morceaux, la notion de fonction intégrable*
- *Compléter le chapitre dédié aux suites et aux séries de fonctions par le théorème de la convergence dominée et le théorème d'intégration terme à terme*
- *Étudier les fonctions définies par des intégrales dépendant d'un paramètre.*

Les fonctions considérées sont définies sur un intervalle de $\mathbb{R}$ et à valeurs réelles ou complexes.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Fonctions continues par morceaux	
Fonctions continues par morceaux sur un intervalle de $\mathbb{R}$. Intégrale sur un segment d'une fonction continue par morceaux.	Brève extension des résultats sur les fonctions continues étudiés en première année. Aucune construction n'est exigible.
b) Intégrales généralisées sur $[a,+\infty[$	
Si f est une application à valeurs complexes continue par morceaux sur $[a,+\infty[$ alors l'intégrale $\int_a^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ est dite convergente si $\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ a une limite finie lorsque x tend vers $+\infty$. Si tel est le cas, on note $\int_a^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ cette limite. Si f est continue par morceaux sur $[a,+\infty[$ et à valeurs positives, alors $\int_a^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ converge si et seulement si $x \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est majorée.	Intégrale divergente.
c) Intégrales généralisées sur un intervalle quelconque	
Adaptation du paragraphe précédent aux fonctions continues par morceaux définies sur un intervalle ouvert ou semi-ouvert de $\mathbb{R}$.	Notation $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.
Intégrales de référence : $\int_1^{+\infty} t^{-\alpha}\,\mathrm{d}t$, $\int_0^1 t^{-\alpha}\,\mathrm{d}t$.	Les étudiants doivent connaître la nature de $\int_0^1 \ln(t)\,\mathrm{d}t$ et $\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\alpha t}\,\mathrm{d}t$ selon le signe de α.
Propriétés des intégrales généralisées : linéarité, positivité, croissance, relation de Chasles.	
Changement de variable : si $\varphi :]\alpha,\beta[\to]a,b[$ est une bijection strictement croissante de classe $\mathscr{C}^1$, et si $f :]a,b[\to \mathbb{C}$ est continue par morceaux alors $\int_\alpha^\beta (f\circ\varphi)(u)\,\varphi'(u)\,\mathrm{d}u$ est convergente si et seulement si $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ est convergente et, si tel est le cas, elles sont égales.	Adaptation au cas où φ est strictement décroissante.
Intégration par parties sur un intervalle quelconque : $\int_a^b f(t)g'(t)\,\mathrm{d}t = [fg]_a^b - \int_a^b f'(t)g(t)\,\mathrm{d}t$.	L'existence des limites du produit fg aux bornes de l'intervalle assure que les intégrales de fg' et $f'g$ sont de même nature. Notation $[fg]_a^b$.

d) Intégrales absolument convergentes et fonctions intégrables

Intégrale absolument convergente.

La convergence absolue implique la convergence et dans ce cas, la valeur absolue (ou le module) de l'intégrale est inférieure ou égale à l'intégrale de la valeur absolue (ou du module).

Dans le cas d'une fonction à valeurs réelles, la démonstration utilise les parties positive et négative de la fonction.

Une fonction continue par morceaux sur un intervalle I est dite intégrable sur I si son intégrale sur I est absolument convergente.

Notations $\int_I f(t)\,\mathrm{d}t$, $\int_I f$.

Pour f et g fonctions continues par morceaux sur $[a,+\infty[$:

- si $|f| \leqslant |g|$, alors l'intégrabilité de g implique celle de f sur $[a,+\infty[$.
- si $f(x) \underset{x\to\infty}{=} O\big(g(x)\big)$, alors l'intégrabilité de g implique celle de f sur $[a,+\infty[$.
- si $f(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} g(x)$, alors l'intégrabilité de f est équivalente à celle de g sur $[a,+\infty[$.

Adaptation au cas d'un intervalle quelconque.

Si f est continue et intégrable sur I, alors $\int_I |f(t)|\,\mathrm{d}t = 0$ implique $f = 0$.

Espace vectoriel des fonctions continues par morceaux intégrables sur I.

Espace vectoriel des fonctions continues par morceaux de carré intégrable sur I.

Structure préhilbertienne de l'espace des fonctions continues de carré intégrable sur I et à valeurs réelles.

Le produit de deux fonctions de carré intégrable est intégrable. Inégalité de Cauchy-Schwarz.

e) Suites et séries de fonctions intégrables

Théorème de convergence dominée :
si (f_n) est une suite de fonctions continues par morceaux sur I convergeant simplement sur I vers une fonction f continue par morceaux et telle qu'il existe une fonction φ continue par morceaux et intégrable sur I vérifiant $|f_n| \leqslant \varphi$ pour tout n, alors les fonctions f_n et f sont intégrables sur I et :

$$\int_I f_n(t)\,\mathrm{d}t \xrightarrow[n\to+\infty]{} \int_I f(t)\,\mathrm{d}t.$$

Démonstration hors programme.
L'hypothèse de continuité par morceaux de f, imposée par les limitations du programme, n'a pas l'importance de l'hypothèse de domination.

Théorème d'intégration terme à terme :
si (f_n) est une suite de fonctions continues par morceaux et intégrables sur I, telle que la série $\sum f_n$ converge simplement vers une fonction f continue par morceaux sur I et telle que la série $\sum \int_I |f_n(t)|\,\mathrm{d}t$ converge, alors f est intégrable sur I et :

$$\int_I f(t)\,\mathrm{d}t = \sum_{n=0}^{+\infty} \int_I f_n(t)\,\mathrm{d}t.$$

Démonstration hors programme.
L'hypothèse de continuité par morceaux de la somme, imposée par les limitations du programme, n'a pas l'importance de l'hypothèse de convergence de $\sum \int_I |f_n|$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
f) Intégrales à paramètre	
Théorème de continuité : si I et J sont deux intervalles de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur $I \times J$, telle que : – pour tout $x \in I$, $t \mapsto f(x,t)$ est continue par morceaux sur J ; – pour tout $t \in J$, $x \mapsto f(x,t)$ est continue sur I ; – il existe une fonction φ positive, continue par morceaux et intégrable sur J, telle que pour tout $(x,t) \in I \times J$, on ait $\lvert f(x,t) \rvert \leqslant \varphi(t)$; alors la fonction $x \mapsto \int_J f(x,t)\,\mathrm{d}t$ est continue sur I.	Démonstration non exigible. Adaptation au cas où l'hypothèse de domination est vérifiée sur tout segment de I.
Théorème de dérivation : si I et J sont deux intervalles de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur $I \times J$, telle que : – pour tout $x \in I$, $t \mapsto f(x,t)$ est continue par morceaux et intégrable sur J ; – pour tout $t \in J$, $x \mapsto f(x,t)$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I ; – pour tout $x \in I$, $t \mapsto \dfrac{\partial f}{\partial x}(x,t)$ est continue par morceaux sur J ; – il existe une fonction φ positive, continue par morceaux et intégrable sur J, telle que pour tout $(x,t) \in I \times J$, on ait $\left\lvert \dfrac{\partial f}{\partial x}(x,t) \right\rvert \leqslant \varphi(t)$; alors la fonction $g : x \mapsto \int_J f(x,t)\,\mathrm{d}t$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et on a sur I : $$g'(x) = \int_J \frac{\partial f}{\partial x}(x,t)\,\mathrm{d}t.$$	Démonstration non exigible. Adaptation au cas où l'hypothèse de domination est vérifiée sur tout segment de I. ⇆ PC : transformées de Fourier. ⇆ SI : transformée de Laplace, théorème de la valeur initiale, théorème de la valeur finale.
Extension aux fonctions de classe $\mathscr{C}^k$.	

Probabilités

Les chapitres de probabilités permettent de développer les compétences suivantes :
- *modéliser des situations aléatoires par le choix d'un espace probabilisé ou de variables aléatoires adéquats ;*
- *maîtriser un formalisme spécifique aux probabilités.*

A- Espaces probabilisés

Cette partie a pour objectif la mise en place du cadre général de la théorie des probabilités permettant d'aborder l'étude de processus stochastiques à temps discret. Cette mise en place se veut minimale. En particulier :
- *la notion de tribu ne doit donner lieu à aucun développement théorique autre que sa définition ;*
- *la construction d'espaces probabilisés n'est pas un objectif du programme.*

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Ensembles dénombrables	
Un ensemble est dit dénombrable s'il est en bijection avec $\mathbb{N}$. Ensembles finis ou dénombrables. Dénombrabilité de $\mathbb{Z}$, d'un produit cartésien de deux ensembles dénombrables.	Un ensemble fini ou dénombrable peut être décrit en extension sous la forme $\{x_n\,;\ n \in \mathbb{N}\}$. Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme.

b) Espace probabilisé

Si Ω est un ensemble, on appelle *tribu* sur Ω une partie $\mathscr{A}$ de l'ensemble $\mathscr{P}(\Omega)$ des parties de Ω telle que :

i. $\Omega \in \mathscr{A}$,

ii. pour tout $A \in \mathscr{A}$, $\overline{A} = \Omega \setminus A \in \mathscr{A}$,

iii. pour toute suite $(A_n)_{n\geqslant 0}$ d'éléments de $\mathscr{A}$, la réunion $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$ appartient à $\mathscr{A}$.

L'ensemble Ω est l'univers ; il n'est en général pas précisé. Les éléments de $\mathscr{A}$ sont les événements. Les étudiants doivent savoir expliciter un événement à partir d'autres événements en utilisant la réunion, l'intersection et le complémentaire. On fait le parallèle entre le vocabulaire probabiliste et le vocabulaire ensembliste.

Si Ω est un ensemble et $\mathscr{A}$ une tribu sur Ω, on appelle *probabilité* sur $(\Omega, \mathscr{A})$ une application $P : \mathscr{A} \to [0,1]$ telle que :

i. $P(\Omega) = 1$,

ii. pour toute suite $(A_n)_{n\geqslant 0}$ d'événements incompatibles,

$$P\Big(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\Big) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n).$$

On appelle espace probabilisé un triplet $(\Omega, \mathscr{A}, P)$ où $\mathscr{A}$ est une tribu et P une probabilité sur $(\Omega, \mathscr{A})$.

Propriétés :

– $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n \in \mathscr{A}$.
– Continuité croissante : si $(A_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite d'événements telle que, pour tout n, on ait $A_n \subset A_{n+1}$, alors :

$$\lim_{n\to+\infty} P(A_n) = P\Big(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\Big).$$

– Continuité décroissante : si $(A_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite d'événements telle que, pour tout n, on ait $A_{n+1} \subset A_n$, alors :

$$\lim_{n\to+\infty} P(A_n) = P\Big(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\Big).$$

– Sous additivité : si $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite d'événements, alors :

$$P\Big(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\Big) \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n).$$

c) Conditionnement et indépendance

Si A et B sont deux événements tels que $P(B) > 0$, on appelle probabilité conditionnelle de A sachant B le réel

$$P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Notation $P_B(A) = P(A \mid B)$. L'application P_B est une probabilité sur $(\Omega, \mathscr{A})$.
Ce paragraphe étend rapidement les concepts et résultats vus dans le cadre des univers finis.

Formule des probabilités composées.
Système complet dénombrable d'événements.
Formule des probabilités totales : si $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est un système complet d'événements, alors la série $\sum P(B\cap A_n)$ converge et

$$P(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B\cap A_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B \mid A_n)\, P(A_n)$$

On adopte la convention $P(B \mid A_n)\, P(A_n) = 0$ lorsque $P(A_n) = 0$.
La formule reste valable dans le cas d'une suite $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles tels que $\sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n) = 1$.

Formule de Bayes.

Contenus	Capacités & Commentaires
Indépendance de deux événements.	Si $P(B) > 0$, l'indépendance de A et B équivaut à $P(A \mid B) = P(A)$.
Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.	L'indépendance deux à deux n'entraîne pas l'indépendance mutuelle.

B - Variables aléatoires discrètes

Les objectifs de cette partie sont les suivants :

- *étendre la notion de variable aléatoire finie à des variables dont l'image est un ensemble dénombrable*
- *fournir des outils permettant, sur des exemples simples, l'étude de processus stochastiques à temps discret*
- *exposer deux résultats asymptotiques : l'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson et la loi faible des grands nombres*
- *introduire les fonctions génératrices et utiliser les propriétés des séries entières.*

La construction d'espaces probabilisés modélisant une suite d'expériences aléatoires est hors programme, on admet l'existence de tels espaces. Les différents types de convergence probabiliste (presque sûre, en probabilité, en loi, en moyenne) sont hors programme.

Toutes les variables aléatoires mentionnées dans le programme sont implicitement supposées discrètes.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Généralités	
Une variable aléatoire discrète X sur $(\Omega, \mathscr{A})$ est une application définie sur Ω dont l'image est finie ou dénombrable et telle que l'image réciproque de tout élément de $X(\Omega)$ appartient à $\mathscr{A}$.	Pour tout $U \subset X(\Omega)$, $X^{-1}(U)$ est un événement. Notations $(X \in U)$, $\{X \in U\}$.
Loi d'une variable aléatoire discrète.	
Fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle. Croissance, limites en $-\infty$ et en $+\infty$.	$F_X(x) = P(X \leqslant x)$. L'étude des propriétés de continuité des fonctions de répartition n'est pas au programme.
Si X prend ses valeurs dans $\{\, x_n \;\; n \geqslant 0 \,\}$, les x_n étant distincts, et si $(p_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite de réels positifs vérifiant $\sum_{n=0}^{+\infty} p_n = 1$, alors il existe une probabilité P sur $(\Omega, \mathscr{A})$ telle que $P(X = x_n) = p_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.	Démonstration hors programme.
Couple de variables aléatoires discrètes. Loi conjointe et lois marginales Loi conditionnelle de Y sachant $(X = x)$. Deux variables aléatoires X et Y discrètes définies sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathscr{A}, P)$ sont dites indépendantes si, pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $$P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y).$$	Extension aux variables discrètes des notions étudiées en première année sur les variables finies.
Si X et Y sont indépendantes, alors, pour toute partie $A \subset X(\Omega)$ et toute partie $B \subset Y(\Omega)$, on a $$P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A)P(Y \in B)$$	Démonstration hors programme.
Variables mutuellement indépendantes. Si X et Y sont des variables aléatoires indépendantes, alors pour toutes fonctions f et g, alors $f(X)$ et $g(Y)$ sont indépendantes.	Extension sans démonstration aux variables discrètes des notions et des résultats vus en première année.

Contenus	Capacités & Commentaires
Suite de variables aléatoires indépendantes (deux à deux ou mutuellement).	La démonstration de l'existence d'un espace probabilisé portant une suite de variables aléatoires mutuellement indépendantes de lois discrètes donnés est hors programme. Application à la modélisation d'un jeu de pile ou face infini par une suite de variables aléatoires de Bernoulli mutuellement indépendantes.

b) Espérance et variance

La variable aléatoire réelle discrète X à valeurs dans un ensemble dénombrable $\{x_n\,;\, n \geqslant 0\}$ est dite d'espérance finie si la série $\sum x_n P(X = x_n)$ est absolument convergente ; si tel est le cas, on appelle espérance de X, noté $\mathrm{E}(X)$, le réel $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$.	On admet que la somme $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$ ne dépend pas de l'ordre d'énumération. ⇆ PC : énergie moyenne de systèmes à spectre discret.
Si X est à valeurs dans $\mathbb{N}$, alors $\mathrm{E}(X) = \sum\limits_{n=1}^{+\infty} P(X \geqslant n)$.	
Théorème du transfert : si X est une variable aléatoire et f une application à valeurs réelles définie sur l'image $\{x_n,\ n \in \mathbb{N}\}$ de X, alors $f(X)$ est d'espérance finie si et seulement si la série $\Sigma P(X = x_n)\, f(x_n)$ converge absolument. Dans ce cas, on a : $$\mathrm{E}(f(X)) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X = x_n)\, f(x_n).$$	Démonstration hors programme.
Linéarité de l'espérance.	Démonstration non exigible.
Positivité, croissance de l'espérance.	
Si X et Y sont deux variables aléatoires discrètes indépendantes, alors $\mathrm{E}(XY) = \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y)$.	Démonstration hors programme.
Si la variable aléatoire X^2 est d'espérance finie, alors X est elle-même d'espérance finie.	
Si X^2 est d'espérance finie, la variance de X est le réel $\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}\big((X - \mathrm{E}(X))^2\big) = \mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2$.	
Écart type $\sigma(X) = \sqrt{\mathrm{V}(X)}$.	
Pour a et b réels et X variable aléatoire réelle, relation $\mathrm{V}(aX + b) = a^2\,\mathrm{V}(X)$.	
Inégalités de Markov, de Bienaymé-Tchebychev.	Brève extension des résultats obtenus dans le cadre d'un univers fini.
Variance d'une somme finie de variables aléatoires ; cas de variables deux à deux indépendantes.	
Covariance, coefficient de corrélation.	Notations : $\mathrm{Cov}(X,Y)$ et $\rho(X,Y)$.
Encadrement $-1 \leqslant \rho(X,Y) \leqslant 1$.	Inégalité de Cauchy-Schwarz.

c) Variables aléatoires à valeurs dans $\mathbb{N}$

Fonction génératrice d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$: $$G_X(t) = \mathrm{E}(t^X) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X = n)\, t^n.$$	La loi d'une variable aléatoire X à valeurs dans $\mathbb{N}$ est caractérisée par sa fonction génératrice G_X.
Le rayon de convergence est au moins égal à 1.	
La variable aléatoire X admet une espérance $\mathrm{E}(X)$ si et seulement si G_X est dérivable en 1 et, si tel est le cas, $\mathrm{E}(X) = G'_X(1)$.	Démonstration non exigible.

Contenus	Capacités & Commentaires
La variable aléatoire X admet une variance si et seulement si G_X est deux fois dérivable en 1.	Démonstration non exigible. Les étudiants doivent savoir retrouver l'expression de $\mathrm{V}(X)$ en fonction de $G'_X(1)$ et de $G''_X(1)$ en cas d'existence.
Série génératrice d'une somme de deux v.a. indépendantes.	

d) Lois usuelles

Pour p dans $]0,1[$, loi géométrique de paramètre p : la variable aléatoire X suit une loi géométrique de paramètre p si et seulement si $$\forall k \in \mathbb{N}^*, \qquad P(X=k) = p(1-p)^{k-1}.$$	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{G}(p)$. La loi géométrique peut être interprétée comme rang du premier succès dans une suite illimitée d'épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre p.
Série génératrice, espérance et variance. Caractérisation comme loi sans mémoire : $$P(X > n+k \mid X > n) = P(X > k).$$	
Loi de Poisson de paramètre λ. Série génératrice, espérance et variance. Somme de deux variables indépendantes suivant une loi de Poisson.	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{P}(\lambda)$. $\leftrightarrows$ PC : compteur Geiger.

e) Résultats asymptotiques

Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson : si, pour tout n, $X_n \hookrightarrow \mathscr{B}(n, p_n)$ et si $\lim_{n\to+\infty} np_n = \lambda$, alors, pour tout $k \in \mathbb{N}$, on a $$\lim_{n\to+\infty} P(X_n = k) = \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k\,!}.$$	Interprétation de la loi de Poisson comme loi des événements rares. $\leftrightarrows$ I : simulation de cette approximation. La notion de convergence en loi est hors programme.
Loi faible des grands nombres : si $(X_n)_{n\geqslant 1}$ est une suite de variables aléatoires deux à deux indépendantes et de même loi admettant un moment d'ordre 2, alors, si $S_n = \sum_{k=1}^{n} X_k$, $m = \mathrm{E}(X_1)$ et $\sigma = \sigma(X_1)$, on a pour tout $\varepsilon > 0$, $$P\left(\left\|\frac{1}{n}S_n - m\right\| \geqslant \varepsilon\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0.$$	Estimation : pour tout $\varepsilon > 0$, $$P\left(\left\|\frac{1}{n}S_n - m\right\| \geqslant \varepsilon\right) \leqslant \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}.$$ $\leftrightarrows$ I : simulation d'une suite de tirages.

Calcul différentiel

Ce chapitre est consacré à l'étude des fonctions de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}$. Il est axé sur la mise en place d'outils permettant de traiter des applications du calcul différentiel à l'analyse et la géométrie : résolution d'équations aux dérivées partielles, problèmes d'extremums, courbes, surfaces. On se limite en pratique au cas $p \leqslant 3$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Fonctions de classe $\mathscr{C}^1$	
Dérivées partielles d'ordre 1 en un point d'une fonction définie sur un ouvert U de $\mathbb{R}^p$ à valeurs dans $\mathbb{R}$. Une fonction est dite de classe $\mathscr{C}^1$ sur U si ses dérivées partielles d'ordre 1 existent et sont continues sur U. Opérations sur les fonctions de classe $\mathscr{C}^1$.	Notations $\partial_i f(a)$, $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}(a)$.
Une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur U admet en tout point a de U un développement limité d'ordre 1.	Démonstration non exigible. Une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur U est continue sur U.
Différentielle de f en a.	Elle est définie comme l'application linéaire $\mathrm{d}f(a)$ de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}$: $(h_1,\dots,h_p) \mapsto \sum_{i=1}^{p} h_i \partial_i f(a)$. Notation $\mathrm{d}f(a)\cdot h$.
b) Règle de la chaîne	
Dérivée de $t \mapsto f\big(x_1(t),\dots,x_p(t)\big)$.	Interprétation géométrique : dérivée le long d'un arc $\mathscr{C}^1$.
Application au calcul des dérivées partielles de $(u,v) \mapsto f\big(x(u,v), y(u,v)\big)$. Caractérisation des fonctions constantes sur un ouvert convexe.	Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires.
c) Gradient	
Dans $\mathbb{R}^p$ muni de sa structure euclidienne canonique, gradient d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$. Relation $\forall h \in \mathbb{R}^p$, $\mathrm{d}f(a)\cdot h = (\nabla f(a) \mid h)$.	Le gradient est défini par ses coordonnées. Notation $\nabla f(a)$. ⇆ PC : champ électrostatique, loi de Fourier.
d) Applications géométriques	
Courbe du plan définie par une équation $f(x,y)=0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$. Point régulier.	
Équation de la tangente en un point régulier.	On admet l'existence d'un paramétrage local de classe $\mathscr{C}^1$.
En un point où il est non nul, le gradient de f est orthogonal aux lignes de niveau $f(x,y)=\lambda$ et orienté dans le sens des valeurs croissantes de f.	⇆ PC : lignes équipotentielles et lignes de champ. ⇆ I : tracé de lignes de niveau.
Surface définie par une équation $f(x,y,z)=0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$. Point régulier.	
Courbes tracées sur une surface.	Cas particulier des courbes coordonnées d'une surface d'équation $z=g(x,y)$.
Plan tangent à une surface en un point régulier défini comme le plan orthogonal au gradient et passant par le point.	Tangentes aux courbes régulières de classe $\mathscr{C}^1$ tracées sur la surface.
e) Dérivées partielles d'ordre deux	
Dérivées partielles d'ordre 2 d'une fonction de deux ou trois variables à valeurs dans $\mathbb{R}$.	
Fonction de classe $\mathscr{C}^2$.	Notations $\partial^2_{i,j} f$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$.

Contenus	Capacités & Commentaires
Théorème de Schwarz. Exemples d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.	Démonstration hors programme. Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires. ⇆ PC : équation du transport, équation de la diffusion thermique, équation de propagation.
f) Extremums d'une fonction de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}$	
Extremum local, global. Si une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$ admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique. Recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^p$.	⇆ PC et SI : mécanique et électricité.

Équations différentielles linéaires

L'étude des équations différentielles linéaires scalaires d'ordres un et deux, commencée en première année, se poursuit par celle des systèmes différentiels linéaires d'ordre 1 *et des équations scalaires à coefficients non constants, en mettant l'accent sur les équations d'ordre deux. On s'attache à développer à la fois les aspects théorique et pratique :*

- *la forme des solutions ;*
- *le théorème de Cauchy linéaire ;*
- *le lien entre les équations scalaires et les systèmes différentiels d'ordre un ;*
- *la résolution explicite.*

Ce chapitre favorise les interactions avec les autres disciplines scientifiques.

Dans tout ce chapitre, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ et I est un intervalle de $\mathbb{R}$.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Systèmes différentiels	
Équation de la forme $X' = A(t)X + B(t)$ où $A : I \to \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ et $B : I \to \mathscr{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ sont continues. Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.	
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme. ⇆ I : Méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.
Isomorphisme entre $\mathscr{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ et l'espace vectoriel des solutions de $X' = A(t)X$.	Dimension de l'espace vectoriel des solutions.
Système différentiel linéaire à coefficients constants $X' = AX$.	
Résolution lorsque A est une matrice diagonalisable.	Exemples de résolution dans le cas où A est trigonalisable. ⇆ PC : comportement asymptotique des solutions en fonction du spectre de A.
b) Équations différentielles linéaires scalaires	
Équation différentielle scalaire d'ordre 2 à coefficients continus $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$. Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène. Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Les étudiants doivent savoir écrire cette équation sous la forme d'un système différentiel $X' = A(t)X + B(t)$. La recherche d'une solution particulière de l'équation complète doit comporter des indications.

Contenus	Capacités & Commentaires
Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène, dimension. Cas des équations à coefficients constants.	Exemples d'utilisation de développements en série entière pour la recherche de solutions. On relie les résultats obtenus en première année à l'aide de l'équation caractéristique à la réduction de la matrice du système différentiel associé. Les étudiants doivent savoir trouver une solution particulière de l'équation complète pour un second membre de la forme $A\cos(\omega t)$ ou $A\sin(\omega t)$. La méthode de la variation des constantes est hors programme.

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique et sciences de l'ingénieur (PSI)**

Discipline : **Physique-chimie**

Seconde année

Programme de physique - chimie de la voie PSI

Le programme de physique-chimie de la classe de PSI s'inscrit dans la continuité du programme de PCSI. La formation scientifique de la filière PSI s'appuie sur des champs disciplinaires variés : électromagnétisme, thermodynamique, conversion d'énergie électro-mécanique et électro-chimique, électronique et traitement du signal, phénomènes de transport, aéro et hydrodynamique, propagation d'ondes. Le programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de physique-chimie est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- valider ;
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, ce programme identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de PSI, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de PSI. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique-chimie fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises en première année en informatique et sciences du numérique. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de physique chimie de la classe de PSI inclut celui de la classe de PCSI option PSI. Toutefois, afin de faciliter l'intégration d'étudiants originaires de PTSI ou de MPSI dans la classe de PSI, la chimie organique (§ III), l'étude des mécanismes réactionnels et la cinétique chimique en réacteur ouvert (§ I.2) figurant au programme du premier semestre de PCSI sont exclues du programme de PSI : aucune connaissance et savoir-faire sur ces composantes du programme de PCSI ne peuvent être exigés des étudiants de la classe de PSI.

L'organisation du programme de physique-chimie de PSI est la même que celle de PCSI :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée **« formation expérimentale »,** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de PCSI, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de PSI. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de PSI. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.
  Certains items de cette partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.
- Trois appendices listent le matériel, les outils mathématiques et les outils transversaux que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie en fin de l'année de PSI. Ils complètent le matériel et les outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation de seconde année est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique et sciences industrielles pour l'ingénieur.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.
C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique.
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale - énoncer une problématique d'approche expérimentale - définir les objectifs correspondants
Analyser	- formuler et échanger des hypothèses - proposer une stratégie pour répondre à la problématique - proposer un modèle - choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental - évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	- mettre en œuvre un protocole - utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel - mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates - effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes - confronter un modèle à des résultats expérimentaux - confirmer ou infirmer une hypothèse, une information - analyser les résultats de manière critique - proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	- à l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible o utiliser un vocabulaire scientifique adapté o s'appuyer sur des schémas, des graphes - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	- travailler seul ou en équipe - solliciter une aide de manière pertinente - s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du

questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.
La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative »** est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.
La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ….
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …..
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. …

Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, …). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue. …
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. …

3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique-chimie prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ».

L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…) dans les domaines de la physique et de la chimie des XX^{ème} et XXI^{ème} siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	**Exemples de capacités associées**
S'approprier	- Dégager la problématique principale - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,…)
Analyser	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. - S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse
Réaliser	- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau - Trier et organiser des données, des informations - Tracer un graphe à partir de données - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,… - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,… - Conduire une analyse dimensionnelle - Utiliser un modèle décrit
Valider	- Faire preuve d'esprit critique - Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire

	- Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,…) - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,… (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique) - Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques

Partie 2 - Formation expérimentale

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de l'année de PSI durant les séances de travaux pratiques. Elle vient prolonger la partie correspondante du programme de PCSI dont les capacités doivent être complètement acquises à l'issue des deux années de préparation, et restent donc au programme de seconde année de PSI.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les activités expérimentales sur le thème de la chimie sont aussi l'occasion de consolider les savoir-faire de la classe de PCSI en particulier dans le domaine des solutions aqueuses.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
Mesures de temps et de fréquences Détection synchrone.	Mesurer une fréquence par une détection synchrone élémentaire à l'aide d'un multiplieur et d'un passe-bas simple adapté à la mesure.
Analyse spectrale.	Mettre en évidence le phénomène de repliement du spectre provoqué par l'échantillonnage avec un oscilloscope numérique ou une carte d'acquisition. Choisir les paramètres d'une acquisition numérique destinée à une analyse spectrale afin de respecter la condition de Shannon, tout en optimisant la résolution spectrale.
Électricité et électronique Filtrage analogique d'un signal périodique.	Mettre en évidence l'action d'un filtre linéaire sur un signal périodique dans les domaines fréquentiel et temporel.
Montages utilisant un ALI.	Identifier les limitations suivantes : saturation en tension, saturation en courant, vitesse de balayage, bande passante. Mettre en œuvre divers montages utilisant un ALI.
Oscillateur.	Mettre en œuvre un ALI ou une porte logique pour réaliser un oscillateur.

Modulation et démodulation. Électronique numérique.	Élaborer un signal modulé en amplitude à l'aide d'un circuit multiplieur. Réaliser une démodulation synchrone. Utiliser un convertisseur analogique-numérique et un convertisseur numérique-analogique.
Conversion de puissance Puissance électrique. Conversion électromagnétique statique de puissance. Conversion électromécanique de puissance. Conversion électronique statique de puissance.	 Mesurer une puissance moyenne à l'aide d'un wattmètre numérique. Mettre en œuvre un transformateur. Mettre en œuvre une machine à courant continu. Mettre en œuvre un redresseur.
Ondes Mesure d'une célérité.	 Mesurer la célérité d'une onde par diverses méthodes : étude d'ondes progressives en propagation libre, étude d'ondes stationnaires.
Chimie Effectuer des bilans d'énergie. Mesures électriques. Électrochimie.	 Mettre en œuvre une technique de calorimétrie. Mettre en œuvre des mesures électriques dans un environnement électrochimique. Mettre en œuvre des piles.

Prévention des risques au laboratoire

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique et optique leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigible
1. Prévention des risques **- chimique** Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P. **- électrique** **- optique**	 Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques. Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques. Utiliser les sources laser de manière adaptée.
2. Impact environnemental Traitement et rejet des espèces chimiques.	 Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les

	risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

Partie 3 - Formation disciplinaire

ÉLECTRONIQUE

Présentation

Cette partie renforce et complète l'étude des circuits électriques linéaires menée dans la partie « signaux physiques » du programme de première année. Ainsi, les notions de filtrage et d'analyse spectrale sont réinvesties, en particulier dans les activités expérimentales. Le programme de deuxième année ajoute la rétroaction et le bouclage des systèmes linéaires dans le but d'aborder les notions suivantes :
- la stabilité ;
- les oscillateurs ;
- la réalisation de filtres actifs à forte impédance d'entrée pour une association en cascade.

Ces différentes thématiques sont illustrées à l'aide de l'amplificateur linéaire intégré ALI (également appelé amplificateur opérationnel) dont l'étude n'est pas une fin en soi mais un outil permettant des réalisations expérimentales variées.

Par ailleurs, des exemples de manifestations des non linéarités sont abordés à l'occasion de la saturation d'un amplificateur ou de la réalisation d'une fonction mémoire (comparateur à hystérésis).

Afin de compléter l'approche analogique des circuits électriques, un module à vocation expérimentale est consacré au traitement numérique des signaux à travers les sujets suivants :
- l'échantillonnage et le repliement de spectre ;
- le filtrage numérique ;
- les conversions analogique/numérique et numérique/analogique.

Enfin, la problématique de la transmission d'un signal temporel codant une information est abordée dans l'étude et la réalisation d'une modulation, en relation avec la partie du programme consacrée à la propagation des ondes électromagnétiques.

Objectifs de formation

– Passer d'une représentation temporelle à une représentation fréquentielle et réciproquement.
– Analyser la stabilité d'un système linéaire.
– Étudier des manifestations des non linéarités.
– Effectuer quelques opérations de traitement du signal en électronique analogique et numérique.

Le bloc 1 s'intéresse aux propriétés des systèmes linéaires déjà abordés en première année. Les capacités relatives au filtrage et à la décomposition harmonique d'un signal périodique sont révisées sans ajout de nouvelles compétences. Dans le but de faciliter le lien avec le cours de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur, la notation symbolique de la fonction de transfert H(p) est utilisée sans faire référence à la transformée de Laplace. L'étude est complétée par une analyse de la stabilité des systèmes du premier et du second ordre en examinant le régime transitoire associé à la relation différentielle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Stabilité des systèmes linéaires	
Fonction de transfert d'un système entrée-sortie linéaire continu et invariant.	Transposer la fonction de transfert opérationnelle dans les domaines fréquentiel (fonction de transfert harmonique) ou temporel (relation différentielle).
Stabilité.	Discuter la stabilité d'un système d'ordre 1 ou 2 d'après les signes des coefficients de la relation différentielle ou de la fonction de transfert.

Le bloc 2 illustre quelques propriétés relatives à la rétroaction sur l'exemple de l'amplificateur linéaire intégré. L'identification de certains montages à des systèmes bouclés permet de faire le lien avec le cours d'automatique de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur. L'étude des circuits est strictement limitée à des situations pouvant être facilement abordées avec les outils introduits en première année (loi des mailles, loi des nœuds, diviseur de tension). La vitesse limite de balayage de l'ALI est uniquement évoquée en TP afin d'identifier les distorsions harmoniques traduisant un comportement non linéaire. Les limitations associées aux courants de polarisation et la tension de décalage ne sont pas étudiées.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Rétroaction	
Modèle de l'ALI défini par une résistance d'entrée infinie, une résistance de sortie nulle, une fonction de transfert du premier ordre en régime linéaire, une saturation de la tension de sortie, une saturation de l'intensité de sortie.	Citer les hypothèses du modèle et les ordres de grandeur du gain différentiel statique et du temps de réponse.
Montages amplificateur non inverseur et comparateur à hystérésis.	Représenter les relations entre les tensions d'entrée et de sortie par un schéma fonctionnel associant un soustracteur, un passe-bas du premier ordre et un opérateur proportionnel. Analyser la stabilité du régime linéaire.
Compromis gain/bande passante d'un système bouclé du premier ordre.	Établir la conservation du produit gain-bande passante du montage non inverseur.
Limite en fréquence du fonctionnement linéaire.	**Identifier la manifestation de la vitesse limite de balayage d'un ALI dans un montage.**
Cas limite d'un ALI idéal de gain infini en régime linéaire.	Identifier la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse comme un indice de probable stabilité du régime linéaire. Établir la relation entrée-sortie des montages non inverseur, suiveur, inverseur, intégrateur. Exprimer les impédances d'entrée de ces montages. Expliquer l'intérêt d'une forte impédance d'entrée et d'une faible impédance de sortie pour une association en cascade.
Cas limite d'un ALI idéal de gain infini en régime saturé.	Identifier l'absence de rétroaction ou la présence d'une unique rétroaction sur la borne non inverseuse comme l'indice d'un probable comportement en saturation. Établir la relation entrée-sortie d'un comparateur simple. Pour une entrée sinusoïdale, faire le lien entre la non linéarité du système et la génération d'harmoniques en sortie.

	Établir le cycle d'un comparateur à hystérésis. Décrire le phénomène d'hystérésis en relation avec la notion de fonction mémoire.

Le bloc 3 s'intéresse à une étude non exhaustive des oscillateurs en électronique. Les exemples sont choisis à l'initiative du professeur et les fonctions de transfert des filtres utilisés sont fournies. En TP, on complète l'étude par une analyse spectrale des signaux.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Oscillateurs	
Oscillateur quasi-sinusoïdal réalisé en bouclant un filtre passe-bande du deuxième ordre avec un amplificateur.	Exprimer les conditions théoriques (gain et fréquence) d'auto-oscillation sinusoïdale d'un système linéaire bouclé. Analyser sur l'équation différentielle l'inégalité que doit vérifier le gain de l'amplificateur afin d'assurer le démarrage des oscillations. Interpréter le rôle des non linéarités dans la stabilisation de l'amplitude des oscillations. **Réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal et mettre en évidence la distorsion harmonique des signaux par une analyse spectrale.**
	Approche documentaire : en relation avec le cours sur les ondes, décrire le fonctionnement d'un oscillateur optique (laser) en termes de système bouclé auto-oscillant. Relier les fréquences des modes possibles à la taille de la cavité.
Oscillateur de relaxation associant un intégrateur et un comparateur à hystérésis. Générateur de signaux non sinusoïdaux.	Décrire les différentes séquences de fonctionnement. Exprimer les conditions de basculement. Déterminer la période d'oscillation. **Réaliser un oscillateur de relaxation et effectuer l'analyse spectrale des signaux générés.**

Le bloc 4 est exclusivement étudié de manière expérimentale et aborde la question du traitement numérique du signal dans le prolongement du programme de première année. Le professeur introduira les thèmes proposés au fur et à mesure des besoins et en relation avec les autres sujets d'étude.

Le phénomène de repliement de spectre est expliqué qualitativement à l'aide d'une analogie stroboscopique, l'objectif étant de mettre en place la condition de Nyquist-Shannon et de réaliser convenablement une acquisition numérique en vue d'une analyse spectrale.

Afin de mettre en évidence d'autres effets associés à l'échantillonnage, on réalise de manière comparative un filtre analogique passe-bas et un filtre numérique remplissant la même fonction, ce dernier étant réalisé à l'aide d'une feuille de calcul traitant l'acquisition numérique d'une entrée analogique, un CNA restituant ensuite une sortie analogique. La transformée en Z est hors programme, on étudie expérimentalement l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Électronique numérique	
Échantillonnage. Condition de Nyquist-Shannon. Analyse spectrale numérique.	**Décrire le mouvement apparent d'un segment tournant observé avec un stroboscope. Expliquer l'influence de la fréquence d'échantillonnage.** **Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre au moyen d'un oscilloscope numérique ou d'un logiciel de calcul numérique.** **Choisir les paramètres (durée, nombre d'échantillons, fréquence d'échantillonnage) d'une acquisition numérique afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon.**
Filtrage numérique.	**Réaliser un filtrage numérique passe-bas d'une acquisition, et mettre en évidence la limitation introduite par l'échantillonnage.**
Porte logique.	**Mettre en œuvre une porte logique pour réaliser un oscillateur.**

Le bloc 5 est l'occasion de faire le lien entre la propagation des ondes électromagnétiques et le traitement du signal afin d'expliquer la problématique de la transmission d'une information. Cette étude sera illustrée en TP à l'aide d'un multiplieur analogique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Modulation-Démodulation	
Transmission d'un signal codant une information variant dans le temps.	Définir un signal modulé en amplitude, en fréquence, en phase. Citer les ordres de grandeur des fréquences utilisées pour les signaux radio AM, FM, la téléphonie mobile. **Approche documentaire :** expliquer l'intérêt et la nécessité de la modulation pour les transmissions hertziennes.
Modulation d'amplitude. Démodulation d'amplitude.	Interpréter le signal modulé comme le produit d'une porteuse par une modulante. Décrire le spectre d'un signal modulé. À partir de l'analyse fréquentielle, justifier la nécessité d'utiliser une opération non linéaire. Expliquer le principe de la détection synchrone. **Réaliser une modulation d'amplitude et une démodulation synchrone avec un multiplieur analogique.**

PHÉNOMENES DE TRANSPORT

Présentation

Cette partie présente le formalisme nécessaire à l'étude générale des phénomènes de transport abordés au programme de PSI (conduction électrique, conduction thermique, diffusion de particules, fluides en écoulement). Ce formalisme, transversal à tous les domaines de la physique, repose essentiellement sur la notion de bilan, global ou local. Il permet d'exprimer des lois de conservation (charge, énergie, masse), d'établir des équations d'évolution en relation avec des propriétés phénoménologiques.

Le professeur pourra aborder les différentes notions dans l'ordre qu'il souhaite, en relation avec les autres parties du programme. Il est cependant essentiel de faire apparaître les analogies et les différences entre les domaines d'étude.

Objectifs de formation

– Utiliser les trois échelles macroscopique, microscopique, mésoscopique.
– Réaliser des bilans sous forme globale et locale.
– Mettre en évidence l'analogie entre les différentes équations locales traduisant le bilan d'une grandeur scalaire extensive.
– Distinguer une loi phénoménologique et une loi universelle.
– Manipuler des équations aux dérivées partielles (analyse en ordre de grandeur, conditions initiales, conditions aux limites).

En relation avec le cours d'électromagnétisme, le bloc 1 étudie le transport de charges et les milieux conducteurs en présentant un modèle microscopique. Pour sensibiliser les étudiants à l'aspect complexe de la matière, le professeur est invité à conduire une critique du modèle historique de Drude en comparant le libre parcours moyen d'un électron libre avec la distance interatomique du réseau. La conductivité électrique sera réutilisée lors de l'étude des ondes électromagnétiques dans les conducteurs (effet de peau et réflexion sur un métal).

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Transport de charge	
1.1. Conservation de la charge	
Densité volumique de charge électrique ρ, vecteur densité de courant électrique $\boldsymbol{j}$.	Passer d'une description microscopique (porteurs de charges, vitesse des porteurs) aux grandeurs mésoscopiques ρ et $\boldsymbol{j}$. Décrire les différents types de porteurs de charge. Faire la distinction entre charges mobiles et charges fixes.
Intensité du courant électrique.	Écrire l'intensité comme le flux du vecteur densité de courant électrique à travers une surface orientée.
Bilan de charge.	Établir l'équation locale traduisant la conservation de la charge électrique en coordonnées cartésiennes à une dimension. Citer l'équation locale dans le cas tridimensionnel et en interpréter chacun des termes.
Régime stationnaire.	Définir une ligne de courant et un tube de courant. En régime stationnaire, exploiter le caractère conservatif du vecteur densité de courant

	électrique. Relier cette propriété à la loi des nœuds usuelle de l'électrocinétique.
1.2. Conducteur ohmique	
Loi d'Ohm locale.	Relier le vecteur densité de courant au champ électrique dans un conducteur ohmique. Citer l'ordre de grandeur de la conductivité du cuivre.
Modèle de Drude.	En régime stationnaire, établir une expression de la conductivité électrique à l'aide d'un modèle microscopique.
Résistance d'un conducteur cylindrique.	Établir l'expression de la résistance d'un câble cylindrique parcouru uniformément par un courant parallèle à son axe.
Puissance électrique. Effet Joule.	Établir l'expression de la puissance volumique reçue par un conducteur ohmique. Interpréter l'effet Joule.
	Approche documentaire : décrire la conductivité des semi-conducteurs, les types de porteurs, l'influence du dopage.

Le bloc 2 est consacré à la conduction thermique en relation avec le cours de thermodynamique de première année. Après avoir écrit les premier et second principes sous forme infinitésimale, on s'attache à l'étude de la diffusion thermique avec une visée applicative, concrète.

L'établissement de l'équation de diffusion thermique est limité au cas des systèmes de volume constant et les mises en équation locale sont faites exclusivement en géométries unidimensionnelles. On admet ensuite les formes générales des équations en utilisant les opérateurs d'analyse vectorielle, ce qui permet de traiter des problèmes tridimensionnels en fournissant les expressions de la divergence et du laplacien. Même si cette rubrique contribue à asseoir la maîtrise des opérateurs d'analyse vectorielle (gradient, divergence, laplacien), le formalisme doit rester au deuxième plan.

L'étude de l'équation de diffusion thermique sans terme source, en régime stationnaire est menée par analogie avec l'électrocinétique. La notion de résistance thermique, dont la connaissance des conditions d'application est aussi importante que son utilisation, ne doit pas rester théorique. Son intérêt doit être illustré par des exemples pratiques à forte ou à faible résistance thermique.

Aucune connaissance sur les termes sources n'est exigible sauf pour l'effet Joule. On néglige le rayonnement thermique. Dans le cadre de l'interface liquide-solide, la loi phénoménologique de Newton peut être utilisée, mais ni sa mémorisation ni aucune connaissance sur son établissement ne peuvent être exigées.

Aucune méthode générale de résolution ne peut être demandée aux étudiants, mais les solutions de l'équation de diffusion en géométrie unidimensionnelle cartésienne, sans terme source, en régime stationnaire ou en régime d'ondes harmoniques doivent être connues.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Transfert thermique par conduction	
2.1. Formulation infinitésimale des principes de la thermodynamique	
Premier principe : $dU + dE_c = \delta W + \delta Q$ Deuxième principe : $dS = \delta S_e + \delta S_c$ avec $\delta S_e = \dfrac{\delta Q}{T_0}$ pour une évolution monotherme.	Énoncer et exploiter les principes de la thermodynamique pour une transformation élémentaire. Utiliser avec rigueur les notations d et δ en leur attachant une signification.

2.2. Équation de la diffusion thermique	
Les différents modes de transfert thermique : diffusion, convection et rayonnement.	Citer les trois modes de transfert thermique. Expliquer que la diffusion est un déplacement d'énergie de proche en proche dans la matière macroscopiquement immobile.
Vecteur densité de courant thermique $\boldsymbol{j}_Q$.	Exprimer le flux thermique comme le flux du vecteur $\boldsymbol{j}_Q$ à travers une surface orientée.
Équilibre thermodynamique local.	Utiliser les champs scalaires intensifs (volumiques ou massiques) associés à des grandeurs extensives de la thermodynamique.
Loi phénoménologique de Fourier.	Énoncer et utiliser la loi de Fourier. Citer quelques ordres de grandeur de conductivité thermique dans les conditions usuelles : air, eau, béton, acier.
Bilan d'énergie.	Pour un milieu évoluant à volume constant, établir l'équation locale traduisant le premier principe dans le cas d'un problème ne dépendant qu'une d'une seule coordonnée d'espace en coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur divergence et son expression fournie.
Équation de la diffusion thermique.	Établir l'équation de diffusion vérifiée par la température, avec ou sans terme source. Analyser une équation de diffusion en ordre de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle. Relier l'équation de diffusion à l'irréversibilité temporelle du phénomène. Exploiter la linéarité de l'équation de diffusion. Manipuler le terme source local et intégral de l'effet Joule.
Conditions aux limites.	Exploiter la continuité du flux thermique. Exploiter la continuité de la température pour un contact thermique parfait. Utiliser la relation de Newton (fournie) à l'interface solide-fluide. Traduire le contact avec une paroi calorifugée.
2.3. Régime stationnaire, ARQS	
Résistance ou conductance thermique.	Définir la notion de résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique. Énoncer les conditions d'application de l'analogie. Établir l'expression de la résistance thermique d'un cylindre calorifugé latéralement. Exploiter des associations de résistances

	thermiques en série ou en parallèle.
ARQS, analogie électrocinétique avec un circuit RC.	Mettre en évidence un temps caractéristique d'évolution de la température. Justifier l'ARQS. Établir l'analogie avec un circuit électrique RC.
2.4. Ondes thermiques	
Relation de dispersion.	Établir la relation de dispersion des ondes thermiques en géométrie unidirectionnelle.
Effet de peau thermique.	Mettre en évidence le déphasage lié à la propagation. Établir une distance caractéristique d'atténuation.

Le bloc 3 est consacré à la diffusion de particules. Cette partie sera traitée par analogie avec les autres phénomènes de transport évoqués (transport de charge, conduction thermique). On pourra également utiliser la loi de Fick pour interpréter les paliers de diffusion en électrochimie.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Diffusion de particules	
Les différents modes de transfert de masse : diffusion et convection.	Citer les deux modes de transfert.
Vecteur densité de courant de particules $\boldsymbol{j}_N$.	Exprimer le débit de particules comme le flux du vecteur $\boldsymbol{j}_N$ à travers une surface orientée.
Loi phénoménologique de Fick.	Énoncer et utiliser la loi de Fick.
Bilan de particules. Équation de diffusion.	Établir l'équation locale de bilan de particules avec ou sans terme source. Établir l'équation de diffusion. Relier l'équation de diffusion à l'irréversibilité temporelle du phénomène.

Le bloc 4 étudie le transport de masse dans les fluides en écoulement. Son objectif est d'introduire les grandeurs pertinentes caractérisant un écoulement, en cohérence avec les autres phénomènes de transport. Il ne s'agit pas ici d'établir les équations d'Euler ou de Navier-Stokes, en particulier, l'expression de l'accélération comme la dérivée particulaire de la vitesse est hors programme.

La notion de viscosité est introduite sur un exemple d'écoulement de cisaillement simple. Le nombre de Reynolds est présenté comme le rapport de deux temps caractéristiques construits par analyse dimensionnelle. Il est exploité afin d'évoquer les propriétés de similitude entre des systèmes réalisés à des échelles différentes et caractérisés par les mêmes nombres sans dimension.

Les notions de statique des fluides sont principalement destinées aux étudiants ayant suivi une formation différente de PCSI.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Fluides en écoulement	
4.1. Débits et lois de conservation	
Particule de fluide.	Définir la particule de fluide comme un système mésoscopique de masse constante.

Champ eulérien des vitesses : vitesse de la particule de fluide.	Distinguer vitesse microscopique et vitesse mésoscopique.
Masse volumique μ, vecteur densité de courant de masse $\mu \boldsymbol{v}$.	Citer des ordres de grandeur des masses volumiques de l'eau et de l'air dans les conditions usuelles.
Débit massique.	Définir le débit massique et l'écrire comme le flux du vecteur $\mu \boldsymbol{v}$ à travers une surface orientée.
Conservation de la masse.	Écrire les équations bilans, globale ou locale, traduisant la conservation de la masse.
Écoulement stationnaire.	Définir un écoulement stationnaire et les notions de ligne de courant et de tube de courant de masse. Exploiter la conservation du débit massique. A partir d'une carte de champ des vitesses en régime stationnaire, décrire qualitativement le champ des accélérations.
Écoulement incompressible et homogène. Débit volumique.	Définir un écoulement incompressible et homogène par un champ de masse volumique constant et uniforme. Relier cette propriété à la conservation du volume pour un système fermé. Définir le débit volumique et l'écrire comme le flux de $\boldsymbol{v}$ à travers une surface orientée. Justifier la conservation du débit volumique le long d'un tube de courant indéformable.
4.2 Actions de contact sur un fluide	
Pression.	Identifier la force de pression comme étant une action normale à la surface. Utiliser l'équivalent volumique des actions de pression $-\boldsymbol{grad}\,P$.
Éléments de statique des fluides.	Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans les cas d'un fluide incompressible et de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait.
Viscosité dynamique.	Relier l'expression de la force surfacique de viscosité au profil de vitesse dans le cas d'un écoulement parallèle. Exprimer la dimension du coefficient de viscosité dynamique. Citer l'ordre de grandeur de la viscosité de l'eau. Citer la condition d'adhérence à l'interface fluide-solide.
4.3 Ecoulement interne incompressible et homogène dans une conduite cylindrique	
Écoulements laminaire, turbulent. Vitesse débitante.	Décrire les différents régimes d'écoulement (laminaire et turbulent). Relier le débit volumique à la vitesse débitante.
Nombre de Reynolds.	Décrire qualitativement les deux modes de transfert de quantité de mouvement : convection et diffusion. Interpréter le nombre de Reynolds comme le

	rapport d'un temps caractéristique de diffusion de quantité de mouvement sur un temps caractéristique de convection. Evaluer le nombre de Reynolds et l'utiliser pour caractériser le régime d'écoulement.
Chute de pression dans une conduite horizontale. Résistance hydraulique.	Dans le cas d'un écoulement à bas nombre de Reynolds, établir la loi de Hagen-Poiseuille et en déduire la résistance hydraulique. Exploiter le graphe de la chute de pression en fonction du nombre de Reynolds, pour un régime d'écoulement quelconque. Exploiter un paramétrage adimensionné permettant de transposer des résultats expérimentaux ou numériques sur des systèmes similaires réalisés à des échelles différentes.
4.4 Ecoulement externe incompressible et homogène autour d'un obstacle	
Force de traînée subie par une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme. Coefficient de traînée C_x ; graphe de C_x en fonction du nombre de Reynolds. Notion de couche limite. Forces de traînée et de portance d'une aile d'avion à haut Reynolds.	Associer une gamme de nombre de Reynolds à un modèle de traînée linéaire ou un modèle quadratique. Pour les écoulements à grand nombre de Reynolds décrire qualitativement la notion de couche limite. Définir et orienter les forces de portance et de traînée. Exploiter les graphes de C_x et C_z en fonction de l'angle d'incidence.

BILANS MACROSCOPIQUES

Présentation

Cette partie prolonge l'étude des machines thermiques réalisée en première année. Elle a pour objectif d'effectuer des bilans de grandeurs extensives thermodynamiques et mécaniques. Ces bilans sont illustrés sur des situations d'intérêt industriel (réacteur, éolienne, turbine, machines thermiques…). On proscrira les dispositifs désuets tels que le tourniquet hydraulique.

On définit également le modèle de l'écoulement parfait qui permet d'introduire la relation de Bernoulli et la notion de charge.

Si un bilan mécanique nécessite un changement de référentiel, on pourra utiliser la loi de composition des vitesses abordée dans le cours de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur.

Objectifs de formation

– Définir avec rigueur un système approprié.
– Utiliser des modèles et analyser leurs limites.
– Appliquer les lois générales de la mécanique et de la thermodynamique.
– Étudier des systèmes d'intérêt industriel.

1. Définition d'un système fermé pour les bilans macroscopiques	
Système ouvert, système fermé.	À partir d'une surface de contrôle ouverte vis-à-vis des échanges, définir un système fermé approprié pour réaliser un bilan de grandeur extensive.
2. Bilans d'énergie	
Bilans thermodynamiques.	Exprimer les principes de la thermodynamique pour un écoulement stationnaire en vue de l'étude d'une machine thermique sous la forme : $\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_u + q$; $\Delta s = s_e + s_c$
Modèle de l'écoulement parfait : adiabatique, réversible, non visqueux. Relation de Bernoulli. Effet Venturi.	Utiliser le modèle de l'écoulement parfait pour un écoulement à haut Reynolds en dehors de la couche limite. Énoncer et appliquer la relation de Bernoulli à un écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène. Décrire l'effet Venturi. Décrire les applications : tube de Pitot, débitmètre.
Pertes de charge régulière et singulière dans une conduite.	Relier qualitativement la perte de charge à une dissipation d'énergie mécanique.
Bilan macroscopique d'énergie mécanique.	Effectuer un bilan d'énergie sur une installation industrielle : pompe ou turbine. Utiliser le fait admis que la puissance des actions intérieures est nulle pour un écoulement parfait et incompressible.
3. Bilans de quantité de mouvement et de moment cinétique	
Loi de la quantité de mouvement pour un système fermé.	Faire l'inventaire des forces extérieures. Effectuer un bilan de quantité de mouvement.
Loi du moment cinétique pour un système fermé.	Effectuer un bilan de moment cinétique pour une turbine.

ÉLECTROMAGNETISME

Présentation

En première année, les champs électrique et magnétique ont été présentés *via* les effets de la force de Lorentz et une étude descriptive du champ magnétique a été effectuée pour introduire les phénomènes d'induction. Le cours de deuxième année aborde les équations locales. Les équations de Maxwell sont présentées comme des postulats de l'électromagnétisme, le but étant de rendre les étudiants rapidement opérationnels dans leur utilisation. L'étude de la conversion de puissance et celle des ondes électromagnétiques seront une exploitation.

Le programme est découpé en plusieurs rubriques indépendantes dont l'ordre de présentation relève de la liberté pédagogique du professeur. En particulier, les équations de Maxwell peuvent être formulées dès le début sous leur forme la plus générale, ou bien elles peuvent être introduites de manière progressive en commençant par une forme simplifiée en régime stationnaire.

Objectifs de formation

– Manipuler des champs scalaires et vectoriels.

– Conduire des analyses de symétrie et d'invariance.
– Calculer des champs à l'aide de propriétés de flux ou de circulation.
– Établir le lien entre des lois locales et des propriétés intégrales.
– Décrire quelques comportements phénoménologiques de la matière dans un champ électrique ou magnétique.

*

Le bloc 1 présente les relations de symétrie entre les champs $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$ et les sources, sans recourir à des expressions reliant les champs aux sources, mais en s'appuyant sur des exemples de cartes de champs.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Symétries des champs électrique et magnétique	
Symétries pour le champ $\boldsymbol{E}$, caractère polaire de $\boldsymbol{E}$. Symétries pour le champ $\boldsymbol{B}$, caractère axial de $\boldsymbol{B}$.	Exploiter les symétries et invariances d'une distribution de charges et de courants pour en déduire les propriétés de $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$.

Le bloc 2 introduit les équations de Maxwell-Gauss et Maxwell-Faraday, prises comme des postulats de l'électromagnétisme. Les seuls calculs de champs électriques exigibles doivent pouvoir être faits par application du théorème de Gauss.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Champ électrique en régime stationnaire	
Équations de Maxwell-Gauss et de Maxwell-Faraday.	Citer les équations de Maxwell-Gauss et Maxwell-Faraday. Particulariser ces équations au régime stationnaire.
Potentiel scalaire électrique.	Relier l'existence du potentiel scalaire électrique au caractère irrotationnel de $\boldsymbol{E}$. Exprimer une différence de potentiel comme une circulation du champ électrique.
Propriétés topographiques.	Associer l'évasement des tubes de champ à l'évolution de la norme de $\boldsymbol{E}$ en dehors des sources. Représenter les lignes de champ connaissant les surfaces équipotentielles et inversement. Évaluer le champ électrique à partir d'un réseau de surfaces équipotentielles.
Équation de Poisson.	Établir l'équation locale du deuxième ordre reliant le potentiel à la densité de charge.
Théorème de Gauss. Calculs de champ. Distribution surfacique de charge.	Énoncer et appliquer le théorème de Gauss. Établir le champ électrique et le potentiel créés par : – une charge ponctuelle, – une distribution de charge à symétrie sphérique. – une distribution de charge à symétrie cylindrique. Utiliser le modèle de la distribution surfacique de charge dans le cas d'une distribution volumique d'épaisseur faible devant l'échelle de description. Établir le champ électrique créé par un plan infini

Linéarité.	uniformément chargé en surface. Exploiter le théorème de superposition.
Énergie potentielle électrique d'une charge ponctuelle dans un champ électrique extérieur.	Établir la relation $E_p = qV$. Appliquer la loi de l'énergie cinétique à une particule chargée dans un champ électrique.
Analogie entre champ électrique et champ gravitationnel.	Établir un tableau d'analogies entre les champs électrique et gravitationnel.

Le bloc 3 aborde le condensateur dans la géométrie plane. Cette étude permet d'introduire l'expression de l'énergie volumique du champ électrique sur ce cas particulier, la généralité de cette expression étant admise. Aucune notion sur les conducteurs en équilibre n'est exigible. La modification de la permittivité introduite par la présence d'un isolant sera affirmée sans relation avec une description microscopique de la polarisation.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Condensateur	
Approche expérimentale du phénomène d'influence. Capacité d'un condensateur plan.	**Décrire qualitativement le phénomène d'influence.** Exprimer le champ d'un condensateur plan en négligeant les effets de bord. En déduire l'expression de la capacité.
Rôle des isolants.	Prendre en compte la permittivité du milieu dans l'expression de la capacité.
Densité volumique d'énergie électrique.	Citer l'expression de la densité volumique d'énergie électrique. Retrouver l'expression de la densité volumique d'énergie électrique dans le cas du condensateur plan à partir de la relation $E = \frac{1}{2}CU^2$.

Le bloc 4 introduit les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson comme des postulats de l'électromagnétisme. La conservation du flux de $\boldsymbol{B}$, qui est la traduction intégrale de l'équation de Maxwell-Thomson, est l'occasion de revenir sur les connaissances de première année, où le champ magnétique a été abordé de manière descriptive. Les seuls calculs exigibles de champs magnétiques doivent pouvoir être traités par le théorème d'Ampère, la loi de Biot et Savart et le potentiel vecteur sont hors programme. L'expression de la densité volumique d'énergie magnétique est établie sur le cas particulier d'une bobine longue, sa généralité est admise. Les distributions surfaciques de courant ne seront pas introduites à ce stade, leur usage étant strictement limité à l'étude de la réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Champ magnétique en régime stationnaire	
Équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson.	Énoncer les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson. Particulariser l'équation de Maxwell-Ampère au régime stationnaire.
Conservation du flux magnétique.	Exploiter la conservation du flux magnétique et ses conséquences sur les lignes de champ magnétique.
Théorème d'Ampère.	Énoncer et appliquer le théorème d'Ampère.

	Établir l'expression du champ magnétique créé par : – un fil infini ; – un fil épais et infini ; – un solénoïde infini en admettant que le champ extérieur est nul ; – une bobine torique.
Forces de Laplace.	Exprimer les forces de Laplace s'exerçant sur un conducteur filiforme, sur une distribution volumique de courant.

Le bloc 5 étudie l'électromagnétisme en régime variable, principalement dans l'ARQS magnétique afin d'établir le lien avec le cours sur l'induction de première année. La notion de champ électromoteur est hors programme, la fem induite est calculée avec la loi de Faraday. Cette partie prépare également le cours sur la conversion de puissance en abordant les courants de Foucault et l'énergie magnétique.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
5. Electromagnétisme dans l'ARQS	
Courants de déplacement.	Vérifier que le terme de courant de déplacement permet d'assurer la compatibilité des équations de Maxwell avec la conservation de la charge.
ARQS magnétique.	Simplifier les équations de Maxwell et l'équation de conservation de la charge dans l'ARQS en admettant que les courants de déplacement sont négligeables. Étendre le domaine de validité des expressions des champs magnétiques obtenues en régime stationnaire.
Induction.	Relier la circulation de $\boldsymbol{E}$ à la dérivée temporelle du flux magnétique, faire qualitativement le lien avec la loi de Faraday vue en première année.
Courants de Foucault.	Dans le cas d'un conducteur cylindrique soumis à un champ magnétique parallèle à son axe, uniforme et oscillant, décrire la géométrie des courants de Foucault, exprimer la puissance dissipée par effet Joule en négligeant le champ propre. Expliquer l'influence du feuilletage.
Energie magnétique. Densité volumique d'énergie magnétique. Couplage partiel, couplage parfait.	Exprimer l'énergie magnétique d'une bobine seule ou de deux bobines couplées en fonction des coefficients d'inductance et des intensités. Citer l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique. La retrouver dans le cas de la bobine dont on néglige les effets de bord à partir de la relation $E = \frac{1}{2}Li^2$. Exploiter la continuité temporelle du flux magnétique. Dans le cas de deux bobines couplées, établir l'inégalité $M^2 \leq L_1L_2$.

Le bloc 6 introduit les notions d'aimantation, d'excitation magnétique, et de perméabilité magnétique. Il conduit à une réécriture de l'équation de Maxwell-Ampère, plus adaptée aux milieux magnétiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
6. Milieux ferromagnétiques	
Aimant permanent, champ magnétique créé dans son environnement. Actions subies par un dipôle magnétique dans un champ magnétique extérieur.	À partir d'une formule fournie exprimant le champ d'un dipôle magnétique, décrire le champ créé par un aimant à grande distance et représenter qualitativement les lignes de champ magnétique. Utiliser les expressions fournies de l'énergie potentielle, de la résultante et du moment. Décrire qualitativement l'évolution d'un dipôle magnétique dans un champ extérieur. Citer l'ordre de grandeur du champ géomagnétique en France.
Aimantation $\boldsymbol{M}$ d'un milieu magnétique.	Définir le champ d'aimantation d'un milieu magnétique.
Courants d'aimantation.	Associer à une distribution d'aimantation une densité de courants liés équivalente $\boldsymbol{j}_{lié} = \boldsymbol{rot}\,\boldsymbol{M}$ (relation admise).
Relation entre $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{H}$ et $\boldsymbol{M}$. Équation de Maxwell-Ampère écrite avec le vecteur excitation magnétique $\boldsymbol{H}$ et $\boldsymbol{j}_{libre}$.	Définir l'excitation magnétique $\boldsymbol{H}$ et écrire l'équation de Maxwell-Ampère dans un milieu magnétique. En déduire qualitativement que les sources de $\boldsymbol{H}$ sont les courants électriques libres, et que les sources de $\boldsymbol{B}$ sont les courants électriques libres et l'aimantation.
Milieu ferromagnétique.	Représenter l'allure des cycles d'hystérésis (H,M) et (H,B) d'un milieu ferromagnétique. Distinguer milieu dur et milieu doux, citer des exemples. **Tracer le cycle d'hystérésis d'un milieu ferromagnétique.**
Milieu ferromagnétique doux.	Modéliser un milieu doux par une relation constitutive linéaire. Définir la perméabilité relative et donner un ordre de grandeur.
Circuit magnétique avec ou sans entrefer. Électroaimant.	Décrire l'allure des lignes de champ dans un circuit magnétique sachant que les lignes de champs sortent orthogonalement à l'interface dans un entrefer. En appliquant le théorème d'Ampère et la conservation du flux magnétique, exprimer le champ magnétique produit dans l'entrefer d'un électroaimant.
Inductance propre d'une bobine à noyau de fer doux modélisé linéairement.	Établir l'expression de l'inductance propre de la bobine à noyau, vérifier l'expression de l'énergie magnétique $E_{mag} = \iiint \frac{1}{2\mu_0\mu_r} B^2 d\tau$.

Pertes d’une bobine réelle à noyau.	Exprimer le lien entre l’aire du cycle hystérésis et la puissance moyenne absorbée. Décrire les différents termes de perte d’une bobine à noyau : pertes fer par courants de Foucault et par hystérésis, pertes cuivre.

CONVERSION DE PUISSANCE

Présentation

En première année, la conversion de puissance est abordée à l’occasion du transformateur de tension et du moteur à courant continu dans la partie « induction et forces de Laplace ». Il s’agit ici d’approfondir cette étude en donnant le moyen d’aborder tous les éléments d’une chaîne énergétique faisant intervenir des éléments électriques, magnétiques et mécaniques.

Afin de pouvoir aborder des problématiques industrielles de forte puissance, le rôle essentiel du fer est considéré. Ainsi, les forces électromagnétiques ne se réduisent pas aux seules forces de Laplace s’exerçant sur les conducteurs traversés par des courants, l’aimantation du milieu participe de manière prépondérante au calcul des actions. De même, la prise en compte de la forte perméabilité du noyau d’un transformateur est indispensable afin d’établir une relation entre les intensités indépendante de la charge. Par ailleurs, on étudie la conversion électronique de puissance permettant d’adapter les différentes sources d’énergie à leur utilisation.

Cet enseignement est une initiation dont l’objectif est d’expliquer les principes physiques mis en œuvre dans des réalisations concrètes, il ne s’agit pas de multiplier les exemples de solutions techniques. En particulier, les dispositifs en triphasé ne sont pas étudiés.

Objectifs de formation

– Réaliser des bilans d’énergie.
– Appliquer l’électromagnétisme à des problématiques industrielles.
– Élaborer des modèles, analyser des limitations et des défauts.
– Associer divers éléments (sources, convertisseurs) afin de concevoir une chaîne énergétique complète.

Le bloc 1 présente quelques résultats généraux relatifs à la puissance électrique en régime sinusoïdal. La représentation de Fresnel, abordée en première année, est utilisée pour illustrer le facteur de puissance. La notion de puissance réactive est hors programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Puissance électrique en régime sinusoïdal	
Puissance moyenne, facteur de puissance.	Définir le facteur de puissance, faire le lien avec la représentation des tensions et des courants sur un diagramme de Fresnel. Citer et exploiter la relation $P = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi$.
Puissance moyenne absorbée par une impédance.	Citer et exploiter les relations $P = \Re_e(\underline{Z}) I_{eff}^2 = \Re_e(\underline{Y}) U_{eff}^2$. Justifier qu’un dipôle purement réactif n’absorbe aucune puissance en moyenne.

Le bloc 2 complète le modèle du transformateur de tension vu en première année. On ajoute ici le rôle d'un noyau de fer doux de forte perméabilité permettant d'obtenir un transformateur de courant. Les pertes et les défauts sont évoqués mais ne sont pas modélisés. En particulier, l'inductance magnétisante est hors programme. On explique l'intérêt du transformateur pour l'isolement et le transport de l'énergie électrique sur de longues distances.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Transformateur	
Modèle du transformateur idéal.	Citer les hypothèses du transformateur idéal. Établir les lois de transformation des tensions et des courants du transformateur idéal, en respectant l'algébrisation associée aux bornes homologues. Relier le transfert instantané et parfait de puissance à une absence de pertes et à un stockage nul de l'énergie électromagnétique.
Pertes.	Citer les pertes cuivre, les pertes fer par courant de Foucault et par hystérésis. Décrire des solutions permettant de réduire ces pertes.
Applications du transformateur.	Expliquer le rôle du transformateur pour l'isolement. Établir le transfert d'impédance entre le primaire et le secondaire. Expliquer l'intérêt du transport de l'énergie électrique à haute tension afin de réduire les pertes en ligne. Expliquer l'avantage d'un facteur de puissance élevé. **Mettre en œuvre un transformateur et étudier son rendement sur charge résistive.**

Le bloc 3 est consacré à la conversion électro-magnéto-mécanique de puissance. Afin d'étudier ces systèmes en prenant en compte le rôle du fer, on privilégie un calcul des actions électromagnétiques en dérivant l'énergie magnétique stockée dans le système par rapport à un paramètre de position. Les milieux magnétiques sont modélisés par des milieux linéaires. La notion de coénergie est hors programme.

Dans une première partie, la méthode de calcul de la force s'exerçant sur une partie mobile de fer est illustrée sur un contacteur en translation faisant partie d'un circuit magnétique dont l'entrefer est variable. À l'aide d'un bilan énergétique, le professeur pourra justifier la relation $F = (\partial E / \partial x)_i$ mais cette démonstration ne doit pas être considérée comme une capacité exigible.

On aborde ensuite le moteur synchrone en dérivant l'énergie magnétique localisée dans l'entrefer afin de déterminer le moment du couple électromagnétique. Les champs glissants statorique et rotorique sont radiaux dans l'entrefer et présentent des formes d'onde sinusoïdales. On montre que le moment moyen est non nul si les champs glissants sont synchrones. Le modèle électrique des phases de l'induit est abordé afin de décrire la conversion électromécanique de puissance, mais on n'étudiera pas l'utilisation d'une machine à vide comme compensateur synchrone.

Dans une troisième partie, on explique le fonctionnement du moteur à courant continu par analogie avec le moteur synchrone, en montrant que le collecteur réalise le synchronisme entre un champ statorique stationnaire et un champ rotorique qui lui est orthogonal quelle que soit la position angulaire du rotor, produisant ainsi un moment maximal.

On évoque la réversibilité énergétique des machines électriques, en distinguant avec rigueur fem et fcem. La puissance mécanique des machines est reliée à la puissance électrique des forces électromotrices induites par des bilans énergétiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Conversion électro-magnéto-mécanique	
3.1. Contacteur électromagnétique en translation	
Énergie et force électromagnétique.	Exprimer l'énergie magnétique d'un enroulement enlaçant un circuit magnétique présentant un entrefer variable. Calculer la force électromagnétique s'exerçant sur une partie mobile en translation en appliquant l'expression fournie $F = (\partial E / \partial x)_i$.
Applications.	Sur l'exemple du relais, expliquer le fonctionnement d'un contacteur électromagnétique.
3.2. Machine synchrone	
Structure d'un moteur synchrone à pôles lisses et à excitation séparée.	Décrire la structure d'un moteur synchrone diphasé et bipolaire : rotor, stator, induit, inducteur.
Champ magnétique dans l'entrefer.	Pour une machine de perméabilité infinie à entrefer constant, exprimer le champ magnétique dans l'entrefer généré par une spire passant dans deux encoches opposées. Expliquer qualitativement comment obtenir un champ dont la dépendance angulaire est sinusoïdale dans l'entrefer en associant plusieurs spires décalées.
Champ glissant statorique.	Justifier l'existence d'un champ glissant statorique lorsque les deux phases sont alimentées en quadrature.
Champ glissant rotorique.	Justifier l'existence d'un champ glissant rotorique associé à la rotation de l'inducteur.
Énergie et couple.	Exprimer l'énergie magnétique totale stockée dans l'entrefer en fonction de la position angulaire du rotor. Calculer le moment électromagnétique s'exerçant sur le rotor en exploitant l'expression fournie $\Gamma = \partial E / \partial \theta$.
Condition de synchronisme.	Justifier la condition de synchronisme entre le champ statorique et le champ rotorique afin d'obtenir un moment moyen non nul. Discuter qualitativement la stabilité du système en fonction du déphasage entre les deux champs glissants. Identifier la difficulté du démarrage d'un moteur synchrone, décrire qualitativement le principe de l'autopilotage.

Modèle électrique de l'induit.	En admettant les expressions des coefficients d'inductance, établir les équations électriques vérifiées par les phases de l'induit et donner les représentations de Fresnel associées. À l'aide d'un bilan énergétique où seules les pertes cuivre sont envisagées, justifier l'égalité entre la puissance électrique absorbée par les fcem et la puissance mécanique fournie.
Fonctionnement réversible.	Décrire les conditions d'utilisation de la machine synchrone en alternateur.
Applications.	Citer des exemples d'application de la machine synchrone.
3.3. Machine à courant continu	
Structure d'un moteur à courant continu à pôles lisses.	Décrire la structure d'un moteur à courant continu bipolaire à excitation séparée : rotor, stator, induit, inducteur.
Collecteur.	Par analogie avec le moteur synchrone, expliquer que le collecteur établit le synchronisme entre le champ statorique stationnaire et le champ rotorique quelle que soit la position angulaire du rotor.
Couple et fcem.	Citer l'expression du moment du couple $\Gamma = \Phi i$, établir l'expression de la fcem induite $e = \Phi\Omega$ par un argument de conservation énergétique. Décrire qualitativement les pertes existant dans une machine réelle : pertes cuivre, pertes fer, pertes mécaniques. Établir les équations électrique et mécanique. Tracer la caractéristique (Ω, Γ) à tension d'induit constante. Analyser le démarrage d'un moteur entraînant une charge mécanique exerçant un moment $-f \cdot \Omega$. **Mettre en œuvre un moteur à courant continu.**
Fonctionnement réversible.	Décrire les conditions d'utilisation de la machine à courant continu en génératrice. Choisir des conventions d'orientation adaptées.
Applications.	Citer des exemples d'application de la machine à courant continu.

Le bloc 4 aborde la conversion électronique statique de puissance principalement sur l'exemple du hacheur série. Il ne s'agit pas de traiter un cours exhaustif sur les convertisseurs en multipliant les exemples de circuits, l'état d'esprit de cet enseignement doit permettre de réinvestir les capacités pour étudier modestement d'autres montages (redresseur, onduleur). On ne décrira pas le circuit de commande d'un transistor.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.4. Conversion électronique statique	
Formes continue et alternative de la puissance électrique.	Citer des exemples illustrant la nécessité d'une conversion de puissance électrique.

Structure d'un convertisseur.	Décrire l'architecture générale d'un convertisseur électronique de puissance : générateur, récepteur, processeur de puissance utilisant des interrupteurs électroniques, commande des fonctions de commutation.
Fonction de commutation spontanée. Fonction de commutation commandée. Sources. Réversibilité. Interconnexion. Cellule de commutation élémentaire.	Décrire la caractéristique idéale courant-tension de la diode. Décrire la caractéristique idéale courant-tension du transistor. Définir les notions de sources de courant et de tension. Expliquer le rôle des condensateurs et des bobines comme éléments de stockage d'énergie assurant le lissage de la tension ou de l'intensité à haute fréquence. Caractériser les sources par leur réversibilité en tension, en intensité, en puissance. Citer des exemples. Citer les règles d'interconnexions entre les sources. Expliquer le fonctionnement d'une cellule élémentaire à deux interrupteurs assurant le transfert d'énergie entre une source de courant et une source de tension.
Hacheur.	Tracer des chronogrammes, exploiter le fait que la moyenne d'une dérivée est nulle en régime périodique établi, calculer des moyennes de fonctions affines par morceaux, utiliser un bilan de puissance moyenne pour établir des relations entre les tensions et les intensités. Justifier le choix des fonctions de commutation pour un hacheur série assurant l'alimentation d'un moteur à courant continu à partir d'un générateur idéal de tension continue. Exprimer les valeurs moyennes des signaux. Calculer l'ondulation en intensité dans l'approximation d'un hachage haute fréquence réalisant une intensité affine par morceaux.
Redressement double alternance réalisé avec un pont de diodes.	Pour un générateur de tension sinusoïdal et une charge assimilable à une source continue de courant, décrire les différentes séquences de commutation des diodes. **Mettre en œuvre un redressement double alternance.**
Onduleur.	Décrire la structure en pont à quatre interrupteurs et les séquences de commutation pour une fréquence de commutation fixe.

PHYSIQUE DES ONDES

Présentation

Le programme de physique des ondes s'inscrit dans le prolongement de la partie « signaux physiques » du programme de PCSI, où des propriétés unificatrices (diffraction, interférences, battements…) ont été abordées en s'appuyant sur une approche expérimentale et sans référence à une équation d'onde. Il s'agit désormais de mettre en place l'équation d'onde de d'Alembert, à une ou trois dimensions, sur des systèmes mécaniques ou électromagnétiques. On aborde ensuite l'étude de la dispersion et de l'absorption associées à des phénomènes de propagation régis par des équations aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants. Enfin, la propagation d'ondes dans des milieux différents conduit naturellement à étudier la réflexion et la transmission d'ondes à une interface.

Objectifs de formation

– Décrire l'évolution d'un système mécanique déformable en appliquant le principe fondamental de la dynamique de manière locale, en utilisant des champs comme en électromagnétisme.
– Utiliser les équations de Maxwell en dehors de l'ARQS.
– Manipuler des équations couplant des champs scalaires et vectoriels afin d'établir une équation de propagation.
– Résoudre une équation de propagation en exploitant des familles de solutions particulières.
– Exploiter la linéarité, utiliser la décomposition harmonique, réinvestir les connaissances sur l'analyse spectrale.
– Dégager des analogies entre des systèmes mécaniques et électromagnétiques.

Le bloc 1 est consacré à l'étude de phénomènes ondulatoires non dispersifs. L'équation de d'Alembert unidimensionnelle est d'abord établie en étudiant une partie infinitésimale de corde ou de câble coaxial. On se contente de vérifier que les superpositions de fonctions du type $f(x-ct)$ et $g(x+ct)$ sont solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension.
Dans un deuxième temps, on étudie les ondes sonores puis les ondes électromagnétiques qui se propagent dans l'espace physique de dimension trois.
L'équation de propagation des ondes sonores est établie dans le cadre de l'approximation acoustique avec une approche locale. Le principe fondamental de la dynamique est appliqué en justifiant que l'accélération de la particule de fluide s'écrit $\vec{a} = \partial\vec{v} / \partial t$ lorsque l'amplitude des oscillations est faible devant la longueur d'onde. L'occasion se présente ainsi d'utiliser les opérateurs de dérivation dans un autre domaine que celui de l'électromagnétisme.
Le choix a été fait ici de privilégier les solutions harmoniques dans la résolution de l'équation de d'Alembert, pour leur universalité comme solutions adaptées aux équations d'ondes linéaires.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Phénomènes de propagation non dispersifs : équation de d'Alembert	
1.1. Propagation unidimensionnelle	
Ondes transversales sur une corde vibrante infiniment souple dans l'approximation des petits mouvements transverses.	Établir l'équation d'onde en utilisant des systèmes infinitésimaux. Définir une onde longitudinale et une onde transversale.
Équation de d'Alembert.	Identifier une équation de d'Alembert. Exprimer la célérité en fonction des paramètres du milieu.

Exemples de solutions de l'équation de d'Alembert unidimensionnelle. Ondes progressives harmoniques. Ondes stationnaires harmoniques.	Définir une onde progressive et une onde stationnaire. Établir la relation de dispersion à partir de l'équation de d'Alembert. Utiliser la notation complexe. Définir le vecteur d'onde, la vitesse de phase. Retrouver la distance égale à $\lambda/2$ entre deux nœuds consécutifs ou entre deux ventres consécutifs. Décomposer une onde stationnaire en ondes progressives, une onde progressive en ondes stationnaires.
Conditions aux limites. Régime libre : modes propres d'une corde vibrante fixée à ses deux extrémités. Régime forcé : résonances de la corde de Melde.	Justifier et exploiter des conditions aux limites. Définir et décrire les modes propres. Construire une solution quelconque par superposition de modes propres. Associer mode propre et résonance en régime forcé.
Ondes de tension et de courant dans un câble coaxial sans pertes modélisé comme un milieu continu caractérisé par une inductance linéique et une capacité linéique. Impédance caractéristique. Réflexion en amplitude sur une impédance terminale.	Décrire le modèle. Établir les équations de propagation. Établir l'expression de l'impédance caractéristique d'un câble coaxial. **Étudier la réflexion en amplitude de tension pour une impédance terminale nulle, infinie ou résistive.**
1.2. Ondes sonores dans les fluides	
Approximation acoustique.	Classer les ondes sonores par domaines fréquentiels. Justifier les hypothèses de l'approximation acoustique par des ordres de grandeur. En comparant l'amplitude du déplacement à la longueur d'onde, montrer que l'accélération de la particule de fluide s'écrit $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ lorsque v << c. Écrire les trois équations locales linéarisées.
Équation de d'Alembert pour la surpression.	Déterminer l'équation de propagation de la surpression dans une situation unidirectionnelle en coordonnées cartésiennes. Utiliser sa généralisation admise à trois dimensions avec l'opérateur laplacien.
Célérité.	Exprimer la célérité en fonction de la température pour un gaz parfait.

	Citer les ordres de grandeur de la célérité pour l'air et pour l'eau.
Densité volumique d'énergie sonore, vecteur densité de courant énergétique. Intensité acoustique, niveau sonore.	Utiliser les expressions admises du vecteur densité de courant énergétique et de la densité volumique d'énergie associés à la propagation de l'onde. Définir l'intensité acoustique en $W.m^{-2}$ et le niveau sonore en décibels. Citer quelques ordres de grandeur (minimum d'audition, seuil de douleur, conversation).
Ondes planes progressives harmoniques. Impédance acoustique définie comme le rapport de la surpression sur le débit volumique ou comme le rapport de la surpression sur la vitesse.	En relation avec la diffraction, discuter la validité du modèle de l'onde plane en comparant la dimension latérale à la longueur d'onde. Décrire le caractère longitudinal de l'onde sonore. Établir et utiliser l'impédance acoustique. Utiliser le principe de superposition des ondes planes progressives harmoniques.
Onde sonore sphérique.	Commenter l'expression de la surpression $p(r,t) \propto \frac{1}{r}\cos(\omega(t-\frac{r}{c}))$ générée par une sphère pulsante.
Effet Doppler.	**Mettre en œuvre une détection hétérodyne pour mesurer une vitesse par décalage Doppler.**
1.3. Bilan de Poynting de l'énergie électromagnétique dans un milieu quelconque	
Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting. Équation locale de Poynting.	Identifier les différents termes de l'équation locale de Poynting. Interpréter le vecteur de Poynting comme le vecteur densité de flux de puissance électromagnétique.
1.4. Ondes électromagnétiques dans le vide	
Propagation de $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ dans une région sans charge ni courant.	Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications. Établir les équations de propagation.
Structure d'une onde plane progressive harmonique.	Utiliser la notation complexe. Représenter le trièdre $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{B})$. Établir la relation entre les amplitudes des champs. Associer la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde. Associer le flux du vecteur de Poynting à un flux de photons en utilisant la relation d'Einstein-Planck. Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens (laser hélium-néon, flux solaire, téléphonie…) et les relier aux ordres de grandeur des champs électriques associés.

	Utiliser le principe de superposition d'ondes planes progressives harmoniques.
Polarisation rectiligne.	Identifier l'expression d'une onde électro-magnétique plane progressive polarisée rectilignement.

Le bloc 2 est consacré aux phénomènes de propagation régis par des équations aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants. L'étude est menée sur des ondes harmoniques unidimensionnelles lorsque l'équation de propagation est linéaire mais n'est pas une équation de d'Alembert. On évoque ensuite la théorie de Fourier pour justifier qu'une onde quelconque limitée dans le temps est la superposition d'ondes harmoniques : on définit ainsi la notion de paquet d'onde. Pour finir, on applique les notions nouvellement introduites sur la dispersion à la propagation des ondes dans les milieux conducteurs et les plasmas.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Phénomènes de propagation linéaires : absorption et dispersion	
2.1. Relation de dispersion	
Forme générique des solutions progressives sinusoïdales : $y = y_0 e^{j(\omega.t - \underline{k}.x)}$	Identifier le caractère linéaire d'une équation aux dérivées partielles de propagation. Établir la relation de dispersion. Lier la partie réelle de $\underline{k}$ à la vitesse de phase, la partie imaginaire de $\underline{k}$ à une dépendance spatiale de l'amplitude. Définir la notion de milieu dispersif.
2.2. Paquet d'ondes	
Superposition de deux ondes de fréquences proches dans un milieu non absorbant et dispersif. Domaine spectral d'un paquet d'onde de durée finie.	Calculer la vitesse de groupe à partir de la relation de dispersion. Associer la vitesse de groupe à la propagation de l'enveloppe du paquet d'ondes. Énoncer et exploiter la relation entre les ordres de grandeur de la durée temporelle d'un paquet d'onde et la largeur fréquentielle de son spectre.
2.3. Ondes électromagnétiques planes dans des milieux conducteurs	
Cas d'un conducteur ohmique de conductivité réelle : effet de peau. Modèle du conducteur parfait en présence d'un champ électromagnétique variable.	Repérer une analogie formelle avec les phénomènes de diffusion. Établir la relation de dispersion. Associer l'atténuation de l'onde à une dissipation d'énergie. Citer l'ordre de grandeur de l'épaisseur de peau du cuivre à 50 Hz. Justifier que les champs électrique et magnétique sont nuls dans le conducteur.
Interaction entre une onde plane progressive harmonique et un plasma localement neutre peu dense. Conductivité imaginaire pure. Interprétation énergétique. Équation de propagation dans le plasma. Onde	Décrire le modèle de la conduction électrique dans un plasma. Construire une conductivité complexe en justifiant les approximations. Associer le caractère imaginaire pur de la conductivité complexe à l'absence de puissance échangée entre le champ et les porteurs. Établir la relation de dispersion dans le plasma.

plane progressive harmonique dans le plasma. Onde évanescente dans le domaine réactif ; absence de propagation de l'énergie.	 Identifier une onde évanescente (onde stationnaire spatialement amortie). Expliquer la notion de fréquence de coupure et donner son ordre de grandeur dans le cas de l'ionosphère.

Le bloc 3 est consacré à la réflexion et la transmission d'ondes à une interface plane sous incidence normale en acoustique et en électromagnétisme. Les relations de passages pour le champ électromagnétique sont affirmées, toute démonstration est hors programme. Tout calcul de courant à partir du vecteur densité de courant surfacique est à proscrire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Interfaces entre deux milieux	
3.1. Cas des ondes sonores	
Réflexion, transmission d'une onde sonore plane progressive sous incidence normale sur une interface plane infinie entre deux fluides : coefficients de réflexion et de transmission en amplitude des vitesses, des surpressions et des puissances sonores.	Expliciter des conditions aux limites à une interface. Établir les expressions des coefficients de transmission et de réflexion en amplitude de surpression, en amplitude de vitesse ou en puissance. Relier l'adaptation des impédances au transfert maximum de puissance.
Applications.	**Approche documentaire :** décrire la mise en œuvre des ondes ultra-sonores pour l'échographie médicale.
3.2. Cas des ondes électromagnétiques	
Relations de passage du champ électromagnétique en présence d'une distribution surfacique de charge ou de courant.	Interpréter le vecteur densité de courant surfacique comme un modèle pour décrire un déplacement de charges à travers un domaine d'épaisseur faible devant l'échelle de description. Utiliser les relations de passage fournies.
Réflexion d'une onde électromagnétique polarisée rectilignement sur un conducteur parfait, en incidence normale.	Exploiter la continuité de la composante tangentielle du champ électrique pour justifier l'existence d'une onde réfléchie et calculer celle-ci. Calculer le champ magnétique dans le vide, en déduire le courant surfacique sur le conducteur. Calculer le coefficient de réflexion en puissance.

THERMODYNAMIQUE DES TRANSFORMATIONS PHYSICO-CHIMIQUES

Présentation

La transformation de la matière a été abordée dès le début de la première année; les changements d'état du corps pur ont été évoqués et le critère d'évolution d'un système chimique en transformation a été présenté sans être démontré. Ce dernier a été utilisé au travers de l'étude de l'évolution des systèmes chimiques, étude restreinte au cas où une seule réaction modélise la transformation.

Le but de cette partie est double : d'une part, aborder les transferts thermiques d'un système engagé dans une transformation physico-chimique, et d'autre part, établir et utiliser le critère d'évolution spontanée d'un système chimique, ce qui nécessite l'introduction de la fonction G et du potentiel chimique.

La thermodynamique propose des outils performants permettant de décrire l'évolution macroscopique des systèmes. Ainsi l'introduction du potentiel chimique permet-elle de faire jouer à la quantité de matière un rôle comparable aux variables température et pression, déjà manipulées par les étudiants au cours de la première année. Le changement d'état physique d'un constituant chimique peut être traité avec le même formalisme que la transformation chimique.

On adopte pour les potentiels chimiques une expression générale $\mu_i(T, composition) = \mu_i°(T) + RT\ln(a_i)$ qui fait référence aux expressions des activités vues en première année. L'établissement de cette expression est hors programme. On se limite aux cas d'une espèce chimique pure, d'une solution aqueuse très diluée, ou d'un mélange idéal de gaz parfaits. L'influence de la pression sur le potentiel chimique d'un constituant en phase condensée pure est abordée uniquement en approche documentaire sur le thème de la pression osmotique.

Cet approche permet de compléter les acquis de première année sur les changements de phase d'un corps pur.

Les grandeurs standard de réaction sont introduites. On se place systématiquement dans le cadre de l'approximation d'Ellingham. D'une part, le calcul de ces grandeurs à 298 K à partir de tables de données thermodynamiques rend possible, pour un système engagé dans une transformation physico-chimique, une estimation du transfert thermique qui peut être confrontée à l'expérience. D'autre part, les grandeurs standard de réaction permettent la détermination de la valeur de la constante thermodynamique K° caractéristique d'une réaction, valeur qui était simplement donnée en première année. C'est ainsi l'occasion de revenir sur la détermination de la composition du système physico-chimique en fin d'évolution.

Pour un système en équilibre, le calcul de la variance permet, *via* l'identification méthodique des variables intensives de description, une caractérisation de l'état intensif de celui-ci par la détermination de son « nombre de degrés de liberté ». L'utilisation du théorème de Gibbs ne relève pas du programme.

La notion d'affinité chimique n'est pas utilisée. Le sens d'évolution spontanée d'un système hors d'équilibre, à température et pression fixées, est déterminé d'après le signe de $\Delta_r G$.

Enfin, l'étude de l'influence de la modification d'un paramètre (pression, température ou composition) sur un système initialement à l'équilibre chimique permet d'aborder la problématique de l'optimisation des conditions opératoires d'une synthèse. L'étude de tout ou partie d'une unité de synthèse industrielle est conduite à l'aide d'une approche documentaire.

Objectifs généraux de formation

– Faire preuve de rigueur dans la description d'un système physico-chimique.
– Distinguer modélisation d'une transformation chimique (réaction chimique et écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation.
– Utiliser des tables de données thermodynamiques.
– Confronter des grandeurs calculées avec des mesures expérimentales.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Application du premier principe à la transformation physico-chimique	
État standard. Capacité thermique standard à pression constante. Enthalpie standard de réaction. Enthalpie standard de changement d'état. État standard de référence d'un élément, enthalpie standard de formation. Loi de Hess. Enthalpie standard de dissociation de liaison.	Déterminer l'enthalpie standard de réaction à l'aide de tables de données thermodynamiques et de la loi de Hess. Estimer l'ordre de grandeur d'une enthalpie standard de réaction à partir des énergies de liaison.
Effets thermiques pour une transformation isobare : – transfert thermique causé par la transformation chimique en réacteur isobare isotherme (relation $\Delta H = Q_p = \xi \Delta_r H°$) ; – transfert thermique causé par un changement d'état physique isobare isotherme ; – transformation exothermique ou endothermique.	Déterminer le transfert thermique entre le système en transformation physico-chimique et le milieu extérieur. Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation physico-chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique. **Mettre en œuvre une démarche expérimentale mettant en jeu des effets thermiques lors d'une transformation chimique.**
2. Potentiel thermodynamique	
Enthalpie libre d'un système.	Justifier que l'enthalpie libre G est le potentiel thermodynamique adapté à l'étude des transformations isothermes, isobares et spontanées. Exprimer l'entropie créée en fonction de la variation d'enthalpie libre.
3. Identités thermodynamiques pour un système monophasé de composition variable	
Identités thermodynamiques. Potentiel chimique.	Citer les expressions des différentielles de U, H, G. Distinguer les caractères intensif ou extensif des variables utilisées.
4. Changement d'état du corps pur	
Potentiel chimique du corps pur. Conditions d'équilibre d'un corps pur sous plusieurs phases. Variance. Évolution d'un système sous plusieurs phases.	Identifier le potentiel chimique d'un corps pur à son enthalpie libre molaire. Établir l'égalité des potentiels chimiques pour un corps pur en équilibre sous plusieurs phases. En déduire l'existence d'une courbe d'équilibre sur un diagramme (P,T). Définir et déterminer la variance d'un système polyphasé en équilibre. Prévoir le sens de l'évolution d'un corps pur diphasé hors d'équilibre.
5. Mélanges	
Potentiel chimique d'un constituant dans un mélange ; enthalpie libre d'un système chimique.	Citer l'expression (admise) du potentiel chimique d'un constituant en fonction de son activité. Exprimer l'enthalpie libre d'un système en fonction des potentiels chimiques.

	Approche documentaire : à partir de documents sur la pression osmotique, discuter de l'influence de la pression sur le potentiel chimique et d'applications au laboratoire, dans l'industrie, ou dans la vie courante.
6. Changement d'état des alliages métalliques	
- Diagrammes isobares d'équilibre solide-liquide : – avec miscibilité totale des solides ; – avec miscibilité nulle des solides, avec ou sans composé défini à fusion congruente. Théorème des moments chimiques.	Exploiter les diagrammes isobares d'équilibre entre deux phases pour, à composition en fraction massique donnée : – décrire le comportement d'un mélange binaire lors d'une variation de température en traçant l'allure de la courbe d'analyse thermique. – déterminer les températures de début et de fin de changement d'état ; – donner la composition des phases en présence à une température fixée ainsi que les masses dans chaque phase ; – identifier les compositions relatives aux mélanges indifférents, eutectiques et aux composés définis et leur intérêt dans l'utilisation des alliages métalliques.
7. Application du second principe à une transformation chimique	
Enthalpie libre de réaction. Enthalpie libre standard de réaction. Relation entre Δ_rG, $\Delta_rG°$ et Q_r ; évolution d'un système chimique. Entropie standard de réaction $\Delta_rS°$.	Relier création d'entropie et enthalpie libre de réaction lors d'une transformation d'un système physico-chimique à P et T fixées. Prévoir le sens d'évolution à P et T fixées d'un système physico-chimique dans un état donné à l'aide de l'enthalpie libre de réaction. Déterminer les grandeurs standard de réaction à partir des tables de données thermodynamiques. Déterminer les grandeurs standard de réaction d'une réaction dont l'équation est combinaison linéaire d'autres équations de réaction. Interpréter ou prévoir le signe de l'entropie standard de réaction.
Constante d'équilibre ; relation de Van't Hoff. Relation entre Δ_rG, $K°$ et Q_r.	Définir la constante thermodynamique d'équilibre à partir de l'enthalpie libre standard de réaction. Prévoir le sens de réaction à P et T fixées d'un système physico-chimique dans un état donné à l'aide de $K°$ et Q_r. Énoncer et exploiter la relation de Van't Hoff. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre thermodynamique à une température quelconque dans le cadre de l'approximation d'Ellingham. Déterminer la valeur d'une constante d'équilibre thermodynamique d'une réaction par combinaison de constantes d'équilibres thermodynamiques

	d'autres réactions.
État final d'un système : équilibre chimique ou transformation totale.	Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique. **Mettre en œuvre une démarche expérimentale pour déterminer la valeur d'une constante d'équilibre en solution aqueuse.**
Caractérisation de l'état intensif d'un système en équilibre physico-chimique : variance, nombre de degrés de liberté d'un système à l'équilibre.	Reconnaître si une variable intensive est ou non un paramètre d'influence d'un équilibre chimique. Recenser les variables intensives pertinentes de description du système à l'équilibre pour en déduire le nombre de degrés de liberté de celui-ci.
Optimisation d'un procédé chimique : – par modification de la valeur de K° ; – par modification de la valeur du quotient réactionnel.	Identifier les paramètres d'influence et leur sens d'évolution pour optimiser une synthèse ou minimiser la formation d'un produit secondaire indésirable. **Approche documentaire** : à partir de documents décrivant une unité de synthèse industrielle, analyser les choix industriels, aspects environnementaux inclus.

ÉLECTROCHIMIE

Présentation

L'approche adoptée dans cette partie est principalement qualitative, et en dehors de l'étude thermodynamique d'une pile, elle ne requiert aucun formalisme physique ou mathématique.

Les caractéristiques générales des courbes courant-potentiel sont présentées sur différents exemples afin que les étudiants soient capables de proposer l'allure qualitative de courbes à partir d'un ensemble de données cinétiques et thermodynamiques fournies.

Ces courbes sont utilisées pour justifier ou prévoir le fonctionnement de dispositifs d'intérêt industriel, économique et écologique mettant en jeu la conversion énergie chimique-énergie électrique, qu'ils soient sièges de réactions d'oxydoréduction spontanées (piles électrochimiques, piles à combustibles, phénomènes de corrosion humide) ou forcées (électrolyseurs et accumulateurs).

L'ensemble des aspects étudiés donne lieu à des activités expérimentales qui visent à illustrer les phénomènes présentés et à souligner l'intérêt des dispositifs électrochimiques pour la détermination de grandeurs thermodynamiques et électrochimiques.

Les approches documentaires permettent de mettre en évidence la complexité des dispositifs de conversion énergie chimique-énergie électrique, au-delà de l'aspect strictement électrochimique.

Objectifs généraux de formation

– Choisir de manière rigoureuse et décrire le système physico-chimique étudié.
– Élaborer qualitativement des outils graphiques à partir d'un ensemble de données.

– Pratiquer un raisonnement qualitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Approche qualitative de la cinétique électrochimique	
Surtension. Allure des courbes courant-potentiel (intensité ou densité de courant) : – systèmes rapides et systèmes lents ; – nature de l'électrode ; – courant limite de diffusion ; – vagues successives ; – mur du solvant.	Décrire le montage à trois électrodes permettant de mesurer une surtension. Associer vitesse de réaction électrochimique et intensité du courant. Reconnaître le caractère lent ou rapide d'un système à partir des courbes courant-potentiel. Identifier les espèces électroactives pouvant donner lieu à une limitation en courant par diffusion. Identifier des paliers de diffusion sur des relevés expérimentaux. Avec la loi de Fick, relier l'intensité du courant limite de diffusion à la concentration du réactif et à l'aire de la surface immergée de l'électrode. Donner l'allure qualitative de branches d'oxydation ou de réduction à partir de données de potentiels standard, de concentrations et de surtensions « de seuil ». **Mettre en œuvre un protocole expérimental utilisant des courbes courant-potentiel.**
2. Phénomènes de corrosion humide	
Transformations spontanées : notion de potentiel mixte.	Positionner qualitativement un potentiel mixte sur un tracé de courbes courant-potentiel.
Potentiel de corrosion, courant de corrosion. Corrosion uniforme en milieu acide ou en milieu neutre oxygéné. Corrosion différentielle par hétérogénéité du support ou du milieu. .	Interpréter qualitativement un phénomène de corrosion uniforme à l'aide de données expérimentales, thermodynamiques et cinétiques. Citer des facteurs aggravants de la corrosion. Interpréter qualitativement un phénomène de corrosion différentielle faisant intervenir deux métaux à l'aide de courbes courant-potentiel.
Protection contre la corrosion : – revêtement ; – passivation ; – anode sacrificielle ; – protection électrochimique par courant imposé.	Exploiter des tracés de courbes courant-potentiel pour expliquer qualitativement : – la qualité de la protection par un revêtement métallique ; – le fonctionnement d'une anode sacrificielle. **Mettre en œuvre un protocole illustrant les phénomènes de corrosion et de protection.**
3. Énergie chimique et énergie électrique : conversion et stockage	
3.1. Conversion d'énergie chimique en énergie électrique	

Approche thermodynamique. Approche cinétique.	Établir l'inégalité reliant la variation d'enthalpie libre et le travail électrique. Citer la relation entre la tension à vide d'une pile et l'enthalpie libre de réaction. Déterminer la capacité d'une pile en Ah. Utiliser les courbes courant-potentiel pour expliquer le fonctionnement d'une pile électrochimique et prévoir la valeur de la tension à vide. Citer les paramètres influençant la résistance interne du dispositif électrochimique. **Mettre en œuvre une démarche expérimentale utilisant des piles.**
3.2. Conversion d'énergie électrique en énergie chimique	
Caractère forcé de la transformation. Électrolyseur. Dépôt électrolytique. Recharge d'un accumulateur.	Utiliser les courbes courant-potentiel pour expliquer le fonctionnement d'un électrolyseur et prévoir la valeur de la tension de seuil. Déterminer un rendement faradique à partir d'informations fournies concernant le dispositif étudié. Évaluer l'épaisseur d'un dépôt électrolytique ou la masse de produit formé pour une durée donnée d'électrolyse. Utiliser les courbes courant-potentiel pour justifier les contraintes dans la recharge d'un accumulateur. Évaluer l'épaisseur d'un dépôt électrolytique ou la masse de produit formé pour une durée donnée d'électrolyse. Utiliser les courbes courant-potentiel pour expliquer la recharge d'un accumulateur et prévoir la valeur de la tension de seuil. **Approche documentaire** : à partir de documents sur des accumulateurs (lithium ion, nickel-métal hydrure), comparer la constitution, le fonctionnement, et l'efficacité de tels dispositifs.

Appendice 1 : matériel

Cette liste complète celle donnée en annexe 1 du programme de physique de PCSI. Elle regroupe avec celle-ci le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de ces listes lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

1. Domaine conversion de puissance

– Wattmètre numérique
– Transformateur à noyau ferromagnétique
– Pont de Graetz
– Machine à courant continu
– Alimentation stabilisée

2. Domaine électrique

– Générateur de signaux Basse Fréquence
– Oscilloscope numérique avec analyseur de spectre
– ALI
– Multiplieur analogique
– Porte logique

3. Domaine ondes

– Câble coaxial, bouchons adaptés
– Emetteurs et récepteurs à ultrasons
– Haut parleur, microphone

Appendice 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maitrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique PSI sont d'une part ceux qui figurent dans l'appendice 2 du programme de PCSI et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Le thème « analyse vectorielle » prolonge l'étude de l'outil « gradient » abordée en PCSI en introduisant de nouveaux opérateurs : seules leurs expressions en coordonnées cartésiennes sont exigibles. Toutes les autres formules utiles (expressions en coordonnées cylindriques ou sphériques, actions sur des produits, combinaisons d'opérateurs, etc.) doivent être fournies.

Le thème « analyse de Fourier » prolonge l'étude de l'outil « séries de Fourier » abordée en PCSI en admettant la décomposition d'une fonction non périodique du temps en une somme continue de fonctions sinusoïdales. De même qu'en PCSI où le calcul des coefficients d'un développement en série de Fourier est exclu, on ne cherche pas, en PSI, à expliciter le poids relatif et les déphasages relatifs des différentes composantes de Fourier, de telle sorte que la transformée de Fourier n'est pas exigible. On insiste en revanche sur la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale Δf et la durée caractéristique Δt d'un signal non périodique.

Dans le thème « équations aux dérivées partielles », aucune méthode générale d'étude n'est exigible : on se limite à chercher des solutions d'une forme donnée par substitution, menant ainsi soit à des équations différentielles classiques, soit à une relation de dispersion.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Calcul différentiel	
Fonctions de plusieurs variables à valeurs réelles. Dérivées partielles. Différentielle. Théorème de Schwarz. Intégration de l'expression d'une dérivée partielle.	Relier la différentielle et les dérivées partielles premières. Utiliser le théorème de Schwarz (admis). Intégrer une expression de la forme $\partial f/\partial x = g(x,y)$

	à y fixé en introduisant une fonction $\phi(y)$ inconnue comme « constante d'intégration ».

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Analyse vectorielle	
a) gradient b) divergence c) rotationnel d) laplacien d'un champ scalaire e) laplacien d'un champ de vecteurs f) cas des champs proportionnels à exp(iωt-i**k.r**) ou exp(i**k.r**-iωt)	Relier le gradient à la différentielle d'un champ scalaire à t fixé. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. Citer et utiliser le théorème d'Ostrogradski. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes. Citer et utiliser le théorème de Stokes. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes. Définir Δf = div (**grad** f). Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes. Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes. Exprimer l'action des opérateurs d'analyse vectorielle sur un tel champ à l'aide du vecteur i**k**.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Analyse de Fourier	
Synthèse spectrale d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni. Utiliser un raisonnement par superposition.
Synthèse spectrale d'une fonction non périodique.	Utiliser un raisonnement par superposition. Citer et utiliser la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale Δf et la durée caractéristique Δt d'un signal non périodique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Equations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert.	Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution familière dans un domaine de la physique à un autre domaine. Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.

Appendice 3 : outils transversaux

La liste ci-dessous explicite un certain nombre d'outils transversaux dont la maîtrise est indispensable au physicien. Leur apprentissage progressif et contextualisé doit amener les étudiants au bout des deux années de CPGE à en faire usage spontanément quel que soit le contexte. S'agissant de l'analyse dimensionnelle, il convient d'éviter tout dogmatisme : en particulier la présentation de la dimension d'une grandeur par le biais de son unité dans le système international est autorisée. S'agissant de la recherche d'une expression par analyse dimensionnelle il ne s'agit en aucun cas d'en faire un exercice de style : en particulier le théorème Pi de Buckingham est hors programme.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1. Analyse de pertinence	
Homogénéité d'une expression.	Contrôler l'homogénéité d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs mise en jeu.
Caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs mise en jeu.
Sens de variation d'une expression par rapport à un paramètre.	Interpréter qualitativement et en faire un test de pertinence.
Limites d'une expression pour des valeurs nulles ou infinies des paramètres.	Tester les limites d'une expression. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Nullité d'une expression.	Repérer l'annulation d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Divergence d'une expression.	Repérer la divergence d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence. Proposer éventuellement des éléments non pris en compte dans le modèle susceptibles de brider la divergence (frottements, non linéarités, etc…).

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
2. Calcul numérique	
Calcul numérique d'une expression.	Calculer sans outil l'ordre de grandeur (puissance de dix) d'une expression simple. Afficher un résultat numérique avec un nombre de chiffres significatifs cohérent avec les données et une unité correcte dans le cas d'un résultat dimensionné. Commenter un résultat numérique (justification d'une approximation, comparaisons à des valeurs de référence bien choisies, etc.). En faire un test de pertinence.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
3. Outils de communication	
Tableaux de données numériques simples.	Transformer un tableau de données numériques en représentation graphique. Renseigner correctement les axes.
Exploitation d'une représentation graphique.	Repérer les comportements intéressants dans le contexte donné : monotonie, extrema, branches infinies, signes. Interpréter le caractère localement rectiligne selon

	qu'on travaille en échelles linéaire, semi-logarithmique ou log-log.
Schémas et figures.	Transposer un texte en une figure schématisant les éléments essentiels. Élaborer une courte synthèse à partir de plusieurs éléments graphiques : tableaux, schémas, courbes...

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Analyse dimensionnelle	
Dimension d'une expression.	Déterminer la dimension d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Recherche d'une expression de type monôme par analyse dimensionnelle.	Déterminer les exposants d'une expression de type monôme $E=A^{\alpha}B^{\beta}C^{\chi}$ par analyse dimensionnelle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Analyse d'ordre de grandeur	
Comparaison en ordre de grandeur des différents termes d'une équation différentielle ou d'une équation aux dérivées partielles.	À partir d'une mise en évidence des échelles pertinentes d'un problème, évaluer et comparer l'ordre de grandeur des différents termes d'une équation afin de la simplifier en conséquence.

Classe préparatoire scientifique physique et technologie

NOR : ESRS1326929A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 24-12-2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 20-6-1996 modifié ; avis du ministre de la défense du 24-10-2013 ; avis du Cneser du 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - Les programmes de seconde année de mathématiques, de physique et de chimie de la classe préparatoire scientifique physique et technologie (PT), figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 de l'arrêté du 20 juin 1996 modifié susvisé, sont remplacés par ceux figurant respectivement aux annexes 1 et 2 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Annexe 1
↳ *Mathématiques*

Annexe 2
↳ *Physique-chimie*

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique et technologie (PT)**

Discipline : **Mathématiques**

Seconde année

Classe préparatoire PT
Programme de mathématiques

Table des matières

Le programme de mathématiques de PT, dans le prolongement de celui de PTSI, s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Objectifs de formation

La formation mathématique en classe préparatoire scientifique vise deux objectifs :
– l'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstrations des théorèmes figurant au programme ;
– le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique permet de développer :
– **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
– **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
– **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
– **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
– **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
– **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies
Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.
Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser
Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

Représenter
Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemple, la géométrie apparaît comme un champ d'utilisation des concepts développés en algèbre linéaire et euclidienne ; les probabilités utilisent le vocabulaire ensembliste et illustrent certains résultats d'analyse.
Percevoir la globalité et la complexité du monde réel exige le croisement des regards disciplinaires et les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes...).
La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.
Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

Architecture et contenu du programme

L'étude de chaque domaine du programme (analyse, algèbre, probabilités) permet de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation et d'établir des liens avec les autres disciplines.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier prolonge l'étude de l'algèbre linéaire abordée en première année, introduit la notion de déterminant en dimension quelconque et aboutit à la théorie de la réduction dont il développe quelques applications. Le second, consacré à l'algèbre euclidienne, met l'accent sur les relations entre les points de vue vectoriel, matriciel et géométrique, notamment à travers une étude spécifique aux dimensions deux et trois. Le théorème spectral établit un lien entre ces deux volets et permet la classification des coniques.

Le programme d'analyse est introduit par l'étude des fonctions vectorielles d'une variable réelle qui s'attache à relier les registres analytique et géométrique en développant une étude aussi bien affine que métrique des arcs paramétrés. L'étude des enveloppes insiste sur la vision géométrique et conduit à celle de la développée d'une courbe régulière.
L'étude de l'intégration, entamée en première année dans le cadre des fonctions continues sur un segment, se poursuit dans celui des fonctions continues sur un intervalle quelconque. L'intégrale généralisée est un intermédiaire à l'introduction de la notion de fonction intégrable, qui permet d'énoncer les théorèmes classiques sur les intégrales à paramètre.
Le chapitre relatif aux séries numériques a pour objectif la détermination de la nature d'une série par comparaison avec les séries de référence et se limite au cas de la convergence absolue. Il constitue une introduction à l'étude des séries entières qui sont utilisées pour développer une fonction en série, calculer la somme de certaines séries numériques, trouver des solutions d'une équation différentielle, ou encore définir les séries génératrices en probabilités.
L'étude des équations et des systèmes différentiels est limitée au cas linéaire, dont les interventions sont fréquentes tant en mathématiques que dans les autres disciplines scientifiques. L'utilisation dans ce cadre du théorème de Cauchy permet d'établir la structure de l'ensemble des solutions, illustrant la pertinence des outils de l'algèbre linéaire pour résoudre des problèmes d'origine analytique. Le cas particulier où les coefficients sont constants permet de mettre en œuvre des techniques de réduction matricielle.
Le chapitre relatif au calcul différentiel à plusieurs variables fournit le vocabulaire et quelques outils utiles à la résolution de problèmes pouvant être issus d'autres disciplines scientifiques (recherche d'extremum, équations aux dérivées partielles). Il concourt au développement des compétences « Calculer » et « Représenter ».
L'étude des surfaces présente deux modes de représentation : paramétrage et équation cartésienne. Les exemples des surfaces réglées et des surfaces de révolution fournissent l'occasion de passer du registre analytique au registre géométrique et vice versa ; l'outil informatique est recommandé pour la visualisation des surfaces et de leurs sections planes.

L'enseignement des probabilités présente brièvement le formalisme de Kolmogorov, qui sera repris dans le cursus ultérieur des étudiants. Son objectif majeur est l'étude des variables aléatoires discrètes, en prolongement des variables finies étudiées en première année, ce qui permet d'élargir aux processus stochastiques à temps discret le champ des situations réelles se prêtant à une modélisation probabiliste.
La loi faible des grands nombres permet de justifier a posteriori l'approche fréquentiste d'une probabilité pour un schéma de Bernoulli, déjà évoquée dans le cursus antérieur des étudiants. L'inégalité qui la sous-tend précise la vitesse de convergence de cette approximation et valide l'interprétation de la variance comme indicateur de dispersion.
Ce chapitre a vocation à interagir avec le reste du programme.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.
Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.
En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes…) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

– celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
– celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;

– celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole ⇆ PC pour la physique et la chimie, ⇆ SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et ⇆ I pour l'informatique.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

– pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est en effet d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Quel que soit le contexte (cours, travaux dirigés), la pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants ;
– didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

Programme

Algèbre linéaire

Dans toute cette partie, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

A - Compléments d'algèbre linéaire

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :
- *consolider les acquis de la classe de première année.*
- *étudier de nouveaux concepts : somme de plusieurs sous-espaces vectoriels, projecteurs, hyperplans, sous-espaces stables, trace.*
- *passer du point de vue géométrique au point de vue matriciel et inversement.*

Le programme valorise les interprétations géométriques en dimensions 2 *et* 3 *et l'illustration des notions et des résultats par de nombreuses figures.*

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Familles quelconques de vecteurs	
Famille libre, famille génératrice, base.	Extension des résultats vus en première année sur les familles finies de vecteurs.
Base canonique de $\mathbb{K}[X]$. Toute famille de polynômes non nuls échelonnée en degré est libre.	Toute famille $(P_k)_{k\in\mathbb{N}}$ telle que $\deg(P_k) = k$ pour tout k est une base de $\mathbb{K}[X]$.
b) Sous-espaces vectoriels	
Somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels. Somme directe. En dimension finie, base adaptée à une décomposition en somme directe.	Par définition, la somme F de p sous-espaces F_i est directe si tout vecteur de F se décompose de manière unique selon les F_i. Caractérisation par l'unicité de la décomposition du vecteur nul. Pour $p \geqslant 3$, toute autre caractérisation est hors programme.
Hyperplan d'un espace vectoriel de dimension finie, défini comme sous-espace admettant une droite comme supplémentaire.	
Équations d'un hyperplan. Équations d'un sous-espace vectoriel : si E est de dimension n, l'intersection de p hyperplans est de dimension au moins $n-p$. Réciproquement, tout sous-espace de E de dimension $n-p$ est l'intersection de p hyperplans.	Interprétation géométrique de l'ensemble des solutions d'un système d'équations linéaires.
c) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel	
Homothétie. Projecteur et symétrie associés à deux sous-espaces vectoriels supplémentaires. Caractérisations $p\circ p = p$ et $s\circ s = \mathrm{Id}_E$. Famille de projecteurs associés à une décomposition en somme directe.	
Propriété : $p_i \circ p_j = 0$, $p_1 + \cdots + p_m = \mathrm{Id}_E$.	L'obtention de la décomposition $E = \bigoplus_{i=1}^{m} \mathrm{Im}(p_i)$ à partir de cette propriété est hors programme.
d) Sous-espaces stables	
Sous-espace stable par un endomorphisme. Endomorphisme induit. Matrice dans une base adaptée.	Les étudiants doivent savoir interpréter une forme matricielle par blocs en termes de stabilité d'un sous-espace et, inversement, traduire cette stabilité sous forme matricielle.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
e) Matrices	
Matrices semblables. Trace d'une matrice carrée. Linéarité, $\mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(BA)$. Deux matrices semblables ont même trace. Trace d'un endomorphisme en dimension finie.	Interprétation en termes d'endomorphismes.

B - Déterminants

Les déterminants, introduits en première année dans le cadre de la géométrie du plan ou de l'espace, sont généralisés à la dimension n et aux cadres matriciel et vectoriel.
Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.
Le vocabulaire des formes multilinéaires alternées, le groupe symétrique et les formules de Cramer sont hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Déterminant d'une matrice carrée	
Il existe une unique application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans $\mathbb{K}$, appelée déterminant, telle que : *i.* le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ; *ii.* l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par -1 ; *iii.* le déterminant de la matrice unité I_n vaut 1.	Notation det. La démonstration de ce théorème pour $n \geqslant 4$ et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme. Pour $n \in \{2, 3\}$, on interprète géométriquement cette définition par les notions d'aire et de volume algébriques.
b) Propriétés du déterminant	
Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul. Expression de $\det(\lambda A)$ pour $\lambda \in \mathbb{K}$ et $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.	
Effet sur un déterminant des opérations élémentaires en colonnes.	⇆ I : calcul du déterminant d'une matrice.
Déterminant d'une matrice triangulaire. Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.	
Déterminant d'un produit de matrices carrées. Déterminant de l'inverse.	Démonstration hors programme.
Déterminant de la transposée.	Démonstration hors programme. Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.
Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.	Démonstration non exigible. La notion de comatrice est hors programme.
c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme	
Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases.	La formule de changement de base pour un déterminant est hors programme.
Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des automorphismes.	Traduction sur le déterminant d'un endomorphisme des propriétés relatives au déterminant d'une matrice.

C - Réduction des endomorphismes et des matrices

Après avoir introduit le vocabulaire des éléments propres en dimension quelconque, cette partie s'intéresse de manière plus approfondie au cas de la dimension finie, et à la question de la diagonalisabilité d'une matrice carrée.
L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.
La notion de polynôme annulateur est hors programme. L'étude des classes de similitude est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Éléments propres	
Valeur propre, vecteur propre (non nul), sous-espace propre d'un endomorphisme en dimension quelconque.	Interprétation en termes de droite stable. ⇆ SI : matrice d'inductance, inductance cyclique, inductance homopolaire.
Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.	
Polynôme caractéristique d'un endomorphisme en dimension finie. Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres.	Le polynôme caractéristique, défini par la fonction polynomiale $x \mapsto \chi_f(x) = \det(x\mathrm{Id}_E - f)$ est de coefficient dominant égal à 1.
Spectre d'une matrice carrée, d'un endomorphisme en dimension finie.	Notation $\mathrm{Sp}(f)$, $\mathrm{Sp}(A)$.
Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Il est supérieur ou égal à la dimension du sous-espace propre associé.	
Éléments propres et polynôme caractéristique d'une matrice.	Extension des définitions et des résultats précédents.
b) Endomorphismes et matrices diagonalisables	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.	Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.
Un endomorphisme d'un espace vectoriel E de dimension finie est diagonalisable si et seulement si la somme de ses sous-espaces propres est égale à E.	
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et si l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé.	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension n ayant n valeurs propres distinctes est diagonalisable.	
Matrices diagonalisables.	Extension aux matrices des définitions et des résultats précédents relatifs aux endomorphismes. ⇆ SI : machines électriques.
c) Endomorphismes et matrices trigonalisables	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.	
Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé. En particulier, tout endomorphisme d'un $\mathbb{C}$-espace vectoriel est trigonalisable.	Démonstration hors programme. Aucune technique de trigonalisation effective n'est au programme.
Expressions du déterminant et de la trace d'un endomorphisme trigonalisable en fonction de ses valeurs propres.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Matrices trigonalisables.	Extension aux matrices des définitions et des résultats précédents relatifs aux endomorphismes. ⇆ I : calcul de la valeur propre de plus grand module à l'aide du quotient des traces de deux puissances itérées consécutives.
d) Applications	
Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable. Structure de l'ensemble des suites numériques vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre p à coefficients constants. Équation caractéristique.	Les étudiants doivent savoir transformer une récurrence scalaire d'ordre p en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type $X_{n+1} = AX_n$. Les étudiants doivent savoir trouver une base de l'espace vectoriel des solutions dans le cas d'une relation d'ordre 2 et dans le cas d'une relation d'ordre p lorsque la matrice A possède p valeurs propres distinctes.

Espaces vectoriels préhilbertiens et euclidiens

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :
- *consolider les acquis de la classe de première année sur les espaces euclidiens ;*
- *étudier les isométries vectorielles et les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions* 2 *et* 3 *en insistant sur les représentations géométriques ;*
- *traiter la réduction des matrices symétriques réelles et l'appliquer à la classification et l'étude des coniques.*

A - Structure préhilbertienne

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Produit scalaire et norme	
Produit scalaire. Espace préhilbertien réel, espace euclidien. Produit scalaire euclidien canonique sur $\mathbb{R}^n$. Exemples de produits scalaires définis par une intégrale sur les espaces de fonctions et de polynômes. Norme préhilbertienne, distance associée. Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité. Identité du parallélogramme, identité de polarisation.	Notations $\langle x, y\rangle$, $(x\|y)$, $x \cdot y$. On peut identifier $\mathbb{R}^n$ et l'espace des vecteurs colonnes correspondant.
b) Orthogonalité en dimension quelconque	
Vecteurs orthogonaux, sous-espaces orthogonaux. Orthogonal d'un sous-espace vectoriel. Théorème de Pythagore. Famille orthogonale, famille orthonormale (ou orthonormée). Toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre. Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.	Notation $F^\perp$. Les étudiants doivent savoir mettre en œuvre l'algorithme dans le cas d'un nombre restreint de vecteurs. ⇆ I : calcul d'une base orthonormée de polynômes pour différents exemples de produit scalaire.
c) Bases orthonormales	
Existence de bases orthonormales en dimension finie.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale ; expression du produit scalaire et de la norme.	$x_i = \langle e_i \| x \rangle$. ⇆ PC/SI.
Expression matricielle du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale.	Formules $\langle x, y \rangle = X^{\mathrm{T}} Y$, $\\|x\\|^2 = X^{\mathrm{T}} X$.
Matrice d'un endomorphisme dans une base orthonormale.	Formule $a_{i,j} = \langle e_i \| f(e_j) \rangle$.

d) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie

Si F est un sous-espace vectoriel de dimension finie d'un espace préhilbertien, alors F et $F^{\perp}$ sont supplémentaires.	
Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel de dimension finie. Expression du projeté orthogonal dans une base orthonormale.	Les étudiants doivent savoir déterminer le projeté orthogonal $p_F(x)$ d'un vecteur x sur un sous-espace F en calculant son expression dans une base orthonormale de F ou en résolvant un système linéaire traduisant l'orthogonalité de $x - p_F(x)$ aux vecteurs d'une famille génératrice de F. ⇆ I : programmation de ces méthodes.
Inégalité de Bessel.	
Le projeté orthogonal de x sur F est l'unique élément de F qui minimise la distance de x à un vecteur de F.	
Distance d'un vecteur x à un sous-espace vectoriel F de dimension finie.	Notation $d(x, F)$. Application à la recherche du minimum.

B - Isométries d'un espace euclidien

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Isométries vectorielles	
Un endomorphisme d'un espace euclidien E est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme.	
Caractérisations par la conservation du produit scalaire, par l'image d'une base orthonormale.	
Symétrie orthogonale par rapport à un sous-espace. Réflexion.	
Groupe orthogonal d'un espace euclidien E.	Notation $O(E)$. On vérifie les propriétés lui conférant une structure de groupe, mais la définition axiomatique des groupes est hors programme.
Si un sous-espace est stable par une isométrie vectorielle, son orthogonal l'est aussi.	
b) Matrices orthogonales	
Une matrice M de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est dite orthogonale si $M^{\mathrm{T}} M = I_n$.	
Caractérisation à l'aide des colonnes ou des lignes de M.	
Groupe orthogonal.	Notations $\mathrm{O}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{O}(n)$.
Si $\mathcal{B}_0$ est une base orthonormale de E, une base $\mathcal{B}$ de E est orthonormale si et seulement si la matrice de passage de $\mathcal{B}_0$ à $\mathcal{B}$ est orthogonale.	
Si $\mathcal{B}$ est une base orthonormale de E et u un endomorphisme de E, alors u est une isométrie vectorielle de E si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$ est orthogonale.	
Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle.	
Isométrie vectorielle positive, isométrie vectorielle négative.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Groupe spécial orthogonal.	Notations $\mathrm{SO}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{SO}(n)$ et $\mathrm{SO}(E)$.

c) Description des isométries vectorielles des espaces euclidiens orientés de dimensions 2 et 3

Orientation d'un espace euclidien de dimension 2 ou 3. Base directe, base indirecte.	
Description des isométries vectorielles du plan et de l'espace à partir des éléments propres des matrices de $O(2)$ et de $O(3)$.	Les étudiants doivent savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie.

d) Matrices symétriques réelles

Matrice symétrique réelle.	Notation $\mathscr{S}_n(\mathbb{R})$. La notion d'endomorphisme symétrique est hors programme. $\leftrightarrows$ PC/SI : matrice d'inertie.
Les sous-espaces propres d'une matrice symétrique réelle sont deux à deux orthogonaux.	
Pour toute matrice symétrique réelle A, il existe une matrice orthogonale P et une matrice diagonale réelle D telles que $D = P^{-1}AP$.	Démonstration hors programme.

e) Coniques

Une conique est définie par une équation du type $ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$, où $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$.	
Équation réduite.	Les étudiants doivent savoir utiliser la réduction de la matrice symétrique $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ pour obtenir une équation réduite.
Classification, paramétrage.	Interprétation géométrique des éléments propres de $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: axes de symétrie, demi-axes d'une ellipse, asymptotes d'une hyperbole.

Fonctions vectorielles d'une variable réelle et courbes paramétrées du plan

Le chapitre sur les fonctions vectorielles trouve une illustration naturelle dans l'étude des courbes paramétrées.
Il convient de mettre en évidence et en relation les différents modes de représentation des courbes du plan (paramétrage, équation cartésienne, cas d'un graphe), et de formaliser des notions géométriques (courbe paramétrée, tangente) et cinématiques (vitesse, accélération) rencontrées dans d'autres disciplines scientifiques.
La notion d'arc géométrique étant hors programme et l'utilisation des changements de paramétrage réduite à la paramétrisation par l'abscisse curviligne, on identifie les courbes paramétrées avec l'arc géométrique dont ils sont un représentant.
L'étude des propriétés métriques d'une courbe paramétrée et celle de l'enveloppe d'une famille de droites privilégient la vision géométrique plutôt que le recours à l'application de formules.
L'étude des courbes définies par une équation polaire est hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires

a) Norme euclidienne dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$

Norme euclidienne dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$. Boule ouverte, boule fermée.	Interprétation de la norme en termes de distance.
Parties ouvertes, parties fermées, parties bornées. Point intérieur, point extérieur, point adhérent à une partie. Frontière.	Toutes les définitions sont illustrées par des figures. Les points de la frontière de A sont les points x tels que toute boule ouverte centrée en x rencontre à la fois l'intérieur et l'extérieur de A.

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Fonctions vectorielles à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$	
Limite en un point. Continuité en un point. Continuité globale.	Caractérisation par les fonctions coordonnées.
Vecteur dérivé à droite et à gauche en un point. Fonction dérivée.	Caractérisation par les fonctions coordonnées.
Dérivée d'une combinaison linéaire, d'une composée, d'un produit.	La dérivée du produit s'applique au produit d'une fonction numérique par une fonction vectorielle, au produit scalaire de deux fonctions vectorielles et au produit vectoriel de deux fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^3$.
Fonction de classe $\mathscr{C}^k$. Dérivées successives d'une combinaison linéaire, d'un produit (formule de Leibniz).	
Formule de Taylor-Young. Interprétation cinématique.	Développement limité d'une fonction de classe $\mathscr{C}^k$. $\leftrightarrows$ PC,SI : vecteurs vitesse et accélération.
c) Courbes paramétrées du plan	
Courbe paramétrée par une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ à valeurs dans $\mathbb{R}^2$. Une demi-tangente en un point est définie comme limite à droite ou à gauche des sécantes. Point régulier, courbe régulière. Tangente en un point régulier.	Notation $t \mapsto M(t)$.
Étude locale en un point régulier ou stationnaire, tangente et position relative. Définition géométrique des points d'inflexion et de rebroussement.	Les étudiants doivent savoir utiliser des développements limités pour les études locales.
Branches infinies.	Les étudiants doivent savoir utiliser des développements asymptotiques pour étudier les branches infinies.
Support d'une courbe paramétrée. Construction à partir de tableaux de variations.	$\leftrightarrows$ I : tracé de courbes paramétrées.
d) Propriétés métriques d'une courbe plane	
Longueur d'une courbe paramétrée régulière. Abscisse curviligne, paramétrage par une abscisse curviligne.	
Repère de Frenet $(M; \overrightarrow{T}, \overrightarrow{N})$, normale, formules de Frenet, courbure en un point régulier.	La courbure est définie par $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{T}}{\mathrm{d}s} = \gamma\overrightarrow{N}$.
Orientation d'une courbe.	L'orientation d'une courbe régulière peut se faire par le choix d'un vecteur unitaire dirigeant la tangente ou par celui d'un sens de parcours de la courbe. La formule donnant la courbure à partir du déterminant de la vitesse et de l'accélération est hors programme.
Théorème de relèvement : si $t \mapsto M(t)$ est de classe $\mathscr{C}^2$, existence d'une fonction α de classe $\mathscr{C}^1$ telle que $\overrightarrow{T}(t) = \cos(\alpha(t))\vec{\imath} + \sin(\alpha(t))\vec{\jmath}$. Expression de la courbure $\gamma = \dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}s}$. Rayon de courbure en un point birégulier. Centre de courbure. Cercle de courbure.	Démonstration hors programme.

Contenus	Capacités & Commentaires
e) Enveloppe d'une famille de droites. Développée.	
Enveloppe d'une famille de droites données par une représentation paramétrique $t \mapsto A(t) + \lambda \vec{u}(t)$ où A et $\vec{u}$ sont de classe $\mathscr{C}^1$: on cherche une fonction λ de classe $\mathscr{C}^1$ telle que $t \mapsto A(t) + \lambda(t)\vec{u}(t)$ paramètre une courbe dont la tangente au point courant est dirigée par $\vec{u}(t)$. Développée d'une courbe régulière : ensemble des centres de courbure. Caractérisation comme enveloppe des normales.	L'objectif est de privilégier une vision géométrique de la notion d'enveloppe et du procédé permettant de l'obtenir. ⇆ I : tracé d'enveloppes.

Intégrales généralisées

L'objectif de ce chapitre est double :

- *étendre la notion d'intégrale étudiée en première année à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées ;*
- *définir, dans le cadre des fonctions continues, la notion de fonction intégrable.*

Afin de ne pas alourdir le vocabulaire, la locution « intégrale absolument convergente » ne figure pas au programme.
L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.
Les fonctions considérées sont définies sur un intervalle de $\mathbb{R}$ et à valeurs réelles ou complexes.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle	
Pour $f : [a, b[\to \mathbb{R}$, $b > a$ ou $b = +\infty$, l'intégrale $\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ est dite convergente si la fonction $x \mapsto \displaystyle\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ admet une limite finie quand x tend vers b par valeurs inférieures. Si tel est le cas, on note cette limite $\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.	
Théorèmes de comparaison pour les fonctions continues et de signe constant sur $[a, b[$ sous les hypothèses $f \leqslant g$ ou $f(t) \underset{\substack{t\to b\\ t<b}}{\sim} g(t)$.	Il suffit de vérifier l'hypothèse $f \leqslant g$ au voisinage de b.
Adaptation aux fonctions définies sur un intervalle $]a, b]$, avec $a < b$ ou $a = -\infty$, puis sur un intervalle $]a, b[$.	
Intégrales de référence : $$\int_1^{+\infty} t^{-\alpha}\,\mathrm{d}t,\ \int_0^1 t^{-\alpha}\,\mathrm{d}t.$$	Les étudiants doivent connaître la nature de $\displaystyle\int_0^1 \ln(t)\,\mathrm{d}t$ et de $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t}\,\mathrm{d}t$ selon le signe de α.
Relation de Chasles.	
Théorème de changement de variable : étant données une fonction f continue sur $]a, b[$ et une fonction $\varphi :]\alpha, \beta[\to]a, b[$ bijective, strictement croissante et de classe $\mathscr{C}^1$, les intégrales $\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ et $\displaystyle\int_\alpha^\beta f\big(\varphi(u)\big)\varphi'(u)\,\mathrm{d}u$ sont de même nature et égales en cas de convergence.	Adaptation au cas où φ est strictement décroissante.
Intégration par parties sur un intervalle quelconque : $\displaystyle\int_a^b f(t)g'(t)\,\mathrm{d}t = [fg]_a^b - \int_a^b f'(t)g(t)\,\mathrm{d}t$.	L'existence des limites du produit fg aux bornes de l'intervalle assure que les intégrales de fg' et $f'g$ sont de même nature. Notation $[fg]_a^b$.

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Intégrabilité d'une fonction continue sur un intervalle	
Une fonction continue sur un intervalle I à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ est dite intégrable sur I si $\displaystyle\int_a^b \|f(t)\|\,\mathrm{d}t$ est convergente, où $a = \inf(I)$ et $b = \sup(I)$.	Notation $\displaystyle\int_I f(t)\,\mathrm{d}t$. L'intégrabilité sur I est équivalente à l'intégrabilité sur l'intérieur de I.
Si f est intégrable sur I, $\displaystyle\int_I f(t)\,\mathrm{d}t$ est convergente.	Utilisation des parties positive et négative, des parties réelle et imaginaire.
Linéarité, positivité et croissance de l'application $f \mapsto \displaystyle\int_I f(t)\,\mathrm{d}t$.	
Espace vectoriel des fonctions continues intégrables sur I.	Il coïncide avec l'espace des fonctions continues si I est un segment.
Pour f continue et intégrable sur I à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, inégalité $$\left\|\int_I f(t)\,\mathrm{d}t\right\| \leqslant \int_I \|f(t)\|\,\mathrm{d}t.$$	Démonstration non exigible pour une fonction à valeurs dans $\mathbb{C}$.
Si f est une fonction continue sur I telle que $\displaystyle\int_I \|f(t)\|\,\mathrm{d}t = 0$, alors f est identiquement nulle sur I.	
Théorème de comparaison pour les fonctions continues et intégrables sur $[a, b[$: si g est intégrable sur $[a, b[$ et si $f(t) \underset{\substack{t\to b\\ t<b}}{=} O(g(t))$, alors f est intégrable sur $[a, b[$.	Les étudiants peuvent directement utiliser le théorème de comparaison sous l'hypothèse $f(t) \underset{\substack{t\to b\\ t<b}}{=} o(g(t))$.
	Adaptation du théorème de comparaison aux fonctions définies sur un intervalle $]a, b]$.

Séries numériques

Cette partie étend l'étude des séries à termes positifs vue en PTSI à celle des séries à termes réels et complexes, en introduisant la convergence absolue, en vue de l'étude des probabilités discrètes.
L'étude des séries semi convergentes n'est pas un objectif du programme et celle des séries alternées est hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Compléments sur les séries à termes positifs	
Théorème de comparaison série-intégrale : si f est une fonction définie sur $[n_0, +\infty[$, positive, continue et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\displaystyle\int_{n_0}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ sont de même nature.	Exemples de calcul approché, de majoration et de recherche d'équivalents des sommes partielles d'une série divergente ou des restes d'une série convergente. Exemples d'accélération de la convergence.
Développement décimal d'un nombre réel.	Caractérisation des nombres rationnels par périodicité de leur développement décimal à partir d'un certain rang. Aucune démonstration n'est exigible. ⇆ I : représentation des nombres réels par des flottants.
b) Séries absolument convergentes	
Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.	
La convergence absolue implique la convergence.	Utilisation des parties positive et négative, des parties réelle et imaginaire.
Inégalité triangulaire.	
Théorème de comparaison : si v_n est le terme général positif d'une série convergente et si $u_n = O(v_n)$, alors Σu_n converge absolument.	Les étudiants peuvent directement utiliser le théorème de comparaison sous l'hypothèse $u_n = o(v_n)$.

Contenus	Capacités & Commentaires
Règle de d'Alembert.	
Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.	Démonstration non exigible.

Séries entières

Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :
- *étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence ;*
- *étudier les propriétés de sa somme en se limitant au cas d'une variable réelle ;*
- *établir les développements en série entière des fonctions usuelles.*

La théorie des séries entières sera appliquée au cas des séries génératrices dans le chapitre dédié aux variables aléatoires discrètes et à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Rayon de convergence	
Lemme d'Abel : si la suite $\left(a_n z_0^n\right)$ est bornée alors, pour tout nombre complexe z tel que $\|z\| < \|z_0\|$, la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.	
Rayon de convergence défini comme la borne supérieure dans $\overline{\mathbb{R}}$ de l'ensemble des réels $r \geqslant 0$ tels que la suite $(a_n r^n)_n$ est bornée.	Si R est le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$, alors la série $\sum a_n z^n$ converge absolument si $\|z\| < R$ et diverge grossièrement si $\|z\| > R$. La formule $R = \lim \left\|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right\|$ est hors programme.
Si $\|a_n\| \leqslant \|b_n\|$ à partir d'un certain rang, alors le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$ est supérieur ou égal à celui de $\sum b_n z^n$.	
Si $a_n \sim b_n$, alors les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$ ont même rayon de convergence.	
Disque ouvert de convergence, intervalle ouvert réel de convergence.	L'étude de la convergence au bord du disque ou de l'intervalle de convergence n'est pas un objectif du programme.
Les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.	Démonstration non exigible.
Rayon de convergence de la somme et du produit de Cauchy de deux séries entières.	
b) Propriétés de la somme d'une série entière d'une variable réelle	
Fonction somme d'une série entière.	
Continuité de la fonction somme sur son intervalle ouvert de convergence.	Démonstration hors programme.
La somme de la série entière est de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur l'intervalle ouvert de convergence. Dérivation terme à terme.	Démonstration hors programme.
Relation entre les coefficients et les dérivées successives en 0.	
Intégration terme à terme sur un segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.	Démonstration hors programme.
c) Fonctions développables en série entière.	
Fonction développable en série entière au voisinage de 0.	Série de Taylor.
Unicité du développement en série entière.	
Développements usuels : $$\mathrm{e}^x,\ \sin x,\ \cos x,\ \operatorname{ch} x,\ \operatorname{sh} x,\ \frac{1}{1-x},\ \ln(1+x),\ (1+x)^\alpha.$$	Les étudiants doivent savoir obtenir un développement en série entière à l'aide de différentes méthodes : étude de la série de Taylor, unicité de la solution à un problème de Cauchy linéaire, produit de Cauchy.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
d) Séries géométrique et exponentielle d'une variable complexe.	
Développement de $\frac{1}{1-z}$ sur le disque unité ouvert. Pour tout nombre complexe z, la série $\sum \frac{z^n}{n!}$ converge absolument et sa somme vaut $\exp(z)$. Exponentielle d'une somme.	L'exponentielle complexe a été définie en première année par $\mathrm{e}^{x+iy} = \mathrm{e}^x(\cos y + i \sin y)$.

Probabilités discrètes

Ce chapitre permet de développer les capacités suivantes :
– *modéliser des situations aléatoires par le choix d'un espace probabilisé ou de variables aléatoires adéquats ;*
– *maîtriser le langage et le formalisme spécifiques aux probabilités.*

A - Espaces probabilisés

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Ensembles dénombrables	
Un ensemble est dit dénombrable s'il est en bijection avec $\mathbb{N}$. Ensemble fini ou dénombrable. Dénombrabilité de $\mathbb{N}$, de $\mathbb{Z}$, d'un produit cartésien de deux ensembles dénombrables.	Un ensemble fini ou dénombrable peut être décrit en extension sous la forme $\{x_n\,;\ n \in \mathbb{N}\}$. Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme.
b) Espaces probabilisés	
Si Ω est un ensemble, une tribu sur Ω est une partie $\mathscr{A}$ de l'ensemble $\mathscr{P}(\Omega)$ des parties de Ω telle que : i. $\Omega \in \mathscr{A}$, ii. Pour tout $A \in \mathscr{A}$, $\overline{A} = \Omega \setminus A \in \mathscr{A}$, iii. Pour toute suite $(A_n)_{n\geqslant 0}$ d'éléments de $\mathscr{A}$, la réunion $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$ appartient à $\mathscr{A}$. Si Ω est un ensemble et $\mathscr{A}$ une tribu sur Ω, on appelle probabilité sur $(\Omega, \mathscr{A})$ une application $P : \mathscr{A} \to [0,1]$ telle que : i. $P(\Omega) = 1$, ii. pour toute suite $(A_n)_{n\geqslant 0}$ d'événements incompatibles, $P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$. On appelle espace probabilisé un triplet $(\Omega, \mathscr{A}, P)$ où $\mathscr{A}$ est une tribu et P une probabilité sur $(\Omega, \mathscr{A})$.	L'ensemble Ω est l'univers ; il n'est en général pas précisé. Les éléments de $\mathscr{A}$ sont les événements. Les étudiants doivent savoir expliciter un événement à partir d'autres événements en utilisant la réunion, l'intersection et le complémentaire. On fait le parallèle entre le vocabulaire probabiliste et le vocabulaire ensembliste.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Propriétés : pour toute suite $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'événements de $\mathscr{A}$, i. $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n \in \mathscr{A}$. ii. Continuité croissante : si, pour tout n, $A_n \subset A_{n+1}$, alors : $\lim_{n\to+\infty} P(A_n) = P\Big(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\Big)$. iii. Continuité décroissante : si, pour tout n, $A_{n+1} \subset A_n$, alors : $\lim_{n\to+\infty} P(A_n) = P\Big(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\Big)$. iv. Sous additivité : $P\Big(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\Big) \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$.	
c) Conditionnement et indépendance	
Si A et B sont deux événements tels que $P(B) > 0$, on appelle probabilité conditionnelle de A sachant B le réel $$P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$	Notation : $P_B(A)$, $P(A \mid B)$. L'application P_B est une probabilité sur $(\Omega, \mathscr{A})$. Ce paragraphe étend rapidement les concepts et résultats vus dans le cadre des univers finis.
Formules des probabilités composées. Système complet dénombrable d'événements.	
Formule des probabilités totales : si $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est un système complet d'événements, alors la série $\sum P(B\cap A_n)$ converge et $$P(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B\cap A_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B \mid A_n)\, P(A_n)$$	On adopte la convention $P(B \mid A_n)P(A_n) = 0$ lorsque $P(A_n) = 0$. La formule reste valable dans le cas d'une suite $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles tels que $\sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n) = 1$.
Formule de Bayes. Indépendance de deux événements. Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.	Si $P(B) > 0$, l'indépendance de A et B équivaut à $P_B(A) = P(A)$. L'indépendance deux à deux n'entraîne pas toujours l'indépendance mutuelle.

B - Variables aléatoires discrètes

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Une application X définie sur $(\Omega, \mathscr{A})$ est une variable aléatoire discrète si $X(\Omega)$ est fini ou dénombrable et si l'image réciproque de tout élément de $X(\Omega)$ appartient à $\mathscr{A}$.	Pour tout $U \subset X(\Omega)$, $X^{-1}(U)$ est un événement. Notation $(X\in U)$, $\{X \in U\}$.
Loi d'une variable aléatoire discrète.	
Fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle. Croissance, limites en $-\infty$ et en $+\infty$.	$F_X(x) = P(X \leqslant x)$. L'étude des propriétés de continuité des fonctions de répartition n'est pas au programme.
Si X prend ses valeurs dans $\{x_n \,;\, n \in \mathbb{N}\}$, les x_n étant distincts, et si $(p_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite de réels positifs vérifiant $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$, alors il existe une probabilité P sur $(\Omega, \mathscr{A})$ telle que, pour tout $n\in\mathbb{N}$, $P(X = x_n) = p_n$.	Démonstration hors programme.
Couple de variables aléatoires discrètes.	Extension aux variables discrètes des notions de loi conjointe, de loi marginale et de loi conditionnelle.

Contenus	Capacités & Commentaires
Deux variables aléatoires X et Y discrètes définies sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathscr{A}, P)$ sont dites indépendantes si, pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y).$	
Si X et Y sont indépendantes, alors, pour toute partie $A \subset X(\Omega)$ et toute partie $B \subset Y(\Omega)$, on a $P(X \in A, Y \in B) = P(X \in A)P(Y \in B)$	Démonstration hors programme.
Variables mutuellement indépendantes.	Extension sans démonstration aux variables discrètes des notions et des résultats vus en première année. On admet l'existence d'espaces probabilisés portant une suite de variables aléatoires indépendantes de lois discrètes données.
b) Espérance et variance	
La variable aléatoire réelle discrète X à valeurs dans un ensemble dénombrable $\{x_n\ ;\ n \in \mathbb{N}\}$ est dite d'espérance finie si la série $\sum x_n P(X = x_n)$ est absolument convergente ; si tel est le cas, on appelle espérance de X, noté $\mathrm{E}(X)$, le réel $\sum_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$.	On admet que la somme $\sum_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$ ne dépend pas de l'ordre d'énumération. Si X est à valeurs dans $\mathbb{N}$, formule $\mathrm{E}(X) = \sum_{n=1}^{+\infty} P(X \geqslant n)$.
Théorème du transfert : si X est une variable aléatoire et f une application à valeurs réelles définie sur l'image $\{x_n,\ n \in \mathbb{N}\}$ de X, alors $f(X)$ est d'espérance finie si et seulement si la série $\Sigma P(X = x_n)\, f(x_n)$ converge absolument. Dans ce cas, on a : $\mathrm{E}(f(X)) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X = x_n)\, f(x_n).$	Démonstration hors programme.
Linéarité de l'espérance.	Démonstration hors programme.
Positivité, croissance.	
Si X et Y sont deux variables aléatoires discrètes indépendantes, alors $\mathrm{E}(XY) = \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y)$.	Démonstration hors programme.
Si la variable aléatoire X^2 est d'espérance finie, alors X est elle-même d'espérance finie. Si X^2 est d'espérance finie, on appelle variance de X le réel $\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}\left((X - \mathrm{E}(X))^2\right) = \mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2.$ Écart type $\sigma(X) = \sqrt{\mathrm{V}(X)}$. Pour a et b réels et X une variable aléatoire réelle, égalité $\mathrm{V}(aX + b) = a^2\mathrm{V}(X)$.	
Inégalités de Markov, de Bienaymé-Tchebychev.	Brève extension des résultats obtenus dans le cadre d'un univers fini.
Covariance, coefficient de corrélation.	
Encadrement $-1 \leqslant \rho(X, Y) \leqslant 1$.	Inégalité de Cauchy-Schwarz.
Variance d'une somme de deux variables aléatoires ; cas de variables indépendantes.	

Contenus	Capacités & Commentaires
c) Variables aléatoires à valeurs dans $\mathbb{N}$, séries génératrices	
Série génératrice d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$: $$G_X(t) = \mathrm{E}(t^X) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X=n)t^n.$$ Le rayon de convergence est au moins égal à 1.	La loi d'une variable aléatoire X à valeurs dans $\mathbb{N}$ est caractérisée par sa série génératrice G_X.
La variable aléatoire X admet une espérance $\mathrm{E}(X)$ si et seulement si G_X est dérivable en 1 et, si tel est le cas, $\mathrm{E}(X) = G'_X(1)$.	Démonstration non exigible.
La variable aléatoire X admet une variance si et seulement si G_X est deux fois dérivable en 1.	Démonstration non exigible. Les étudiants doivent savoir retrouver l'expression de $\mathrm{V}(X)$ en fonction de $G'_X(1)$ et de $G''_X(1)$ en cas d'existence.
Série génératrice d'une somme de deux variables aléatoires indépendantes.	
d) Lois usuelles	
Pour p dans $]0,1[$, loi géométrique de paramètre p : la variable aléatoire X suit une loi géométrique de paramètre p si et seulement si : $$\forall k \in \mathbb{N}^*, \qquad P(X=k) = p(1-p)^{k-1}.$$	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{G}(p)$.
Série génératrice, espérance et variance.	
Caractérisation comme loi sans mémoire : $$P(X > n+k \mid X > n) = P(X > k).$$	La loi géométrique peut être interprétée comme rang du premier succès dans une suite illimitée d'épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre p.
Loi de Poisson de paramètre λ. Série génératrice, espérance et variance. Somme de variables suivant une loi de Poisson.	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{P}(\lambda)$. ⇆ PC : compteur Geiger.
e) Résultats asymptotiques	
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson : si, pour tout n, $X_n \hookrightarrow \mathscr{B}(n, p_n)$ et si $\lim np_n = \lambda$, alors, pour tout $k \in \mathbb{N}$, on a : $$\lim_{n\to\infty} P(X_n = k) = \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}.$$	Démonstration non exigible. Interprétation de la loi de Poisson comme loi des événements rares. La notion de convergence en loi est hors programme. ⇆ I : simulation de cette approximation.
Loi faible des grands nombres : si $(X_n)_{n\geqslant 1}$ est une suite de variables aléatoires indépendantes et de même loi admettant un moment d'ordre 2, alors, si $S_n = \sum_{k=1}^{n} X_k$, $m = \mathrm{E}(X_1)$ et $\sigma = \sigma(X_1)$, on a pour tout $\varepsilon > 0$: $$P\left(\left\vert \frac{S_n}{n} - m \right\vert \geqslant \varepsilon\right) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0.$$	Interprétation statistique. Estimation : pour tout $\varepsilon > 0$, $$P\left(\left\vert \frac{S_n}{n} - m \right\vert \geqslant \varepsilon\right) \leq \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}.$$ ⇆ I : simulation d'une suite de tirages.

Équations différentielles et systèmes différentiels

L'étude des équations différentielles linéaires scalaires d'ordres un et deux, abordée en première année, se poursuit par celle des systèmes différentiels linéaires d'ordre 1 *et des équations scalaires à coefficients non constants, en mettant l'accent sur les équations d'ordre deux. On s'attache à développer à la fois les aspects théorique et pratique :*

- *la forme des solutions ;*
- *le théorème de Cauchy linéaire ;*
- *le lien entre les équations scalaires et les systèmes différentiels d'ordre un ;*
- *la résolution explicite.*

Ce chapitre favorise les interactions avec les autres disciplines scientifiques.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Équations différentielles scalaires d'ordre 2	
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme. ⇆ I : méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.
Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène $y'' + a(t)y' + b(t)y = 0$ sur un intervalle où a et b sont des fonctions continues à valeurs réelles ou complexes. Équation avec second membre $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$. Forme des solutions : somme d'une solution particulière de l'équation avec second membre et de la solution générale de l'équation homogène. Principe de superposition des solutions. Résolution dans le cas où on connaît une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas.	Recherche de solutions développables en série entière.
b) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants	
Écriture sous la forme $X' = AX + B(t)$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille n à coefficients constants et B une application d'un intervalle I de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^n$ continue. Équivalence entre une équation scalaire d'ordre n et un système de n équations d'ordre 1.	
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme.
Structure de l'ensemble des solutions.	Pratique de la résolution dans le cas où la matrice A est diagonalisable ou triangulaire.
Comportement asymptotique des solutions en fonction du signe de la partie réelle des valeurs propres de A dans le cas où A est diagonalisable.	⇆ PC : stabilité des solutions, état d'équilibre.

Fonctions de deux ou trois variables

L'étude des fonctions de plusieurs variables est tournée vers les applications : résolution sur des exemples d'équations aux dérivées partielles, problèmes d'extremums, intégrales dépendant d'un paramètre.
On se limite aux fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ avec $n \leqslant 3$.
La notion de différentielle n'est pas au programme, mais sa notation y figure pour faire le lien avec l'enseignement de Physique-Chimie.
L'interprétation géométrique de certains concepts et leur illustration par des figures dans le cas où $p = 2$ et $n \leqslant 2$ concourent à développer la compétence « Représenter ».
Par les différentes notations introduites dans ce chapitre et la technicité nécessitée par leur manipulation, celui-ci contribue également à la mise en œuvre de la compétence « Calculer ».
L'étude des intégrales dépendant d'un paramètre apporte un fondement mathématique à la transformée de Laplace utilisée en sciences de l'ingénieur. La vérification de l'hypothèse de domination permet de développer la compétence « Calculer ».

A - Fonctions de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}$ ($p = 2$ ou 3)

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Limite et continuité	
Limite en un point adhérent. Continuité en un point. Continuité sur une partie. Opérations sur les fonctions continues.	Les problèmes de prolongement par continuité ne sont pas un objectif du programme.
Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^p$ est bornée et atteint ses bornes.	Démonstration hors programme.
b) Dérivées partielles	
Dérivées partielles d'ordre 1 en un point intérieur.	Notations $\partial_i f(a)$, $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}(a)$.
Gradient.	⇆ PC : notation ∇f.
Point critique. Fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert.	
Formule de Taylor-Young à l'ordre 1 pour une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.	Démonstration hors programme.
	⇆ PC : notation $\mathrm{d}f = \sum_{i=1}^{p} \dfrac{\partial f}{\partial x_i} \mathrm{d}x_i$. La définition de la différentielle est hors programme.
Dérivée de $t \mapsto f\big(x_1(t), \dots, x_p(t)\big)$.	
Dérivées partielles d'ordre 2 en un point intérieur.	Notations $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a)$, $\partial_1 \partial_2 f(a)$.
Fonction de classe $\mathscr{C}^2$ sur un ouvert. Théorème de Schwarz.	Démonstration hors programme.
c) Extremums d'une fonction de deux variables	
Extremum local, extremum global. Si une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.	
Formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction de deux variables de classe $\mathscr{C}^2$.	Démonstration hors programme.
Matrice hessienne. Nature d'un point critique lorsque la matrice hessienne est inversible.	Les étudiants doivent savoir utiliser la réduction de la matrice hessienne. La caractérisation par le signe de $rt - s^2$ est hors programme.
Exemples de recherche de maximums ou minimums locaux, de points cols.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^2$.	
d) Courbes du plan définies par une équation cartésienne	
Courbe du plan définie par une équation $f(x, y) = 0$ où f est une fonction de classe $\mathscr{C}^1$. Point régulier. Équation de la tangente en un point régulier.	On admet l'existence d'un paramétrage local de classe $\mathscr{C}^1$.
En un point où il est non nul, le gradient de f est orthogonal aux lignes de niveau $f(x, y) = \lambda$ et orienté dans le sens des valeurs croissantes de f.	⇆ PC : lignes équipotentielles et lignes de champ. ⇆ I : tracé de lignes de niveau.

B - Fonctions de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ ($p \leqslant 3$, $n \leqslant 3$)

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Limite et continuité	
Limite en un point adhérent. Continuité en un point. Continuité sur une partie de $\mathbb{R}^p$.	Caractérisation par les fonctions coordonnées.
b) Dérivées partielles	
Dérivées partielles d'ordres 1 et 2. Fonctions de classe $\mathscr{C}^1$, de classe $\mathscr{C}^2$.	Expression coordonnée par coordonnée.
Calcul des dérivées partielles d'ordres 1 et 2 de $(u, v) \mapsto f\big(x(u, v), y(u, v)\big)$. Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.	Utilisation de la dérivée de $t \mapsto f\big(x(t), y(t)\big)$. Cas particulier du passage en polaire. Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables fourni par l'énoncé. L'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu. ⇆ PC : équation du transport, équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

C - Intégrales dépendant d'un paramètre

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Théorème de continuité	
Soit I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$, et f une fonction réelle ou complexe définie sur $I \times J$, telle que : i. pour tout $x \in I$, la fonction $t \mapsto f(x, t)$ est continue sur J ; ii. pour tout $t \in J$, la fonction $x \mapsto f(x, t)$ est continue sur I ; iii. il existe une fonction φ positive, continue et intégrable sur J, telle que pour tout $(x, t) \in I \times J$, $\lvert f(x, t)\rvert \leqslant \varphi(t)$ (hypothèse de domination). Alors la fonction $x \mapsto \displaystyle\int_J f(x, t)\,\mathrm{d}t$ est continue sur I.	Démonstration hors programme. Le passage éventuel par une domination locale doit faire l'objet d'une question intermédiaire. Cas où J est un segment et où f est continue sur $I \times J$.

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Théorème de dérivation	
Soit I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$ et f une fonction réelle ou complexe définie sur $I \times J$, telle que : i. pour tout $x \in I$, la fonction $t \mapsto f(x,t)$ est intégrable sur J ; ii. pour tout $t \in J$, la fonction $x \mapsto f(x,t)$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I ; iii. pour tout $x \in I$, $t \mapsto \dfrac{\partial f}{\partial x}(x,t)$ est continue sur J ; iv. il existe une fonction φ positive et intégrable sur J, telle que pour tout $(x,t) \in I \times J$ $$\left\lvert\frac{\partial f}{\partial x}(x,t)\right\rvert \leqslant \varphi(t)$$ (hypothèse de domination). Alors la fonction $g : x \mapsto \displaystyle\int_J f(x,t)\,\mathrm{d}t$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et, pour tout $x \in I$, $$g'(x) = \int_J \frac{\partial f}{\partial x}(x,t)\,\mathrm{d}t.$$	Démonstration hors programme. Le passage éventuel par une domination locale doit faire l'objet d'une question intermédiaire. Cas où J est un segment et où f est de classe $\mathscr{C}^1$ sur $I \times J$. ⇆ SI : exemples de transformées de Laplace.

Courbes et surfaces dans l'espace

On présente deux modes de représentation d'une surface de $\mathbb{R}^3$: paramétrage et équation cartésienne. Le passage de l'un à l'autre peut être étudié sur des exemples, mais le cas général est hors programme. La visualisation des surfaces grâce à un outil informatique et l'étude de sections planes permettent de développer la compétence « Représenter ». Les exemples peuvent être choisis parmi les quadriques, mais la définition et la classification de celles-ci sont hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Courbes et surfaces de $\mathbb{R}^3$ paramétrées	
Courbe paramétrée par une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^3$: $t \mapsto M(t)$. Surface paramétrée par une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$: $(u,v) \mapsto M(u,v)$. Point régulier d'une courbe paramétrée, d'une surface paramétrée. Tangente en un point régulier d'une courbe paramétrée de $\mathbb{R}^3$. Courbes coordonnées d'une surface paramétrée. Courbes tracées sur une surface paramétrée. Sections planes.	⇆ I : tracé de courbes paramétrées.
Plan tangent, droite normale en un point régulier d'une surface paramétrée. Base du plan tangent.	Le plan tangent en un point régulier est la réunion des tangentes aux courbes régulières tracées sur la surface passant par ce point.
Cas particulier des surfaces définies par une équation $z = g(x,y)$ avec g de classe $\mathscr{C}^1$.	Si g est de classe $\mathscr{C}^2$, position de la surface par rapport au plan tangent en un point critique de g.
b) Surfaces définies par une équation cartésienne	
Surface définie par une équation $f(x,y,z) = 0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$. Équation du plan tangent en un point régulier. Tangente à l'intersection de deux surfaces en un point où les plans tangents sont distincts.	On admet l'existence d'un paramétrage local de classe $\mathscr{C}^1$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
c) Exemples de surfaces	
Surface réglée. Génératrices.	Le plan tangent en un point régulier contient la génératrice passant par ce point.
Surface de révolution. Axe, méridiennes, parallèles.	Exemples de génération de surfaces, de recherche de paramétrages et d'équations cartésiennes (surfaces de révolution, surfaces réglées). La forme générale de l'équation d'une surface de révolution est hors programme.

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique et technologie (PT)**

Discipline : **Physique-chimie**

Seconde année

Programme de physique-chimie de la voie PT

Le programme de physique-chimie de la classe de PT s'inscrit dans la continuité du programme de PTSI. La formation scientifique de la filière PT s'appuie sur des champs disciplinaires variés, choisis pour leurs applications pratiques dans des grands secteurs technologiques : électromagnétisme, conversion d'énergie électro-chimique, optique interférentielle, électronique, thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques. Le programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de physique-chimie est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique,
- analyser et modéliser,
- valider,
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral,
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, ce programme identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de PT, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de PT. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique-chimie fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises en première année en informatique et sciences du numérique. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de physique-chimie de la classe de PT inclut celui de la classe de PTSI, et son organisation est la même :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée **« formation expérimentale »,** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de MPSI, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de PT. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de MP. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.
  Certains items de cette partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.
- Trois appendices listent le matériel, les outils mathématiques et les outils transversaux que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le

cadre des enseignements de physique en fin de l'année de PT. Ils complètent le matériel et les outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire. .

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation de seconde année est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique et sciences industrielles pour l'ingénieur.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.
C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique.

- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale - énoncer une problématique d'approche expérimentale - définir les objectifs correspondants
Analyser	- formuler et échanger des hypothèses - proposer une stratégie pour répondre à la problématique - proposer un modèle - choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental - évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	- mettre en œuvre un protocole - utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel - mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates - effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes

	- confronter un modèle à des résultats expérimentaux - confirmer ou infirmer une hypothèse, une information - analyser les résultats de manière critique - proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	- à l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible o utiliser un vocabulaire scientifique adapté o s'appuyer sur des schémas, des graphes - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	- travailler seul ou en équipe - solliciter une aide de manière pertinente - s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.
La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative »** est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.
La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ….
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …..
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. …
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, …). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue …
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. …

3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique-chimie prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ».
L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…) dans les domaines de la physique et de la chimie des XX^{ème} et XXI^{ème} siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Dégager la problématique principale - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,…)
Analyser	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. - S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse
Réaliser	- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau - Trier et organiser des données, des informations - Tracer un graphe à partir de données - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,… - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,… - Conduire une analyse dimensionnelle - Utiliser un modèle décrit
Valider	- Faire preuve d'esprit critique - Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,…) - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,… (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique) - Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques

Partie 2 : Formation expérimentale

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de l'année de PT durant les séances de travaux pratiques. Elle vient prolonger la partie correspondante du programme de PTSI dont les capacités doivent être complètement acquises à l'issue des deux années de préparation, et restent donc au programme de seconde année de PT.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. Mesures de longueurs et d'angles	
	Mesurer le déplacement du miroir mobile d'un interféromètre de Michelson. Mesurer une longueur à l'aide d'un oculaire à vis micrométrique.
2. Mesures de temps et de fréquences	
Analyse spectrale	Mettre en évidence le phénomène de repliement du spectre provoqué par l'échantillonnage avec un oscilloscope numérique ou une carte d'acquisition. Choisir les paramètres d'une acquisition numérique destinée à une analyse spectrale afin de respecter la condition de Shannon, tout en optimisant la résolution spectrale.
3. Électricité	
Filtrage analogique d'un signal périodique.	Mettre en évidence l'action d'un filtre linéaire sur un signal périodique dans les domaines temporel et fréquentiel.
Électronique numérique.	Numériser un signal et utiliser un algorithme numérique pour effectuer un filtrage numérique de ce signal.
Onde électromagnétique.	Mettre en œuvre un détecteur dans le domaine des ondes centimétriques.
4. Optique	
Analyser une lumière.	Identifier, à l'aide d'un polariseur, une onde polarisée rectilignement et déterminer sa direction de polarisation. Mesurer une longueur d'onde à l'aide d'un goniomètre équipé d'un réseau.
Analyser une figure d'interférence.	Mettre en œuvre un photodétecteur en sortie d'un interféromètre.
Étudier la cohérence temporelle d'une source.	Régler un interféromètre de Michelson compensé pour une observation en lame d'air avec une source étendue à l'aide d'un protocole fourni. Obtenir une estimation de la longueur de cohérence d'une source et du $\Delta\lambda$ d'un doublet à l'aide d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air.
5. Thermodynamique	
Conduction thermique.	Mettre en œuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique le protocole étant donné.

Partie 3 - Formation disciplinaire

1. Thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques

Cette partie du programme de PT s'intéresse aux phénomènes liés à l'écoulement d'un fluide et à la conduction thermique dans les machines thermiques. Elle est essentiellement abordée à travers la mise en œuvre de bilans d'énergie. Elle prolonge le programme de thermodynamique de la classe de PTSI en introduisant le formalisme de la thermodynamique différentielle.

Les principes de la thermodynamique pour un système fermé sont repris sous forme infinitésimale. Les identités thermodynamiques sont introduites dans le but d'établir et de comprendre les allures des courbes dans les diagrammes thermodynamiques ; il ne s'agit pas de les exploiter pour retrouver les expressions des fonctions d'état, ces dernières devant toujours être fournies. L'application des deux principes aux fluides en écoulement stationnaire dans les systèmes ouverts conduit ensuite à l'analyse de quelques systèmes industriels.

Simultanément, on introduit dans la classe de PT des notions de base de mécanique des fluides. L'objectif est de décrire les écoulements simples de fluides dans les machines thermiques en évoquant les phénomènes de perte de charge et le rôle de la viscosité. L'approche se fonde exclusivement sur la notion de bilan macroscopique : toute formulation locale de la mécanique des fluides, notamment à l'aide d'opérateurs vectoriels, est exclue.
Enfin, on aborde la conduction thermique à l'aide de bilans infinitésimaux, la loi de Newton étant introduite pour faire le lien avec la thermodynamique industrielle.

Objectifs généraux de formation

Le cours de thermodynamique de PT permet une révision du cours de thermodynamique de PTSI et contribue à asseoir les compétences correspondantes.

Les compétences suivantes sont développées dans cette partie du programme.
- Maîtriser les notions de champs scalaire et vectoriel.
- Découper un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux, puis sommer les contributions infinitésimales d'une grandeur extensive.
- Définir une surface de contrôle afin de réaliser des bilans de grandeurs extensives.
- Utiliser des diagrammes thermodynamiques de fluides réels.

Le **bloc 1** introduit sur le support concret de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

Le **bloc 2** présente les principes de la thermodynamique sous forme différentielle. Dans le but d'unifier la présentation en physique et en chimie, les identités thermodynamiques sont introduites dans le cas d'un système de composition variable. Toute étude générale de la notion de potentiel thermodynamique est strictement hors-programme. Pour une grandeur extensive A, on note a la grandeur massique associée et A_m la grandeur molaire associée.

Ces outils sont réinvestis dans le **bloc 3** à l'occasion de l'étude des changements d'état des corps purs. On y exploite également les diagrammes et tables des fluides réels, afin d'habituer les étudiants à ne pas se limiter à des situations idéales (gaz parfait...).

Le **bloc 4** introduit le point de vue eulérien pour l'étude des écoulements. Il s'agit de décrire simplement un écoulement en identifiant des tubes de courant sur lesquels des bilans pourront ensuite être effectués. On pourra faire le lien avec la signification physique des opérateurs rotationnel et divergence introduits dans le cours d'électromagnétisme.

Dans le **bloc 5**, on effectue des bilans énergétiques dans une conduite. On se place dans un premier temps dans le cadre de la dynamique des fluides parfaits. Toute utilisation de l'équation d'Euler ou de Navier-Stokes est exclue. On établit la relation de Bernoulli. Puis les pertes de charge dans les conduites sont prises en compte. On initie à ce sujet les étudiants à la lecture d'abaques. Dans un second temps, on tient compte des transferts thermiques pour exprimer les principes de la thermodynamique pour un système en écoulement.

Le **bloc 6** permet un approfondissement du cours de première année, par l'étude de cycles industriels. On se limite à des calculs relatifs au modèle du gaz parfait ou à l'utilisation des diagrammes d'état si le fluide est réel. Aucune connaissance relative à la technologie des installations ou aux différents types de cycles n'est exigible.

Le **bloc 7** aborde l'étude de la conduction thermique dans les solides. On se limite à l'étude de problèmes unidimensionnels.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen.	
Forces surfaciques, forces volumiques. Champ de pression.	Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Statique dans le champ de pesanteur uniforme : relation $dp/dz = - \mu g$.	Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait. Comparer les variations de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère.
Résultante de forces de pression.	Exprimer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées. Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. Exprimer une résultante de forces de pression.
2. Expression différentielle des principes thermodynamiques.	
Échelle mésoscopique, transformation infinitésimale.	Découper un système en sous-systèmes élémentaires. Découper une transformation finie en une succession de transformations infinitésimales.
Premier principe pour un système fermé sous la forme $dU + dE_c = \delta W + \delta Q$. Deuxième principe pour un système fermé sous la forme $dS = \delta S_{éch} + \delta S_{créée}$ avec $\delta S_{éch} = \Sigma \delta Q_i / T_i$.	Appliquer les principes pour obtenir une équation différentielle relative au système considéré.

Potentiel thermodynamique. Fonction enthalpie libre G.	Justifier que G est le potentiel thermodynamique adapté à l'étude des transformations isothermes, isobares et spontanées.
Identités thermodynamiques pour un système fermé de composition variable. Potentiel chimique.	Citer les expressions des différentielles de U, H, G. Définir la température et la pression thermodynamiques, définir le potentiel chimique. Distinguer les caractères intensif ou extensif des variables utilisées. Écrire les principes et les identités thermodynamiques par unité de masse du système. Exprimer l'enthalpie libre d'un système chimique en fonction des potentiels chimiques.
Système fermé de composition constante.	Exprimer les identités thermodynamiques.
3. Diagrammes d'état des fluides réels purs.	
Notion de phase.	Définir et dénombrer les phases d'un système physico-chimique.
Évolution et équilibre d'un corps pur lors d'un changement d'état isotherme.	Écrire et utiliser les conditions d'évolution et d'équilibre en termes de potentiel chimique.
Enthalpie de changement d'état.	Citer des ordres de grandeur d'enthalpies massiques de vaporisation. Calculer l'énergie récupérable par transfert thermique lors de la condensation totale d'un fluide à pression constante.
Variations élémentaires d'enthalpie et d'entropie au cours d'un changement d'état isotherme.	Lier mathématiquement les variations élémentaires de l'enthalpie et de l'entropie à l'enthalpie de changement d'état.
Règle des moments.	Utiliser la règle des moments.
Diagrammes de Clapeyron (P,v), entropique (T,s), de Mollier (h,s) et des frigoristes (log P,h).	Représenter, pour chaque diagramme, l'allure des courbes isothermes, isobares, isochores, isentropiques, isenthalpes. Établir l'équation de ces courbes dans la limite du gaz parfait, dans la limite du liquide incompressible et indilatable. Exploiter un diagramme pour déterminer une grandeur physique.
Tables thermodynamiques.	Exploiter les tables thermodynamiques pour calculer des grandeurs physiques dans le domaine diphasique, ou pour prévoir l'état physique d'un fluide.

4. Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite.	
Grandeurs eulériennes. Régime stationnaire.	Décrire localement les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs intensives pertinentes.
Lignes et tubes de courant.	Associer le caractère a priori divergent ou rotationnel d'un écoulement à une carte de champ de vitesse fournie.
Débit massique.	Exprimer le débit massique en fonction de la vitesse d'écoulement. Exploiter la conservation du débit massique.
Débit volumique.	Justifier l'intérêt d'utiliser le débit volumique pour l'étude d'un fluide de volume massique constant et uniforme en écoulement.
Écoulements laminaires.	**Approche documentaire :** Relier la nature de l'écoulement à la valeur du nombre de Reynolds. Distinguer, sur un document, un écoulement laminaire d'un autre type d'écoulement.
5. Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite.	
Fluides parfaits. Fluides newtoniens : notion de viscosité.	Caractériser un fluide parfait par un profil de vitesse uniforme dans une même section droite. Citer des ordres de grandeur de viscosité dynamique de gaz et de liquides (dans le cadre des machines hydrauliques et thermiques, des lubrifiants, …). Relier l'expression de la force surfacique de cisaillement au profil de vitesse. Exploiter les conditions aux limites du champ de vitesse d'un fluide dans une conduite. Lier qualitativement l'irréversibilité d'un écoulement à la viscosité.
Bilan de grandeurs énergétiques extensives.	Définir un volume et une surface de contrôle stationnaire. Énoncer et mettre en œuvre la conservation de l'énergie mécanique pour des systèmes ouverts et fermés.
Bilan d'énergie pour un fluide parfait, relation de Bernoulli.	Établir un bilan de puissance pour un circuit hydraulique ou pneumatique avec ou sans pompe.

	Exploiter la relation de Bernoulli pour un fluide incompressible.
	Approche documentaire : Analyser des méthodes et des dispositifs de mesure des grandeurs caractéristiques d'un écoulement.
Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie due aux frottements. **Mettre en évidence une perte de charge.**
Travail indiqué massique w_i d'une machine.	Définir le travail indiqué massique comme la somme des travaux massiques autres que ceux de la force de pesanteur et des forces de pression d'admission et de refoulement. Relier la notion de travail indiqué massique à la présence de parties mobiles.
Premier et deuxième principes pour un écoulement stationnaire unidimensionnel d'un système à une entrée et une sortie	Établir et utiliser ces principes sous la forme • $\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_i + q$ • $\Delta s = s_{éch} + s_{créée}$. Associer l'entropie massique créée aux causes d'irréversibilité de fonctionnement de la machine. Repérer les termes usuellement négligés.
Systèmes à plusieurs entrées et sorties	Exprimer la conservation du débit massique. Exprimer le premier principe en utilisant les puissances indiquée et thermique.
6. Thermodynamique industrielle.	
6.1. Étude sommaire de quelques dispositifs élémentaires des installations industrielles.	
Compresseur et turbine calorifugés.	Établir et exploiter la variation d'enthalpie massique pour une transformation réversible. Établir et exploiter la variation d'enthalpie massique pour une transformation irréversible, le rendement à l'isentropique étant défini et fourni.
Mélangeur et séparateur isobares globalement calorifugés.	Établir et exploiter les relations entre enthalpies et débits massiques.
Échangeur thermique globalement calorifugé.	Établir et exploiter la relation entre les puissances thermiques reçues par les deux écoulements.
Détendeur calorifugé (laminage).	Établir et exploiter la nature isenthalpique de la transformation.
Tuyère calorifugée.	Établir la relation entre la vitesse de sortie des gaz et la variation d'enthalpie.
6.2. Cycles industriels.	
Moteurs, réfrigérateurs, pompes à chaleur.	Pour une machine dont les éléments

	constitutifs sont donnés, repérer les sources thermiques, le sens des échanges thermiques et mécaniques. Relier le fonctionnement d'une machine au sens de parcours du cycle dans un diagramme thermodynamique. Exploiter des diagrammes et des tables thermodynamiques pour déterminer les grandeurs thermodynamiques intéressantes. Définir et exprimer le rendement, l'efficacité ou le coefficient de performance de la machine. Citer des ordres de grandeur de puissances thermique et mécanique mises en jeu pour différentes tailles de dispositifs. Utiliser des documents ou des logiciels afin de discuter l'amélioration de cycles industriels : rôle du préchauffage, de la surchauffe, du choix du fluide.
7. Transfert d'énergie par conduction thermique	
Densité de flux thermique.	Définir et algébriser la puissance thermique échangée à travers une interface.
Loi de Fourier.	Lier la non-uniformité de la température à l'existence d'un flux thermique et interpréter son sens. Citer des ordres de grandeur de conductivité thermique dans le domaine de l'habitat.
Bilan enthalpique.	Établir une relation différentielle entre la température et le vecteur densité de flux thermique.
Équation de la chaleur sans terme source.	Établir l'équation de la diffusion thermique. Interpréter qualitativement l'irréversibilité du phénomène. Lier le temps et la longueur caractéristiques d'un phénomène de diffusion au coefficient de diffusion thermique par une analyse dimensionnelle.
Analogie électrique dans le cas du régime stationnaire.	Définir la résistance thermique. Exploiter l'analogie lors d'un bilan thermique.
Loi de Newton.	Exploiter la loi de Newton fournie pour prendre en compte les échanges conducto-convectifs en régime stationnaire.

2. Électronique

Ce module renforce et complète l'étude des circuits électriques linéaires menée dans la partie « signaux physiques » du programme de première année. Ainsi, les notions de filtrage et d'analyse spectrale sont réinvesties, en particulier dans les activités expérimentales. Le programme de deuxième année ajoute la rétroaction et le bouclage des systèmes linéaires dans le but d'aborder les notions suivantes :

- la stabilité,
- les oscillateurs,
- la réalisation de filtres actifs.

Ces différentes thématiques sont illustrées à l'aide de l'amplificateur linéaire intégré ALI (également appelé amplificateur opérationnel) dont l'étude n'est pas une fin en soi mais un outil permettant des réalisations expérimentales variées. Par ailleurs, des exemples de manifestations des non linéarités sont abordés à l'occasion de la saturation d'un amplificateur ou de la réalisation d'une fonction mémoire (comparateur à hystérésis).

Afin de compléter l'approche analogique des circuits électriques, un module à vocation expérimentale est consacré au traitement numérique des signaux à travers les sujets suivants :

- la conversion analogique numérique.
- l'échantillonnage et le repliement de spectre,
- le filtrage numérique.

Objectifs généraux de formation

Dans le prolongement de la première année, le passage d'une représentation temporelle à une représentation fréquentielle d'un signal est un objectif essentiel de la formation, cette capacité étant renforcée par une pratique abondante de l'analyse spectrale en TP.

Les fonctions de transfert et les diagrammes de Bode nécessaires à la compréhension des systèmes sont systématiquement fournis, l'accent étant mis prioritairement sur la compréhension des fonctions réalisées par des blocs et non par des composants particuliers. L'étude des circuits utilisant un ALI est volontairement limitée à des situations simples dont la compréhension ne nécessite pas l'emploi de technique de résolution sophistiquée.

L'étude expérimentale des systèmes mettant souvent en œuvre des instruments numériques d'acquisition, de mesure, ou de calcul, la formation est complétée par une initiation à l'électronique numérique. Cette ouverture est abordée de manière exclusivement expérimentale afin de sensibiliser les étudiants aux limites introduites par l'échantillonnage et la quantification lors d'une conversion analogique numérique.

Le **bloc 1** s'intéresse aux propriétés des systèmes linéaires déjà abordés en première année. Les capacités relatives au filtrage et à la décomposition harmonique d'un signal périodique sont révisées sans ajout de nouvelles compétences. L'étude est complétée par une analyse de la stabilité des systèmes du premier et du second ordre en examinant le régime transitoire associé à la relation différentielle.

Le **bloc 2** illustre quelques propriétés relatives à la rétroaction sur l'exemple de l'amplificateur linéaire intégré. L'identification de certains montages à des systèmes bouclés permet de faire le lien avec le cours d'automatique de Sciences Industrielles. L'étude des circuits est strictement limitée à des situations pouvant être facilement abordées avec les outils introduits en première année (loi des mailles, loi des nœuds, diviseur de tension). La vitesse limite de balayage de l'ALI est uniquement évoquée en TP afin d'identifier les distorsions harmoniques traduisant un comportement non linéaire du système étudié.

Le **bloc 3** s'intéresse à une étude non exhaustive des oscillateurs en électronique. Les exemples sont choisis à l'initiative du professeur et les fonctions de transfert des filtres utilisés sont fournies. En TP, on complète l'étude par une analyse spectrale des signaux.

Le **bloc 4** est exclusivement étudié de manière expérimentale et aborde la question du traitement numérique du signal dans le prolongement du programme de première année. Le professeur introduira les thèmes proposés au fur et à mesure des besoins et en relation avec les autres sujets d'étude. Le phénomène de repliement de spectre est expliqué qualitativement à l'aide d'une analogie stroboscopique, l'objectif étant de mettre en place la condition de Nyquist-Shannon et de réaliser convenablement une acquisition numérique en vue d'une analyse spectrale.
Afin de mettre en évidence d'autres effets associés à l'échantillonnage, on réalise de manière comparative un filtre analogique passe-bas et un filtre numérique remplissant la même fonction, ce dernier étant réalisé à l'aide d'une feuille de calcul traitant l'acquisition numérique d'une entrée analogique, un CNA restituant ensuite une sortie analogique. On étudie expérimentalement l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Stabilité des systèmes linéaires	
Fonction de transfert d'un système entrée-sortie linéaire continu et invariant.	Transposer la fonction de transfert opérationnelle dans les domaines fréquentiel (fonction de transfert harmonique) ou temporel (relation différentielle).
Stabilité.	Discuter la stabilité d'un système d'ordre 1 ou 2 d'après les signes des coefficients de la relation différentielle ou de la fonction de transfert.
2. Rétroaction	
Modèle de l'ALI défini par des courants de polarisation nuls, une résistance de sortie nulle, une fonction de transfert du premier ordre en régime linéaire, une saturation de la tension de sortie, une saturation de l'intensité de sortie.	Citer les hypothèses du modèle et les ordres de grandeur du gain différentiel statique et du temps de réponse. Modéliser un ALI fonctionnant en régime linéaire à l'aide d'un schéma bloc.
Montages amplificateur non inverseur et comparateur à hystérésis.	Analyser la stabilité du régime linéaire.
Vitesse de balayage.	**Identifier la manifestation de la vitesse limite de balayage d'un ALI.**
Cas limite d'un ALI idéal de gain infini en régime linéaire.	Identifier la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse comme un indice de fonctionnement en régime linéaire. Établir la relation entrée-sortie des montages non inverseur, suiveur, inverseur, intégrateur. Exprimer les impédances d'entrée de ces montages. Expliquer l'intérêt d'une forte impédance d'entrée pour une association en cascade d'étages à faible impédance de sortie.

Cas limite d'un ALI idéal de gain infini en régime saturé.	Établir la relation entrée-sortie du comparateur simple. Pour une entrée sinusoïdale, faire le lien entre la non linéarité du système et la génération d'harmoniques en sortie. Établir le cycle d'un comparateur à hystérésis. Définir le phénomène d'hystérésis en relation avec la notion de mémoire.
3. Oscillateurs	
Oscillateur quasi-sinusoïdal réalisé en bouclant un filtre du deuxième ordre avec un amplificateur.	Exprimer les conditions théoriques (gain et fréquence) d'auto-oscillation sinusoïdale d'un système linéaire bouclé. Analyser à partir de l'équation différentielle l'inégalité que doit vérifier le gain de l'amplificateur afin d'assurer le démarrage des oscillations. Interpréter le rôle des non linéarités dans la stabilisation de l'amplitude des oscillations. **Réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal et mettre en évidence la distorsion harmonique des signaux par une analyse spectrale.** **Approche documentaire** : en relation avec le cours sur les ondes, décrire le fonctionnement d'un oscillateur optique (laser) en terme de système bouclé oscillant. Relier les fréquences des modes possibles à la taille de la cavité.
Oscillateur de relaxation associant un intégrateur et un comparateur à hystérésis.	Décrire les différentes séquences de fonctionnement. Exprimer les conditions de basculement. Établir la fréquence d'oscillation.
Générateur de signaux non sinusoïdaux.	**Réaliser un oscillateur de relaxation et effectuer l'analyse spectrale des signaux générés.**
4. Électronique numérique	
Échantillonnage. Condition de Nyquist-Shannon. Analyse spectrale numérique.	**Décrire le mouvement apparent d'un segment tournant observé avec un stroboscope. Expliquer l'influence de la fréquence d'échantillonnage.** **Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre dû à l échantillonnage lors de l'utilisation d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.** **Choisir les paramètres (durée, nombre d'échantillons, fréquence d'échantillonnage) d'une acquisition numérique afin de respecter la condition de**

	Nyquist-Shannon.
Filtrage numérique.	**Réaliser un filtrage numérique passe-bas d'une acquisition, et mettre en évidence la limitation introduite par l'échantillonnage.**

3. Optique

Le programme d'optique de la filière PT s'inscrit dans le prolongement de la partie « Signaux physiques » du programme de PTSI. Il s'agit pour les étudiants d'approfondir l'étude des phénomènes d'interférences lumineuses, conséquences de la nature ondulatoire de la lumière.

Si certaines notions ont été abordées au lycée et en classe de première année PTSI, le formalisme utilisé constitue une avancée importante dans la modélisation des phénomènes décrits ; l'enseignant veillera particulièrement à privilégier les aspects expérimentaux et à utiliser tous les supports de visualisation (expériences de cours, simulations, animations,…) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations. L'enseignant ne manquera pas non plus de rappeler que ces phénomènes, étudiés ici dans le cadre de l'optique, sont généralisables à tout comportement ondulatoire.

L'approche expérimentale sera centrée sur la mise en œuvre des trous d'Young, de l'interféromètre de Michelson compensé (parallélisme compensatrice/séparatrice préréglé) et, dans le prolongement du programme de PTSI, de dispositifs d'interférences à *N* ondes.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes sont développées dans cette partie du programme :

- maîtriser la notion de phase d'une vibration harmonique et de sa variation au cours d'une propagation ;
- associer les caractéristiques géométriques d'un phénomène d'interférences (position et forme des franges, interfrange) à celles des sources et du milieu de propagation ;
- connaître certains ordres de grandeur propres aux phénomènes lumineux dans le domaine du visible (longueur d'onde, durée d'un train d'onde, temps d'intégration d'un capteur) ; faire le lien avec les problèmes de cohérence ;
- maîtriser les outils de l'optique géométrique (rayon de lumière, principe du retour inverse, lois de conjugaison) et de l'optique ondulatoire (chemin optique, surface d'onde, théorème de Malus) afin de conduire un calcul de différence de marche entre deux rayons de lumière dans des situations simples ;
- relier, pour le dispositif des trous d'Young, le manque de cohérence des sources à la diminution de la visibilité.

Le **bloc 1** introduit les outils nécessaires. Le programme utilise le mot « intensité » pour décrire la grandeur détectée mais on peut utiliser indifféremment les mots « intensité » ou « éclairement » sans chercher à les distinguer à ce niveau. L'intensité lumineuse est introduite comme une puissance par unité de surface. Le théorème de Malus (orthogonalité des rayons de lumière et des surfaces d'ondes) est admis.

Dans le **bloc 3**, les trous d'Young permettent de confronter théorie et expérience. Les fentes d'Young sont abordées de manière exclusivement expérimentale. Aucune connaissance sur un autre diviseur du front d'onde n'est exigible.

Dans le **bloc 4**, l'étude de l'interféromètre de Michelson en lame d'air permet de confronter théorie et expérience. L'étude de l'interféromètre de Michelson en coin d'air est abordée de manière exclusivement expérimentale. Pour la modélisation d'un interféromètre de Michelson on suppose la séparatrice infiniment mince.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Modèle scalaire des ondes lumineuses.	
Chemin optique. Déphasage dû à la propagation. Surfaces d'ondes. Théorème de Malus (admis).	Exprimer le retard de phase en un point en fonction de la durée de propagation ou du chemin optique.
Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.	Associer une description de la formation des images en termes de rayon de lumière et de surfaces d'onde. Utiliser la propriété énonçant que le chemin optique séparant deux points conjugués est indépendant du rayon de lumière choisi.
Modèle d'émission. Relation (admise) entre la durée des trains d'ondes et la largeur spectrale.	Citer l'ordre de grandeur du temps de cohérence Δt de quelques sources de lumière. Utiliser la relation $\Delta f . \Delta t \approx 1$ pour lier la durée des trains d'ondes et la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la source.
Détecteurs. Intensité lumineuse. Facteur de contraste.	Exploiter la propriété qu'un capteur optique quadratique fournit un signal proportionnel à l'énergie lumineuse reçue pendant son temps d'intégration. Citer l'ordre de grandeur du temps d'intégration de quelques capteurs optiques. **Mettre en œuvre une expérience utilisant un capteur CCD.**
2. Superposition d'ondes lumineuses.	
Superposition d'ondes incohérentes entre elles.	Exploiter l'additivité des intensités.
Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles : formule de Fresnel $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$.	Vérifier que les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (égalité des pulsations et déphasage constant dans le temps) sont réunies. Établir et exploiter la formule de Fresnel. Associer un bon contraste à des intensités I_1 et I_2 voisines.
Superposition de *N* ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique. Réseau par transmission.	Établir l'expression de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Établir la relation fondamentale des réseaux liant la condition d'interférences constructives à la valeur de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. **Modéliser expérimentalement un spectroscope à l'aide d'un réseau optique.**

	Lier qualitativement le nombre de traits d'un réseau à la largeur des franges brillantes.
3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young.	
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source à distance finie et observation à grande distance finie. Ordre d'interférences *p*.	Exprimer et utiliser l'ordre d'interférences. **Décrire et mettre en œuvre une expérience simple d'interférences : trous d'Young ou fentes d'Young.** **Montrer la non localisation des franges d'interférences.**
Variations de l'ordre d'interférences *p* avec la position du point d'observation. Franges d'interférences. Interfrange.	Interpréter la forme des franges observées.
Comparaison entre deux dispositifs expérimentaux : trous d'Young et fentes d'Young.	**Comparer les deux dispositifs en mettant en évidence analogies et différences.**
Variations de l'ordre d'interférences *p* avec la position ou la longueur d'onde de la source ; perte de contraste par élargissement spatial ou spectral de la source.	Utiliser le critère de brouillage des franges $\Delta p > 1/2$ pour interpréter des observations expérimentales.
4. Exemple de dispositif interférentiel par division d'amplitude : interféromètre de Michelson.	
Interféromètre de Michelson éclairé par une source spatialement étendue. Localisation (constatée) des franges.	Citer les conditions d'éclairage et d'observation en lame d'air et en coin d'air.
Lame d'air : franges d'égale inclinaison.	**Régler un interféromètre de Michelson compensé pour une observation en lame d'air avec une source étendue à l'aide d'un protocole fourni.** Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférence en fonction de la longueur d'onde, de l'épaisseur de la lame d'air équivalente et de l'angle d'inclinaison des rayons. **Mettre en œuvre un protocole pour accéder à l'ordre de grandeur de la longueur de cohérence d'une raie et à l'écart spectral d'un doublet à l'aide d'un interféromètre de Michelson.**
Étude expérimentale en coin d'air : franges d'égale épaisseur.	Utiliser l'expression fournie de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférence. **Analyser une lame de phase introduite sur un des trajets de interféromètre de Michelson. Interpréter qualitativement le spectre cannelé en lumière blanche.**

4. Électromagnétisme

Le programme d'électromagnétisme de la filière PT s'inscrit dans le prolongement des parties « Signaux physiques » et « Induction et forces de Laplace » du programme de PTSI. Il s'agit pour les étudiants de découvrir les lois locales et intégrales qui gouvernent les champs électrique et magnétique et certaines applications dans des domaines variés.

Si certaines notions ont été abordées au lycée et en classe de première année de PTSI, le formalisme utilisé constitue, bien souvent, pour les étudiants une première découverte ; il convient pour l'enseignant d'être particulièrement attentif aux difficultés potentielles des étudiants et d'utiliser tous les outils de visualisation (expériences de cours, simulations, animations,…) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations.

L'étude des champs électrostatique et magnétostatique est présentée en deux parties distinctes ; l'enseignant est libre, s'il le souhaite, de procéder à une présentation unifiée de la notion de champ statique. Pour les calculs de champs, l'accent est mis sur les situations à haut degré de symétrie qui permettent l'utilisation efficace des propriétés de flux ou de circulation.

Les équations locales des champs statiques sont introduites comme cas particuliers des équations de Maxwell.

La loi de Biot et Savart et la notion de potentiel vecteur ne relèvent pas du programme. Les relations de passage relatives au champ électromagnétique peuvent être exploitées, mais doivent être systématiquement fournies en cas de besoin.

Après une présentation des équations de Maxwell et des aspects énergétiques, le programme analyse le phénomène de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide, la structure des champs associés et la réflexion des ondes sur un conducteur parfait. La propagation dans les milieux est abordée en se limitant à l'étude d'une onde électromagnétique dans un milieu ohmique.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes sont développées dans cette partie du programme :

- maîtriser les concepts de champ scalaire et de champ de vecteurs ;
- manipuler les opérateurs vectoriels relatifs aux champs scalaires et vectoriels ;
- citer quelques ordres de grandeur ;
- conduire des analyses de symétrie et d'invariance et calculer des champs à l'aide de propriétés de flux ou de circulation ;
- énoncer des lois de l'électromagnétisme sous formes locale et intégrale et faire le lien entre les deux formulations ;
- conduire des bilans énergétiques mettant en jeu matière et champ électromagnétique ;
- associer au phénomène de propagation un couplage entre les champs, une équation locale et des solutions dans des cas simples ;
- décrire la propagation d'une onde électromagnétique dans le vide et dans un milieu dispersif.

La notion de champ électrostatique a été introduite en classe de première S. Le **bloc 1** constitue un approfondissement des lois quantitatives qui régissent le champ électrostatique. Les notions abordées sont donc centrées sur les distributions de charges, le champ et le potentiel. Pour le champ électrique et le potentiel, on se limite aux expressions explicites dans le cas de charges ponctuelles et sous forme intégrale dans le cas de distributions continues.

L'accent est mis sur les propriétés intégrales du champ et sur le théorème de Gauss (admis) pour des situations présentant un haut degré de symétrie. Une antisymétrie est la composée d'une symétrie plane et d'une opération de conjugaison de charge.

Des capacités sur la lecture des lignes de champ et des surfaces équipotentielles sont développées.

Le condensateur plan est introduit mais l'étude des conducteurs en équilibre électrostatique ne relève pas du programme.

Une approche énergétique est conduite dans un cas simple : une charge ponctuelle placée dans un champ électrique extérieur.

Les analogies avec la gravitation sont centrées sur l'application du théorème de Gauss.

L'étude de la magnétostatique menée dans le **bloc 2** s'appuie le plus possible sur les différents aspects qualitatifs et quantitatifs vus en première année de PTSI, les étudiants sont donc déjà familiarisés avec le concept de champ magnétostatique. La loi de Biot et Savart n'est pas introduite ; l'utilisation de celle-ci pour calculer un champ magnétostatique est donc exclue.

Les distributions de courants surfaciques ne sont pas introduites à ce niveau du programme, elles le sont uniquement à l'occasion de la réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait.

On aborde les propriétés intégrales du champ et on utilise le théorème d'Ampère pour des calculs dans des cas présentant un haut degré de symétrie.

Dans le **bloc 3,** une vision cohérente des lois de l'électromagnétisme est présentée. Elle constitue une première approche quantitative du phénomène de propagation et permet également de revenir qualitativement sur l'induction étudiée en première année de PTSI. Le cadre adopté est celui de l'approximation des régimes quasi-stationnaires « magnétiques » où les effets des distributions de courants dominent ceux des distributions de charges.

Les lois locales de l'électrostatique relatives au potentiel constituent un support pertinent pour procéder à une approche numérique de la résolution d'une équation différentielle.

Dans le **bloc 4**, on s'intéresse à l'aspect énergétique de l'électromagnétisme. Aucun modèle relatif à la loi d'Ohm locale n'est exigible ; l'accent est mis sur les échanges d'énergie entre la matière et le champ électromagnétique, sur l'utilisation du flux du vecteur de Poynting pour évaluer une puissance rayonnée à travers une surface et sur les bilans d'énergie et de puissance.

Le **bloc 5**, articulé autour de la propagation des ondes électromagnétiques, est l'occasion d'illustrer l'efficacité du formalisme local des équations de Maxwell en insistant sur les aspects qualitatifs et sur la variété des applications qui en découlent.

Si le modèle de l'onde plane est présenté dans le cadre de l'espace vide de courant et de charge, l'étude des ondes électromagnétiques dans un milieu ohmique permet d'enrichir les compétences des étudiants sur les phénomènes de propagation en abordant l'effet de peau.

La réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait et son confinement dans une cavité permettent aux étudiants d'approfondir leurs connaissances sur les ondes stationnaires et de découvrir des savoir-faire spécifiques permettant leur étude efficace. La notion de densité de courant surfacique est introduite, mais le calcul de l'intensité à travers un segment ne relève pas du programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Électrostatique.	
Loi de Coulomb. Champ électrostatique. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles. Principe de superposition.	Exprimer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges. Citer quelques ordres de grandeur de champs électrostatiques.
Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ électrostatique par superposition. Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée. Justifier le choix d'une modélisation d'une distribution de charges par une distribution « infinie ». Évaluer la charge totale d'une distribution continue dans des situations à géométries simples.
Symétries et invariances du champ électrostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.
Circulation du champ électrostatique. Notion de potentiel électrostatique. Opérateur gradient.	Relier le champ électrostatique au potentiel. Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges. Connaître l'expression de l'opérateur gradient en coordonnées cartésiennes. Calculer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques. Calculer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique dans les cas simples.
Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ électrostatique peut être calculé à l'aide du théorème de Gauss. Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.

Cas de la sphère, du cylindre « infini » et du plan « infini ».	Établir les expressions des champs électrostatiques créés en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume, par un cylindre « infini » uniformément chargé en volume et par un plan « infini » uniformément chargé en surface. Établir et exploiter le fait qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution.
Étude du condensateur plan comme la superposition de deux distributions surfaciques, de charges opposées.	Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide.
Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentielles.	Orienter les lignes de champ du champ électrostatique créé par une distribution de charges. Représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement. Associer les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. **Approche numérique :** représenter des cartes de lignes de champ et d'équipotentielles.
Énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ électrostatique extérieur.	Établir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.
Analogies avec la gravitation.	Utiliser le théorème de Gauss dans le cas de la gravitation.
2. Magnétostatique	
Courant électrique. Vecteur densité de courant volumique. Distributions de courant électrique filiformes.	Calculer l'intensité du courant électrique traversant une surface orientée. Justifier la modélisation d'une distribution de courant par une distribution filiforme.
Champ magnétostatique. Principe de superposition.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ magnétostatique par superposition.
Symétries et invariances du champ magnétostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de courants. Identifier les invariances d'une distribution de courants.

	Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de courants pour caractériser le champ magnétostatique créé.
Propriétés de flux et de circulation. Théorème d'Ampère.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ magnétostatique peut être calculé à l'aide du théorème d'Ampère. Citer quelques ordres de grandeur de champs magnétostatiques.
Applications au fil rectiligne « infini » de section non nulle et au solénoïde « infini ».	Justifier le choix d'une modélisation d'une distribution de courants par une distribution « infinie ». Établir les expressions des champs magnétostatiques créés en tout point de l'espace par un fil rectiligne « infini » de section non nulle, parcouru par des courants uniformément répartis en volume, par un solénoïde « infini » en admettant que le champ est nul à l'extérieur. Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.
Lignes de champ, tubes de champ.	Orienter les lignes de champ du champ magnétostatique créé par une distribution de courants. Associer les variations de l'intensité du champ magnétostatique à l'évolution de la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de ligne de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. **Approche numérique :** représenter des cartes de lignes de champ magnétostatique.
3. Équations de Maxwell	
Principe de la conservation de la charge : formulation locale.	Établir l'équation locale de la conservation de la charge dans le cas à une dimension.
Équations de Maxwell : formulations locale et intégrale.	Interpréter qualitativement le lien entre l'équation de Maxwell-Faraday et la loi de Faraday. Écrire et interpréter les équations de Maxwell sous forme intégrale. Relier qualitativement le couplage spatio-temporel entre champ électrique et champ magnétique au phénomène de propagation. Déduire l'équation locale de la conservation de la charge.

Équations de propagation des champs dans une région vide de charges et de courants.	Établir les équations de propagation à partir des équations de Maxwell.
Approximation des régimes quasi-stationnaires (ou quasi-permanents) « magnétique ».	Comparer une durée typique d'évolution des sources à une durée de propagation de l'onde électromagnétique.
Cas des champs statiques : équations locales.	Établir les lois locales des champs statiques à partir des équations de Maxwell.
Équation de Poisson et équation de Laplace de l'électrostatique.	Établir les équations de Poisson et de Laplace de l'électrostatique. **Approche numérique :** mettre en œuvre une méthode de résolution numérique pour déterminer une solution à l'équation de Laplace, les conditions aux limites étant données.
4. Énergie du champ électromagnétique	
Densité volumique de force électromagnétique. Puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.	Établir et utiliser l'expression de la puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.
Loi d'Ohm locale ; densité volumique de puissance Joule.	Analyser les aspects énergétiques dans le cas particulier d'un milieu ohmique.
Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting : bilan d'énergie.	Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée. Effectuer un bilan d'énergie sous forme locale et intégrale. Interpréter chaque terme de l'équation locale de Poynting, l'équation locale de Poynting étant donnée.
5. Propagation	
Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant ; onde plane progressive et aspects énergétiques.	Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension. Décrire la structure d'une onde plane et d'une onde plane progressive dans l'espace vide de charge et de courant.
Onde plane progressive monochromatique.	Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane monochromatique. Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
Exemple d'états de polarisation d'une onde plane progressive et monochromatique : polarisation rectiligne. Polariseurs.	Reconnaître une onde plane polarisée rectilignement. **Mettre en évidence une polarisation rectiligne.**
Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu ohmique en régime lentement variable. Effet de peau.	Établir et interpréter l'expression de la grandeur caractéristique d'atténuation de l'onde électromagnétique dans un milieu ohmique.

Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire.	Exploiter la nullité des champs dans un métal parfait. Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies . Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface. Reconnaître et caractériser une onde stationnaire.
Applications aux cavités à une dimension. Mode d'onde stationnaire.	Utiliser la méthode de séparation des variables. **Mettre en œuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique, dans le domaine des ondes centimétriques.**

5. Thermodynamique de la transformation chimique

La transformation de la matière a été abordée dès le début de la classe de PTSI ; le critère d'évolution d'un système chimique en transformation y a été présenté sans être démontré. Ce dernier a été utilisé au travers de l'étude des systèmes chimiques en transformation en solution aqueuse, étude restreinte au cas où une seule réaction modélise la transformation.

Le but de cette partie est double : d'une part aborder les transferts thermiques d'un système engagé dans une transformation chimique, et d'autre part établir et utiliser le critère d'évolution spontané d'un système chimique.

La fonction G et la notion de potentiel chimique ont été introduites dans la partie 1 (thermodynamique et mécanique des fluides). On adopte pour les potentiels chimiques une expression générale $\mu_i(T,\text{composition}) = \mu_i°(T) + RT\ln(a_i)$ qui fait référence aux expressions des activités vues en première année. L'établissement de cette expression est hors programme. L'influence de la pression sur le potentiel chimique d'un constituant en phase condensée pure n'est pas abordée. On se limite aux cas d'une espèce chimique pure, d'une espèce en solution aqueuse très diluée et d'une espèce en mélange de gaz parfaits avec référence à l'état standard.

Les grandeurs standard de réaction sont introduites. On se place systématiquement dans le cadre de l'approximation d'Ellingham. D'une part, le calcul de ces grandeurs à 298 K à partir de tables de données thermodynamiques rend possible une estimation du transfert thermique d'un système engagé dans une transformation physico-chimique qui peut être confrontée à l'expérience. D'autre part, les grandeurs standard de réaction permettent la détermination de la valeur de la constante thermodynamique K° caractéristique d'une réaction, valeur qui était simplement donnée en première année. C'est ainsi l'occasion de revenir sur la détermination de la composition du système physico-chimique en fin d'évolution.

Le calcul de la variance est l'occasion, pour chaque système étudié, d'identifier méthodiquement les variables intensives et d'en déduire le nombre de degrés de liberté du système ; l'utilisation du théorème de Gibbs ne relève pas du programme.

La notion d'affinité chimique n'est pas utilisée, le sens d'évolution spontanée d'un système hors d'équilibre, à température et pression fixées, est déterminé par le signe de $\Delta_r G$.

Enfin, l'étude de l'influence de la modification d'un paramètre (pression, température ou composition) sur un système chimique permet d'aborder la problématique de l'optimisation des conditions opératoires d'une synthèse. L'étude de tout ou partie d'une unité de synthèse industrielle est conduite à l'aide d'une approche documentaire.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- faire preuve de rigueur dans la description d'un système physico-chimique ;
- distinguer modélisation d'une transformation chimique (réaction chimique et écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système (tableau d'avancement, comparaison entre quotient de réaction et constante d'équilibre, état d'équilibre final ou transformation totale) prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- utiliser des tables de données thermodynamiques ;
- confronter des grandeurs calculées avec des mesures expérimentales.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Application du premier principe à la transformation chimique	
État standard. Enthalpie standard de réaction. Enthalpie standard de formation, état standard de référence d'un élément. Loi de Hess.	Calculer l'enthalpie standard de réaction à l'aide de tables de données thermodynamiques et de la loi de Hess.
Effets thermiques pour une transformation isobare : • transfert thermique causé par la transformation chimique en réacteur isobare isotherme (relation $\Delta H = Q_p = \xi\, \Delta_r H°$) ; • transformation chimique exothermique ou endothermique.	Prévoir le sens du transfert thermique entre le système en transformation chimique et le milieu extérieur. Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique. **Mettre en œuvre une démarche expérimentale mettant en jeu des effets thermiques d'une transformation chimique.**
2. Application du deuxième principe à la transformation chimique	
Activité.	Donner l'expression du potentiel chimique d'un constituant en fonction de son activité.
Enthalpie libre de réaction. Enthalpie libre standard de réaction. Relation entre $\Delta_r G$, $\Delta_r G°$ et Q_r ; évolution d'un système chimique. Entropie standard de réaction. Entropie standard de réaction $\Delta_r S°$.	Relier création d'entropie et enthalpie libre de réaction lors d'une transformation d'un système physico-chimique à p et T fixées. Prévoir le sens d'évolution à p et T fixées d'un système physico-chimique dans un état donné à l'aide de l'enthalpie libre de réaction Déterminer les grandeurs standard de réaction à partir des tables de données thermodynamiques.

	Déterminer les grandeurs standard de réaction d'une réaction dont l'équation est combinaison linéaire d'autres équations de réaction. Interpréter ou prévoir le signe de l'entropie standard de réaction.
Constante d'équilibre ; relation de Van't Hoff.	Établir la relation de Van't Hoff dans le cadre de l'approximation d'Ellingham. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre thermodynamique à une température quelconque. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre thermodynamique d'une réaction par combinaison de constantes d'équilibres thermodynamiques d'autres réactions. **Mettre une œuvre une démarche expérimentale pour déterminer la valeur d'une constante d'équilibre en solution aqueuse.**
État final d'un système : équilibre chimique ou transformation totale.	Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.
Variance : degrés de liberté d'un système à l'équilibre.	Reconnaître si une variable intensive est ou non un facteur d'équilibre. Dénombrer les degrés de liberté d'un système à l'équilibre et interpréter le résultat.
Optimisation d'un procédé chimique : • par modification de la valeur de K° ; • par modification de la valeur du quotient réactionnel.	Identifier les paramètres d'influence et leur sens d'évolution pour optimiser une synthèse ou minimiser la formation d'un produit secondaire indésirable. **Approche documentaire :** à partir de documents décrivant une unité de synthèse industrielle, analyser les choix industriels aspects environnementaux inclus.

6. Électrochimie

L'approche adoptée dans cette partie est principalement qualitative, et en dehors de l'étude thermodynamique d'une pile, elle ne requiert aucun formalisme physique ou mathématique.

Les caractéristiques générales des courbes courant-potentiel sont présentées sur différents exemples afin que les étudiants soient capables de proposer l'allure qualitative de courbes à partir d'un ensemble de données cinétiques et thermodynamiques fournies.
Ces courbes sont utilisées pour justifier ou prévoir le fonctionnement de dispositifs mettant en jeu la conversion énergie chimique-énergie électrique ou énergie électrique-énergie chimique , qu'ils soient sièges de réactions d'oxydoréduction spontanées (piles

électrochimiques, piles à combustibles, phénomènes de corrosion humide) ou forcées (électrolyseurs et accumulateurs).

L'ensemble des aspects étudiés donne lieu à des activités expérimentales qui visent à illustrer les phénomènes présentés et à souligner l'intérêt des dispositifs électrochimiques pour la détermination de grandeurs thermodynamiques et électrochimiques.

Les approches documentaires permettent de mettre en évidence la complexité de ces dispositifs de conversion d'énergie, au-delà de l'aspect strictement électrochimique.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :
- choisir de manière rigoureuse et décrire le système physico-chimique étudié ;
- élaborer qualitativement des outils graphiques à partir d'un ensemble de données ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Approche qualitative de la cinétique électrochimique	
Surtension.	Décrire le montage à trois électrodes permettant de mesurer une surtension.
Allure des courbes intensité-potentiel ou densité de courant-potentiel : • systèmes rapides et systèmes lents ; • nature de l'électrode ; • courant limite de diffusion ; • vagues successives ; • domaine d'inertie électrochimique du solvant.	Relier vitesse de réaction électrochimique et intensité du courant. Reconnaître le caractère lent ou rapide d'un système à partir des courbes intensité-potentiel. Identifier les espèces électroactives pouvant donner lieu à une limitation en courant par diffusion. À partir de relevés expérimentaux, associer l'intensité du courant limite de diffusion à la concentration du réactif et à la surface immergée de l'électrode. Donner l'allure qualitative de branches d'oxydation ou de réduction à partir de données de potentiels standard, concentrations et surtensions. **Mettre en œuvre un protocole expérimental utilisant des courbes intensité-potentiel.**
2. Phénomènes de corrosion humide	
Transformations spontanées : notion de potentiel mixte.	Positionner un potentiel mixte sur un tracé de courbes intensité-potentiel.
Potentiel de corrosion, intensité de courant de corrosion, densité de courant de corrosion. Corrosion uniforme en milieu acide ou en milieu neutre oxygéné.	Interpréter qualitativement un phénomène de corrosion uniforme à l'aide de données expérimentales, thermodynamiques et cinétiques. Citer des facteurs aggravants de la corrosion.

Corrosion différentielle par hétérogénéité du support ou du milieu.	Interpréter qualitativement un phénomène de corrosion différentielle faisant intervenir deux métaux à l'aide de courbes intensité-potentiel.
Protection contre la corrosion : • revêtement ; • anode sacrificielle ; • protection électrochimique par courant imposé.	Exploiter des tracés de courbes intensité-potentiel pour expliquer qualitativement : • la qualité de la protection par un revêtement métallique ; • le fonctionnement d'une anode sacrificielle. **Mettre en œuvre un protocole illustrant les phénomènes de corrosion et de protection.**
3. Énergie chimique et énergie électrique : conversion et stockage	
3.1. Conversion d'énergie chimique en énergie électrique	
Approche thermodynamique.	Établir l'inégalité reliant la variation d'enthalpie libre et le travail électrique. Citer la relation entre la tension à vide d'une pile et l'enthalpie libre de réaction. Déterminer la capacité d'une pile en Ah.
Approche cinétique.	Utiliser les courbes intensité-potentiel pour expliquer le fonctionnement d'une pile électrochimique et prévoir la valeur de la tension à vide. Citer les paramètres influençant la résistance interne du dispositif électrochimique. **Mettre en œuvre une démarche expérimentale utilisant des piles.**
3.2. Conversion d'énergie électrique en énergie chimique	
Caractère forcé de la transformation. Électrolyseur.	Utiliser les courbes intensité-potentiel pour expliquer le fonctionnement d'un électrolyseur et prévoir la valeur de la tension de seuil.
Recharge d'un accumulateur.	Utiliser les courbes intensité-potentiel pour justifier les contraintes dans la recharge d'un accumulateur. **Approche documentaire** : à partir de documents sur des accumulateurs (lithium ion, nickel-métal hydrure,…), comparer la constitution, le fonctionnement, et l'efficacité de tels dispositifs.

Appendice 1 : matériel

Cette liste complète celle donnée en annexe 1 du programme de physique chimie de la classe de PTSI. Elle regroupe avec celle-ci le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de ces listes lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

1. Domaine optique

- Polariseur.
- Interféromètre de Michelson motorisé.
- Capteur CCD.

2. Domaine électrique

- Oscilloscope numérique avec analyseur de spectre.
- Carte d'acquisition dont l'API est publiée.
- Émetteur et récepteur dans le domaine des ondes centimétriques.

Appendice 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maitrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique de la classe de PT sont d'une part ceux qui figurent dans l'annexe 2 du programme de la classe de PTSI et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Le thème « analyse vectorielle » n'a pas fait l'objet d'une rubrique en première année, les expressions des différents opérateurs introduits sont exigibles en coordonnées cartésiennes. Les expressions des opérateurs en coordonnées cylindriques et sphériques et les formules d'analyse vectorielle ne sont pas exigibles ; elles doivent donc être systématiquement rappelées.

Le thème « analyse de Fourier » prolonge l'étude de l'outil « séries de Fourier » abordée en PTSI et réutilisée en classe de PT. On étend la décomposition d'un signal périodique comme somme de ses harmoniques à l'expression d'un signal non périodique sous forme d'une intégrale (synthèse spectrale) ; aucun résultat n'est exigible. On souligne en revanche la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).

Dans le thème « équations aux dérivées partielles », aucune méthode générale d'étude n'est exigible : on se limite à chercher des solutions d'une forme donnée par substitution, menant ainsi soit à des équations différentielles classiques, soit à une relation de dispersion. L'accent sera mis sur le rôle des conditions aux limites.

Les capacités relatives à la notion de différentielle d'une fonction de plusieurs variables sont limitées à l'essentiel, elles sont mobilisées principalement dans le cours de thermodynamique ; les fondements feront l'objet d'une étude dans le cadre du chapitre « calcul différentiel » du cours de mathématique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse vectorielle	
Gradient	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction *f* est perpendiculaire aux surfaces iso-*f* et orienté dans le sens des valeurs de *f* croissantes.
Divergence.	Citer et utiliser le théorème d'Ostrogradski. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
Rotationnel.	Citer et utiliser le théorème de Stokes . Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ scalaire.	Définir $\Delta f = \mathrm{div}\,(\mathbf{grad}\, f)$. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ de vecteurs.	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes. Utiliser la formule d'analyse vectorielle : $\mathbf{rot}(\mathbf{rot}\mathbf{A}) = \mathbf{grad}(\mathrm{div}\mathbf{A}) - \boldsymbol{\Delta}\mathbf{A}$.
Cas des champs proportionnels à $\exp(i\omega t - i\mathbf{k}.\mathbf{r})$ ou à $\exp(i\mathbf{k}.\mathbf{r} - i\omega t)$	Exprimer l'action des opérateurs d'analyse vectorielle sur un tel champ à l'aide de l'opérateur $i\mathbf{k}$.
2. Analyse de Fourier	
Décomposition d'une fonction périodique en série de Fourier.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni. Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial.
Synthèse spectrale d'un signal non périodique.	Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial. Citer et utiliser la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).
3. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert.	Identifier une équation aux dérivées partielle connue. Transposer une solution fréquemment rencontrée dans un domaine de la physique à un autre domaine.

	Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.
4. Calcul différentiel	
Différentielle d'une fonction de plusieurs variables. Dérivée partielle.	Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Identifier la valeur d'une dérivée partielle, l'expression de la différentielle étant donnée.

Appendice 3 : outils transversaux

La liste ci-dessous explicite un certain nombre d'outils transversaux dont la maîtrise est indispensable au physicien. Leur apprentissage progressif et contextualisé doit amener les étudiants au bout des deux années de CPGE à en faire usage spontanément quel que soit le contexte. S'agissant de l'analyse dimensionnelle, il convient d'éviter tout dogmatisme : en particulier la présentation de la dimension d'une grandeur par le biais de son unité dans le système international est autorisée. S'agissant de la recherche d'une expression par analyse dimensionnelle il ne s'agit en aucun cas d'en faire un exercice de style : en particulier le théorème Pi de Buckingham est hors-programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse de pertinence	
Homogénéité d'une expression.	Contrôler l'homogénéité d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs mise en jeu.
Caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs mise en jeu.
Sens de variation d'une expression par rapport à un paramètre.	Interpréter qualitativement et en faire un test de pertinence.
Limites d'une expression pour des valeurs nulles ou infinies des paramètres.	Tester les limites d'une expression. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Nullité d'une expression.	Repérer l'annulation d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Divergence d'une expression.	Repérer la divergence d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence. Proposer éventuellement des

	éléments non pris en compte dans le modèle susceptibles de brider la divergence (frottements, non linéarités,etc…).

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Calcul numérique.	
Calcul numérique d'une expression.	Calculer sans outil l'ordre de grandeur (puissance de dix) d'une expression simple. Afficher un résultat numérique avec un nombre de chiffres significatifs cohérent avec les données et une unité correcte dans le cas d'un résultat dimensionné. Commenter un résultat numérique (justification d'une approximation, comparaisons à des valeurs de référence bien choisies, etc.). En faire un test de pertinence.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Outils de communication	
Tableaux de données numériques simples.	Transformer un tableau de données numériques en représentation graphique. Renseigner correctement les axes.
Exploitation d'une représentation graphique.	Repérer les comportements intéressants dans le contexte donné : monotonie, extrema, branches infinies, signes. Interpréter le caractère localement rectiligne selon qu'on travaille en échelles linéaire, semi-logarithmique ou log-log.
Schémas et figures.	Transposer un texte en une figure schématisant les éléments essentiels. Élaborer une courte synthèse à partir de plusieurs éléments graphiques : tableaux, schémas, courbes...

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Analyse dimensionnelle	
Dimension d'une expression.	Déterminer la dimension d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Recherche d'une expression de type monôme par analyse dimensionnelle.	Déterminer les exposants d'une expression de type monôme $E=A^{\alpha}B^{\beta}C^{\chi}$ par analyse dimensionnelle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Analyse d'ordre de grandeur	
Comparaison en ordre de grandeur des différents termes d'une équation différentielle ou d'une équation aux dérivées partielles.	À partir d'une mise en évidence des échelles pertinentes d'un problème, évaluer et comparer l'ordre de grandeur des différents termes d'une équation afin de la simplifier en conséquence.

Classe préparatoire scientifique technologie et biologie

NOR : ESRS1326930A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 24.12.2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 10-2-1995 modifié, ; arrêté du 14-5-1984 modifié ; avis du ministre de l'agriculture, de l'agroalimentaire et de la forêt du 4-10-2013 ; avis du Cneser du 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - Les programmes de première et seconde années de sciences de la vie et de la terre et de biotechnologies de la classe préparatoire scientifique technologie et biologie (TB), figurant en annexe de l'arrêté du 14 mai 1984 modifié susvisé, sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 1 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes de seconde année de mathématiques et de sciences physiques et chimiques fondamentales et appliquées de la classe préparatoire scientifique technologie et biologie (TB), figurant en annexe de l'arrêté du 14 mai 1984 modifié susvisé, sont remplacés par les programmes figurant respectivement aux annexes 2 et 3 du présent arrêté.

Article 3 - Les programmes de première année du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013 et ceux relatifs à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 4 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Annexe 1
↳ *Sciences de la vie et de la Terre et biotchnologies*

Annexe 2
↳ *Mathématiques*

Annexe 3
↳ *physique-chimie*

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : scientifique

Voie : Technologie et biologie (TB)

Discipline : Sciences de la vie et de la Terre et biotechnologies

Première et seconde années

INTRODUCTION

La mise en œuvre des programmes de Biotechnologies et de sciences de la vie et de la Terre doit permettre aux futurs ingénieurs et vétérinaires de se constituer une culture scientifique de base dans le domaine des sciences du vivant, construite sur les grands concepts et modèles, opérationnelle et transférable pour interroger et comprendre les situations auxquelles ils seront confrontés.

Contenus

Les programmes de SVT et Biotechnologies définissent des contenus (connaissances, faits, modèles, concepts…), qui constituent une base cognitive indispensable à l'organisation du savoir. Ces éléments doivent pouvoir être exposés de façon concise, en particulier dans le cadre d'exercices de synthèse. Ils servent aussi de référence pour mener une réflexion scientifique rigoureuse dans le cadre de problématiques non directement abordées dans le programme.

En SVT, le programme s'articule autour de grands concepts fédérateurs qui peuvent être développés par différents items. Il en va ainsi, par exemple, de l'évolution et sa relation avec la biodiversité, de la relation génotype/phénotype, des relations entres structures-propriétés-milieux-fonctions (à différentes échelles d'études), les liens entre la vie et la planète plante, etc. Ces fils rouges, souvent mis en exergue dans l'un ou l'autre des chapitres, plus discrètement présents dans d'autres, permettent aux étudiants d'établir des liens et d'organiser un véritable réseau de connaissances, de poser par eux-mêmes un certain nombre de problématiques et de mettre en perspective leurs réflexions.

En Biotechnologies, les études combinent approches scientifiques fondamentales et activités technologiques notamment en laboratoire. Elles permettent l'acquisition de grands concepts scientifiques (interactions moléculaires, flux de matière et d'énergie dans le vivant, relations structure-fonction, méthodologies valorisant le potentiel des biomolécules et des organismes vivants, …). Elles permettent de confronter les étudiants à des mises en situation pouvant être réinvesties dans leurs études ultérieures. C'est pourquoi les formulations du programme présentent non seulement les objectifs des études mais également les compétences associées aux activités mises en œuvre.

A la fois en SVT et en Biotechnologies, ces contenus doivent être argumentés. Toutefois, si une certaine richesse d'argumentation se justifie dans le cadre de l'enseignement, il importe de limiter la mémorisation de raisonnements à ce qui est nécessaire à la présentation d'une démarche, de développements, de synthèse, valides. Ceci amène à définir deux niveaux d'exigibilité :

- un premier niveau : éclairer un concept, un modèle, en s'appuyant sur l'exposé d'UN exemple-argument, nécessaire à l'exercice de synthèse ;
- un deuxième niveau : construire l'argumentation à partir de la réflexion sur un objet ou document fourni, confronter de nouvelles informations à un modèle connu soit pour l'y rapporter, soit pour identifier des différences et les interroger.

Cette nécessité de réinvestissement est au cœur de l'approche par compétences, exigeant que les savoirs soient réellement opérationnels, mais strictement sélectionnés en nombre et en qualité. *La définition de ces objectifs n'est pas sans impact sur la réflexion didactique et pédagogique. En effet, une telle réflexion gouverne l'organisation de l'enseignement en classe préparatoire dès lors qu'il s'agit de combiner, dans la construction des compétences, l'acquisition de contenus et de capacités.*

Présentation des programmes

Les programmes sont présentés en trois colonnes.

La colonne de gauche comprend l'énoncé des objectifs de connaissances ; elle ne constitue pas un « résumé » des contenus attendus mais exprime les éléments centraux de chaque unité ainsi que l'esprit dans lequel est orientée leur étude.

La colonne du milieu comprend, quant à elle, plusieurs types d'informations destinées à préciser ces attendus.

Est exprimé, par un verbe, ce que l'on attend que les étudiants sachent faire : présenter ou exposer des concepts, argumenter, analyser des éléments, mettre en relation… Ces précisions sont destinées à fixer plus clairement ce que l'on attend comme mémorisation de connaissances (au premier ordre) et ce qui relève de l'acquisition de méthodes ou de savoir-faire, applicables à condition que les éléments sur lesquels ils doivent s'exercer soient fournis à l'étudiant.

Sont donc indiqués :

- des précisions sur les contenus attendus : argumentation minimale, éléments de diversification des exemples, parfois précision d'un exemple à utiliser. Le fait qu'un exemple soit désigné ne constitue pas une incitation à réaliser une monographie pointilleuse : au contraire, le niveau d'exigence est limité à ce qui peut servir la construction ou l'illustration des concepts visés ;
- l'énoncé de démarches ou d'actions à savoir réaliser, c'est-à-dire des savoir-faire exigibles associés au contenu spécifique de l'item ;
- des limites qui sont indiquées soit dans une rubrique spécifique, soit associées à des items plus précis selon qu'elles ont une valeur générale ou ponctuelle ;
- des liens avec d'autres parties du programme, avec l'enseignement d'autres disciplines, avec les programmes du second degré ou avec des concepts intégrateurs ; les indications, qui invitent à des mises en relations fortes ne sont pas limitatives.

Enfin la dernière colonne précise le semestre pendant lequel ces notions sont abordées.

Compétences attendues :

L'expression large des compétences déclinées dans les programmes de SVT et de Biotechnologies correspond à une attente de formation des étudiants couvrant la totalité du spectre des écoles recrutant sur la filière.

Les compétences sont destinées à être travaillées dans le cadre des enseignements en cours et/ou en travaux pratiques, chaque professeur étant libre du choix des supports, des moments et des lieux.

Les compétences figurant dans les programmes peuvent être mises en relation avec **les compétences intellectuelles ou cognitives dans le champ scientifique (sciences du vivant, sciences de la Terre) et qui relèvent de la capacité à recueillir, à exploiter, à analyser et à traiter l'information :**

1 - Construire une argumentation scientifique en articulant différentes références

- connaissances scientifiques relevant du champ disciplinaire (et dans certains cas d'autres disciplines), maîtrise des concepts associés ;
- capacité à structurer un raisonnement : maitrise des relations de causalité ;
- capacité à construire une démonstration à partir d'une progression logique :
  - identifier la question dans le contexte posé ;
  - analyser, hiérarchiser ;
  - intégrer différents paramètres, articuler, mettre en perspective.
- capacité à construire une argumentation écrite et/ou orale : maîtrise des techniques de communication (synthèse, structure, clarté de l'expression) ;
- apport d'un regard critique.

2 - Résoudre un problème complexe

- capacité à conduire un raisonnement scientifique sur un objet défini :
  - identifier le problème posé dans son environnement technique, scientifique, culturel ;
  - identifier le problème sous ses différents aspects ;
  - mobiliser les connaissances scientifiques pertinentes pour résoudre le problème ;
  - maîtriser la méthode exploratoire, le raisonnement itératif ;
  - maîtriser la démarche de diagnostic.

3 - Conduire ou analyser une expérimentation

- capacité à observer et à mettre en relation des éléments ;
- capacité de déduction ;
- capacité d'investigation.

4 - Conduire une démarche « diagnostic »

- capacité à recueillir des informations ;
- capacité à observer et à explorer ;
- capacité à analyser et à hiérarchiser ;
- capacité à organiser et à proposer une démarche diagnostic ;
- capacité à présenter la démarche.

Les compétences en communication écrite et orale

- capacité à organiser une production écrite en fonction du contexte :
  - traitement de l'information dans une perspective de communication ;
  - structuration du propos, cohérence, logique, clarté de l'expression, maitrise de la syntaxe.
- capacité à construire un argumentaire ;
- capacité à structurer une communication orale ;
- capacité à convaincre ;
- capacité à s'adapter au contexte de la communication.

sont constamment mobilisées que ce soit lors de présentation de travaux, de résultats, ou de réalisation de synthèses…

Les compétences réflexives qui mobilisent le recul critique, l'autonomie de réflexion, la créativité :

- capacité à identifier les différentes approches et concepts dans le traitement d'une question ;
- capacité à se situer et à développer une pensée autonome et à l'argumenter ;
- capacité à initier des perspectives nouvelles (curiosité, exploration, ouverture d'esprit).

sont particulièrement mises en œuvre en TIPE, même si certaines activités techniques et expérimentales des programmes peuvent, dans d'autres contextes, amener à les exercer.

PROGRAMME de SCIENCES de la VIE et de la TERRE

Le programme de biologie et de géologie croise deux approches scalaires, l'une d'espace et l'autre de temps.

BIOLOGIE

En ce qui concerne les différences échelles spatiales (celles de la cellule, de l'organisme, de la population et de l'écosystème), la compréhension du fonctionnement du vivant implique que l'on construise l'emboitement de ces différents niveaux soit pour expliquer des mécanismes, soit pour comprendre des relations de « cause à effet ». Ces dernières ne sont cependant pas linéaires, comme c'est le propre pour tout système complexe. Chaque palier d'organisation, cellule, organisme, écosystème, possède des propriétés émergentes supérieures à la somme des propriétés de ses parties, conférées en particulier par l'intégration du système. Les relations entre les structures, leurs propriétés, leur milieu, leur fonction sont au cœur des problématiques abordées.

Les différentes échelles de temps correspondent :

- au temps court, celui du contrôle et de la régulation du métabolisme et de l'expression génétique ;
- aux temps intermédiaires de l'individu (ontogenèse), de la transmission de l'information génétique entre générations et de la dynamique populationnelle ;
- au temps long de l'évolution.

Elle permet d'aborder entre autres les processus d'adaptation des systèmes soit à ses variations de fonctionnement, soit à des variations de leur environnement, selon des processus intervenant à des vitesses différentes selon l'échelle temporelle considérée.
Ces idées seront privilégiées et mises en valeur chaque fois que possible, même si elles ne sont pas explicitées dans telle ou telle partie du programme. En particulier, l'idée que les structures et les processus observés sont le résultat d'une évolution, et en évolution perpétuelle, doit être sous-jacente à tous les aspects du programme.

La première année associe essentiellement l'échelle cellulaire (1.1, 1.2, 1.3, 1.5) et celle de l'organisme (2.1, 2.2, 2.4) et la transition avec celle des populations (3.1, 3.2) dont l'entretien et la variabilité est envisagée à travers la reproduction sexuée et asexuée. Sur la base des exemples rencontrés, la classification se construit (5.2), amenant ainsi une première synthèse sur la dimension évolutive.

En deuxième année, l'aspect métabolique (1.4) est abordé. Le développement des organismes animaux et végétaux est étudié (3.3, 3.4) ainsi que le fonctionnement des organismes en relation avec les variations d'activité et d'environnement (2.3, 2.4). Les relations entre êtres vivants sont envisagés jusqu'à l'échelle écosystémique (4) ou jusqu'au temps de l'évolution (5.1)

Cette répartition permet une construction progressive et ordonnée des concepts, et facilite leur mise en relation en amenant, en seconde année, à revenir pour les intégrer sur certains acquis fondamentaux de première année.

1. Organisation fonctionnelle de la cellule eucaryote

L'unité fonctionnelle de la cellule se construit au travers d'une présentation générale (§1.1) et de l'étude de nombreuses cellules rencontrées au fil des chapitres. Elle s'appuie sur les connaissances acquises par les étudiants en biotechnologies sur les principales biomolécules constituant la cellule.
Il s'agit de montrer l'unité des principes de fonctionnement des cellules eucaryotes mais aussi l'existence de spécialisations cellulaires. Celles-ci reposent sur des différenciations mettant en jeu une modulation de l'expression de l'information génétique (§1.3). Ces spécialisations contribuent au fonctionnement global de l'organisme pluricellulaire, siège d'une division du travail.
L'étude des membranes en tant que surfaces d'échanges avec le milieu environnant est abordée (§ 1.2) en particulier dans cette optique.
La cellule constitue une unité thermodynamique ouverte capable de produire ses propres constituants grâce à un apport de matière première et d'énergie. Un focus, réalisé à travers l'exemple de la

biosynthèse protéique, permet d'ancrer cette approche, et se relie de plus à l'expression de l'information génétique (§ 1.3) et son contrôle.
L'aspect métabolique des synthèses est l'occasion de faire un lien avec l'enseignement de biotechnologies, entre autres à travers l'exemple de la cellule musculaire striée squelettique (§ 1.4).
Enfin, la cellule est replacée dans un contexte temporel permettant de montrer sa multiplication, étape essentielle au maintien de l'intégrité des organismes mais aussi à la reproduction asexuée (§ 3.1).

2. L'organisme, un système en interaction avec son environnement

Cette partie s'appuie sur quatre volets :

- Dans le premier volet, l'objectif est d'appréhender les relations qui existent entre les différentes fonctions qui interagissent au sein d'un organisme. L'exemple proposé, une espèce ruminante, permet à partir d'une littérature très abondante d'aborder les relations inter et intra spécifiques, et la place de cette espèce dans les bilans de fonctionnement des écosystèmes. Cet exemple permet aisément d'appréhender les interactions entre objectifs sociétaux (agronomie, et technologie) et études scientifiques. Traité à l'échelle de l'organisme (appareil organe).

- Dans le deuxième volet, l'étude d'une fonction permet de préciser, en reliant différentes échelles d'études, les mécanismes qui permettent la réalisation d'une fonction ainsi qu'une étude des relations entre organisation, fonction et milieu : la fonction étudiée est la respiration dans le règne animal. Cette partie permet aussi d'évoquer la diversité des plans d'organisation animale et fait donc un lien évident avec la partie 4.

- Dans le troisième volet, le contrôle du débit sanguin a comme objectif de développer un exemple d'interrelations entre plusieurs systèmes de contrôle et de régulation au sein de l'organisme et de montrer comment l'intégration des diverses réactions conduit à l'adaptation physiologique lié~~es~~ aux variations d'activité de l'organisme ou bien aux variations de milieu.

- Dans le quatrième volet, ce sont les Angiospermes qui servent de support à l'étude d'un mode de vie particulier : la vie fixée. Afin de montrer un parallélisme avec le règne animal, la fonction d'échange sera aussi abordée chez les Angiospermes, à différentes échelles : à l'échelle de l'organisme avec la nutrition hydrominérale des plantes et à l'échelle de la cellule et de la molécule avec le mécanisme de photosynthèse vu en Biotechnologies. Cette échelle permettra un lien avec le métabolisme abordé en biotechnologies. Enfin, la vie fixée sera également envisagée non plus à l'échelle de l'instant mais à l'échelle des saisons avec les cycles de développement des végétaux angiospermes.

3. Reproduction des individus et pérennité des populations

L'étude des populations animales et végétales permet d'appréhender l'écosystème comme un ensemble d'interactions intra- et interspécifiques. La pérennité des populations repose tout d'abord sur la capacité des êtres vivants à se reproduire (3.1) mais aussi à se développer (3.3 et 3.4). La diversité des individus qui s'ensuit résulte des modalités de la reproduction (3.2).

4. Biologie des écosystèmes
Cette partie permet de comprendre les flux d'énergie et de matière à travers un écosystème.

5. Biologie évolutive
Cette partie vise à expliquer les mécanismes qui agissent sur la dynamique de la biodiversité, constatée à plusieurs échelles dans les blocs précédents.
En première année, la biodiversité est constatée à différentes échelles. En se fondant sur le paradigme évolutif, la classification phylogénétique permet de structurer la représentation de la biodiversité des espèces.
La seconde année met l'accent sur les aspects dynamiques, sur des durées moyennes à longues. L'analyse de cette dynamique entre stabilité et évolution, conduit à aborder différents niveaux d'explication, de la variabilité moléculaire aux mécanismes de l'évolution.

SCIENCES de la TERRE

6. Géodynamique externe
En sciences de la Terre, le programme se concentre essentiellement sur des phénomènes superficiels associés à la géodynamique externe, en liaison étroite avec l'atmosphère, l'hydrosphère et la biosphère. En ceci, il se relie facilement à certains éléments du programme de sciences de la vie.

La dimension concrète des géosciences implique que l'on manipule des objets réels, à différentes échelles allant de l'échantillon au paysage. Une sortie sur le terrain est donc obligatoire. Parmi les outils utilisés en géosciences, les cartes se situent au centre de la réflexion, les cartes géologiques bien sûr, mais aussi toutes les cartes plus spécifiques (topographiques, pédologiques, hydrologiques, …) dont les apports complémentaires peuvent s'avérer nécessaires à l'étude des phénomènes. Issues de l'exploitation de données de terrain, traitées, choisies, présentées, problématisées, vectrices d'informations élaborées dans un but défini, les cartes sont ensuite des supports de réflexion, d'analyse des situations, de leur interprétation voire dans certaines circonstances, des documents permettant d'éclairer des décisions (gestion des risques, exploitation de ressources, travaux publics…). Le va et vient entre objets réels et carte est réalisé chaque fois que nécessaire.

En première année, l'altération et l'érosion des roches est reliée à la formation des sols, mettant ainsi l'accent sur les éléments résiduels, leur origine, leur évolution ainsi que la relation avec le vivant, abordé dans les enseignements des sciences de la vie comme en biotechnologie.
En seconde année, l'étude du processus sédimentaire permet d'aborder le devenir des éléments entraînés. Le cycle du carbone permet enfin une approche synthétique, intégrant pleinement, de façon scientifiquement raisonnée et critique, l'action de l'Homme. La question des ressources permet d'ouvrir la géologie et ses apports sur d'autres sphères, en particulier économique et complète ainsi une approche des grands enjeux contemporains concernés par les géosciences.

En première année sont traités :
- au premier semestre, les parties 1.1, 1.2, 2.1, 3.1, 3.2.
- au second semestre, les parties 1.3, 1.5, 2.2, 2.4.1, 5.2 et 6.1.

En seconde année sont traités :
- au premier semestre, les parties 1.4, 2.3, 3.3, 4.1, 4.2, 6.2, 6.3, 6.4
- au second semestre, les parties 2.4.2, 3.4, 5.1

1 – Organisation fonctionnelle de la cellule eucaryote

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles	
1.1 Les cellules, des unités structurales et fonctionnelles	Ce chapitre a pour but de caractériser les cellules eucaryotes des organismes pluricellulaires, de montrer leur spécialisation et leur fonctionnement intégré. La comparaison avec la cellule eubactérienne souligne les spécificités de l'état eucaryote. Les exemples seront choisis dans les règnes animal et végétal, en lien avec les chapitres de biologie des organismes. A partir d'un nombre réduit d'exemples, la relation structure-fonction des cellules différenciées est décrite.	**S1**
La cellule eubactérienne contient un chromosome unique circulaire et des plasmides. Elle est délimitée par une membrane et une matrice extra-cellulaire (paroi). Son cytoplasme n'est pas compartimenté. La cellule assure toutes les fonctions.		
Les cellules eucaryotes contiennent une information génétique nucléaire et cytoplasmique. Les chromosomes nucléaires, linéaires, sont une association entre ADN et protéines : la chromatine. Le génome des eucaryotes comprend une part variable de séquences non codantes selon les espèces.	- décrire l'organisation de la chromatine et mettre en relation les associations ADN/protéines avec ses variations de condensation de la chromatine - distinguer les notions de séquences codantes et non-codantes et appréhender leur importance relative. - établir un lien entre le chromosome bactérien et le génome des organites semi-autonomes. **Limite :** ces aspects sont présentés sans démonstration expérimentale. **Liens :** 1.3, 1.5	
La cellule eucaryote est compartimentée et structurée par le cytosquelette.	- présenter de façon synthétique la diversité des compartiments en grandes familles structurales et fonctionnelles - mettre en évidence la coopération fonctionnelle entre compartiments - présenter l'organisation des filaments du cytosquelette - présenter le cytosquelette comme un système dynamique **Lien** : Les différents rôles du cytosquelette seront précisément abordés dans plusieurs autres items du programme.	
La cellule est traversée par des flux de matière, d'énergie et d'information. Une partie de ces flux passe par la membrane cellulaire ou les systèmes membranaires internes.	- associer différents processus à des flux traversant les cellules **Limite :** Les mécanismes associés à ces flux (ex : synthèse protéique, conversion et transfert d'énergie, etc) sont simplement cités ; ils sont développés dans d'autres paragraphes du programme.	
Les cellules animales et végétales présentent à la fois des similitudes et des différences.	- comparer une cellule « animale » et une cellule « végétale » - trier et organiser les principales idées extraites de cette comparaison	

La présence, l'importance quantitative et la répartition de certains compartiments sont à l'origine de la spécialisation structurale et fonctionnelle des cellules eucaryotes. Cette spécialisation est issue d'un processus de différenciation. Dans un organisme pluricellulaire, un grand nombre de cellules sont associées entre elles et reliées à des matrices extracellulaires. Ces liaisons assurent la cohérence de la plupart des tissus. L'activité de la cellule est intégrée dans le fonctionnement global de l'organisme à travers les échanges spécialisés ou non qu'elle réalise et le contrôle exercé sur son activité.	- caractériser une cellule différenciée, notamment par comparaison avec une cellule souche **Liens** : 3.3, 3.4 **Limite :** Le concept est présenté ici à son niveau le plus simple et en s'appuyant sur les connaissances acquises au lycée. - associer l'état pluricellulaire à la spécialisation cellulaire et à la présence de dispositifs d'adhérence - montrer l'universalité de la présence de matrice extracellulaire **Liens :** 1.2, 1.3, 1.4	
1.2 Membranes et échanges membranaires **1.2.1 Organisation et propriétés des membranes cellulaires** Les membranes cellulaires sont des associations non covalentes de protéines et de lipides assemblés en bicouches asymétriques. Les propriétés de fluidité, de perméabilité sélective, de spécificité et de communication de la membrane dépendent de cette organisation. **1.2.2. Membranes et interrelations structurales** Des interactions entre membranes, matrices extracellulaires et cytosquelettes conditionnent les propriétés mécaniques des cellules et les relations mécaniques entre cellules au sein des tissus. Les matrices extracellulaires forment une interface fonctionnelle entre la cellule et son milieu.	- présenter en l'argumentant le modèle de mosaïque fluide - présenter et analyser les différents types de localisation des protéines membranaires - en discuter les conséquences en termes de mobilité - reconnaître les grands types de jonction et les relier à leurs fonctions - connaître la nature moléculaire des filaments d'actine, des microtubules et de la kératine afin d'argumenter leur fonction structurale au sein de la cellule - décrire l'organisation du collagène, l'architecture d'une matrice animale (on se limite à l'exemple d'un conjonctif) et d'une paroi pecto-cellulosique - relier la densité et les propriétés intrinsèques des réseaux de filaments aux propriétés mécaniques des matrices (consistances de gel plus ou moins fluides) - expliquer le principe de la rigidification d'une matrice par imprégnation de lignine ou de substance minérale **Remarque** : Aucun exemple particulier de cellule n'est exigible. Cependant, celui d'une cellule épithéliale est particulièrement propice à la présentation de ces interactions. **Limites** : Pour les matrices extracellulaires, on se limite à deux exemples : pour les végétaux, la paroi pecto-cellulosique ; pour l'architecture d'une matrice animale, un conjonctif. On ne fait que mentionner les parois bactériennes dont l'architecture n'est pas au programme.	**S1**

1.2.3. Membranes et échanges Il existe différentes modalités de flux de matière entre compartiments. Des transferts de matière sont réalisés entre compartiments par des phénomènes de bourgeonnement ou de fusion de vésicules (dont les phénomènes d'endocytose et d'exocytose). Les mécanismes reposent sur les propriétés des membranes et l'implication de protéines. L'eau et les solutés peuvent traverser une membrane par transferts passifs, par transport actif primaire ou secondaire. Ces transferts sont régis par des lois thermodynamiques (gradients chimiques ou électrochimiques, sens de transfert). Des modèles de mécanismes moléculaires permettent de rendre compte de ces différents types de flux. Ces échanges ont des fonctions diverses en liaison entre autres, avec la nutrition des cellules, leur métabolisme mais aussi avec des fonctions informationnelles à l'échelle de la cellule ou de l'organisme. Plus précisément : - la cinétique des flux transmembranaires peut être linéaire (diffusion simple au travers de la phase lipidique), ou hyperbolique (diffusion facilitée par les transporteurs ou les canaux la cinétique de ces derniers étant cependant linéaires dans les conditions cellulaires) ; - un gradient transmembranaire (chimique ou électrochimique) est une forme d'énergie que l'on peut évaluer sous forme d'une variation molaire d'enthalpie libre.	- définir un compartiment - présenter un exemple de formation d'une vésicule d'endocytose et de fusion d'une vésicule d'exocytose - présenter de façon cohérente les différentes grilles d'analyse des flux transmembranaires en reliant les aspects dynamiques, thermodynamiques aux modèles moléculaires associés - présenter ces échanges dans la perspective de leurs fonctions biologiques - évaluer la liposolubilité d'une espèce chimique par son coefficient de partition huile/eau - relier une cinétique de passage à une modalité de passage - évaluer une différence de potentiel électrochimique - exprimer une différence de potentiel électrochimique sous forme d'une tension transmembranaire (« force ion-motrice») - relier l'existence d'un gradient aux aspects énergétiques des transferts - relier les caractéristiques des protéines, leur localisation et leur fonction dans les échanges **Lien** : 1.4 **Lien Biotechnologies** : 3.1.2	
1.2.4 Membrane et différence de potentiel électrique : potentiel de repos, d'action et transmission synaptique Les membranes établissent et entretiennent des gradients chimiques et électriques. Les flux ioniques transmembranaires instaurent un potentiel électrique appelé potentiel de membrane. Le potentiel d'équilibre d'un ion est le potentiel de membrane pour lequel le	- définir la notion de potentiel électrochimique d'un ion et expliciter le calcul de son potentiel d'équilibre (loi de Nernst) - relier la variation du potentiel membranaire aux modifications de conductances - analyser des enregistrements de patch-clamp pour argumenter un modèle moléculaire de fonctionnement d'un canal voltage-dépendant	

flux net de l’ion est nul. La présence de canaux ioniques sensibles à la tension électrique rend certaines cellules excitables. Le potentiel d’action neuronal s’explique par les variations de conductance de ces canaux. Dans les neurones, l’influx nerveux se propage de façon régénérative le long de l'axone. Le diamètre des fibres affecte leur conductivité et donc la vitesse des influx, de même que la gaine de myéline. La synapse permet la transmission d’information d’une cellule excitable à une autre en provoquant une variation de potentiel transmembranaire.	- expliquer la propagation axonique par régénération d’un potentiel d’action L’explication des montages permettant de mesurer les courants ioniques transmembranaires n’est pas exigible. - expliquer, dans un fonctionnement synaptique, le trajet de l’information supportée par les signaux successifs : nature du signal, nature du codage, extinction du signal - relier ces étapes aux modèles de mécanismes moléculaires qui les sous-tendent - relier sur un exemple le fonctionnement des récepteurs ligands-dépendants aux caractéristiques fonctionnelles des protéines (site, allostérie, hydropathie et localisation...) **Limites** : On se limite à un exemple qui peut être celui de la synapse neuromusculaire ou d’une synapse neuro-neuronique. On limite les précisions sur les mécanismes moléculaires à ce qui est strictement nécessaire à la compréhension du modèle. Aucun exemple spécifique n’est exigible, mais le choix d’un support permettant d’intégrer endocytose, exocytose et de comparer canaux voltages et ligands dépendants peut être pratique. Les mécanismes producteurs des potentiels post-synaptiques, de leur propagation et de leur intégration ne sont pas au programme. **Lien** : 2.3	
1.3 Les biosynthèses au sein des cellules eucaryotes **1.3.1 Les cellules eucaryotes synthétisent leurs constituants moléculaires** La cellule possède des constituants moléculaires complexes (acides nucléiques, lipides, protéines, polymères glucidiques), de durée de vie variable, et qui sont l’objet d’un renouvellement. L’ensemble des biosynthèses réalisées par une cellule est spécifique en liaison avec sa	Cette partie vise à montrer que la cellule est une machine thermodynamique qui transforme de la matière. La cellule synthétise ses propres constituants moléculaires soit à partir d’autres constituants organiques servant de matière première, soit à partir de matière minérale pour certaines cellules photo ou chimiosynthétiques. Ces biosynthèses sont d’abord placées dans un contexte général montrant la diversité des synthèses, l’intervention d’enzymes, la nécessité d’énergie et de matière. La localisation des grandes voies de synthèse au sein d’une cellule eucaryote est présentée. Pour les mécanismes précis, l’étude de l’anabolisme s’appuie sur la synthèse des protéines, présentée en tant que processus de polymérisation d’acides aminés. - localiser les principaux constituants moléculaires des cellules eucaryotes et de leur matrice. - relier la durée de vie des biomolécules aux processus de synthèse et de dégradation au sein des cellules. **Limite :** L’existence de systèmes de dégradation tels que le protéasome au sein des cellules est mentionné mais leur fonctionnement n’est pas au programme. - présenter une biosynthèse liée à la mise en réserve. - relier le type de synthèse à la fonction des constituants moléculaires au sein des cellules.	**S2**

différenciation et sa sa fonction spécialisées dans l'organisme.		
Pour ce qui est du contrôle, les biosynthèses de la cellule sont soit constitutives, soit contrôlées.	- présenter un exemple de voie de synthèse contrôlé.	
Toute synthèse requiert de l'énergie, de la matière et un catalyseur.	- montrer qu'une liaison entre deux constituants requiert un apport d'énergie chimique sous la forme d'un couplage chimio-chimique. **Lien :** La spécificité de réaction des enzymes est évoquée en lien avec l'enseignement de biotechnologies (2.1.1).	
1.3.2 La biosynthèse des ARN et protéine La synthèse des ARN et des protéines est le fondement de l'expression de l'information génétique. Elle s'intègre dans une séquence transcription-traduction menant de l'ADN au polypeptide en passant par les ARN. Dans le cas de la cellule eucaryote, ces processus sont compartimentés.	- mettre en évidence que l'expression de l'information génétique est un processus de transfert d'information entre macromolécules à organisation séquentielle (exemple d'argument : la colinéarité ADN – chaîne polypeptidique); **Limites :** Les processus fondamentaux d'expression de l'information génétique sont étudiés chez les eubactéries et les eucaryotes dans une optique comparative. Les démonstrations expérimentales de ces processus ne sont pas exigibles.	
La transcription correspond à une synthèse d'ARN suivant la séquence d'un brin d'ADN matrice. Elle est assurée par des ARN polymérases ADN dépendantes et génère plusieurs types d'ARN. Les unités de transcription chez les eubactéries sont souvent organisées en opérons. Chez les eucaryotes, les gènes sont morcelés.	- comparer l'organisation des unités de transcription des génomes eubactériens et eucaryotes. - montrer l'importance des séquences non codantes (promoteur et terminateur) dans le contrôle de la transcription. - montrer que la synthèse d'ARN est une polymérisation - montrer comment la complémentarité de bases assure la fidélité du processus de transcription de la séquence - fournir une estimation en ordre de grandeur de la quantité d'énergie nécessaire à la polymérisation - expliquer le rôle d'une interaction acides nucléiques/protéines à partir de l'exemple du promoteur des gènes eubactériens. **Limites :** L'organisation moléculaire des protéines impliquées n'est pas au programme. On se limite à décrire l'activité enzymatique des ARN polymérases. Chez les eucaryotes, on ne traite que de l'ARN polymérase II et de la polymérisation des ARN messagers. La composition du complexe d'initiation de la transcription et l'organisation du promoteur ne sont pas à mémoriser.	
Chez les eucaryotes, les ARN transcrits à partir de gènes morcelés subissent une maturation dans le noyau qui mène à la formation de l'ARN traduit. L'épissage alternatif produit des ARN	- montrer que maturation des ARN mène à distinguer le génome du transcriptome. **Limites :** Il s'agit ici de décrire les mécanismes d'excision-épissage, de mise en place du chapeau 5' et de la polyadénylation. Le détail des ARN nucléaires impliqués dans ces mécanismes ne sont pas	

différents pour une même unité de transcription. Dans le cytosol, les ARN messagers matures sont traduits en séquence d'acides aminés. La traduction repose sur la coopération entre les différentes classes d'ARN et sur le code génétique.	attendues. Un seul exemple d'épissage alternatif est exigible. - discuter des caractéristiques du code génétique - expliquer le rôle des interactions entre ARN au cours de la traduction à partir de la reconnaissance du signal d'initiation de la traduction et de l'interaction codon anticodon (modèle eubactérie) - discuter de l'importance de la charge des ARNt catalysée par l'amino-acyl ARNt synthétase pour la fidélité de traduction - montrer l'intervention de facteurs de contrôle et de couplage énergétique au cours de la traduction. **Limite :** Une liste des facteurs n'est pas exigible. - estimer en ordre de grandeur le coût énergétique de la formation d'une liaison peptidique	
La traduction est suivie par un repliement tridimensionnel de la chaine polypeptidique éventuellement assisté par des protéines chaperons	**Lien Biotechnologies** : 1.1.2, 1.1.3	
Chez les eucaryotes, la traduction des protéines membranaires et sécrétées met en jeu différents compartiments. Les protéines subissent un adressage et des modifications post-traductionnelles.	- interpréter une expérience de pulse-chase afin de montrer un flux de matière à travers une cellule eucaryote sécrétrice. -montrer que l'adressage comme les modifications post-traductionnelles reposent sur des signaux présents au sein des chaînes polypeptidiques chez les procaryotes comme chez les eucaryotes **Limite** : On se limite aux mécanismes simplifiés de translocation co-traductionnelle dans le réticulum et aux seules mentions et localisations des modifications par glycosylations.	
La synthèse des protéines peut être contrôlée à chacune de ses différentes étapes. Ce contrôle est le fondement de la spécialisation cellulaire.	-commenter un panorama des différents points de contrôle du processus d'expression de l'information génétique en relation avec la compartimentation cellulaire ;	
Le contrôle de la transcription fait intervenir des interactions entre séquences régulatrices et facteurs de transcription. L'initiation de la transcription est un point clé du contrôle de l'expression.	-mettre en évidence l'existence de contrôles positif et négatif de l'initiation de la transcription à partir de l'exemple de l'opéron lactose ; - expliquer en quoi l'assemblage et la mise en fonctionnement du complexe d'initiation constituent la principale voie de régulation de l'expression génétique (boîte TATA, facteurs cis et trans). -identifier les différents « domaines » structuraux d'un facteur de transcription (liaison à l'ADN, transactivation, liaison à des messagers…). Un seul exemple d'organisation structurale de facteur de transcription est exigible (exemple préconisé : récepteur aux hormones lipophiles).	
Le niveau de transcription dépend aussi de l'état de méthylation de l'ADN et de modifications de la chromatine. Les modifications de la chromatine constituent une information	relier les différents états de condensation de la chromatine interphasique avec le niveau de transcription -expliquer simplement le lien entre méthylation de l'ADN, acétylation des histones et la possibilité de transmission d'information épigénétique au cours des	

transmissible et sont la base du contrôle épigénétique. L'interférence à l'ARN est un autre mécanisme régulateur majeur.	divisions -discuter des limites d'une approche trop mécaniste et montrer que l'initiation de la transcription est un processus dont la probabilité dépend de la combinaison de nombreux facteurs protéiques en interaction avec la chromatine. **Liens** : 3.3, 3.4 -identifier les processus en jeu lors d'une régulation impliquant l'interférence à l'ARN. **Limite** : les mécanismes de production des ARN interférents ne sont pas à connaître.	
1.4 Dynamiques métaboliques des cellules eucaryotes La cellule eucaryote est le siège de nombreuses réactions de catabolisme et d'anabolisme. L'ATP véhicule l'énergie nécessaire aux réactions. Elle est produite par couplage chimio-chimique ou par couplage osmo-chimique au niveau des ATP synthases. Des molécules carrefours permettent une interconnexion entre les différentes voies. La cellule musculaire striée squelettique consomme une grande quantité d'ATP. Sa régénération met en jeu différentes voies possibles, en lien avec le type cellulaire et les conditions d'approvisionnement du tissu. En fin d'exercice, la cellule revient à son état initial (dette en O_2). De jour, la cellule végétale convertit l'énergie lumineuse en énergie chimique exploitée pour produire de la matière organique stockée et exportée. Elle réalise simultanément un catabolisme oxydatif et des synthèses diverses. A l'obscurité, la cellule chlorophyllienne adopte un comportement hétérotrophe. L'amidon stocké dans les chloroplastes est dégradé.	**Lien Biotechnologies** : 3.1.2 -justifier la place de l'ATP en tant que molécule énergétique universelle - commenter un panorama des grandes voies métaboliques d'une cellule eucaryote. -établir la relation entre une voie métabolique et ses caractéristiques (sa localisation, son rendement, sa vitesse). - identifier une molécule carrefour et établir ses caractéristiques. - à partir de l'exemple de la cellule musculaire striée squelettique, montrer le lien entre l'activité de la cellule et les voies cataboliques utilisées (restreintes à l'utilisation d'un stock énergétique, la glycolyse, la respiration mitochondriale et une fermentation). - établir le lien entre la voie métabolique et l'utilisation du dioxygène. - décrire le retour aux conditions initiales après un exercice musculaire. - distinguer les types trophiques des cellules d'un organisme végétal. **Limite** : étude de l'autotrophie vis-à-vis du carbone - à partir de l'exemple d'une cellule végétale chlorophyllienne, construire un schéma bilan du métabolisme de la cellule selon les conditions d'éclairement (jour / nuit). **Lien** : 2.4.1, Travaux pratiques	**S3**
1.5 Le cycle cellulaire et la vie des cellules	Ce chapitre permet une approche temporelle des différents processus cellulaires décrits dans la partie 1. Il est l'occasion de rappeler l'importance de la conservation de l'information génétique pour le renouvellement cellulaire et le maintien des	**S2**

	organismes.	
Le cycle cellulaire est constitué par une succession de phases assurant la croissance, le maintien et la division cellulaires.	-mettre en relation les différentes phases du cycle cellulaire avec la quantité d'ADN dans les cellules et les activités cellulaires, en particulier les processus liés à l'information génétique ; -connaître les durées relatives des phases du cycle cellulaire en lien avec les processus s'y déroulant.	
Le passage d'une phase à une autre est sous le contrôle de signaux extracellulaires et de facteurs internes notamment liés à l'intégrité de l'information génétique.	- montrer que les points de contrôle du cycle cellulaire participent à la conservation de l'information génétique.	
La conservation de l'information génétique au cours des cycles cellulaires est liée à : -la réparation des lésions de l'ADN ; -la duplication de l'information génétique au cours de la phase S par réplication semi-conservative de l'ADN ;	- montrer l'importance de la conservation de l'information génétique dans le maintien de l'activité des organismes. -montrer que la complémentarité des bases azotées est à l'origine de la fidélité des processus de réparation et de réplication ; -caractériser à l'échelle chromosomique la duplication chez les eucaryotes. **Limite :** Les mécanismes moléculaires de la réparation et de la réplication ne sont pas au programme. **Lien Biotechnologies** : 4.2.1 **Lien :** 5.1	
La mitose répartit de façon équitable le matériel génétique nucléaire entre les deux cellules filles.	-caractériser les différentes phases de la mitose. -montrer l'importance du fuseau mitotique et de son fonctionnement dans la répartition équitable de l'information génétique. **Lien** : 3.1 - montrer, à l'aide de l'exemple de la division des cellules végétales la distinction entre division nucléaire et division cellulaire.	
La différenciation cellulaire implique un arrêt des divisions cellulaires et une sortie du cycle cellulaire.	- montrer à partir d'un exemple que la différenciation cellulaire conduit à l'arrêt de la prolifération cellulaire. **Limite :** Aucun détail des signaux impliqués n'est attendu. **Lien :** 3.3	
Des dérèglements du cycle cellulaire conduisent à des divisions incontrôlées à l'origine des cancers.	**Limite :** La connaissance du contrôle du cycle cellulaire n'est pas attendue	

TRAVAUX PRATIQUES de 1ère année associés à la partie 1

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
Cellules eucaryotes (2 séances)	-identifier les structures cellulaires eucaryotes à partir d'observations microscopiques photonique et électronique -faire le lien entre la définition des objets observés et les techniques d'observation et de mise en évidence des structures cellulaires (coupe, coloration, immunocytochimie…)

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
Membranes et matrice (1 séance)	- identifier des jonctions cellulaires et des matrices extracellulaires à partir d'observations microscopiques photonique et électronique. - comprendre l'organisation fonctionnelle des tissus animaux à partir de l'observation d'un épithélium et d'un tissu conjonctif.
Cycle cellulaire (1 séance)	- identifier les différentes phases du cycle cellulaire à partir d'observations microscopiques photonique et électronique de cellules animale et végétale. - mettre en relation l'état des chromosomes avec les phases du cycle cellulaire

TRAVAUX PRATIQUES de 2nde année associés à la partie 1

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
Photosynthèse (1 séance)	- observer les chloroplastes, isoler les pigments assimilateurs par chromatographie sur papier et caractériser le spectre d'absorption. - mettre en évidence l'efficacité photosynthétique des différentes radiations. - montrer la différence de métabolisme jour/nuit dans les cellules chlorophylliennes.

2 - L'organisme, un système en interaction avec son environnement

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles	
2.1 L'organisme vivant : un système physico-chimique en interaction avec son environnement **2.1.1 Regards sur l'organisme animal**Tout organisme vivant est un système thermodynamique ouvert, en besoin permanent d'énergie. Dans le cas de l'organisme animal, ce besoin est satisfait par la consommation d'aliments (hétérotrophie), suivie de leur transformation. Les métabolites sont distribués dans l'ensemble de l'organisme et entrent ainsi dans le métabolisme. Le métabolisme énergétique aérobie est relié à la fonction respiratoire. Les déchets produits sont éliminés. La reproduction est un processus conservatoire et diversificateur. Elle génère des individus qui sont de la même espèce que les parents, mais dont la diversité ouvre à la sélection. La réalisation de l'ensemble de ces	Le concept de l'organisme vivant est abordé à partir d'un exemple de ruminant, la vache. Cet exemple permet de définir les grandes fonctions et de les mettre en relation avec les structures associées (appareils, tissus, organes…). Loin de constituer une monographie, il s'agit d'une vue d'ensemble des fonctions en insistant avant tout sur les interrelations entre fonctions ainsi que sur leur dimension adaptative et évolutive pour en faire ressortir les points essentiels. - identifier les caractères morphologiques, anatomiques… permettant de placer un animal dans une classification ; - connaitre les différentes fonctions et relier les grands traits de leur réalisation aux supports anatomiques, dans un milieu de vie donné ; - expliquer et identifier sur quelques situations simples	**S1**

fonctions s'accompagne de mouvements de l'organisme. L'organisme est en interactions multiples avec son environnement biotique et abiotique. La survie individuelle dépend de systèmes de perception et de protection. Face aux variations d'origine interne ou externe, les interrelations entre fonctions permettent soit une régulation, soit une adaptation. L'étude de l'organisme relève ainsi d'approches multiples, diversifiées et complémentaires : taxonomique, écologique, agronomique, technologique.	les interactions entre les fonctions qui fondent l'unité de l'organisme ; - montrer qu'un animal est inclus dans différents systèmes de relation : relations intraspécifiques et interspécifiques (dont la domestication) ; - montrer qu'en tant qu'«objet technologique », la vache est le produit d'une domestication et d'une sélection par l'homme ;	
2.1.2 Plans d'organisations et relation organisme/milieu Ces notions ont une portée générale dans la description du monde animal. Le fonctionnement des organismes repose sur les mêmes grandes fonctions, réalisées par des structures différentes ou non selon les plans d'organisations, dans des milieux identiques ou différents. Pour des fonctions identiques, dans des milieux comparables, on identifie des convergences entre des dispositifs homologues ou non, correspondant ou non à des plans d'organisations différents. Il s'agit d'un temps de synthèse qui permet de confronter les observations faites en travaux pratiques aux connaissances et concepts construits en 2.1.1. On se limite aux animaux et aux fonctions dont les structures associées sont observables en travaux pratiques. Les autres aspects de la biologie de ces animaux ne sont pas abordés. **Liens :** Travaux pratiques, 2.2		
2.2 Exemple d'une fonction en interaction directe avec l'environnement: la respiration Les échanges respiratoires reposent exclusivement sur une diffusion des gaz et par conséquent suivent la loi de Fick. L'organisation des surfaces d'échange respiratoires tout comme les dispositifs de renouvellement des milieux dans lesquelles elles s'intègrent contribuent à l'efficacité des échanges. Selon les plans d'organisation, des dispositifs différents réalisent la même fonction. Dans le même milieu, pour des plans d'organisation différents, des convergences fonctionnelles peuvent	L'argumentation est mémorisée sur un nombre réduit d'exemples : mammifère, poisson téléostéen, crustacé décapode, insecte et s'appuie sur les observations faites en travaux pratiques -relier les dispositifs observés aux différentes échelles aux contraintes fonctionnelles (diffusion – loi de Fick) ainsi qu'aux contraintes du milieu de vie (densité, viscosité, richesse en eau, en oxygène). - identifier et énoncer des convergences anatomiques ou fonctionnelles	**S2**

être détectées et reliées aux contraintes physico-chimiques du milieu (aquatique ou aérien). La convection externe et la convection interne des fluides maintiennent les gradients de pression partielle à travers l'échangeur. Les caractéristiques de molécules à fonction de transport conditionnent les capacités d'échange. La quantité de transporteurs limite aussi la quantité d'oxygène transporté et la performance. La modulation de la quantité de gaz échangés passe essentiellement par des variations contrôlées de la convection. Le paramètre limitant de la respiration dépend de la solubilité différentielle de l'O_2 et du CO_2 en milieu aquatique et aérien ; le stimulus du contrôle de la respiration est diffèrent dans l'air et dans l'eau.	- analyser la convection externe sur deux exemples : un poisson téléostéen pour la convection externe en milieu aquatique et un mammifère (Souris) pour la ventilation pulmonaire - expliquer l'optimisation des gradients de pression partielle sur un exemple d'échange à contre courant. - relier les conditions locales de la fixation et du relargage du dioxygène aux propriétés de l'hémoglobine et au fonctionnement de l'hématie. L'hémoglobine humaine de l'adulte sera le seul exemple abordé. - expliquer l'intérêt du transport dans l'hématie. **Limite :** Les mécanismes de contrôle de la respiration ne sont pas au programme.	
2.3 Un exemple d'intégration d'une fonction à l'échelle de l'organisme La circulation est un système de distribution à haut débit de nutriments, gaz, ions, hormones au sein de l'organisme. Le cœur est une pompe qui met le sang sous pression ; il est à l'origine du débit sanguin global. Le cœur présente un automatisme de fonctionnement, conséquence des	Cette partie doit apprendre à montrer comment certains paramètres de l'organisme sont régulés (boucles de régulation) et comment des contrôles permettent l'adaptation de l'organisme à des situations particulières. Ces réponses se font à différentes échelles de temps (court terme, moyen terme) et d'espace (réponses locales et globales). Elles font intervenir des communications intercellulaires par des voies nerveuses et humorales qui sont étudiées ici sur un exemple. **Limite** : Cette partie porte uniquement sur l'exemple du système circulatoire des Mammifères, *essentiellement l'Homme.* - présenter l'organisation générale du système circulatoire : circulation systémique et circulation pulmonaire ; - présenter les différents segments vasculaires (artères, artérioles, capillaires) sous leurs différents aspects, anatomiques, histologiques, fonctionnels ; **Liens :** 2.1, 1.4, travaux pratiques - relier la description du cycle cardiaque au rôle de pompe du cœur ; - mettre en relation débit cardiaque, fréquence et volume d'éjection systolique ; - relier la localisation des structures impliquées dans l'automatisme avec la séquence de contraction ;	**S3**

propriétés du tissu nodal. La pression artérielle moyenne est la résultante de paramètres circulatoires (débit et résistance vasculaire). La pression artérielle moyenne est maintenue dans une gamme de valeurs restreinte, variable selon les individus et les conditions, par des mécanismes de régulation. Dans le cas de l'adaptation à l'effort physique, les débits globaux et locaux sont modifiés Les boucles de contrôle forment en réalité des réseaux interconnectés. La réponse à une situation particulière comme l'hémorragie met en jeu différentes boucles de contrôle et fait intervenir des mécanismes à différentes échelles temporelles.	- expliquer le lien entre le rythme cardiaque et l'activité des cellules nodales (potentiel de pacemaker) : - établir le lien entre conductance ionique et variations du potentiel membranaire des cellules nodales. **Limite** *:* Le lien entre l'activité du tissu nodal et le déclenchement de la contraction des cellules musculaires cardiaques est simplement mentionné. Le mécanisme de contraction des cellules musculaires cardiaques n'est pas au programme. **Lien** : 1.2 - définir la relation entre pression artérielle moyenne et pression artérielle différentielle ; - présenter les relations entre les composantes de la pression artérielle, à l'échelle de la circulation générale comme à l'échelle de la circulation locale. - décrire les fonctions des différentes composantes d'une boucle de régulation sur l'exemple du baroréflexe. **Limite** : L'organisation du système neurovégétatif n'est pas au programme - présenter et appliquer le concept de boucle de régulation ; - expliquer des dysfonctionnements par des interactions entre génotype et environnement ou par la sénescence, toutes les données étant fournies. **Limite** : Aucun exemple n'est à mémoriser. - montrer comment à partir de variations associées au début de la période d'effort, à la période d'effort puis à la fin de cette période d'effort, des régulations sont mises en jeu ainsi que des modifications permettant d'adapter le fonctionnement de l'organisme aux différents contextes ; - décrire les mécanismes du contrôle de la fréquence cardiaque jusqu'à l'échelle cellulaire et moléculaire. - présenter les conséquences des modifications du débit global et local sur la pression artérielle ; - présenter les réactions à une hémorragie à différentes échelles de temps (court terme et baroréflexe, adaptation à long terme et catécholamines, système rénine-angiotensine, aldostérone, ADH). **Limite** : L'organisation du rein et son fonctionnement ne sont pas au programme. Les mécanismes de contrôle de la soif ne sont pas au programme. **Limite** : Pour les contrôles autres que celui de la fréquence cardiaque, les voies de transduction à l'échelle cellulaire ne sont pas au programme.	
2.4 La vie fixée des Angiospermes **2.4.1 Les Angiospermes, organismes autotrophes à vie fixée**	 L'étude du fonctionnement nutritionnel des Angiospermes est réalisée à plusieurs échelles. Il s'agit de montrer les fondements métaboliques de l'autotrophie et leurs conséquences à l'échelle des individus en relation avec les milieux de vie. Les relations entre la plante et son milieu de vie sont abordés à différentes échelles temporelles.	 **S2**

Les Angiospermes ont des besoins de matière minérale pour leur équilibre hydrominéral et leurs synthèses organiques.	- identifier les besoins de matière minérale d'un végétal Angiosperme ; - mettre en relation des constituants minéraux avec différents processus liés à la vie de la plante (croissance cellulaire, métabolisme énergétique) **Limites :** Il n'est pas envisagé ici d'étude exhaustive des besoins nutritionnels du végétal. L'objectif est de montrer que l'implication des ions minéraux ne se limite pas à la nutrition.	
La photosynthèse assure l'autotrophie de la plante Angiosperme. La photosynthèse est réalisée par la cellule chlorophyllienne et fait intervenir des compartiments spécialisés, les chloroplastes.	- établir que la capacité photosynthétique de certaines cellules de la plante assure l'autotrophie de l'ensemble de l'organisme grâce aux corrélations trophiques. - présenter un bilan chimique simple de la photosynthèse et l'importance du couplage photochimique pour sa réalisation. - identifier les flux de matière entre les différents compartiments au sein d'une cellule chlorophyllienne;	
Les produits de la photosynthèse (oses, acides aminés) sont distribués dans la plante par la sève élaborée aux cellules hétérotrophes. L'approvisionnement en eau, ions et dioxyde de carbone met en jeu des surfaces d'échange.	-expliquer que le flux de composés organiques est dépendant de la production des organes sources (les feuilles) et des besoins des organes puits. **Limite :** aucun modèle expliquant les forces motrices de la circulation de la sève élaborée n'est au programme. -placer les points d'entrée et de sortie de l'eau sur un schéma fonctionnel de la plante ; -analyser les flux hydriques entre la plante et son milieu en utilisant la notion de potentiel hydrique ;	
L'eau et les ions sont captés dans le sol par l'appareil racinaire et acheminés aux organes par l'intermédiaire de la sève brute.	-montrer que l'absorption d'ions minéraux est un processus actif entraînant le flux d'eau au niveau du poil absorbant ; -mettre en évidence l'importance quantitative des mycorhizes **Limite :** Les nodosités ne sont pas traitées. -identifier les propriétés des éléments conducteurs, xylème et phloème, acheminant les sèves brutes et élaborées. - identifier les moteurs de circulation de la sève brute et leur importance relative au cours d'une année en milieu tempéré	
Des échanges gazeux (et en particulier d'eau, de dioxyde de carbone et de dioxygène) ont lieu au niveau des stomates des organes aériens. L'ouverture des stomates est contrôlée et permet la régulation de l'équilibre hydrique.	- expliciter le paradoxe des échanges gazeux réalisés au niveau des stomates (perte d'eau versus échanges des gaz liés au métabolisme énergétique) ; - établir ou montrer l'existence de facteurs internes et externes contrôlant l'ouverture et la fermeture des stomates ; **Limite :** Un seul exemple de mode d'action de ces facteurs doit être connu.	
Les surfaces d'échange du végétal se développent en relation avec les paramètres physico-chimiques du milieu de vie et le plan d'organisation de l'espèce.	- expliciter la relation entre l'organisation des surfaces spécialisées dans les échanges (racines, feuilles) et leur fonction. - présenter des exemples à différentes échelles de variation phénotypique liées aux caractéristiques du milieu (exemples : ports des individus, organisation foliaire,	

	feuilles d'ombre et de lumière) **Liens** : travaux pratiques, 3.4	
La disponibilité de la ressource en eau et la physiologie des organismes (exigences hydriques) influencent la répartition des espèces.	- faire le lien entre distribution géographique d'une espèce et sa physiologie. **Limite :** Les exemples étudiés (parmi les exemples possibles des espèces de xérophytes, halophytes...) ne sont pas à mémoriser.	
2.4.2 Les Angiospermes et le passage de la mauvaise saison	Le but de ce chapitre est de montrer que le métabolisme des Angiospermes est influencé par les variations saisonnières des ressources. Le passage de l'hiver sera un «modèle» pour aborder cette idée, mais d'autres exemples sont possibles.	**S4**
En climat tempéré, le fonctionnement d'une Angiosperme est rythmé par l'alternance des saisons.	- identifier les contraintes liées au passage de l'hiver par les Angiospermes (faible photopériode, gel et basses températures, faible disponibilité en eau) - identifier les organes de résistance et leurs caractéristiques. **Lien** : travaux pratiques	
La perception des saisons par l'organisme est liée aux signaux de photopériode et température.	- mettre en évidence l'action de la photopériode et des températures dans l'induction de réponses (floraison, chute des feuilles). - replacer dans le cycle des saisons les principaux états physiologiques du végétal.	
La perception de ces signaux déclenche des réponses cellulaires et tissulaires qui synchronisent l'organisme avec les saisons : - métabolisme réduit (vie ralentie, dormance).	- distinguer la vie ralentie de la dormance. **Limite** : les mécanismes précis d'entrée en dormance ne sont pas exigibles.	
- mise en réserve.	- localiser les réserves végétales ; - mettre en lien la nature des réserves avec leur stabilité dans le temps ; - connaître un exemple de mise en réserve. **Lien** : 1.3.1	
- modifications protégeant le végétal durant l'hiver.	- décrire l'abscission foliaire et l'évolution des vaisseaux de sève : les interpréter comme un moyen de protection contre le gel.	
- reprise de la vie active ; - floraison.	- décrire les étapes de la reprise de l'activité de la plante au printemps à différents niveaux. - montrer que la floraison nécessite des conditions de vie favorables. **Lien** : 3.1	

TRAVAUX PRATIQUES de 1ère année associés à la partie 2

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
La souris (2 séances)	- élaborer le plan d'organisation d'un mammifère à partir de la dissection de la souris en étudiant sa morphologie, son anatomie (appareil cardio-respiratoire, appareil digestif, appareil uro-génital). - dégager la notion d'organes, d'appareils et de leurs interrelations fonctionnelles à l'échelle de l'animal. - mettre en relation les caractéristiques morpho-anatomiques de la souris avec son milieu et son mode de vie. - décrire l'organisation histologique du poumon.
Un poisson téléostéen (1 séance)	- élaborer le plan d'organisation d'un poisson osseux à partir de sa dissection en étudiant sa morphologie, son anatomie (cavité branchiale, cavité générale). - mettre en relation ses caractéristiques morpho-anatomiques avec son milieu et son mode de vie - décrire l'organisation histologique des branchies Les séances souris et poisson téléostéen sont l'occasion de dégager les caractéristiques d'un vertébré.
Le Criquet (1 séance)	- élaborer le plan d'organisation d'un insecte à partir de la dissection du criquet en étudiant sa morphologie, son anatomie (appareil digestif, appareil excréteur, appareil respiratoire) - extraire et présenter les pièces buccales. -.décrire l'organisation histologique des trachées - mettre en relation ses caractéristiques morpho-anatomiques visibles avec son milieu et son mode de vie La nomenclature des appendices se limite à leur nom.
Un crustacé décapode (Ecrevisse, Langoustine) (1 séance)	- élaborer le plan d'organisation d'un crustacé à partir de la dissection d'un décapode en étudiant sa morphologie, son anatomie (appareil digestif, appareil respiratoire, système nerveux, appareil reproducteur). - extraire et présenter les appendices - mettre en relation ses caractéristiques morpho-anatomiques avec son milieu et son mode de vie. La nomenclature des appendices se limite à leur nom. Les séances insecte et crustacé sont l'occasion de dégager les caractéristiques d'un arthropode
Morpho-anatomie des Angiospermes (4 séances)	- élaborer le plan d'organisation d'un végétal angiosperme à partir d'observations morphologiques et anatomiques. - réaliser des coupes histologiques colorées. - mettre en évidence la diversité histologique de l'appareil végétatif (structures primaire et secondaire). On étudiera à cette occasion l'organisation des surfaces spécialisées dans les échanges (racines, feuilles). Seule l'organisation anatomique d'un végétal angiosperme dicotylédone est exigible.

TRAVAUX PRATIQUES de 2nde année associés à la partie 2

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
Cœur et vaisseaux sanguins (1 séance)	- identifier les différentes cavités du cœur et comprendre la mise en circulation du sang. Repérer les vaisseaux qui arrivent et partent du cœur. - déterminer les caractéristiques microscopiques des cellules du myocarde. - caractériser les différents vaisseaux de l'organisme à l'aide de préparations microscopiques et d'électronographies. L'étude sera limitée aux artères, artérioles, veines et capillaires.

Passage de la mauvaise saison (1 séance)	- étudier les organes végétatifs et reproducteurs qui permettent le passage de la mauvaise saison et la reprise de la vie végétative (tubercules, bulbes, rhizomes, graine de haricot, caryopse de blé, fruit charnu). - mettre en évidence les réserves végétales. - montrer l'implication des organes de réserves dans la multiplication végétative.

3 - Reproduction des individus et pérennité des populations

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles	
3.1 Reproduction des animaux et végétaux		**S1**
La reproduction sexuée des organismes s'inscrit dans un cycle de développement	- décrire les cycles de développement d'un Embryophyte et d'un Métazoaire - placer les phases haploïde et diploïde sur ces deux cycles - identifier les étapes de changement de phase (méiose et fécondation) sur ces cycles - positionner les étapes de formation des gamètes (des spores et des gamétophytes), à la fois dans l'organisme et dans le cycle de développement	
Reproduction sexuée des Métazoaires Chez les animaux, les gamètes peuvent être libérés dans le milieu de vie pour une fécondation externe, ou se rencontrer dans les voies génitales femelles suite à un accouplement en une fécondation interne. La fusion des gamètes et de leurs matériels génétiques dépend de mécanismes cellulaires et moléculaires.	- montrer que les modalités de rapprochement des gamètes animaux sont liées au milieu et au mode de vie des animaux - exposer deux exemples (une espèce aquatique à vie fixée et une espèce réalisant une parade nuptiale permettant un choix de partenaire) - décrire l'organisation des gamètes mâle et femelle ainsi que les modalités cellulaires de la fécondation à partir d'un exemple (à choisir parmi un des deux exemples ci-dessus) - montrer que les gamètes sont des cellules spécialisées et complémentaires **Limite :** La gamétogenèse n'est pas au programme	
Reproduction sexuée des Embryophytes Chez les Angiospermes, la pollinisation permet le rapprochement des cellules impliquées dans une double fécondation.	- décrire l'organisation de la fleur des Angiospermes et des gamétophytes en tant que structures reproductrices (un exemple) - identifier différents types de pollinisation et les caractères des fleurs et des grains de pollen associés	
Après tri des tubes polliniques, la double fécondation conduit à l'évolution du sac embryonnaire en embryon, de l'ovule en graine et de la fleur en fruit.	- faire le lien entre les systèmes d'auto-incompatibilité et le brassage génétique lié à la reproduction sexuée **Lien** : 3.2 - exposer les modalités de la double fécondation - décrire les devenirs du sac embryonnaire fécondé, de	

        Multiplication végétative naturelle chez les Angiospermes Certains organismes peuvent réaliser une reproduction asexuée. **Allocation énergétique liée à la reproduction et occupation des milieux** La part d'énergie consacrée à la reproduction et son utilisation sont en relation avec le milieu de vie.	l'ovule et de la fleur, sans connaître les mécanismes de ces évolutions - identifier les caractéristiques des fruits en lien avec les modalités de la dissémination - montrer que les modalités de reproduction sexuée des Angiospermes sont liées à leur mode et milieu de vie **Limites :** Les détails moléculaires des systèmes d'autoincompatibilité ne sont pas attendus. - décrire quelques exemples de multiplication végétative chez les Angiospermes. - discuter l'intérêt cultural de la multiplication végétative. - à partir de quelques exemples pris chez les animaux et les végétaux, montrer que la part d'énergie disponible affectée à la reproduction et son utilisation diffèrent en fonction des caractéristiques du milieu. **Limite :** Les notions de stratégies démographiques r et K et leurs liens avec la courbe logistique seront présentés mais ne constituent pas la base de l'étude. **Liens** : Si les travaux pratiques sont l'occasion de parcourir et d'analyser diverses modalités à la lumière des concepts visés, par contre, le nombre d'exemples utilisés en cours reste limité à ce qui peut servir l'illustration de ces concepts à l'exclusion de toute description exhaustive des modalités.	
3.2 Aspects chromosomiques et génétiques de la reproduction Dans le cas de la multiplication végétative, les nouveaux organismes créés résultent exclusivement de divisions mitotiques. La sexualité modifie les génomes en brassant les allèles : la méiose contribue à la diversification des combinaisons alléliques des génomes haploïdes à partir de génomes diploïdes, si ceux-ci contiennent déjà une diversité d'allèles. En unissant des génomes haploïdes, la fécondation crée de nouvelles combinaisons alléliques diploïdes. Les populations constituent des	 **Lien** : 1.5 - relier les principaux événements cytogénétiques de la méiose avec leurs conséquences sur le brassage allélique. - argumenter les processus de brassage génétique en s'appuyant sur le principe de quelques croisements simples mais différant par deux couples d'allèles pris chez les organismes haploïdes et/ou diploïdes - évaluer en ordre de grandeur la diversification potentielle à partir de données (fréquences de mutation, nombre de chromosomes, etc.) ; - relier cette diversité aux processus de reproduction sexuée et en particulier, comparer auto- et allogamie (mécanismes et conséquences) ; on se limite à des exemples d'Angiospermes. **Lien** : 3.1 **Limite :** ni la nomenclature des différentes étapes de la prophase 1 de méiose ni les mécanismes moléculaires de la recombinaison homologue de la méiose ne sont au programme.	**S1**

réservoirs d'allèles. La répartition de ces allèles au sein des réservoirs évolue au cours du temps, en particulier sous l'influence de facteurs internes dépendant des systèmes de reproduction ou externes.	- exploiter des données quantifiant le polymorphisme. - présenter, discuter, exploiter le modèle de Hardy-Weinberg ; - exposer des exemples de populations différant par le taux d'autogamie. **Lien** : 5.1	
3.3 Développement embryonnaire des animaux **3.3.1 Développement embryonnaire et acquisition du plan d'organisation** Le développement embryonnaire animal se déroule suivant plusieurs étapes continues (segmentation, gastrulation, organogenèse) et permet la mise en place d'un plan d'organisation (larvaire ou juvénile). Dans ses grands traits, cette succession est commune, en particulier chez les vertébrés. Différents mécanismes cellulaires interviennent qui permettent d'expliquer la multiplication des cellules (mitoses), la mobilité des cellules et des ensembles de cellules. L'organogenèse repose sur la différenciation des tissus et des cellules. **3.3.2 Contrôle du développement embryonnaire** Des cellules issues par mitose du zygote, donc avec un même génome, se différencient progressivement en fonction de leur position, ce qui aboutit à la formation de territoires, d'organes, de tissus spécialisés occupant une place spécifique dans le plan d'organisation. Cette évolution est contrôlée dans l'espace et dans le temps par des échanges d'informations reposant sur des communications inter et intracellulaires. Des cascades d'induction spécifient et modulent progressivement la différenciation des cellules et des territoires, modifient les caractéristiques de leurs réponses aux signaux (compétence) et spécifient de proche en proche leur	L'étude du développement s'effectue sur des organismes modèles. Les étapes du développement sont étudiées sur un amphibien en se limitant au développement embryonnaire. L'étude du contrôle peut se référer à d'autres modèles. - décrire les étapes du développement embryonnaire d'un amphibien pour argumenter la mise en place progressive du plan d'organisation (acquisition du caractère pluricellulaire, symétrie et polarité, feuillets…) jusqu'au stade bourgeon caudal ; *Aucune mémorisation d'exemples complémentaires n'est exigée.* - lier les grands types de phénomènes constatés aux mécanismes qui les permettent (divisions cellulaires, adhérence intercellulaire, intervention du cytosquelette…) ; - présenter un exemple de différenciation cellulaire, ainsi que les évènements génétiques associés (exemple préconisé : la différenciation du myocyte squelettique) ; - transposer le modèle établi à d'autres cas de différenciation cellulaire à partir de documents ; **Limite** : un exemple pour chaque grand mécanisme. **Liens** : 1.1, 1.2, 1.5 - exploiter des données permettant d'établir un système de régulation, le principe des méthodes étant fourni (Knock-out de gènes, utilisation de gènes rapporteurs, hybridations in situ…) ; - présenter un exemple d'induction embryonnaire en s'appuyant sur un nombre limité de résultats expérimentaux ; - identifier et définir les cellules inductrices et compétentes ; - expliquer la relation entre induction, compétence et jeu du ou des signaux inducteurs ; - définir et présenter les gènes de développement à partir de l'exemple des gènes homéotiques ; - plus globalement, présenter un modèle de lien entre les phénomènes (induction, compétences), les signaux en jeu et l'évolution progressive des cellules au cours du développement embryonnaire ; **Lien** : 2.3	**S3**

devenir. In fine, ces systèmes d'information interagissent avec des réseaux de gènes, conservés dans l'évolution, dont l'expression est contrôlée par des facteurs de transcription et qui orchestrent le développement embryonnaire. Dans les grandes lignes, ces modèles d'interaction se retrouvent, non seulement chez tous les animaux, mais aussi chez les plantes.	**Lien** : 3.4.	
3.4 Morphogenèse et plasticité phénotypique du développement des plantes Angiospermes **3.4.1. Mécanismes fondamentaux du développement post-embryonnaire des Angiospermes** L'activité des méristèmes primaires au niveau des apex met en place la structure primaire de l'axe racine/tige feuillée. L'organogenèse et la croissance en longueur se déroulent tout au long de la vie de la plante. L'activité des méristèmes secondaires met en place les tissus secondaires. La mise en place de méristèmes latéraux permet l'extension des surfaces d'échanges de la plante avec son milieu. La phyllotaxie, le mode de croissance et de ramification sont des processus responsables du port du végétal. L'auxèse ou grandissement cellulaire repose sur des modifications pariétales, des flux hydriques et une néosynthèse de composants	Ce paragraphe se fonde sur les études morphologique et anatomique des plantes angiospermes en travaux pratiques. Il s'agit d'exposer les mécanismes fondamentaux du développement : mérèse, auxèse et différenciation. L'objectif de ce paragraphe est de montrer que la morphogenèse chez les végétaux est liée à l'environnement et qu'elle est une réponse aux caractéristiques du milieu dans le cadre de la vie fixée. **Lien** : travaux pratiques - établir, à l'aide d'observations morphologiques, le développement itératif et indéfini de l'axe caulinaire ; - mettre en évidence l'existence de plusieurs processus cellulaires (mérèse, auxèse, différenciation) dans le développement des axes primaires d'une plante angiosperme ; - présenter l'organisation et le fonctionnement du méristème apical caulinaire en relation avec les organes et les tissus générés. - mettre en relation le maintien d'un réservoir de cellules au sein du méristème et le développement indéfini. **Limite** : Le contrôle génétique du méristème apical caulinaire n'est pas exigible. - montrer que le fonctionnement du cambium permet la production tridimensionnelle de tissus libéro-ligneux à l'origine de la croissance en épaisseur. - mettre en relation phyllotaxie et captation d'énergie lumineuse **Lien** : 2.4.1 - comparer le port d'un arbre et d'un buisson et caractériser les processus impliqués - établir, à l'aide de résultats expérimentaux, les principaux processus cellulaires de l'auxèse ; **Lien** : 1.2 - montrer les rôles à court et long terme de l'auxine	**S4**

matriciels. L'auxèse est sous le contrôle d'une phytohormone, l'auxine. La différenciation cellulaire correspond à la spécialisation structurale et fonctionnelle des cellules. **3.4.2. Influence des facteurs environnementaux sur le développement post-embryonnaire** Les variations morphologiques, anatomiques et physiologiques des organes d'une même espèce sont sous la dépendance des conditions du milieu au cours de leur développement. Le phototropisme est une croissance orientée liée à une auxèse différentielle. La lumière, facteur externe, induit une répartition différentielle de l'auxine. Les modalités cellulaires et moléculaires du développement ainsi que l'influence des facteurs du milieu se retrouvent dans le développement de l'appareil racinaire.	dans les mécanismes d'auxèse. **Limites** : Les expériences historiques de découverte de l'auxine ne sont pas exigibles. Les modalités du transport de l'auxine ne sont pas traitées. - présenter les étapes et les mécanismes de la différenciation d'un vaisseau de xylème ; - montrer que les modifications de la paroi sont un élément majeur de la différenciation des cellules chez les angiospermes. - montrer que le développement indéfini des végétaux permet une plasticité morpho-anatomique en relation avec l'environnement - distinguer, à partir de l'analyse d'exemples, accommodation, adaptation et convergence morphologique. - établir que la production des tissus conducteurs secondaires par le cambium est liée aux variations saisonnières. - montrer que les variations du milieu influencent la relation anatomie/physiologie au sein d'une feuille (exemples : feuille d'ombre et de lumière, index stomatique). - mettre en évidence, avec des données expérimentales, le rôle de l'auxine dans le phototropisme caulinaire et ses mécanismes ; - présenter un modèle d'interactions cellulaires et moléculaires expliquant la courbure phototropique. **Limites** : Concernant l'appareil racinaire, aucune connaissance concernant son développement n'est exigible. Il s'agit d'être capable de transférer les raisonnements et les concepts développés pour la tige feuillée par l'analyse d'informations fournies.	

TRAVAUX PRATIQUES de 1ère année associés à la partie 3

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
Gamétogenèse et fécondation animales (1 séance)	- mettre en évidence, à l'aide d'observations microscopiques, la spécialisation des gamètes et les étapes de leur différenciation - analyser des données expérimentales pour montrer la spécificité de reconnaissance des gamètes et les remaniements de l'ovocyte

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
Reproduction des Angiospermes (3 séances)	- observer et représenter de façon conventionnelle l'organisation de la fleur - mettre en lien la diversité florale avec le mode de pollinisation - mettre en évidence les transformations des différentes pièces florales après la fécondation. Etablir la correspondance carpelle-fruit et ovule-graine - mettre en lien la diversité des fruits et graine avec leur mode de dissémination (la typologie des graines et des fruits, tout comme les différents modes de déhiscence ne sont pas exigés)
Méiose et brassage génétique (1 séance)	- mettre en relation les différentes phases de la méiose avec les brassages inter et intrachromosomiques à partir d'observations microscopiques photonique et électronique de cellules animale et végétale - comprendre la diversité allélique générée par la reproduction sexuée à travers l'étude de croisements haploïdes et/ou diploïdes - loi de Hardy-Weinberg (pour deux allèles) et discussion de son champ de validité (migration, mutation, sélection, dérive et choix d'appariement)
Allocation énergétique de la reproduction (1 séance)	- établir le lien à partir d'analyse de documents entre stratégies reproductives des organismes et environnement - comprendre et interpréter le modèle logistique

TRAVAUX PRATIQUES de 2nde année associés à la partie 3

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
Développement embryonnaire d'un amphibien (1 séance)	- identifier les différents stades du développement embryonnaire d'un amphibien à partir d'échantillons (embryons *in toto*, lames minces) et de clichés (microscopie optique, microscopie électronique)

4 - Biologie des écosystèmes

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles	
4.1 Les populations et leur dynamique Les organismes d'une même espèce forment une population dont l'effectif et la structure peuvent présenter des variations au cours du temps	- analyser des variations d'effectifs de populations sous l'effet de facteurs indépendants de la densité (facteurs du biotope) et de facteurs dépendants de la densité (interactions trophiques et compétitions). - identifier les principaux paramètres démographiques (natalité, mortalité, sex ratio, fécondité, taux d'accroissement r), les présenter comme résultant de l'ensemble des histoires de vie individuelles au sein de la population.	**S3**
Des modèles fournissent des archétypes qui sont des clés d'analyse du réel.	- présenter des modèles mathématiques (modèle de croissance logistique, équations de Lotka-Volterra) : les paramètres pris en compte, l'allure de la modélisation	

	graphique, leurs limites et intérêts. **Liens** : 3.1, travaux pratiques	
4.2 Les écosystèmes, leur structure et leur fonctionnement L'ensemble des populations (la biocénose) forme avec le biotope les éléments de l'écosystème. La distribution spatiale de ces éléments détermine en partie la structure des écosystèmes. Au sein de l'écosystème, les populations entretiennent entre elles des relations variées qui affectent notamment le fonctionnement des organismes et la structure de leurs populations. Les conditions biotiques et abiotiques constituent la niche écologique. L'occupation de l'écosystème par une population est restreinte par la compétition interspécifique. La biocénose d'un écosystème dissipe l'énergie initialement captée et transformée par les organismes autotrophes. Parallèlement à ce flux d'énergie de la matière est échangée et transformée. Les écosystèmes sont des systèmes dynamiques.	On pourra s'appuyer sur l'exemple d'une pâture de bovin gérée par l'homme comme exemple d'agrosystème. - montrer l'existence d'une structuration spatiale (distribution des espèces, strates, notion d'espèce architecte) ; - prendre en compte l'existence d'un sol dans cet écosystème, avec notamment sa fraction microbienne ; - identifier et définir les relations trophiques interspécifiques : mutualisme, parasitisme, prédation, herbivorie. - prendre en compte que leur définition s'appuie sur une nécessaire quantification des coûts / bénéfices pour les partenaires de la relation - identifier et définir des relations de compétitions interspécifiques pour les ressources (spatiales ou trophiques). **Lien** : travaux pratiques - analyser des situations mettant en évidence la notion de niche écologie potentielle et niche écologique réalisée. - construire un réseau trophique en identifiant les niveaux trophiques (notion discutée autour d'exemple d'espèces polyphages). - montrer que chaque espèce prélève dans son environnement des substances (de nature différente selon s'il s'agit de producteurs, consommateurs ou décomposeurs) et en rejette d'autres (notion de flux), et crée de la biomasse (notion de production et de productivité), en se limitant à un végétal et un animal (la vache) ; - mettre en évidence les pertes énergétiques d'un niveau trophique à l'autre au travers de la construction d'une pyramide de productivité. Expliquer la nature de ces pertes (notamment la notion de minéralisation au travers des réactions du catabolisme). - présenter les différences entre agrosystème/écosystème (structure, flux d'énergie, temps de résidence de la matière). **Liens** : 2.1, 2.2, 2.4, 6.1, 6.3, classe de terrain **Lien Biotechnologies** : 1.3 - analyser l'évolution d'un écosystème après une perturbation et montrer qu'il tend à évoluer vers un état stable (caractérisé notamment pas une forte proportion de populations présentant des stratégies	**S3**

	démographiques de type K). - identifier des perturbations d'origine naturelle et anthropique et discuter de leur caractère réversible (prise en compte la durée des phénomènes). **Liens** : 3.1, 5.1, 6.3, travaux pratiques	

TRAVAUX PRATIQUES de 2nde année associés à la partie 4

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
Relations trophiques dans un écosystème (2 séances)	- établir les liens trophiques entre différentes espèces à partir d'un écosystème. - montrer les caractéristiques d'une symbiose à partir d'un exemple. - montrer les caractéristiques d'un système hôte/parasite à partir d'un exemple. On étudiera à cette occasion les adaptations à différentes échelles affectant les partenaires de l'association. - établir le lien entre pièces buccales et régime alimentaire à partir de l'exemple des Insectes.
Les mycètes dans les écosystèmes (1 séance)	- caractériser les mycètes à travers des études macroscopiques et microscopiques (thalles variés, reproduction par spores), moléculaires (nature de la paroi, glycogène...) et trophiques. - identifier les interactions entre mycètes et écosystème (symbiose : lichen et mycorhize, saprophytisme, parasitisme, mise en relation trophique des peuplements d'embryophyte au sein des forêts …) Cette étude est aussi l'occasion de discuter du caractère variable des relations inter-spécifiques (mycète/orchidée....)

5 - Biologie évolutive

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles	
5.1 Mécanismes de l'évolution	La diversité du vivant, constatée dans plusieurs parties du programme, varie au cours du temps et est le résultat d'une histoire passée : c'est l'évolution. Il s'agit ici de dégager les principaux mécanismes d'évolution en montrant le devenir de la diversité génétique et du flux de gènes interindividuel décrits dans les paragraphes précédents. Les processus produisant la diversité ayant déjà été abordés, on analyse ici les mécanismes de maintien ou de réduction de la diversité produite, soit par des tris sélectifs, soit par des processus aléatoires. Les études réalisées, notamment basées sur l'évolution expérimentale, permettent d'argumenter le fait que l'évolution ne peut pas être présentée en termes de « progrès », qu'elle peut être « simplificatrice », qu'elle n'a ni direction, ni but. De même, tous les organismes évoluent : en ce sens, il n'y a ni fossile vivant, ni organisme primitif, ni pérennité de l'espèce.	**S4**
Les mutations sont des modifications de séquence transmissibles à la descendance.	- montrer le lien entre altération de la séquence et apparition d'une mutation en cas d'absence de réparation - montrer la diversité des mutations et leurs	

	conséquences aux différentes échelles. **Liens** : 1.5, 1.3.2	
Les mécanismes de l'évolution peuvent être approchés par l'évolution expérimentale.	- montrer le caractère aléatoire des mutations (expérience de Luria & Delbrück) ; - définir les notions de sélection et d'adaptation (mélanisme de la Phalène du bouleau*)* et de dérive (expérience de Buri).	
La sélection est un processus de reproduction différentielle, où la valeur sélective (« *fitness* ») se mesure au nombre de descendants produits. Elle exerce un tri orienté de la diversité génétique, mais peut aussi entretenir un polymorphisme.	- montrer que la valeur sélective d'un trait génétique dépend de l'environnement - différencier les notions de sélection directionnelle (cas de la Phalène du Bouleau) et de sélection balancée (cas des proportions de mâles et de femelles). **Liens**: cette partie doit s'appuyer sur les notions de compétition vue au 4.2 et de brassage vu au 3.2 producteur de diversité génétique.	
La dérive exerce un tri aléatoire dépendant de la taille des populations, et est la seule à agir sur les traits neutres.	- expliquer l'action de la dérive sur les traits neutres et sélectionnés - définir l'effectif efficace. **Limite** : aucun calcul n'est requis. - présenter deux exemples de dérive, à deux échelles d'étude : - dérive génétique au sein d'une population : cas de l'effet fondateur sur les fréquences alléliques ; - perte de diversité des Dinosaures lors de la crise KT remplacés par des Mammifères dans des niches écologiques comparables (constat à réaliser sur la niche des grands herbivores) - dérive phylogénétique. **Lien** : 4.1	
Chez les eucaryotes, les isolements génétiques liés à la reproduction sexués permettent de définir des espèces biologiques. Néanmoins, les transferts horizontaux et les hybridations sont des limites à ces isolements. Les espèces ne sont pas pérennes.	- manipuler deux exemples de spéciation (un exemple sympatrique, cf. les *Spartina* européennes et un exemple allopatrique) ; - discuter, pour les Eucaryotes, la notion d'hybridation dans le contexte de l'espèce biologique. - discuter la notion d'espèce chez les procaryotes en lien avec les transferts génétiques horizontaux ; - présenter la notion d'évolution réticulée (à l'aide des deux points précédents : hybridation et transferts horizontaux).	
D'autres définitions de l'espèce sont utilisées.	- présenter les différents critères susceptibles de définir l'espèce (phénotypique, écologique, phylogénétique)	
5.2 Systématique et relation de parenté	La diversité des plans d'organisation constatée à travers les travaux pratiques et les cours est mise en perspective par la présentation des méthodes de classification. **Lien** : Travaux pratiques de la partie 2	**S2**
Les êtres vivants présentent des similitudes qui peuvent être	- expliciter la différence entre reconnaître, déterminer et classer.	

interprétées comme un héritage provenant d'un ancêtre commun. Différentes méthodes sont utilisées pour établir des liens de parenté. La méthode cladistique, qui utilise des caractères homologues, fonde la classification phylogénétique.	 - présenter la notion de caractères (caractères morphologique, tissulaire et moléculaire) - présenter les notions d'homologie primaires et secondaires et discuter de leur prise en compte dans la classification - discuter des limites d'une classification phénétique. - présenter succinctement et commenter l'arbre phylogénétique des Eucaryotes, - à partir d'exemples choisis dans cet arbre présenter la notion de groupes paraphylétique et polyphylétique - identifier quelques synapomorphies des clades vus au travers des travaux pratiques (Vertébrés / Mammifères / Téléostéens, Arthropodes / Crustacés/ Insectes, Embryophytes / Angiospermes) **Liens :** D'autres clades seront vus au travers d'une approche phylogénétique en travaux pratiques au cours de la deuxième année.	

TRAVAUX PRATIQUES de 1ère année associés à la partie 5

Séance	**Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles**
Diversité des animaux (1 séance)	- comparer les plans d'organisation - construire un arbre phylogénétique

TRAVAUX PRATIQUES de 2nde année associés à la partie 5

Séance	**Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles**
Evolution (1 séance)	- identifier des mécanismes évolutifs à partir de l'analyse de documents (dérive génétique, sélection-adaptation, isolement reproductif,…)
Biodiversité des organismes photosynthétiques (2 séances)	- comparer l'organisation d'une algue verte et d'un Embryophyte à l'échelle macroscopique. - construire une classification simple à partir de comparaisons morpho-anatomiques et biologiques (Bryophytes, Filicophytes, Gymnospermes et Angiospermes) par une méthode cladistique. - savoir replacer un Embryophyte dans cette classification. - établir la diversité globale et discuter du polyphylétisme de l'ensemble des organismes photosynthétiques
Biodiversité des Angiospermes (2 séances)	- mettre en évidence le plan d'organisation d'une fleur et ses particularités à l'aide d'une dissection florale. - connaître les critères de reconnaissance de quelques familles d'Angiospermes (Brassicacées, Renonculacées, Fabacées, Lamiacées, Poacées) - utiliser une clé de détermination du genre ou de l'espèce quelle que soit la famille d'Angiosperme

6. Géodynamique externe

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles	
6.1 Altération des roches, érosion, formation et destruction des sols Les matériaux en surface sont soumis à de multiples processus d'altération qui engendrent des formations résiduelles, et d'érosion avec en particulier l'entrainement de produits par les eaux. L'altération d'une roche mère est à l'origine de la formation d'un sol. L'altération chimique transforme la composition initiale de la roche mère par la mise en solution ou la précipitation d'éléments. Ces réactions s'accompagnent de l'apparition de nouveaux assemblages minéralogiques. L'altération mécanique facilite le morcellement du matériau initial et l'érosion permet le départ en suspension de certains de ses éléments. L'altération atmosphérique des silicates consomme du CO_2. Le sol est une interface fragile. Un sol résulte d'une longue interaction entre roches et biosphère : sa formation lente contraste avec la rapidité des phénomènes qui peuvent conduire à sa disparition (dégradation anthropique, érosion). Le sol est un réservoir de carbone organique.	A partir de l'étude du granite et de roches carbonatées identifier et caractériser deux modes d'altération chimique : - l'hydrolyse qui aboutit à la formation de minéraux argileux et - la dissolution **Lien** : Travaux Pratiques - relier l'ensemble de ces processus au départ d'éléments en suspension ou en solution et à la persistance d'éléments résiduels et les processus de formation de sols. - montrer l'importance de l'eau et des êtres vivants dans les processus d'altération, d'érosion et/ou de pédogenèse. **Liens** : 2.4, 4. - souligner l'inégale répartition des sols en lien avec le climat. **Lien** : 6.3 - déterminer la nature, évaluer la quantité, expliquer l'origine du carbone organique présent dans les sols afin de définir le sol comme un réservoir de carbone. **Liens** : Travaux pratiques, 6.3 **Limite** : L'étude porte sur l'altération d'un granite et d'un calcaire sans aborder les phénomènes géologiques qui mettent ces roches à l'affleurement. Une étude exhaustive de la diversité des sols en relation avec la nature de la roche mère n'est pas envisageable.	**S2**
6.2 Sédimentation et ressources géologiques Les éléments en suspension ou en solution sont transportés jusqu'à des zones de dépôts.	- identifier différents vecteurs de transport (eau, vent) - décrire la relation existant entre vitesse du courant, taille des particules et les processus transport/dépôt/érosion (diagramme de Hjulström). - caractériser des aires de sédimentation actuelles en domaines continental et océanique. **Lien** : Classe de terrain **Limite** : la géométrie des corps sédimentaires et les	**S3**

	variations de l'espace disponible par eustatisme et tectonique ne sont pas abordées.	
Le dépôt des particules en suspension est à l'origine de roches détritiques. Les ions en solution sont à l'origine des roches sédimentaires d'origine biochimique ou chimique. La matière organique peut être conservée et transformée en roches carbonées. La répartition des sédiments actuels à l'échelle mondiale est liée à différents paramètres (latitude, profondeur océanique, diversité des êtres vivants…). Le processus sédimentaire induit le tri mécanique et/ou géochimique d'éléments. Ceux-ci peuvent être concentrés et constituer des ressources.	- établir pour la lignée détritique la relation existant entre granulométrie, apport sédimentaire, énergie du milieu et répartition de dépôts. **Lien** : travaux pratiques - décrire la mise en place d'une roche carbonatée. La diagenèse est seulement mentionnée. - souligner le rôle de la vie dans les phénomènes de bioprécipitation. - discuter l'effet de différents facteurs (température, pH, êtres vivants, profondeur, teneur en CO_2 atmosphérique) sur l'équilibre de précipitation / dissolution des carbonates. - établir les conditions nécessaires à l'apparition d'un gisement de carbone, charbon ou hydrocarbures (accumulation rapide, anoxie, enfouissement, diagenèse). - décrire et interpréter la répartition des sédiments actuels à l'aide d'un planisphère. - présenter la ressource comme un gisement exploitable et économiquement rentable. - montrer la diversité des ressources et l'inégalité des disponibilités locales - distinguer les problématiques (prospection, extraction, transport coût…) associées à une ressource locale abondante et à une ressource plus rare, nécessairement importée. **Lien** : travaux pratiques, classe de terrain **Limite** : les exemples seront limités aux roches décrites dans le chapitre	
6.3 Le cycle du carbone sur Terre : des transferts entre atmosphère, hydrosphère, biosphère et lithosphère Le carbone existe sous différentes formes, réparties dans les différentes enveloppes terrestres. Des transferts de carbone plus ou moins rapides s'établissent entre les différents réservoirs. Les principaux transferts reposent sur des réactions chimiques et des changements d'état (dissolution, dégazage). La modification quantitative d'un flux	- identifier les différentes formes et les réservoirs de carbone minéral et organique. **Limite** : Seule l'importance relative des différents réservoirs est exigible. - associer les réactions chimiques avec les transferts entre réservoirs - montrer l'importance des êtres vivants, en particulier les micro-organismes et la diversité des types trophiques observés dans la biosphère. **Lien** : 6.1, travaux pratique **Lien Biotechnologies** : 3.1 - comparer les temps de résidence afin d'identifier des cycles à différentes échelles de temps. - envisager les conséquences d'un déplacement	**S3**

déplace les équilibres entre les différents réservoirs. La cinétique de transfert est modérée par des systèmes tampons. Les activités humaines modifient actuellement les flux.	d'équilibre entre deux réservoirs : il s'agit de montrer ici qu'on a affaire à un système complexe. Il n'est pas demandé une liste exhaustive des interactions entre réservoirs. - présenter un mécanisme de rétroaction. - montrer le rôle central de l'océan. - quantifier les flux de libération anthropique de CO_2 dans l'atmosphère. - discuter les limites des systèmes tampons dans le cas des perturbations anthropiques.	
6.4 Variations climatiques et réservoir de carbone atmosphérique L'analyse d'archives géologiques et géochimiques permet de montrer des variations passées du climat. Les variations de la teneur en CO_2 et CH_4 et la température sont interdépendantes et mettent en jeu des processus diversifiés : effet de serre, dégazage de l'océan… La modélisation de ces différentes interactions permet d'appréhender l'évolution du climat en intégrant les perturbations anthropiques.	Ce chapitre permet de montrer le lien entre le réservoir de carbone atmosphérique et le climat. L'étude des variations climatiques passées sert de base pour aborder les changements climatiques futurs. - présenter des archives géologiques témoins des climats passés : dépôts glaciaires et témoins paléontologiques. - mettre en relation la composition isotopique en ^{18}O des glaces des inlandsis et les périodes glaciaires et inter-glaciaires. **Limite** : enregistrements du climat limités au dernier million d'années. - observer la rythmicité des périodes glaciaires et interglaciaires et la relier aux paramètres orbitaux de la Terre, **Limite** : la connaissance exhaustive des paramètres orbitaux n'est pas exigible. - mettre en relation les paléotempératures et la teneur en CO_2 et CH_4 atmosphérique. - identifier l'effet modérateur et/ou amplificateur de l'albédo et de l'effet de serre. - expliciter les difficultés à modéliser et prédire l'évolution climatique. - évoquer des conséquences probables du réchauffement climatique.	**S3**

TRAVAUX PRATIQUES de 1ère année associés à la partie 6

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
Classe de terrain	*Le travail effectué sur le terrain permet d'établir le lien entre les objets réels et les différentes représentations utilisées en salle, dont en particulier les cartes. Il permet aussi d'ouvrir sur la biologie (via l'analyse et la représentation du paysage en particulier) et sur les problématiques étudiées en géographie.* - se localiser dans le paysage et le contexte géologique - mettre en relation sol, végétation et roche mère - rendre compte sous différentes formes (photographies, croquis, textes…)
Sol (1 séance)	- mettre en évidence la composante minérale et organique du sol. - rendre compte de la biodiversité du sol - mesurer les caractéristiques physico-chimiques (porosité, perméabilité, pH)

Roches magmatiques (1 séance)	- relier les structures des roches magmatiques et leurs mises en place. - reconnaître à l'échelle macroscopique les minéraux caractéristiques du granite. - observer les différences d'altérabilité des minéraux à partir de l'observation d'un granite sain et d'un granite altéré. - établir un lien entre composition chimique et altérabilité.

TRAVAUX PRATIQUES de 2nde année associés à la partie 6

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
Classe de terrain	*Le travail effectué sur le terrain permet d'établir le lien entre les objets réels et les différentes représentations utilisées en salle, dont en particulier les cartes. Il est l'occasion d'étudier une ressource locale de sa formation à son exploitation.* - identifier, décrire et interpréter des objets géologiques à différentes échelles. - mettre en relation paysage, affleurement et carte - reconstituer et représenter les objets dans les trois dimensions de l'espace. - rendre compte des informations recueillies sous différentes formes (photographies, texte, croquis…).
Roches sédimentaires (1 séance)	- relier nature de la roche et son origine (biogénique, détritique, chimique) à travers les exemples suivants : roches carbonatées avec ou sans macrofossile, grès, argilites, conglomérats, bauxite, halite, gypse, houille. - interpréter un log sédimentaire en termes de variations de conditions de dépôt. - calculer un taux de sédimentation.
Cartographie (3 séances)	- connaître les méthodes de conception de la carte géologique - présenter et exploiter les principaux caractères de l'échelle chronostratigraphique à partir de la lecture des légendes des cartes. - identifier grâce à la légende les principales formations géologiques afin de localiser les ressources géologiques présentes actuelles et/ou passées et/ou futures - identifier l'organisation spatiale et temporelle des formations sédimentaires à travers des structures simples (plis, failles, discordances, structures tabulaires) en réalisant des schémas structuraux - reconstituer une chronologie des événements sédimentaires et tectoniques en utilisant la carte et des coupes géologiques fournies. - confronter carte géologique et représentations numériques - retrouver des indices des variations climatiques du dernier million d'années. Les cartes choisies seront la carte géologique de la France au 1/1 000 000 et des cartes au 1/50 000.

PROGRAMME de BIOTECHNOLOGIES

Les différentes parties de ce programme sont traitées sur les quatre semestres

En première année sont traités :

- au premier semestre, les parties 1.1 (111 112 113), 1.2, 3.2. (321 322)
- au second semestre, les parties 2.1 (211 2121 2123), 3.1 (311 312), 3.2 (321), 4.1, 4.3(431).

En seconde année sont traités :

- au premier semestre, les parties 1.1 (114), 2.1 (2122 2124 213), 2.2, 3.1 (313), 3.2 (323), 4.2
- au second semestre, les parties 3.2 (321), 4.3 (432 433 434)

1 - Biochimie des protéines et leur purification

(Cours + 12 séances de TP-TD)

L'étude des protéines illustre l'importance de leur structure tridimensionnelle dans les fonctions qu'elles exercent, ainsi que dans la modulation de celles-ci selon l'environnement auquel elles sont soumises.
Les biotechnologies utilisent des protéines qui devront préalablement être extraites, purifiées, caractérisées et quantifiées.
Différentes méthodes sont proposées ici et le lien entre l'objectif de la démarche et le principe de la méthode utilisée est constamment précisé.
Enfin les conditions de réalisation des techniques sont mises en relation avec le cahier des charges de l'expérimentation.

Thématiques	**Compétences, limites et commentaires**	
1.1. Les protéines : de la structure à la fonction		
1.1.1. Acides aminés La structure et les propriétés des acides aminés sont le fondement des méthodes utilisées pour leur séparation, leur identification et leur dosage.	Ce qui est attendu Représenter la structure générique d'un acide α aminé. Classer les acides aminés selon leur polarité, leurs propriétés d'ionisation sur la base de formules semi-développées. Utiliser les propriétés physiques et chimiques pour expliquer la séparation et le dosage des acides aminés. Commentaires La stéréoisomérie et les représentations d'un acide α aminé sont étudiées en physique-chimie. Les groupements chimiques ionisés, polaires et apolaires ainsi que leurs interactions sont étudiés en physique-chimie. Le dosage pH-métrique est étudié en physique-chimie.	S1
1.1.2. Structure primaire La liaison peptidique se crée entre un 1- carboxyle et un groupement alphaaminé	Ce qui est attendu Présenter la géométrie de la liaison peptidique et les propriétés associées. Commentaires L'utilisation de la résonance magnétique nucléaire n'est pas à traiter. L'effet mésomère est étudié en physique-chimie.	S1

1.1.3. Structure tridimensionnelle Les différents niveaux de structure (secondaire, tertiaire et quaternaire) des protéines sont déterminés par les propriétés des chaînes latérales des résidus d'acides aminés. Il existe des conditions physico-chimiques qui provoquent la dénaturation des protéines.	Ce qui est attendu Mettre en relation les propriétés des chaînes latérales des acides aminés et la structure tridimensionnelle des protéines. Caractériser les différents niveaux de structure en lien avec les liaisons stabilisatrices. Repérer des motifs et domaines fonctionnels au sein d'une architecture moléculaire. Enoncer le mode d'action de quelques agents dénaturants. Commentaire Les interactions faibles stabilisatrices sont étudiées en physique-chimie.	S1
1.1.4. Interactions protéine-ligand La structure tridimensionnelle des protéines et son ajustement induit par la liaison au ligand conditionnent leurs propriétés biologiques. L'équation de Scatchard permet de calculer la constante d'association entre un site récepteur et un ligand, ainsi que le nombre de sites récepteur par protéine.	Ce qui est attendu Relier l'affinité et la stéréospécificité. Démontrer la relation de Scatchard. Déterminer la constante d'association et le nombre de sites récepteur par protéine à partir de données expérimentales. Commentaires La notion de constante d'équilibre est étudiée en physique-chimie. Seul le cas de l'interaction non coopérative est traité.	S3
1.2. Méthodes d'étude des protéines: de la purification à la caractérisation		
1.2.1. Méthodes d'extraction La méthode d'extraction est adaptée au matériel biologique de départ.	Ce qui est attendu Choisir une technique d'extraction en fonction du cahier des charges. Commentaire Le principe de l'ultracentrifugation n'est pas à connaître.	S1
1.2.2. Méthodes de purification La structure et les propriétés des protéines sont le fondement des méthodes utilisées pour leur purification.	Ce qui est attendu Utiliser les propriétés des protéines pour expliquer les principes des méthodes de purification. Justifier le choix d'une méthode en fonction du cahier des charges. Mettre en œuvre expérimentalement une méthode de purification. Commentaires Les principes des méthodes suivantes sont à connaître : - précipitations sélectives, - chromatographie d'exclusion-diffusion, - chromatographie d'échange d'ions, - chromatographie d'affinité, - chromatographie de chélation, - chromatographie d'interactions hydrophobes, - ultrafiltration et dialyse. Les groupements chimiques ionisés, polaires et apolaires ainsi que leurs interactions sont étudiés en physique-chimie.	S1
1.2.3. Suivi de purification Les aspects qualitatifs (contrôle de pureté) et quantitatifs sont des approches complémentaires pour	Ce qui est attendu Justifier le choix d'une méthode en fonction du cahier des charges. Exploiter des résultats expérimentaux qualitatifs permettant de conclure sur la pureté.	S1

suivre une purification.	Exploiter des données quantitatives de purification : calculs de rendement et d'enrichissement. Mettre en œuvre expérimentalement une méthode de suivi de purification. Commentaires Les principes des méthodes suivantes sont à connaître : - SDS-PAGE, - focalisation isoélectrique, - western blot. Les calculs de rendement et d'enrichissement sont en lien avec le cours d'enzymologie (partie 21). La force de Coulomb est étudiée en physique-chimie. L'électrophorèse bidimensionnelle sera traitée en coordination avec les sciences de la vie et de la Terre. L'électrophorèse capillaire permettra de montrer l'adaptation d'un principe à l'évolution des techniques.	
1.2.4. Dosage par absorptiométrie moléculaire Le choix d'une méthode de dosage des protéines par absorptiométrie moléculaire repose sur son principe et ses qualités.	Ce qui est attendu Justifier le choix d'une méthode en fonction du cahier des charges. Mettre en œuvre expérimentalement une méthode de dosage des protéines. Commentaires Les critères suivants sont à connaître : sensibilité, seuil de détection, spécificité, zone de linéarité, interférences, choix de la protéine de référence. Les principes des méthodes de dosage ne sont pas à connaître. L'absorptiométrie moléculaire est étudiée en physique-chimie	S1

2- Enzymologie et génie enzymatique

L'étude des enzymes vise à souligner la spécificité de réaction et de substrat de ces biocatalyseurs.
L'étude des cinétiques enzymatiques, la détermination des paramètres associés permettent de caractériser les mécanismes réactionnels, de mesurer les activités des enzymes et de mettre au point des dosages enzymatiques.
L'importance des effecteurs modulant l'activité enzymatique et les différents niveaux de régulation de celle-ci sont abordés afin d'illustrer la diversité des adaptations des métabolismes.
Les biotechnologies utilisent les enzymes dans diverses méthodes qui sont ici présentées et mises en relation avec le cahier des charges de l'expérimentation.

(Cours + 14 séances de TP-TD)

Thématiques	**Compétences, limites et commentaires**	
2.1. Catalyse et cinétique enzymatique		
2.1.1. Catalyse enzymatique Les catalyseurs biologiques sont spécifiques et plus efficaces que les catalyseurs chimiques. La spécificité de réaction est à la base de la classification des enzymes.	Ce qui est attendu Comparer les propriétés des catalyseurs biologiques et chimiques. Expliquer la catalyse enzymatique dans ses aspects structuraux et énergétiques. Identifier la classe de l'enzyme en fonction de la réaction qu'elle catalyse.	S2

	Commentaires Les mécanismes réactionnels classiques de chimie organique sont étudiés en physique-chimie. La catalyse chimique est étudiée en physique-chimie. Un lien est fait avec la catalyse enzymatique lors de l'étude des diagrammes « énergie potentielle=f(degré d'avancement de la réaction)»	
2.1.2. Cinétiques enzymatiques		
2.1.2.1. Cinétique enzymatique à un substrat des enzymes michaéliennes C'est la vitesse initiale d'une réaction enzymatique qui est utilisée pour étudier une cinétique enzymatique michaélienne. Cette cinétique est caractérisée par la constante de Michaelis et la vitesse initiale maximale.	Ce qui est attendu Mettre en œuvre expérimentalement une détermination de vitesse initiale. Expliquer le mode de détermination expérimentale des paramètres cinétiques. Déterminer les paramètres cinétiques à l'aide d'un modèle mathématique. Etablir l'équation de Michaelis et Menten. Commentaires L'utilisation des différentes modélisations n'impose pas que ces modèles soient sus. La cinétique chimique est étudiée en physique-chimie. L'approximation de l'état quasi-stationnaire est étudiée en physique-chimie. Des exemples de fonctions homographiques, dont la courbe représentative est une hyperbole présentant une asymptote, sont étudiés en mathématiques.	S2
2.1.2.2. Cinétique enzymatique à deux substrats des enzymes michaéliennes La confrontation des résultats expérimentaux à un modèle mathématique permet de déterminer le mécanisme réactionnel.	Ce qui est attendu Schématiser un mécanisme à l'aide de la représentation de Cleland. Traiter des résultats expérimentaux d'une cinétique à deux variables selon la modélisation de Lineweaver et Burk. Confronter les représentations graphiques à un modèle mathématique de vitesse initiale dans le but de déterminer le mécanisme de la réaction.	S3
2.1.2.3. Effecteurs de la réaction enzymatique Les performances des enzymes dépendent de la température, du pH, de la présence d'effecteurs moléculaires (activateurs, inhibiteurs).	Ce qui est attendu Expliquer les liens entre la valeur de la vitesse initiale maximale et les conditions opératoires. Justifier le choix des conditions opératoires dans l'utilisation des enzymes au laboratoire. Expliquer comment mettre en œuvre expérimentalement une étude de l'activation thermique des enzymes et une cinétique de dénaturation thermique. Exploiter des résultats expérimentaux en vue de déterminer une énergie d'activation et une demi-vie d'enzyme à une température donnée. Identifier le paramètre cinétique modifié par un inhibiteur moléculaire pour en déduire le type d'inhibition. Commentaires La loi d'Arrhénius est étudiée en physique-chimie. La transformation de phénomènes exponentiels en phénomènes linéaires est étudiée en mathématiques. Des primitives de fonctions exprimées avec des logarithmes sont étudiées en mathématiques.	S2

2.1.2.4. Cinétiques allostériques et effecteurs allostériques On peut caractériser les enzymes allostériques par des études cinétiques. Les enzymes allostériques sont oligomériques. Les protomères existent sous deux états conformationnels avec des affinités différentes pour le substrat et les effecteurs dans les systèmes K.	Ce qui est attendu Distinguer un activateur et un inhibiteur à partir des courbes v_i = f([S]$_i$) et v_i =f([effecteur]). Distinguer les effets coopératifs homotropes et hétérotropes. Expliquer l'effet de coopérativité cinétique positive. Commentaire Seuls les systèmes K sont abordés	S3
2.1.3. Différents niveaux de régulation de l'activité enzymatique L'activité enzymatique est modulée : - au niveau de l'expression génétique des enzymes, - par la modification covalente des enzymes, - par la présence d'effecteurs, - par des processus de dégradation protéique. La multiplicité des régulations permet une adaptation du métabolisme.	Ce qui est attendu Distinguer les niveaux de régulation de l'activité enzymatique sur une échelle de temps. Distinguer les effets qui dépendent de la quantité d'enzymes présentes des effets liés à la vitesse d'une réaction catalysée par une molécule d'enzyme. Reconnaître les différents niveaux de régulation de l'activité d'une enzyme de contrôle d'une voie métabolique. Commentaire L'intégration à l'échelle de l'organisme sera étudiée en coordination avec les sciences de la vie et de la Terre.	S3
2.2. Dosage et utilisation des enzymes		
2.2.1. Activité enzymatique L'activité catalytique traduit la quantité d'enzyme active. L'activité catalytique se détermine par une mesure de vitesse initiale.	Ce qui est attendu Concevoir une démarche de détermination d'une activité adaptée au cahier des charges (choix d'une méthode de mesure, choix des conditions opératoires, choix des couplages éventuels). Calculer une activité enzymatique à partir de résultats expérimentaux.	S3
2.2.2. Utilisation des enzymes pour doser 2.2.2.1. Les enzymes permettent de doser des substrats, en phase homogène, par méthode en point final ou par méthode cinétique, avec couplages éventuels. 2.2.2.2. Les enzymes permettent de révéler un complexe antigène-anticorps dans le cadre de dosages immunoenzymatiques en phase hétérogène.	Ce qui est attendu Justifier une méthode de dosage enzymatique d'un substrat adaptée au cahier des charges. Mettre en œuvre expérimentalement un dosage de substrat. Calculer la concentration d'un substrat à partir de résultats expérimentaux. Présenter, sous forme schématique, les différents types de dosages immunoenzymatiques. Expliquer les différentes étapes d'un mode opératoire. Relier l'allure de la courbe de dosage au principe de la méthode.	S3

2.2.3. Immobilisation des enzymes 2.2.3.1. Les enzymes peuvent être immobilisées selon différentes techniques. Elles sont alors stabilisées et réutilisables. Certaines de leurs propriétés sont modifiées. 2.2.3.2. Les enzymes immobilisées sont utilisées dans des réacteurs industriels (BSTR, CSTR, PFR).	Ce qui est attendu Comparer les différentes méthodes pour en choisir une en fonction du cahier des charges (perte physique, modification des paramètres cinétiques). Mettre en œuvre expérimentalement une méthode d'immobilisation d'enzyme. Utiliser la méthode des bilans pour optimiser le fonctionnement d'un réacteur alimenté. Choisir un réacteur en fonction des propriétés de l'enzyme et du substrat. Commentaires Des primitives de fonctions exprimées avec des logarithmes sont étudiées en mathématiques. La méthode des bilans utilisée en physique-chimie sera réinvestie.	S3

3- Microbiologie et génie microbiologique

La diversité des types trophiques des micro-organismes leur permet de s'adapter à de multiples environnements et en fait des acteurs essentiels des écosystèmes.

L'étude de leur métabolisme énergétique illustre l'importance de leur position dans l'assimilation de diverses sources nutritionnelles et énergétiques, dans les transformations de la matière.

Les biotechnologies utilisent les micro-organismes, que ce soit en génie génétique, pour modifier des expressions de gènes, en génie fermentaire, pour fabriquer et transformer des bioproduits, en génie environnemental, pour dégrader des polluants. Ces utilisations nécessitent que soit connues l'identité du micro-organisme ainsi que ses conditions de culture en laboratoire, afin que son développement puisse être mesuré et contrôlé.

(Cours + 16 séances TP-TD).

Thématiques	**Compétences, limites et commentaires**	
3.1. Physiologie des micro-organismes et environnement		
3.1.1. Diversité des métabolismes chez les micro-organismes		
Le métabolisme des micro-organismes dépend des sources d'énergie, de pouvoir réducteur, de matière. Grâce à leur diversité physiologique, les bactéries se sont implantées dans tous les biotopes et jouent un rôle clé dans tous les écosystèmes.	Ce qui est attendu Montrer l'universalité des besoins en énergie et en matière de tout organisme vivant. Relier la diversité des besoins en énergie et en matière aux types trophiques, donc à l'équipement enzymatique/génome.	S2
3.1.2. Métabolisme énergétique des micro- organismes		
3.1.2.1. ATP et gradient électrochimique de cations L'ATP et le gradient électrochimique de cations sont les deux intermédiaires énergétiques majeurs et sont interconvertibles. L'ATP est produit par phosphorylation	Ce qui est attendu Expliquer le rôle central de l'ATP dans le métabolisme énergétique. Distinguer les couplages chimio-chimique et chimio-osmotique.	S2

au niveau du substrat ou grâce à une ATP synthase.	Expliquer le fonctionnement de l'ATP synthase d'un point de vue structural et énergétique. Commentaires Les aspects thermochimiques et d'oxydo-réduction sont étudiés en physique-chimie. Les aspects énergétiques liés au transfert d'un cation à travers une membrane présentant une ddp transmembranaire sont étudiés en physique-chimie.	
3.1.2.2. Chaînes de transporteurs d'électrons Les chaînes de transporteurs d'électrons présentent une unité dans leur diversité. C'est leur fonctionnement qui permet l'établissement d'un gradient électrochimique de cations.	Ce qui est attendu Repérer les types de transporteurs (électrons / électrons-cations) dans une chaîne de transporteurs membranaires. Identifier le donneur primaire et l'accepteur final de la chaîne de transporteurs en tant que consommables. Réaliser le bilan énergétique d'une chaîne de transporteurs d'électrons.	S2
3.1.2.3. Micro-organismes chimioorganotrophes Les micro-organismes chimioorganotrophes utilisent une source organique d'électrons. Leurs voies métaboliques produisent des coenzymes réduits. Les respirations et les fermentations se distinguent classiquement par les voies de réoxydation des coenzymes réduits. L'éthanol et l'acide lactique sont des produits de fermentation utiles en industrie agro-alimentaire.	Ce qui est attendu Ecrire les bilans moléculaire et énergétique de la glycolyse (voie EMP). Etablir les bilans moléculaire et énergétique du cycle de Krebs à partir d'un schéma du cycle. Expliquer, à partir d'un schéma, le rôle du cycle de Krebs comme carrefour métabolique entre anabolisme et catabolisme. Comparer deux exemples de respiration chez les chimioorganotrophes en fonction des potentiels redox des donneurs et des accepteurs d'électrons, en termes de rendement et d'influence sur le biotope. Ecrire les bilans moléculaire et énergétique des fermentations homoéthanolique et homolactique à partir du glucose. Comparer deux exemples de fermentation chez les chimioorganotrophes en fonction des potentiels redox des donneurs et des accepteurs d'électrons, en termes de rendement et d'influence sur le biotope. Citer des applications industrielles associées aux fermentations alcoolique et lactique. Etablir les bilans moléculaire et énergétique à partir d'une voie métabolique complète et montrer que le bilan en coenzymes est nul.	S2
3.1.2.4. Micro-organismes chimiolithotropes Les micro-organismes chimiolithotropes utilisent une source inorganique d'électrons pour produire un gradient électrochimique de cations et des coenzymes réduits.	Ce qui est attendu Comparer deux exemples de production d'énergie chez les chimiolithotrophes en fonction des potentiels redox des donneurs et des accepteurs d'électrons, en termes de rendement et d'influence sur le biotope. Commentaire Dans certains cas, la production des coenzymes réduits est rendue possible par la dissipation d'un gradient électrochimique de cations.	S2
3.1.2.5. Micro-organismes phototrophes	Ce qui est attendu Comparer deux exemples de photosynthèse bactérienne en fonction des potentiels redox des donneurs et des accepteurs	S2

Les micro-organismes phototrophes utilisent une source d'énergie lumineuse pour produire un gradient électrochimique de cations et des coenzymes réduits.	d'électrons, de la nature des pigments, du nombre de photosystèmes, en termes d'influence sur le biotope. Commentaire Dans certains cas, la production des coenzymes réduits est rendue possible par la dissipation d'un gradient électrochimique de cations.	
3.1.3. Ecologie microbienne		
Les micro-organismes interviennent dans les cycles du carbone et de l'azote. Les micro-organismes participent aux interconversions matière minérale-matière organique.	Ce qui est attendu Distinguer le métabolisme énergétique et l'anabolisme dans les cycles de la matière. Positionner, sur les cycles de la matière, le type trophique bactérien intervenant à chaque étape. Distinguer autotrophie et hétérotrophie. Commentaires La place des micro-organismes dans le cycle du carbone est réinvestie en sciences de la vie et de la Terre. L'autotrophie vis-à-vis du carbone permet d'étudier le cycle de Calvin. L'utilisation de la diversité des types trophiques peut être illustrée dans le traitement des eaux usées.	S3
3.2. Identification et culture des micro-organismes		
3.2.1. Identification des bactéries		
L'identification des bactéries à l'espèce passe par des étapes d'observations microscopiques et des études du phénotype métabolique. Ces études sont interprétées selon une méthode statistique. Le typage moléculaire permet également d'identifier des bactéries.	Ce qui est attendu Utiliser la taille, la mobilité, la forme, le mode de groupement, la richesse relative et les résultats de coloration pour décrire un micro-organisme. Relier les structures pariétales bactériennes à l'action de la coloration de gram. Suivre une démarche d'identification à l'aide de documents. Interpréter des résultats d'identification statistique. Interpréter des résultats expérimentaux de typage moléculaire à l'aide de documents. Mettre en œuvre expérimentalement des examens microscopiques de cellules vivantes et de frottis après coloration. Mettre en œuvre expérimentalement une démarche d'identification Commentaires Aucune galerie n'est à connaître. Les tests d'hypothèses, utilisés en identification probabiliste, sont étudiés en mathématiques. L'étude du typage moléculaire se limitera au seul typage standardisé MLST (MultiLocus Sequence Typing).	S1 S2 S4
3.2.2. Nutrition, culture, quantification et croissance des micro-organismes		
3.2.2.1. Milieux de culture et culture des bactéries La connaissance des besoins nutritionnels des bactéries permet de concevoir des milieux appropriés et de mettre en place des conditions de	Ce qui est attendu Choisir un milieu de culture en fonction des caractéristiques des micro-organismes à cultiver et de l'objectif suivi (enrichissement, isolement, identification, production) à l'aide de documents.	S1

culture adaptées. Les milieux de culture peuvent être non sélectifs, sélectifs, différentiels. L'isolement des bactéries permet d'obtenir des souches pures en culture.	 Choisir les conditions de culture en fonction des caractéristiques des micro-organismes à cultiver et de l'objectif suivi (enrichissement, identification, production) à l'aide de documents. Mettre en œuvre expérimentalement des cultures bactériennes : isolement, enrichissement, sélection… Commentaire Aucun milieu exigible sans document, aucun mode d'action d'agent sélectif à connaître sans document.	
3.2.2.2. Quantification des micro-organismes Il est important de savoir quantifier une population microbienne. De nombreuses techniques permettent de quantifier une population microbienne : dénombrements directs en cellule à numération, par mise en culture, par opacimétrie, par bioluminescence.	Ce qui est attendu Choisir une technique de dénombrement en fonction du cahier des charges. Interpréter des résultats de dénombrements à l'aide de documents. Mettre en œuvre expérimentalement des techniques de dénombrement. Commentaire Les méthodes automatisées seront évoquées à partir d'une documentation.	S1
3.2.2.3. Croissance des micro-organismes La croissance des micro-organismes unicellulaires en milieu liquide non renouvelé permet de caractériser leur taux de croissance.	Ce qui est attendu Calculer les paramètres cinétiques de croissance à partir de résultats expérimentaux. Analyser des courbes d'inhibition de croissance et différencier bactériostase et bactéricidie. Mettre en œuvre expérimentalement une croissance bactérienne. Commentaire Le logarithme népérien est étudié en mathématiques.	S1
3.2.3. Génie fermentaire		
3.2.3.1. Culture en fermenteur, en milieu non renouvelé Le fermenteur de laboratoire permet la culture des micro-organismes : c'est une enceinte protégée des contaminations, agitée, chauffée et aérée, dans laquelle les paramètres physico-chimiques (température, pH, pO2) sont contrôlés et régulés. Des analyses quantitatives en ligne et hors ligne des variables de la culture peuvent être réalisées : biomasse, substrats et produits, pH, température, pO2.	Ce qui est attendu Calculer à partir de données expérimentales : - des vitesses de consommation de substrat et de production de produit, - des valeurs de rendement de conversion d'un substrat en biomasse, - des valeurs de rendement de conversion d'un substrat en produit, - des valeurs de productivités volumiques horaires. Interpréter le résultat de ces calculs. Mettre en œuvre expérimentalement une culture de micro-organismes en milieu non renouvelé dans un bioréacteur. Mettre en œuvre expérimentalement un suivi de culture de micro-organismes en milieu non renouvelé dans un bioréacteur. Exploiter des résultats de suivi de culture, notamment par HPLC et CPG. Commentaire Le principe de fonctionnement des électrodes n'est pas à connaître.	S3
3.2.3.2. Culture en milieu renouvelé L'utilisation de milieux renouvelés permet de perpétuer la croissance des micro-organismes.	Ce qui est attendu Comparer les cultures en milieux non renouvelé et renouvelés (fed batch, chemostat et turbidostat) du point de vue de leurs applications et de leurs contraintes.	S3

	Commentaires Aucun calcul sur la croissance en milieu renouvelé n'est à maîtriser. Se limiter à la relation entre taux de croissance et taux de renouvellement. La méthode des bilans utilisée en physique-chimie sera réinvestie.	
3.2.3.3. Applications du génie fermentaire La culture des micro-organismes en bioréacteurs permet la bioproduction, la bioconversion et la biodégradation.	Ce qui est attendu Comparer les conditions de culture à mettre en œuvre selon le cahier des charges de la fermentation. Analyser des résultats de bioproduction pour distinguer métabolites primaires et secondaires. Commentaires Cette approche sera abordée à l'aide d'une documentation. Un exemple explicite de production d'antibiotiques sera étudié en travaux dirigés.	S3

4- Biologie moléculaire et génie génétique

L'organisation et l'expression des gènes sont étudiées dans le programme de SVT.

L'étude du génome et du transcriptome, dont le développement s'est accompagné d'une exceptionnelle diversification de techniques, est à la base de multiples applications donnant accès à de nombreuses informations.

La structure des acides nucléiques est ici étudiée afin de comprendre sur quelles bases structurales se fondent la réplication in vivo, l'amplification in vitro, le séquençage et l'hybridation.

L'ADN, extrait et purifié, peut être introduit dans des vecteurs, transférés dans des hôtes biologiques en vue de son stockage, de son amplification ou de son expression, autant de techniques dont les applications concernent désormais des domaines très variés touchant les domaines de la santé, de l'alimentation, de l'environnement.

(Cours + 12 séances TP-TD)

Thématiques	**Compétences, limites, commentaires**	
4.1. Structure des acides nucléiques		
4.1.1. Structure primaire Les acides nucléiques sont composés de nucléotides reliés par une liaison phosphodiester.	Ce qui est attendu Représenter la structure générique d'un nucléotide. Reconnaître les bases puriques et pyrimidiques. Relier l'effet mésomère aux propriétés spectrales des bases azotées. Représenter une liaison phosphodiester.	S2
4.1.2. Structures tridimensionnelles Les structures tridimensionnelles des acides nucléiques reposent sur des liaisons faibles. Elles peuvent concerner une ou deux chaînes nucléotidiques. Il existe des conditions physico-chimiques qui provoquent la dénaturation des acides nucléiques. Le compactage de l'ADN permet son	Ce qui est attendu Représenter les interactions entre bases complémentaires et successives. Relier la stabilité d'une structure double-brin à son pourcentage en GC, à sa taille et aux conditions physico-chimiques du milieu. Expliquer l'effet hyperchrome.	S2

stockage et la modulation de son expression. Il impose des contraintes lors de la réplication. Les ARN présentent une grande diversité structurale et fonctionnelle.	Commentaires Un lien sera fait avec le cours sur les protéines. Le lien entre degré de compactage et expression sera exploité en SVT. La diversité structurale des ARN sera abordée à l'aide d'une documentation. Les propriétés fonctionnelles des ARN seront développées en sciences de la vie et de la Terre.	
4.2. Réplication et amplification de l'ADN		
4.2.1. Réplication La réplication est un processus qui permet de doubler le matériel génétique d'une cellule. Son mécanisme présente des similitudes chez les procaryotes et les eucaryotes.	Ce qui est attendu Représenter le mécanisme de la réplication : - l'ajout d'un nucléotide à une chaîne nucléotidique en formation. - l'œil de réplication distinguant brins précoce et retardé. Distinguer les rôles des différentes enzymes mises en jeu et les positionner sur un schéma simplifié de fourche de réplication.	S3
4.2.2. Amplification *in vitro* L'ADN peut être considérablement amplifié *in vitro* par PCR. Il existe différentes techniques d'amplification. Les conditions expérimentales (température d'hybridation, composition du milieu réactionnel, choix des amorces) sont adaptées aux objectifs visés. Les applications de la PCR concernent des domaines de plus en plus nombreux.	Ce qui est attendu Associer les trois températures d'un cycle thermique aux trois étapes d'un cycle PCR. Schématiser les premiers cycles d'une PCR aboutissant à un amplicon. Utiliser les critères de choix (position, longueur, Tm) des amorces pour en sélectionner un couple. Choisir une méthode de PCR en fonction de l'objectif. Exploiter des résultats expérimentaux de PCR et de RT-PCR quantitatives Mettre en œuvre expérimentalement une PCR en point final.	S3
4.3. Outils, techniques, applications du génie génétique		
4.3.1. Extraction et purification des acides nucléiques L'extraction et la purification des acides nucléiques sont des étapes essentielles dans une démarche de génie génétique. La purification des acides nucléiques est contrôlée par spectrophotométrie et par électrophorèse.	Ce qui est attendu Justifier les différentes étapes d'un protocole d'extraction / purification d'ADN génomique, plasmidique ou d'ARN. Mettre en œuvre expérimentalement une extraction / purification d'ADN génomique. Mettre en œuvre expérimentalement une extraction / purification d'ADN plasmidique. Justifier le choix d'une méthode électrophorétique. Exploiter des résultats expérimentaux pour conclure quant à la qualité de la purification. Mettre en œuvre un contrôle de purification d'ADN plasmidique utilisant une restriction. Commentaire Les principes généraux des méthodes suivantes sont à connaître : - électrophorèse en gel d'agarose,	S2

	- PAGE, - électrophorèse en champs pulsé.	
4.3.2. Hybridation moléculaire L'hybridation moléculaire a de nombreuses applications : PCR, puces, blotting, séquençage. La stringence participe à la spécificité de l'hybridation.	Ce qui est attendu Classer des milieux d'hybridation en fonction de leur stringence. Justifier un protocole de lavage en blotting et en puce.	S4
4.3.3. Séquençage de l'ADN L'approche génomique repose sur l'évolution des méthodes de séquençage.	Ce qui est attendu Schématiser les étapes du séquençage par la méthode de Sanger. Schématiser les étapes d'une méthode de séquençage à partir d'une documentation. Commentaires Le principe général de l'électrophorèse capillaire est à connaître. La diversité des techniques sera illustrée à l'aide d'exemples.	S4
4.3.4. Génie génétique L'ADN est cloné à l'aide de vecteur de clonage. L'ADN est introduit par transfection dans des cellules procaryotes ou eucaryotes. Des protéines recombinantes peuvent être produites à l'aide de vecteurs d'expression. Les banques d'ADN représentent un génome ou un transcriptome complets. Différentes techniques permettent leur criblage.	Ce qui est attendu Justifier les différents caractères portés par un vecteur plasmidique. Choisir un vecteur en fonction du cahier des charges (clonage, navette, expression). Schématiser les grandes étapes d'un clonage chez un procaryote. Schématiser les grandes étapes d'obtention d'une banque génomique. Schématiser les grandes étapes d'obtention d'une banque d'ADNc. Comparer l'intérêt des banques génomique et plasmidique. Comparer les banques plasmidiques et les banques phagiques. Choisir un outil de criblage adapté au type de banque. Commentaire La transgénèse (animale et végétale) est abordée à l'aide d'une documentation.	S4

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Technologie et biologie (TB)**

Discipline : **Mathématiques**

Seconde année

Programme de mathématiques TB2

Préambule

Objectifs de la formation

En classe de TB2 l'objectif est, dans le cadre d'un approfondissement de la formation, d'amener l'étudiant à intégrer les différentes étapes permettant de résoudre un problème exprimable de façon mathématique. L'enjeu est la reformulation et la résolution de problèmes issus de contextes ou de réalités a priori non mathématiques (provenant souvent d'autres disciplines).

Ainsi sont mises en jeu diverses compétences. Certaines ont déjà été envisagées en première année (TB1), et sont consolidées en seconde année :

1. Engager une recherche, définir une stratégie.
2. Modéliser un phénomène à l'aide du langage mathématique.
3. Représenter, changer de registre.
4. Raisonner, démontrer, argumenter...
5. Calculer (symboliquement ou numériquement avec une calculatrice ou un ordinateur), maîtriser le formalisme mathématique.
6. Communiquer à l'écrit et à l'oral.

D'autres constituent des objectifs plus spécifiquement approfondis en seconde année, dans la perspective du concours :

– identifier un problème sous différents aspects ;
– mobiliser des connaissances scientifiques pertinentes ;
– critiquer ou valider un modèle ou un résultat.

Buts visés

Le programme de mathématiques de TB2 approfondit celui de TB1 et introduit de nouvelles notions, ce qui se traduit par les enjeux suivants :

– Consolider les acquis mathématiques de TB1, notamment en matière de calcul et raisonnement. Par souci de clarté, il a été choisi de numéroter de manière compatible les têtes de chapitre des programmes de TB1 et de TB2.
– Généraliser les concepts introduits en TB1 en augmentant la taille et la complexité des objets étudiés.
– Mettre un accent particulier sur la notion de modélisation, où se confrontent les mathématiques et les autres sciences ; cela peut notamment se concrétiser dans les exemples proposés en cours ou en travaux dirigés, ou dans le cadre des T.I.P.E.

Équilibre entre compétences

Les différentes compétences sont développées puis évaluées (au cours de l'année puis lors du concours) en veillant à leur équilibre. On prend garde en particulier à ne pas surdévelopper une compétence par rapport à une autre.

Les capacités en calcul par exemple (point 5 ci-dessus), lorsqu'elles sont propres aux mathématiques (comme la justification de la convergence d'une série ou d'une intégrale impropre), restent relativement simples, l'objectif n'étant pas ici d'aboutir à une quelconque virtuosité technique. On attend, en la matière, une bonne maîtrise des calculs, concepts et théorèmes mathématiques, dans des situations simples et ordinaires, sans pour autant négliger les compétences 1, 2, 3, 4 et 6.

Contenu

Probabilités

Les probabilités, abordées en première année (TB1) et étudiées selon différentes modalités depuis la classe de troisième, comportent plusieurs aspects.

- ▷ Un approfondissement des notions vues en TB1 : reprise des techniques élémentaires et des raisonnements vus en TB1, et développement de ceux-ci, motivant l'introduction d'outils comme les séries ou les intégrales impropres. Le but n'est pas d'étudier ces objets pour eux-mêmes ; pour ce qui concerne les variables aléatoires à densité, on ne manipule essentiellement que des variables aléatoires à valeurs positives, exception faite de la loi normale.
- ▷ Une importante connexion avec la notion de modélisation : modélisation par des événements, des probabilités conditionnelles, des lois classiques.
- ▷ Une reprise des résultats présentés en classe terminale. Afin de faciliter le travail de l'étudiant dans l'assimilation des connaissances, on reprend ces résultats tels qu'ils sont formulés dans les programmes de classe terminale.

Algèbre linéaire

Dans une démarche d'extension typique des mathématiques, l'algèbre linéaire est étendue en abordant la notion générale d'espace vectoriel sur $\mathbf{R}$ ou $\mathbf{C}$ et la dimension finie est envisagée dans sa généralité (les espaces vectoriels présentés en cours pouvant être de dimension $n \geqslant 4$).

On commence par développer un point de vue « intrinsèque » des applications linéaires avant d'aborder la notion générale de représentation d'un endomorphisme par une matrice dans une base quelconque, visant essentiellement la diagonalisation des matrices ou endomorphismes en dimension restreinte (4 au plus).

En géométrie euclidienne les notions de produit scalaire et de projection orthogonale préparent à l'analyse de données statistiques en grande dimension, qui pourra être abordée dans la poursuite d'études.

Analyse

L'analyse de TB1 est consolidée pendant l'année de TB2. De nouveaux éléments sont introduits (séries et intégrales impropres), qui pour la plupart trouvent leur cadre naturel dans le contexte des probabilités. Par ailleurs, les développements limités (abordés comme outil) permettent d'approfondir l'étude des fonctions et fournissent des exemples d'approximation. Enfin, une première approche des équations différentielles non linéaires permet d'enrichir les liens interdisciplinaires.

La recherche d'hypothèses minimales, tant dans les théorèmes que dans les exercices et problèmes n'est pas un objectif de ce programme.

Les travaux dirigés

Comme en première année, un certain nombre de thématiques, exercices et domaines d'application sont proposés pour aider les étudiants à assimiler les concepts fondamentaux. Ces démarches doivent avoir été pratiquées au cours de l'année ; toutefois, les travaux dirigés ne définissent pas de connaissances supplémentaires exigibles lors des épreuves de concours.

Mathématiques pratiques

Le calcul effectif se fait le plus souvent, aujourd'hui, au moyen d'outils de calcul (logiciel, langage de programmation ou calculatrice), ce qu'il est prévu d'évaluer dans l'oral du concours, où une place importante est faite au calcul numérique et aux représentations graphiques.

Lorsqu'il a paru possible au cours d'un chapitre de mettre en valeur les notions d'approximation, de valeur approchée, de calcul automatisé ou de représentation graphique, on a employé le symbole $\triangle$. Aucune connaissance spécifique sur tel ou tel instrument de calcul (logiciel ou calculatrice) n'est exigible.

Les notions d'algorithmes et de programmation figurant dans le programme d'informatique peuvent intervenir dans les épreuves de mathématiques ; les algorithmes pourront être rédigés soit en langage naturel soit en recourant au langage utilisé pour l'enseignement de l'informatique.

Comme en première année, les situations permettant de mettre en évidence des liens avec les autres enseignements scientifiques sont signalées par un symbole $\rightleftharpoons$. Ces questions sont susceptibles de fournir le cadre d'une épreuve écrite ou orale de mathématiques, mais aucune connaissance spécifique n'est exigible à leur sujet.

Programme de seconde année

La répartition en chapitres proposée ci-dessous est fournie à titre indicatif et ne constitue pas une progression figée ou obligatoire. Les impératifs pédagogiques liés à la préparation aux concours peuvent justifier une organisation différente, sous réserve de maintenir une structure cohérente.

Outils et calculs

Les compléments présentés dans ce chapitre sont essentiellement destinés aux probabilités discrètes.

Exemple de capacité : calculer avec des symboles de sommes.

Contenus	Commentaires
Reprise et extension des règles de calcul sur le symbole $\sum$.	Changements d'indices (translations et symétries), télescopages.
Sommes doubles du type $\sum\limits_{\substack{1\leqslant i\leqslant n\\1\leqslant j\leqslant p}} a_{i,j} = \sum\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\Big(\sum\limits_{1\leqslant j\leqslant p} a_{i,j}\Big)$.	Les attendus du programme concernant les sommes doubles se limitent au maniement des sommations du type indiqué.

Travaux dirigés

Exercices sur le programme de première année et sur les maniements de sommes.

Algèbre linéaire 3 – Espaces vectoriels

On reprend les notions vues en première année et on les étend à l'espace vectoriel $\mathbf{R}^n$ $(n \geqslant 4)$ *sur* $\mathbf{R}$*, puis à tout espace vectoriel sur le corps* K *(*K *étant égal à* $\mathbf{R}$ *ou* $\mathbf{C}$*), de dimension finie. L'utilisation d'espaces vectoriels de dimension infinie n'est pas un objectif du programme.*

Exemples de capacités : démontrer le caractère libre, lié, générateur d'une famille finie de vecteurs ; trouver une base d'un espace vectoriel ; déterminer la dimension d'un sous-espace vectoriel ; calculer le rang d'une famille.

Contenus	Commentaires
Structure d'espace vectoriel.	Les espaces vectoriels suivants doivent être vus à titre d'exemples : K^n, $\mathbf{R}_n[X]$ l'espace des fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à n, $\mathcal{L}(E,F)$, $\mathcal{M}_{n,p}(K)$.
Sous-espaces vectoriels. Sous espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs. Intersection de sous-espaces vectoriels. Familles finies de vecteurs, familles génératrices d'un sous-espace vectoriel. Familles libres finies, familles liées finies.	On utilise la notation $\mathrm{Vect}(x_1, x_2, \dots, x_k)$.
Bases et dimension d'un espace vectoriel, d'un sous-espace vectoriel.	On admet que pour qu'une famille de p vecteurs d'un espace E soit une base de E il suffit que deux des propositions suivantes soit vérifiées : – la famille est génératrice – la famille est libre – la dimension de E est égale à p.

Contenus (suite)	Commentaires
Composantes d'un vecteur dans une base.	Matrice d'une famille de vecteurs dans une base. L'étude des matrices proprement dite est abordée plus loin (Algèbre linéaire 6).
Base canonique de K^n. Si F est un sous-espace vectoriel de E, alors la dimension de F est inférieure ou égale à la dimension de E. Si les deux dimensions sont égales, alors $F = E$. Rang d'une famille finie de vecteurs.	

Travaux dirigés

Calcul du rang de familles finies de vecteurs au moyen de la méthode du pivot de Gauss.
Quelques exemples et exercices illustrant l'espace $\mathbf{R}_n[X]$ en tant qu'un espace vectoriel muni d'une base canonique.

Algèbre linéaire 5 – Applications linéaires

Exemples de capacités : démontrer et exploiter la linéarité d'une application ; déterminer si une application linéaire est injective ou surjective ; déterminer un noyau et une image.

Contenus	Commentaires
a) Définition, opération, noyau et image	
Applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes.	Structure d'espace vectoriel de $\mathcal{L}(E, F)$.
Opérations : addition, multiplication par un scalaire, composition, réciproque.	
Noyau, ensemble image, rang d'une application linéaire.	On établit le lien entre le noyau et l'injectivité.
b) Application linaire et dimension finie	
Caractérisation des isomorphismes entre deux espaces vectoriels de dimension finie par l'image d'une base.	
Théorème du rang : $\dim \mathrm{Im} f + \dim \mathrm{Ker} f = \dim E$.	Relation admise.

Travaux dirigés

Utilisation du théorème du rang.

Algèbre linéaire 6 – Matrices à coefficients dans R et C

Exemples de capacités : obtenir la matrice d'un endomorphisme dans une base donnée ; déterminer un noyau et une image ; opérer un changement de base.

Contenus	Commentaires
a) Représentation par des matrices	
Matrice représentative d'une famille de vecteurs dans une base.	
Matrice d'un endomorphisme, une base ayant été choisie dans l'espace vectoriel E.	On revoit la notion de matrice représentative d'une application linéaire de $\mathbf{R}^n$ dans $\mathbf{R}^p$ en base canonique, et on l'étend à toute matrice d'un endomorphisme d'un espace vectoriel E de dimension finie n. La notion de matrice représentative d'une application linéaire dans un couple de bases n'est pas un attendu du programme.
b) Changements de base	

Contenus (suite)	Commentaires
Changement de base, matrices de passage. Effet d'un changement de base sur la matrice des composantes d'un vecteur, sur la matrice d'un endomorphisme.	On met en évidence la signification de l'inverse de la matrice de passage.
c) Rang d'une matrice	
Rang d'une matrice.	Le rang d'une matrice est la dimension de l'espace engendré par une famille de vecteurs représentée par la matrice, et ne dépend pas de la famille envisagée.
Formule $rg(A) = rg({}^tA)$.	Relation admise.
Le rang d'une matrice est le rang du système associé.	Inversement, étant donné un système d'équations linéaires, le rang du système est égal au rang de la matrice associée.
d) Noyau, image d'une matrice	
Interprétation d'une matrice carrée de taille n comme endomorphisme de K^n (muni de la base canonique).	Cette interprétation permet de parler d'image, noyau et de rang de la matrice en lien avec les mêmes notions pour les applications linéaires.

Travaux dirigés

Exercices sur le programme de première année.
Exemples de matrices représentatives simples d'applications linéaires.
Mise en pratique de démarches de changement de base.
Manipulation d'applications linéaires définies sur $\mathbf{R}_n[X]$.

Algèbre linéaire 7 – Géométrie euclidienne dans $\mathbf{R}^n$

Ce chapitre propose une extension très modeste des notions de géométrie euclidienne à l'espace euclidien de dimension n, avec la mise en place d'un résultat fondamental pour les applications, la projection orthogonale sur un sous-espace. Dans ce chapitre, les mots « vecteur » et « point » peuvent être considérés comme interchangeables.

Exemples de capacités : calculer une projection orthogonale, une plus courte distance ; utiliser une base orthonormale adaptée à un problème.

Contenus	Commentaires
a) Produit scalaire dans $\mathbf{R}^n$	
Produit scalaire usuel (ou canonique) dans $\mathbf{R}^n$.	
Norme euclidienne.	
Vecteurs orthogonaux.	On peut faire observer qu'une famille vecteurs tous non nuls et deux à deux orthogonaux est libre.
Bases orthonormales de $\mathbf{R}^n$.	On souligne le fait que le produit scalaire canonique et la norme euclidienne sont indépendants de la base orthonormale choisie. La matrice de passage P de la base canonique à une base orthonormale vérifie ${}^tPP = I_n$.
b) Projection orthogonale	
Distance entre deux vecteurs (ou points). On appelle projection orthogonale sur un sous-espace F de $\mathbf{R}^n$ un endomorphisme p de $\mathbf{R}^n$ tel que : pour tout $x \in \mathbf{R}^n$, $p(x) \in F$ et pour tout $y \in F$, $p(x) - x$ est orthogonal à y.	

Contenus (suite)	Commentaires
Existence et unicité de la projection orthogonale p sur un sous-espace de $\mathbf{R}^n$.	On admet qu'il est possible de trouver une base orthonormale du sous-espace F. Écriture de la projection orthogonale dans une base orthonormale de F.
Application : distance d'un vecteur à un sous-espace de $\mathbf{R}^n$.	Interprétation en tant que démarche d'optimisation ou de meilleure approximation ; en exemple, on peut interpréter l'ajustement affine (régression linéaire) comme une projection sur un sous-espace de dimension 2.

Travaux dirigés

Exercices sur le programme de première année.
Calcul de projections orthogonales dans différents contextes (une base orthonormale adaptée étant fournie).

Algèbre linéaire 8 – Valeurs propres et vecteurs propres

Exemples de capacités : déterminer les éléments propres d'une matrice ou d'un endomorphisme ; diagonaliser une matrice, un endomorphisme.

Contenus	Commentaires
a) Éléments propres	
Valeurs propres d'un endomorphisme d'un espace de dimension inférieure ou égale à 4.	
Valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice carrée de dimension inférieure ou égale 4.	La recherche pratique des valeurs et vecteurs propres conduit le plus souvent à l'étude d'un système linéaire homogène. On rappelle à ce sujet que les déterminants de taille supérieure à 2 sont hors-programme.
b) Diagonalisation des matrices et des endomorphismes	
Endomorphisme diagonalisable, matrice diagonalisable.	Il est ici commode de rappeler l'identification d'une matrice carrée à un endomorphisme de K^n, évitant les répétitions inutiles.
Sous-espaces propres d'un endomorphisme.	
La somme des dimensions des sous-espaces propres est inférieure ou égale à la dimension de E.	Résultat admis.
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous-espaces propres égale la dimension de E.	Résultat admis.
Toute matrice symétrique réelle de taille inférieure ou égale à 4 est diagonalisable, la matrice de passage P vérifiant $P^{-1} = {}^tP$.	On met en valeur les relations matricielles ${}^tPAP = D$ et ${}^tPP = I$.

Travaux dirigés

Exemples de détermination de valeurs propres, et vecteurs propres.
Exemples d'étude de matrices carrées réelles admettant des valeurs propres complexes.
Exemples élémentaires de diagonalisation.

△ Utilisation d'un logiciel pour simplifier les aspects techniques du calcul matriciel, notamment en ce qui concerne le calcul des puissances et inverses des matrices carrées.

⇌ Exemples de calculs de puissances d'une matrice issus de situations itératives en biologie des populations, en probabilités.

$\rightleftharpoons$ Application à l'étude de certaines suites apparaissant dans des situations issues des probabilités, des sciences biologiques : suites définies par une récurrence linéaire du type $u_{n+1} = au_n + bu_{n-1}$ ($a, b \in \mathbf{R}$), ou suites récurrentes linéaires « croisées ».

Analyse 3 – Dérivation et développements limités

Ce chapitre élargit certains concepts vus en première année en introduisant les dérivées n-èmes et les développements limités à l'ordre n.

Exemples de capacités : rechercher un développement limité pour une fonction simple ; manipuler des équivalents pour calculer une limite ; mener une démarche d'approximation.

Contenus	Commentaires
a) Limites de fonctions et équivalents	
Théorème de la limite monotone pour les fonctions.	
Fonctions équivalentes, notation $f \underset{a}{\sim} g$.	On se limite aux fonctions ne s'annulant pas sur un intervalle de la forme $]a, b[$ ou $]b, a[$.
L'équivalence est compatible avec la multiplication, la division et l'élévation à une puissance constante. Utilisation des équivalents pour la recherche de limites. Si la suite (u_n) tend vers a, et deux fonctions f et g sont définies et équivalentes au voisinage de a alors $f(u_n) \sim g(u_n)$.	Le développement reste modeste et se limite aux fonctions qui ne s'annulent pas au voisinage du point de référence.
b) Dérivées n-èmes	
Fonction n fois dérivable en un point ou sur un intervalle, dérivée n-ème d'une fonction.	On peut revoir à cette occasion plusieurs études de fonctions. $\rightleftharpoons$ Lien avec la cinématique du point matériel : vitesse, accélération.
Fonction de classe $\mathcal{C}^n$, $\mathcal{C}^\infty$.	La formule de Leibniz est hors-programme.
c) Développements limités au voisinage de 0.	
Définition de la notation $o(x^n)$ pour désigner des fonctions négligeables devant la fonction $x \mapsto x^n$, pour $n \in \mathbf{Z}$ et au voisinage de 0 ou de l'infini.	On se ramène, aussi souvent que nécessaire, à la limite d'un quotient.
Définition des développements limités en 0.	Les problèmes de développement limité en un réel non nul ou en $\pm\infty$ sont ramenés en 0. L'étude des développements asymptotiques ne sont pas un attendu du programme.
Interprétation des développements limités d'ordre 1 et 2 (ou plus si nécessaire) en termes de position relative entre tangente et courbe.	$\triangle$ Usage de logiciels traceurs de courbe.
Opérations sur les développements limités : somme, produit.	L'obtention d'un développement limité pour un quotient ou une fonction composée est présentée et exercée sur des exemples simples.
Primitivation d'un développement limité.	
Développements limités de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, $x \mapsto \ln(x+1)$ et exp.	Le second est obtenu par primitivation et le troisième par primitivations successives.
Formule de Taylor-Young : existence d'un développement limité à l'ordre n pour une fonction de classe $\mathcal{C}^n$.	La formule de Taylor-Young peut être admise, ou obtenue par primitivations successives dans le cadre d'une récurrence.
Développements limités usuels au voisinage de zéro des fonctions : cos, sin et $x \mapsto (1+x)^\alpha$ où α est un réel.	

Travaux dirigés

Exemples de recherche d'équivalents.
Exemples d'approximation d'une courbe au voisinage d'un point.
Études de fonctions d'une variable réelle.

△ Exemple d'approximation numérique des fonctions dérivées : pour une fonction de classe $\mathcal{C}^2$ au voisinage de x, approximation de $f'(x)$ par $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ (expérimentation numérique avec un logiciel ou une calculatrice). On peut majorer l'erreur d'approximation $\left|\frac{f(x+h)-f(x)}{h} - f'(x)\right|$ au moyen du théorème des accroissements finis. Cette démarche peut être prolongée avec une présentation de la méthode d'Euler pour les équations différentielles.
△ Expérimentations avec la méthode de Newton pour approcher une solution d'équation de la forme $f(x) = 0$.
⇌ Exemples tirés des sciences biologiques, chimiques ou physiques de systèmes évoluant avec le temps vers un état d'équilibre plus simple et stable ; approche qualitative.

Analyse 6 – Équations différentielles

Ce chapitre consolide les équations différentielles vues en TB1, et présente deux exemples d'équations différentielles non linéaires autonomes.

Exemples de capacités : observer le caractère linéaire ou non d'une équation différentielle et en tirer parti ; résoudre une équation différentielle linéaire à coefficients constants ; proposer une résolution formelle pour une équation différentielle autonome très simple.

Contenus	**Commentaires**
Exemple d'équation différentielle non linéaire autonome : $y' + ky^2 = 0$.	On montre comment obtenir une expression des solutions sans se poser la question d'éventuelles annulations. La définition des équations autonomes est hors programme. Le changement de fonction inconnue peut être envisagé en cours, mais n'est pas un attendu du programme. ⇌ Réactions d'ordre 2 en cinétique chimique (on met en valeur, dans ce contexte particulier, la notion de conditions initiales).
Étude de l'équation logistique $y' = y(1-y)$ dans le seul cas où $0 < y < 1$.	On introduit la fonction auxiliaire $z = \frac{1}{y}$. ⇌ Ce modèle (dit logistique normalisé) trouve sa source en dynamique des populations.

Travaux dirigés

Exercices sur le programme de première année.
△ Utiliser un logiciel ou un algorithme pour tracer des solutions approchées.
⇌ Discussion de stratégies r et K sur le modèle logistique.

Probabilités 2 – Concepts de base des probabilités

Ce chapitre a pour but de développer les variables aléatoires réelles vues en première année, et de compléter et consolider les techniques du calcul des probabilités vues en première année.

On ne soulèvera aucune difficulté théorique sur les notions introduites dans cette partie du programme où un bon nombre de résultats seront admis.

Les séries à termes positifs sont exclusivement introduites en vue du calcul des probabilités. Au cours d'une épreuve de mathématiques les séries ne pourront intervenir que dans le cadre probabiliste.

Les séries considérées seront à termes positifs.

Exemples de capacités : déterminer la nature d'une série ; modéliser un problème par un univers probabilisé ; justifier qu'on dispose d'une probabilité ; exprimer un événement en fonction d'événements plus simples portant sur des variables aléatoires.

Contenus	Commentaires
a) Séries à termes positifs	
Définition, terme général, somme, somme partielle d'ordre n.	
Convergence et divergence d'une série.	On convient d'utiliser le symbole $\sum u_n$ pour désigner la série (sans préjuger de sa convergence).
La somme $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} u_k$ est définie comme la limite, finie ou infinie, de la suite des sommes partielles. On a l'alternative : $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} u_k = +\infty$ ou $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} u_k < +\infty$.	Le symbole $+\infty$ ne peut être manipulé que dans le cadre des sommes de séries à termes positifs. Les règles de calcul sont déduites des propriétés des limites de suites (vues en première année).
Propriétés de linéarité de la somme. Relations sur les sommes $\sum u_n + v_n = \sum(u_n + v_n)$ et $\sum \lambda u_n = \lambda \sum u_n$ pour $\lambda > 0$.	On relie les identités : $(+\infty) + a = +\infty$, $(+\infty) + (+\infty) = +\infty$, $\lambda.(+\infty) = \infty$ (pour $\lambda > 0$) avec les théorèmes correspondants sur les limites de suites.
Sommation des séries géométriques et des séries de terme général nq^n (avec $0 < q < 1$) ; convergence des séries $n^2 q^n$ pour $0 < q < 1$, $\sum \frac{x^k}{k!}$ pour $x > 0$.	On admet la formule $\exp(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$.
Convergence de $\sum \frac{1}{n^2}$ et divergence de $\sum \frac{1}{n}$.	L'étude générale des séries de Riemann est hors programme.
Théorème de comparaison pour deux séries à termes positifs : si deux séries de termes généraux u_n, v_n vérifient $u_n \leqslant v_n$ pour tout n, alors $\sum\limits_n u_n \leqslant \sum\limits_n v_n$.	Le cas où la série minorante diverge est à considérer. Tout autre critère de comparaison est hors programme.
b) Généralités sur les probabilités	
Extension des définitions données en première année au cas où l'univers est un ensemble infini.	On pourra signaler les problèmes qui peuvent survenir pour la définition de la probabilité d'une partie quelconque de l'univers mais la notion de tribu et les résultats sur la probabilité d'une réunion (respectivement une intersection) croissante (respectivement décroissante) d'événements sont hors programme.
Pour toute suite (A_n) d'événements deux à deux incompatibles, expression de $P(\bigcup A_n)$. Révision et extension à ce nouveau cadre des résultats de première année sur les probabilités et sur les probabilités conditionnelles.	
c) Variables aléatoires réelles	
Définition d'une variable aléatoire sur un univers quelconque.	On convient de dire que $X : \Omega \to \mathbf{R}$ est une variable aléatoire si, pour tout intervalle J, l'ensemble $\{\omega \in \Omega \ / \ X(\omega) \in J\}$ (également noté $(X \in J)$) est un événement. Aucun développement théorique n'est au programme.
Fonction de répartition.	On fait le lien avec la recherche de la probabilité des événements de la forme $(X \leqslant a)$.
Propriétés d'une fonction de répartition.	Résultats admis.
Notion d'indépendance de deux variables aléatoires.	L'indépendance de X et Y est exprimée par rapport aux événements $(X \in I)$ et $(Y \in J)$, où I et J sont des intervalles. La définition de l'indépendance de n variables aléatoires pour $n \geqslant 3$ n'est pas un attendu du programme.

Contenus (suite)	Commentaires
Lorsqu'on a une hypothèse d'expériences indépendantes, les variables aléatoires attachées à ces expériences sont indépendantes.	On admet le résultat suivant : soient deux variables aléatoires X et Y indépendantes, et deux fonctions de variable réelle u, v telles que $u(X)$ et $v(Y)$ soient des variables aléatoires, alors $u(X)$ et $v(Y)$ sont indépendantes.

Travaux dirigés

Exercices sur le programme de première année.
Calculs de sommes de séries, démonstrations de convergences, les exemples proposés restant assez simples.
△ Utiliser une représentation graphique de la suite des sommes partielles pour conjecturer la nature ou la valeur de la somme d'une série.
Expression d'événements complexes à partir d'événements de la forme $(X \in J)$, J étant un intervalle.

Probabilités 3 – Variables aléatoires discrètes

Exemples de capacités : modéliser une expérience aléatoire au moyen d'une variable aléatoire ; exprimer un événement en fonction de variables aléatoires et calculer sa probabilité ; démontrer que deux variables sont indépendantes ; élaborer une hypothèse d'indépendance et l'utiliser pour calculer des probabilités.

Contenus	Commentaires
a) Définitions	
On étendra la définition vue en première année au cas où l'ensemble des valeurs prises est contenu dans l'ensemble des entiers positifs.	
Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète.	Diagramme en bâtons.
Fonction de répartition.	Représentation graphique.
Détermination de la loi de la variable aléatoire à partir de la fonction de répartition.	On fait le lien avec les statistiques descriptives.
b) Espérance	
Espérance d'une variable aléatoire discrète positive.	
Théorème de transfert : expression de l'espérance de $\Phi(X)$, où Φ est une fonction numérique et X une variable aléatoire discrète.	On se limite au cas où Φ est une fonction positive. Ce résultat est admis.
Linéarité de l'espérance ($E(X+\lambda Y) = E(X) + \lambda E(Y)$ pour $\lambda > 0$).	Résultat admis.
Variance et écart-type.	La formule de König-Huygens $E(X - E(X)) = E(X^2) - E(X)^2$ doit être connue. On fait le lien avec les statistiques descriptives.
c) Expériences et variables aléatoires indépendantes	
Expression de l'indépendance de deux variables aléatoires discrètes dont on connait les lois.	L'indépendance mutuelle de plus de deux variables aléatoires peut être mentionnée mais n'est pas un attendu du programme.
Espérance du produit de deux variables aléatoires indépendantes.	Résultat admis.
Variance de la somme de deux variables aléatoires indépendantes.	
d) Lois classiques	

Contenus (suite)	Commentaires
Présentation des lois classiques : – loi certaine, – loi uniforme discrète, – loi de Bernoulli, – loi de Poisson.	Exception faite de la loi de Poisson, les étudiants devront savoir reconnaître les situations classiques de modélisation pour ces lois. L'espérance et la variance de ces lois doivent être connues.
e) Schéma de Bernoulli et conséquences Formalisme du schéma de Bernoulli. Présentation des lois suivantes dans le cadre d'un schéma de Bernoulli : – loi binomiale, – loi géométrique.	Les étudiants devront savoir reconnaître les situations classiques de modélisation pour ces lois. L'espérance et la variance de ces lois doivent être connues. La loi hypergéométrique peut être étudiée en exercice mais ne constitue pas un attendu du programme.
Somme de deux variables binomiales indépendantes de même paramètre réel p.	

Travaux dirigés

Calculs de lois, d'espérances et de variances.

Exemples d'extension des notions précédentes à des variables aléatoires discrètes non positives.

Reconnaissance de loi lors de la modélisation de problèmes.
△ Au vu de tableaux ou de diagrammes en bâtons, proposer une loi pouvant modéliser un phénomène.

Approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson (qui justifie ainsi la loi de Poisson comme modèle du nombre d'occurrences de certains événements rares).

⇌ Exemples variés de lois discrètes issues de contextes liés aux autres disciplines et à la vie courante.

Probabilités 4 – Variables aléatoires à densité

Les fonctions continues par morceaux et l'intégrale impropre sont introduites pour définir les variables aléatoires à densité. En dehors de questions probabilistes, les intégrales généralisées ne doivent être utilisées que de manière exceptionnelle et en lien avec des démarches de modélisation.

Exemples de capacités : montrer qu'une fonction est une fonction de densité ; justifier le fait qu'une variable aléatoire admet une densité ; employer les intégrales impropres au sein d'un problème de probabilités ; calculer la probabilité d'un événement exprimé à l'aide de variables aléatoires ; calculer une espérance et une variance.

Contenus	Commentaires
a) Fonctions continues par morceaux Définition d'une fonction continue par morceaux sur **R**.	Les fonctions considérées n'ont qu'un nombre fini de discontinuités (et admettent des limites à droite et à gauche en tout point).
Généralisation de la notion d'intégrale aux fonctions continues par morceaux.	On évitera les développements théoriques pour se consacrer aux calculs pratiques.
Propriétés.	On pourra admettre la plus grande partie des adaptations aux fonctions continues par morceaux des résultats mis en place pour les fonctions continues.

Contenus (suite)	Commentaires
Soit f une fonction continue par morceaux sur $\mathbf{R}$ et soit a un réel, étude des propriétés de la fonction F définie sur $\mathbf{R}$ par : $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$. Croissance dans le cas où f est positive, continuité et dérivabilité.	Résultats admis.
b) Définition de l'intégrale impropre	
Définition de l'intégrale d'une fonction positive continue par morceaux sur $\mathbf{R}$, sur un intervalle de la forme $]-\infty, a]$, $[a, +\infty[$, $]-\infty, +\infty[$. Convergence et divergence.	On souligne l'importance du théorème de la limite monotone pour démontrer une convergence. On convient que $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,dt$ (resp. $\int_a^{+\infty} f(t)dt$, $\int_{-\infty}^{a} f(t)\,dt$), ou bien est fini, ou bien vaut $+\infty$. Interprétation de ces quantités en termes de limites d'aire.
Utilisation d'une primitive.	L'exemple fourni par les intégrales de Riemann sur $[1, +\infty[$ est choisi comme illustration.
L'intégrale de Gauss $\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\frac{x^2}{2})\,dx$ converge et vaut $\sqrt{2\pi}$.	Résultat admis.
c) Propriétés	
Relation de Chasles. Linéarité.	
Intégrale généralisée et relation d'ordre.	Résultat admis.
Adaptation de la formule de changement de variable pour les intégrales impropres.	Si la fonction φ est de classe $\mathcal{C}^1$ et strictement monotone sur un intervalle d'extrémités a et b ayant des limites $\alpha = \lim_a \varphi$ et $\beta = \lim_b \varphi$ et si f est continue sur l'intervalle d'extrémités α et β, alors les intégrales $\int_\alpha^\beta f(x)\,dx$ et $\int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$ convergent ou divergent simultanément, et ont la même valeur lorsqu'elles convergent.
d) Convergence	
Théorème de comparaison pour deux fonctions positives f et g telles que $f \leqslant g$ au voisinage de la borne considérée.	Tout autre critère de comparaison est hors programme.
e) Généralités sur les variables aléatoires à densité	
Densité de probabilité. Une fonction de densité est une fonction définie sur $\mathbf{R}$, continue par morceaux, positive, dont l'intégrale impropre converge et vaut 1. Variable aléatoire positive admettant une densité : expression de la fonction de répartition.	
Sur des exemples simples, recherche de la loi de la variable $Y = f(X)$, X ayant une densité connue.	On peut prendre comme exemples $Y = X^2$, $Y = aX + b$, etc.
Espérance, variance et écart-type de variables aléatoires positives à densité. Formule de König-Huygens . Théorème de transfert.	On fait une analogie avec le cas discret.
Brève extension des notions précédentes aux variables aléatoires réelles à densité.	Tous les résultats sont admis.
f) Lois classiques	
Étude des lois classiques : loi uniforme, loi exponentielle, loi normale.	Transformation pour se ramener à la loi normale centrée réduite.
Fonction des quantiles.	On fait remarquer que les fonctions de répartition des lois exponentielles et normales sont strictement monotones et continues sur leurs intervalles de définition respectifs. Les fonctions réciproques, nommées « fonctions des quantiles », sont souvent notées u ; interprétation et exemples d'emploi de la fonction u.

Contenus (suite)	Commentaires
Espérance et variance de ces lois.	L'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi normale fait apparaitre une intégrale d'une fonction non positive ; on lui donne un sens au moyen d'un découpage. Les espérances et variances des lois mentionnées doivent être connues.

Travaux dirigés

Exemples d'étude de convergence d'intégrales impropres en lien avec des variables aléatoires et leurs espérances.
Exemples de calculs de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires à densité.
△ Simulation des lois uniforme, exponentielle, normale en utilisant un logiciel ou une calculatrice.
⇌ Exemples de phénomènes naturels pouvant être modélisés par des lois uniformes, exponentielles, normales.

Probabilités 5 – Couples de variables aléatoires discrètes

Exemples de capacités : trouver les lois marginales ; calculer une covariance ; calculer la probabilité d'un événement simple exprimé en fonction de deux variables aléatoires.

On se limite ici aux couples de variables aléatoires dont l'une au moins est finie et prend au plus quatre valeurs.

Contenus	Commentaires
Notation (X, Y). Loi conjointe. Lois marginales. Lois conditionnelles. Covariance.	 Interprétation de la notion d'indépendance.

Travaux dirigés

Exemples de détermination de la loi des variables X et Y à partir de la loi d'un couple discret (X, Y).

Probabilités 6 – Théorèmes limites et prise de décision

Ce chapitre met en place un contexte d'étude de phénomènes limites, amenant à une reprise en situation de quelques résultats simples de statistique inférentielle figurant dans le programme de la classe terminale STL ; les liens avec les autres chapitres sont évidemment à souligner.

Exemples de capacités : approcher une loi binomiale par une loi normale ; déterminer et exploiter un intervalle de fluctuation ; donner un intervalle de confiance.

Contenus	Commentaires
a) Lois des grands nombres Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev pour des variables aléatoires positives. Loi faible des grands nombres. Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.	 Résultat admis.
b) Intervalle de fluctuation d'une fréquence	

Contenus (suite)	Commentaires
Intervalle de fluctuation asymptotique à 95% d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille n : $$\left[p-1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p+1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$ lorsque la proportion p dans la population est connue.	Résultat admis. Il est possible de mettre en évidence le lien entre la constante 1,96 et la valeur de la fonction des quantiles associée à la loi normale centrée réduite au point 0,95.
Test d'hypothèse portant sur une proportion : hypothèse nulle, hypothèse alternative.	À l'aide d'intervalle de fluctuation on parvient à rejeter, ou non, l'hypothèse nulle. La notion d'erreurs de première et de seconde espèce n'est pas un attendu du programme.
c) Intervalle de confiance d'une proportion	
Estimation d'une proportion inconnue avec un niveau de confiance de 95% par l'intervalle $$\left[f-1{,}96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\ ;\ f+1{,}96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right]$$ calculé à partir d'une fréquence f obtenue sur un échantillon de taille n.	Résultat admis. On fait constater par simulation que, pour $n \geqslant 30$, sur un grand nombre d'intervalles de confiance, environ 95 % contiennent la proportion à estimer.
Test de l'égalité de deux proportions à l'aide des intervalles de confiance à 95% correspondant aux fréquences de deux échantillons de taille n.	La différence entre les deux fréquences observées est considérée comme significative quand les intervalles de confiance à 95% sont disjoints.

Travaux dirigés

On utilisera les résultats précédents pour donner des ordres de grandeurs pour des probabilités issues de problèmes concrets.
△ Observation d'une convergence par rapport à un intervalle de fluctuation.
⇌ Acceptabilité d'un résultat.
⇌ Incertitude de mesure associée à un niveau de confiance.
⇌ Méthodes statistiques pratiquées en biologie et en biotechnologies.
⇌ Dénombrement bactérien en milieu solide.

Analyse 7 – Notions sur les fonctions réelles de plusieurs variables réelles

Ce chapitre met en place, très simplement, le vocabulaire et la problématique des fonctions de plusieurs variables. En Mathématiques, on se limite aux fonctions de deux variables (suffisamment lisses) tout en faisant observer qu'il n'y a pas plus de difficulté à aborder des phénomènes à trois variables.

Exemples de capacités : calculer des dérivées partielles, des dérivées partielles d'ordre deux ; déterminer les extrémums possibles d'une fonction de deux variables.

Contenus	Commentaires
a) Notion de fonction de plusieurs variables et de dérivées partielles	
Définition d'une fonction de $\mathbf{R}^2$ dans $\mathbf{R}$.	Retour sur la notion d'applications de E dans F vue en première année.
Fonction partielle par rapport à une variable. Dérivée partielle par rapport à une variable	⇌ Notion de coupe sur un milieu (tissu vivant, terrain).
b) Extrémums d'une fonction de plusieurs variables	

Contenus (suite)	**Commentaires**
Fonctions continues.	On introduit cette notion à partir d'exemples simples et à l'aide d'un support graphique. On utilise la notion de rectangle de $\mathbf{R}^2$ qui généralise celle d'intervalle de $\mathbf{R}$ afin d'exprimer la continuité. Étudier la continuité d'une fonction n'est pas un attendu du programme.
Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$.	
Dérivée dune expression de la forme $f(x(t), y(t))$, les fonctions f, x, y étant de classe $\mathcal{C}^1$.	Résultat admis.
Notion d'extrémum local.	Cette notion est exprimée à l'aide des rectangles.
Les dérivées partielles d'une fonction $\mathcal{C}^1$ s'annulent en tout extrémum local de la fonction.	
c) Dérivées d'ordre deux.	
Dérivées partielles d'ordre deux.	Les notations de Monge comme le théorème de Schwarz sont hors-programme.

Travaux dirigés

Détermination d'extrémums dans des problèmes faisant intervenir deux variables.

$\triangle$ Représentation graphique d'une surface et détermination visuelle des extrémums.

$\rightleftharpoons$ Exemples de lois physiques s'exprimant avec des dérivées partielles premières ou secondes (notamment en thermodynamique et à propos des gaz parfaits). La notion de différentielle, vue en physique, peut être évoquée à ce moment.

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Technologie et biologie (TB)**

Discipline : **Physique-chimie**

Seconde année

Programme de physique-chimie de TB 2ème année

Le programme de physique-chimie de la classe de deuxième année de TB s'inscrit dans la continuité du programme de première année. Ce programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de physique-chimie est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- valider ;
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, ce programme identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de TB2, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de TB2. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique-chimie fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de physique-chimie de la classe de deuxième année de TB inclut celui de première année, et son organisation est la même :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée **« formation expérimentale »,** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de TB1, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de TB2. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de TB2. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.
  Certains items de cette partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.
  D'autres items se prêtent à une **approche documentaire**. Les activités peuvent être abordées de manière collective ou nourrir un travail de préparation en autonomie.
- Un appendice liste le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie en fin de deuxième année de TB. Il complète le matériel rencontré en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée par semestre. Le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, sciences de la vie et de la terre, biotechnologies, mathématique et informatique.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement. C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu du volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique.
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale. - Enoncer une problématique d'approche expérimentale. - Définir les objectifs correspondants.
Analyser	- Formuler et échanger des hypothèses. - Proposer une stratégie pour répondre à la problématique. - Proposer un modèle. - Choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental. - Evaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations.
Réaliser	- Mettre en œuvre un protocole. - Utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel. - Mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates. - Effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales.
Valider	- Exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes. - Confronter un modèle à des résultats expérimentaux. - Confirmer ou infirmer une hypothèse, une information. - Analyser les résultats de manière critique. - Proposer des améliorations de la démarche ou du modèle.
Communiquer	- A l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible ; o utiliser un vocabulaire scientifique adapté ; o s'appuyer sur des schémas, des graphes. - Faire preuve d'écoute, confronter son point de vue.
Etre autonome, faire preuve d'initiative	- Travailler seul ou en équipe. - Solliciter une aide de manière pertinente. - S'impliquer, prendre des décisions, anticiper.

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les

activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.
La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative »** est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.
La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue.
Etablir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées.
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle.
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche

	(mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats.

3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique-chimie prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, **identifiées en gras**, dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ». L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...) dans les domaines de la physique et de la chimie des XXème et XXIème siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Dégager la problématique principale. - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie. - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau...).
Analyser	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations. - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents. - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence. - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. - S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse.
Réaliser	- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau. - Trier et organiser des données, des informations. - Tracer un graphe à partir de données. - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,… - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,… - Conduire une analyse dimensionnelle. - Utiliser un modèle décrit.
Valider	- Faire preuve d'esprit critique. - Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire. - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude...). - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance.

Communiquer à l'écrit comme à l'oral	- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,… (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique). - Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale. - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques.

Dix activités documentaires sont listées dans la formation disciplinaire de seconde année, en TB2. Ces activités nourrissent la réflexion thématique élargie. Néanmoins il ne saurait être question de limiter le champ des activités possibles, ni de restreindre les choix pédagogiques du professeur. Toute autre activité documentaire en liaison avec les thèmes du programme peut être étudiée et évaluée, dès lors que les activités citées dans le programme ont déjà été réalisées dans le cadre de la formation.

Partie 2 - Formation expérimentale

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les élèves doivent acquérir au cours des deux années de formation durant les séances de travaux pratiques.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Le choix des activités peut être réalisé en fonction de la progression de l'enseignement des concepts tout en maintenant un équilibre entre les deux années de préparation. Ces activités sont l'occasion pour l'étudiant de développer le sens de l'initiative, le **respect des règles de sécurité pour l'homme et pour l'environnement**.

Les étudiants doivent connaître le principe des techniques indiquées et en réaliser la mise en œuvre expérimentale. Des notices simplifiées de fonctionnement et de réglage des appareils utilisés doivent être fournies.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
Règles de sécurité	Interpréter la fiche de sécurité et l'étiquetage d'un produit. Respecter les règles élémentaires de sécurité dans le cadre d'un travail en laboratoire.
Techniques : - chauffage à reflux, - addition d'un réactif au cours d'une réaction, - réaction en conditions anhydres, - traitement d'un brut réactionnel, - séparation et purification,	Installer et utiliser un montage de chauffage à reflux. Utiliser une ampoule de coulée. Conduire une réaction en milieu anhydre. Réaliser les opérations suivantes : filtration sous vide, extraction liquide-liquide, lavage, séchage d'une phase organique, élimination d'un solvant à l'aide d'un évaporateur rotatif, essorage et séchage d'un solide.

	Mettre en œuvre les techniques suivantes : relargage, distillation fractionnée sous pression atmosphérique, hydrodistillation, recristallisation.
Analyse et suivi : - chromatographie sur couche mince, - dosage de prélèvements, - température de fusion, - indice de réfraction, - pouvoir rotatoire, - rendement.	Réaliser une chromatographie sur couche mince. Réaliser un prélèvement et effectuer un dosage Utiliser un banc Köfler, un réfractomètre, un polarimètre. Utiliser un pH-mètre, un spectrophotomètre, un calorimètre. Définir et calculer le rendement d'une réaction. Mesurer une masse, un volume. Rechercher et interpréter des informations tabulées.

Partie 3 - Contenus disciplinaires

Les thèmes traités en seconde année

Les objectifs de formation en seconde année sont identiques de ceux exposés dans le programme de première année. La seconde année est rythmée par quatre thèmes :

I. Evolution des systèmes physiques en thermodynamique
II. Stratégie de synthèse organique
III. Evolution et équilibre des systèmes chimiques
IV. Transport de matière et d'énergie, mécanique des fluides

Le contenu et le volume des séances de travaux dirigés spécifiques à chaque thème sont à l'initiative de l'enseignant en fonction de sa progression.

I – Evolution des systèmes physiques en thermodynamique

Cette partie prolonge l'étude du premier principe de la thermodynamique, vue en première année. Le second principe de la thermodynamique permet de sensibiliser les futurs scientifiques à la question de l'irréversibilité des transformations. L'étude des systèmes physiques en évolution débouche sur des applications pratiques dans la vie quotidienne.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Second principe de la thermodynamique : principe d'évolution	
Nécessité du second principe, irréversibilité d'une transformation.	Discuter de l'insuffisance du premier principe, d'après un exemple et citer les causes d'irréversibilité d'une transformation.
Entropie S : fonction d'état extensive et non conservative. Entropie créée, entropie échangée.	Ecrire la variation élémentaire d'entropie dS comme la somme d'un terme d'échange et d'un terme de création, ce dernier rendant compte de l'évolution interne du système : $dS = \delta S_c + \delta S_e$.

	Utiliser la nullité de l'entropie créée comme critère de la réversibilité. Exprimer l'entropie échangée entre le système et le milieu extérieur. Comparer les évolutions adiabatique réversible et adiabatique irréversible.
2. Identité thermodynamique	
Température thermodynamique et pression thermodynamique. Concordance (admise) entre ces grandeurs et les grandeurs expérimentales. Première identité thermodynamique dans le cas d'un système divariant : dU=TdS-PdV. Seconde identité thermodynamique dans le cas d'un système divariant : dH=TdS+VdP.	Utiliser à bon escient les notations désignant une dérivée, une dérivée partielle et une différentielle. Définir la température thermodynamique et la pression thermodynamique à partir des dérivées partielles de la fonction U(S,V). Expliciter la différentielle de U en variable S et V, pour établir la première identité thermodynamique. Démontrer la seconde identité thermodynamique dans le cas d'un système divariant en partant de la définition de l'enthalpie et en utilisant la première identité.
3. Applications du second principe	
Variation d'entropie, entropie d'échange et entropie de création pour une transformation du gaz parfait. Loi de Laplace pour le gaz parfait. Variation d'entropie, entropie d'échange et entropie de création d'une phase condensée (modèle incompressible et indilatable). Bilan entropique d'un changement d'état réversible du corps pur, isotherme et isobare. Diagrammes entropiques	Etablir l'expression de la variation d'entropie d'un gaz parfait en variables (T,V) ou (T,P) Choisir de manière pertinente les variables de travail. Démontrer le caractère irréversible de quelques transformations : détente de Joule Gay Lussac, mixage de deux gaz. Etablir, à partir du second principe de la thermodynamique, les trois expressions de la loi de Laplace pour le gaz parfait en évolution adiabatique réversible. Etablir l'expression de la variation d'entropie pour une phase condensée. Montrer l'irréversibilité lors du transfert thermique entre deux solides en contact contenus dans une enceinte calorifugée. Etablir l'expression de la variation d'entropie lors d'un changement d'état réversible du corps pur, isotherme et isobare. Commenter le signe de cette variation d'entropie. **Approche documentaire** : lire et exploiter un diagramme entropique en coordonnées (T,S) ou (H,S).
4. Machines thermiques	
Machines thermiques monothermes et dithermes dans le cas de sources idéales : définitions, bilans énergétique et entropique, inégalité de Clausius.	Définir un moteur et un récepteur thermique. Démontrer qu'un moteur monotherme ne peut pas exister. Distinguer une machine frigorifique d'une pompe à chaleur. Connaître le sens réel des échanges d'énergie entre le fluide et l'extérieur pour chaque cas.

Rendement ou efficacité d'une machine thermique. Cycles thermodynamiques de fluides.	Définir le rendement d'un moteur thermique et l'efficacité d'un récepteur. Etablir le théorème de Carnot. Etudier le cycle de Carnot et comprendre son caractère réversible. Décrire un cycle irréversible (avec ou sans changement d'état) : Beau de Rochas, Rankine … **Approche documentaire :** comprendre le fonctionnement et l'intérêt d'un dispositif de chauffage ou de réfrigération.

II- Stratégie de synthèse organique

Cette partie s'appuie sur les notions abordées en première année. L'approche par les familles, destinée à stabiliser les connaissances des élèves de première année, fait place en deuxième année à une présentation par types de réactions, plus réflexive et moins cognitive. A cette occasion, les études de cas proposées peuvent être assorties de révisions de première année. Le programme comprend également une initiation à la stratégie de synthèse organique, qui peut être étayée par des exemples pris dans le domaine de la biochimie ou de la pharmaceutique. A cet effet, une mobilisation de l'ensemble des connaissances acquises en chimie organique est exigible.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1. Principaux types de réactions	
Substitution nucléophile et mécanismes limites $S_N1$et S_N2. Etude de cas : obtention des amines et des ions ammonium quaternaire.	Ecrire les équations des réactions et les mécanismes d'obtention des amines de différentes classes. Connaître les conditions opératoires favorisant l'obtention d'un ion ammonium quaternaire.
β-élimination et mécanismes limites E1 et E2. Etudes de cas : obtention des alcènes à partir des halogénoalcanes et des alcools ; élimination d'Hofmann sur les ions ammonium quaternaire.	Ecrire les équations des réactions d'obtention des alcènes et les mécanismes E1 et E2. Discuter de la compétition des mécanismes E1 et E2 à partir d'exemples et des conséquences stéréochimiques. Comparer la régiosélectivité des réactions d'obtention des alcènes, selon la voie de synthèse choisie.
Addition nucléophile. Etudes de cas : hémiacétalisation et acétalisation des dérivés carbonylés.	Ecrire les équations des réactions et les mécanismes réactionnels. Utiliser les réactions en vue de protéger une fonction carbonyle. Commenter l'obtention des α et β Dglucopyrannose.
Addition-élimination. Etudes de cas : obtention des esters et des amides. Hydrolyse des dérivés d'acides carboxyliques.	Ecrire les équations des réactions et les mécanismes réactionnels. Etudier la synthèse d'un dipeptide. **Réaliser la synthèse d'un dérivé d'acide carboxylique ou l'hydrolyse d'un dérivé d'acide carboxylique.** Comparer la réactivité des dérivés d'acides carboxyliques vis-à-vis de l'hydrolyse.

Réactions d'oxydoréduction en chimie organique. Etudes de cas : réduction des carbonyles, des acides carboxyliques et dérivés ; oxydation des aldéhydes.	Identifier et choisir les espèces réductrices ou oxydantes usuelles en fonction des objectifs de synthèse. Ecrire et équilibrer les équations des réactions. Connaître et décrire les tests caractéristiques de la fonction carbonyle. **Réaliser et interpréter les tests caractéristiques de la fonction carbonyle.**
Réactions acido-basiques en chimie organique : définition du pK_A généralisé. Exemples d'acides et de bases utilisés en chimie organique. Basicité des amines. Mobilité de l'hydrogène en α du groupe carbonyle : tautomérie céto-énolique, énol et ion énolate ; aldolisation, cétolisation, crotonisation.	Connaître et classer les acides et les bases usuelles utilisées en chimie organique. Discuter de l'influence du pH sur la nucléophilie des amines. Ecrire les mécanismes d'obtention de l'énol et de l'énolate. Commenter la position de l'équilibre céto-énolique. Commenter l'équilibre d'isomérisation entre le glucose et le fructose. Ecrire les équations des réactions d'aldolisation, de cétolisation et de crotonisation. Ecrire les mécanismes d'aldolisation et de crotonisation en milieu basique. **Réaliser une condensation aldolique ou cétolique.**
2. Stratégie de synthèse	
Activation des fonctions alcool et acide carboxylique : obtention du chlorure d'acyle par action du chlorure de thionyle sur l'acide correspondant et de l'anhydride par action du carboxylate sur le chlorure d'acyle. Protection, déprotection des fonctions carbonyle, acide carboxylique, amine. Allongement de chaîne, création de liaison C-C, initiation à la rétrosynthèse. Etude de cas : C-alkylation, synthèse malonique. Régiosélectivité en synthèse : contrôle cinétique et contrôle thermodynamique, choix des conditions opératoires.	Ecrire les équations des réactions d'activation, de protection, de déprotection. Discuter de la nécessité d'activer ou de protéger une fonction. Identifier les étapes de la synthèse d'un peptide. **Approche documentaire** : étudier une approche historique de la synthèse peptidique. Analyser le squelette carboné d'une molécule et prévoir sa synthèse par union de deux chaînes plus courtes. Ecrire les équations des réactions de C-alkylation et des étapes de la synthèse malonique. **Approche documentaire** : étudier les étapes de la synthèse d'un composé multifonctionnel et l'évolution du squelette carboné lors de la synthèse. Prévoir les réactions possibles et favoriser un produit de synthèse particulier, à l'appui d'études de cas. **Approche documentaire** : commenter la régiosélectivité de synthèse sur des exemples simples. Comparer deux synthèses concurrentes en discutant des aspects économiques et

Enjeux de la chimie verte : considérations économiques et écologiques. Synthèse au laboratoire et synthèse industrielle. Etude de cas : synthèse de l'aspirine.	écologiques. Expliciter les termes : synthèse propre, synthèse économe en matière et en énergie. Analyser les étapes d'une synthèse multi-étapes. **Réaliser une synthèse multi-étapes.**

III- Evolution et équilibre des systèmes chimiques

Cette partie s'inscrit dans le prolongement de la formation proposée en première année. L'évolution et l'équilibre des systèmes sièges d'une réaction chimique sont étudiés grâce aux concepts thermodynamiques déjà rencontrés et adaptés au contexte particulier de la réaction chimique. Les exemples sont pris dans les domaines de la synthèse au laboratoire ou dans l'industrie, en phase sèche ou en phase aqueuse. Les équilibres en phase aqueuse font l'objet d'une étude poussée, au regard de leur intérêt dans le domaine biologique et dans le domaine analytique.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1. Fonction enthalpie libre	
Enthalpie libre G : définition à partir de $G = H - TS$, fonction d'état extensive.	Connaître l'expression générale de l'enthalpie libre
Systèmes fermés divariants. Identité thermodynamique dans le cas d'un système divariant : $dG = - SdT + VdP$ Variation d'enthalpie libre d'un gaz parfait. Relation de Gibbs-Helmholtz.	Dans le cas où T et P sont constants, démontrer que $dG \leq 0$. Etablir l'expression de dG à partir de celle de dH, expliciter la différentielle de la fonction G(T,P) et déduire les expressions de S et de V. Distinguer les écritures de la différentielle et de la dérivée partielle. Etablir la relation de Gibbs-Helmholtz.
2. Potentiel chimique	
Potentiel chimique pour un constituant d'un système homogène fermé, de composition variable.	Exprimer l'identité thermodynamique avec les variables T, P et les quantités de matière des constituants du système. Déduire le potentiel chimique du constituant i, comme la dérivée partielle de l'enthalpie libre à T, P et n_j ($j \neq i$) fixés.
Potentiel chimique du gaz parfait, seul ou dans un mélange idéal de gaz parfaits. Activité d'un constituant. Potentiel chimique d'un constituant pur ou dans un mélange idéal en phase condensée (modèle incompressible et indilatable). Potentiel chimique d'un soluté et d'un solvant dans une solution idéale.	Etablir l'expression du potentiel chimique dans les deux cas. Connaître et utiliser les expressions du potentiel chimique et de l'activité d'un constituant dans les cas cités. Utiliser le formalisme $\mu_i = \mu_i° + RT \ln a_i$.
3. Grandeurs thermodynamiques caractérisant une réaction	
Variation de l'enthalpie libre d'un système fermé, siège d'une réaction chimique à pression et à température constantes.	Connaître et utiliser la relation d'Euler (admise) appliquée à la fonction enthalpie libre. Utiliser les variations élémentaires des différentes quantités de matière exprimées en fonction de la variation élémentaire de l'avancement, $d\xi$. Expliciter à T et P fixés $dG = \boldsymbol{\Sigma}\mu_i dn_i$.

Enthalpie libre de réaction, entropie de réaction et enthalpie de réaction : définitions, relations $dG = \Delta_r G\ d\xi$ et $\Delta_r G = \boldsymbol{\Sigma}\mu_i\nu_i$.	Définir une grandeur thermodynamique de réaction comme la dérivée partielle de la fonction d'état par rapport à l'avancement, à T et P fixés ; appliquer cette définition à G, S et H. Déduire pour la réaction chimique à T et P fixés : $dG = \Delta_r G\ d\xi$.
Grandeurs standard de réaction : définitions. Relations entre grandeurs standard : - enthalpie libre standard de réaction - enthalpie standard de réaction - entropie standard de réaction - enthalpie libre standard de formation - enthalpie standard de formation - entropie molaire standard $S°_m$ Variation de $\Delta_r G°$ avec la température. Relation de Gibbs-Helmholtz. Approximation d'Ellingham.	Justifier l'approximation faite en première année, identifiant l'enthalpie de réaction à l'enthalpie standard de réaction. Distinguer et relier l'enthalpie libre de réaction et l'enthalpie libre standard de réaction. Relier les grandeurs standard entre elles. Connaître la propriété d'une grandeur standard de dépendre de la température. Appliquer la relation de Gibbs-Helmholtz. Appliquer l'approximation d'Ellingham.
4. Evolution d'un système chimique et équilibre	
Affinité chimique d'un système : définition à partir de l'enthalpie libre de réaction, sens d'évolution d'un système et condition d'équilibre. Quotient de réaction Q_R : définition et expression en fonction des activités des constituants. Expression de l'affinité chimique en fonction de Q_R et de la constante d'équilibre K°.	Définir l'affinité chimique. Appliquer le second principe de la thermodynamique pour prévoir $dG < 0$ et $A > 0$ pendant une évolution selon une réaction chimique à T et P fixés. Discuter du signe de $\Delta_r G$ selon l'évolution. Démontrer $dG = 0$ et $A = 0$ pour l'équilibre chimique. Démontrer la relation $A = A° - RT \ln Q_R$ avec $A° = RT \ln K°$. Justifier le résultat de la première année sur le critère d'évolution d'un système chimique en réaction.
Variance, facteurs d'équilibre (P, T, x_i). Variation de la constante d'équilibre avec la température. Lois de déplacement des équilibres chimiques : influence de la température (loi de modération de Van't Hoff), de la pression (loi de modération de Le Chatelier), de l'introduction ou du retrait d'un constituant actif ou inactif dans les conditions isotherme-isochore ou isotherme-isobare.	Identifier les paramètres intensifs influant sur l'équilibre d'un système chimique et les relations entre ces paramètres. Calculer la variance dans des cas variés, en utilisant la règle de Gibbs sans la démontrer. Déduire la relation de Van't Hoff à partir de la relation de Gibbs-Helmholtz. Etablir les lois de déplacement d'équilibre en se limitant au cas de l'influence de T et P pour un système fermé. Etudier qualitativement le cas de l'introduction d'un constituant inactif sans utiliser l'expression de l'affinité chimique hors équilibre. Prévoir l'ajout d'un réactif en excès ou le retrait d'un produit au fur et à mesure d'une synthèse pour en améliorer le rendement. Appliquer les lois de déplacement des équilibres chimiques et expliciter le terme « modération ».

	Approche documentaire : commenter les choix industriels influant sur le rendement d'une synthèse.
5. Equilibres chimiques en solution aqueuse	
5.1. Complexation	
Couple donneur-accepteur de ligand L. Formation de complexes successifs avec un même ligand. Constante de formation et constante de dissociation d'un complexe. Domaines de prédominance du complexe et de l'ion libre. Complexation compétitive par des ligands de natures différentes. Importance des complexes dans l'eau et dans les milieux biologiques. Détermination d'une concentration ou d'une grandeur thermodynamique grâce aux propriétés d'un complexe dans un titrage.	Reconnaître un ligand et un accepteur de ligand. Définir la constante d'équilibre de formation globale et l'écrire dans quelques exemples variés en appliquant la loi d'action des masses. Relier la constante de formation globale aux constantes de formations successives. Utiliser les constantes de formation et de dissociation. Etablir le diagramme de prédominance dans un cas simple sans intermédiaire instable. Exploiter une courbe de distribution en fonction de pL. Prévoir sans dérive calculatoire un échange de ligands en se limitant au cas de même stœchiométrie. Prévoir l'influence du pH dans quelques exemples sans calcul. **Approche documentaire** : illustrer l'importance de la complexation en milieu biologique. **Réaliser un dosage et exploiter une courbe de titrage ou un changement de couleur.**
5.2. Solubilité et précipitation	
Solubilité d'un gaz dans l'eau. Solution saturée solide : définition, équilibre entre solide et espèces en solution, produit de solubilité K_S. Condition de précipitation par comparaison du quotient réactionnel Q_S et de K_S. Solubilité s d'une espèce moléculaire ou ionique dans l'eau. Déplacement de l'équilibre de solubilité. Détermination d'une concentration ou d'une grandeur thermodynamique par titrage par précipitation.	Utiliser la constante d'équilibre de Henry. Ecrire l'équilibre entre forme solide et forme dissoute pour la solution saturée, expliciter K_S. Déterminer si une solution est saturée ou non. Exprimer K_S en fonction de s. Déterminer s ou K_S. Expliquer le déplacement d'équilibre dans quelques cas simples et sans dérive calculatoire : effet d'ion commun, influence du pH, complexation. Interpréter l'influence de la température sur la solubilité et expliquer le principe de la recristallisation. **Réaliser un dosage et exploiter une courbe de titrage, une apparition ou une disparition d'un précipité**.

5.3. Oxydo-réduction	
Relation entre affinité chimique d'une réaction chimique et potentiels rédox des couples impliqués dans la réaction. Evolution et équilibre rédox. Constante d'équilibre et quotient de réaction rédox. Potentiel apparent d'oxydoréduction à pH 7. Cas du potentiel à 37°C. Présentation des diagrammes potentiel-pH sans excès calculatoire ; influence de la précipitation et de la complexation. Détermination d'une concentration ou d'une grandeur thermodynamique par titrage rédox. Energie mise en jeu lors de fonctionnement d'une pile. Biocapteur : principe de fonctionnement sur un exemple.	Utiliser la relation $A = nF\Delta E$ et prévoir le sens d'évolution rédox. Retrouver les résultats utilisés en première année sur le fonctionnement d'une pile électrochimique. Analyser l'état final à l'équilibre rédox. Analyser la réactivité chimique rédox dans des exemples de couples présents dans les milieux biologiques (NAD/ NADH) à pH 7. Interpréter les diagrammes potentiels-pH dans quelques cas simples, cas de l'eau. **Réaliser un dosage et exploiter une courbe de titrage.** **Approche documentaire** : interpréter les résultats d'étude de consommation de piles usuelles. **Approche documentaire** : Expliciter le principe et l'avantage d'un biocapteur.

IV. Transport de matière et d'énergie, mécanique des fluides

Cette partie est résolument nouvelle par rapport au programme de première année. Le transport de matière par diffusion et le transfert thermique répondent à des lois simples, utiles dans la vie quotidienne. Ils sont comparés dans des cas simples en régime permanent ; notamment leur étude se limite à des modèles unidimensionnels. Puis l'étude des écoulements de fluides répond à une exigence de formation sur des questions pratiques en liaison avec plusieurs disciplines : fluides dans une canalisation avec ou sans pompage, fluides de ruissellement, fluides biologiques…Les fluides visqueux font enfin l'objet d'une étude sommaire, visant à initier une réflexion sur les conséquences des écoulements ; les exemples peuvent être tirés de plusieurs domaines (biologie, géologie, agroalimentaire).

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Phénomènes de transport	
Diffusion de matière, en régime permanent. Flux et densité de flux de diffusion de matière à travers une surface S. Définition et expression générale $\phi = \iint_S \vec{j}.\overrightarrow{dS}$. Cas particulier : $\phi = j \times S$ Première loi de Fick : énoncé et applications	**Réaliser une expérience simple mettant en évidence le phénomène de diffusion de matière.** Définir le vecteur densité de flux de matière. Définir le flux de matière à travers une surface S dans le cas où le vecteur densité de flux est homogène sur S et orthogonal à S en tout point. Reconnaître les cas de simplification à bon escient de l'expression générale du flux. Connaître l'expression de la première loi de Fick et l'expliciter dans les cas unidimensionnels plan ou cylindrique sans faire

simples excluant les phénomènes de couplage, l'autodiffusion, la diffusion mutuelle ainsi que toute interprétation microscopique.	intervenir le gradient. Effectuer un bilan de masse sur une tranche élémentaire du milieu dans lequel la diffusion a lieu en prenant en compte d'éventuels phénomènes de disparition ou de création (réaction, absorption dans une autre phase). Définir et utiliser l'hypothèse du régime permanent. Utiliser la loi de Fick pour une analyse qualitative d'un problème simple.
Conduction thermique. Flux et densité de flux thermique à travers une surface S. Définition et expression générale $\phi_{th} = \iint_S \overrightarrow{j_{th}}.\overrightarrow{dS}$. Cas particulier : $\phi_{th} = j_{th} \times S$. Première loi de Fourier : énoncé et applications simples. Analogie de la première loi de Fourier avec la première loi de Fick. Résistance thermique et résistance diffusive.	**Réaliser une expérience simple mettant en évidence le phénomène de conduction thermique.** Définir le vecteur densité de flux thermique. Définir le flux thermique à travers une surface S dans le cas où le vecteur densité est homogène sur S et orthogonal à S en tout point. Reconnaître les cas de simplification à bon escient de l'expression générale du flux. Connaître l'expression de la première loi de Fourier et l'expliciter dans les cas unidimensionnels plan ou cylindrique, sans faire intervenir le gradient. Effectuer un bilan thermique sur une tranche élémentaire du milieu dans lequel la conduction de la chaleur a lieu en prenant en compte d'éventuelles pertes thermiques ou une production interne de chaleur. Définir et utiliser l'hypothèse du régime permanent. Utiliser la loi de Fourier pour une analyse qualitative d'un problème simple. Effectuer les analogies entre les grandeurs intervenant dans ces deux phénomènes. Définir la résistance thermique et la résistance diffusive en régime permanent. Connaître et utiliser les lois d'associations de ces résistances.
Conduction électrique. Théorie sommaire de la conduction électrique dans un métal en régime permanent : vitesse limite et mobilité (en se limitant à l'étude du mouvement d'un électron dans un barreau cylindrique « AB » de section constante S, de longueur ℓ et siège d'un champ électrique $\vec{E}$ constant dont on n'explicitera pas l'origine). Définition du potentiel électrique d'après l'énergie potentielle électrostatique $E_p = q.V$	Définir un courant électrique. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à un électron plongé dans un champ électrique $\vec{E}$ uniforme et constant au cours du temps et subissant une force de « frottement » visqueux de la part du réseau cristallin. Etablir l'expression vectorielle de la vitesse limite. Définir la mobilité. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle électrostatique pour un champ constant. Faire le lien entre les concepts de potentiel et de tension électrique en relation avec le cours

	d'oxydoréduction (potentiel de Nernst, f.e.m d'une pile).
Vecteur densité de courant électrique. Intensité du courant électrique : Flux de charge à travers une surface S. Définition et expression générale $I = \iint_S \vec{j}.\overrightarrow{dS}$. Cas particulier : $I = j \times S$ Conductivité. Loi d'Ohm : résistance électrique $R = \frac{V_A - V_B}{I}$	Définir un courant électrique comme un mouvement d'ensemble de particules portant une charge électrique. Utiliser cette définition pour obtenir, par analogie avec le phénomène de diffusion, l'expression du vecteur densité de courant électrique. Définir la conductivité σ. Justifier la loi d'Ohm locale sous la forme : $j = -\sigma \frac{dV}{dx}$ ou $j = -\sigma \frac{dV}{dr}$ selon le paramètre d'étude, pour le cas d'un champ constant. Définir, par analogie avec le phénomène de diffusion, le flux de charge à travers une surface S dans le cas où le vecteur densité de courant est homogène sur S et orthogonal à S en tout point. Reconnaître les cas de simplification à bon escient de l'expression générale du flux. Définir, par analogie avec les phénomènes de diffusion et de conduction, la résistance électrique d'un barreau cylindrique de section constante S et de longueur ℓ. **Mesurer la résistance d'un conducteur ohmique.**
2. Cinématique des fluides	
Particule de fluide : définition, variation continue des propriétés locales.	Définir l'état fluide. Identifier les propriétés locales d'un fluide (masse volumique, pression, température et vitesse). Utiliser le coefficient de compressibilité isotherme pour différencier les liquides des gaz.
Fluide en mouvement et champ des vitesses. Ecoulements permanent, transitoire, unidimensionnel.	Définir et représenter une ligne de courant et un tube de courant. Définir et repérer un régime permanent d'écoulement par opposition à un régime transitoire. Définir et repérer un écoulement unidimensionnel.
Débit volumique : $D_V = \iint_S \vec{v}.\overrightarrow{dS}$. Débit massique : $D_m = \iint_S \rho\vec{v}.\overrightarrow{dS}$. Bilan de masse sans recourir à l'équation locale de conservation de la masse : flux de masse et de volume.	Définir les débits volumique et massique dans le cas d'un fluide incompressible. Donner leur expression et établir le lien entre les deux expressions. Simplifier ces expressions dans le cas d'un écoulement unidimensionnel perpendiculaire à une section droite *S* d'un tube d'écoulement. Montrer et utiliser le fait qu'en régime permanent le débit massique est conservatif

	quelque soit le fluide. Montrer et utiliser le fait que pour un fluide incompressible, le débit volumique est conservatif.
3. Dynamique des fluides	
Bilan d'énergie pour un fluide incompressible en régime d'écoulement permanent, sur un système ouvert à frontière fixe ou sur un système fermé à frontière variable : - variation d'énergie mécanique - variation d'énergie interne - travail des forces extérieures de pression. - travail machine (travail indiqué) - travail des forces de frottement. Théorème de Bernoulli. Charge : définition comme la somme des énergies potentielle et cinétique par unité de volume et de la pression (assimilable à une énergie par unité de volume dans le cas d'un écoulement permanent incompressible). Charge hydraulique : définition (en mètre de colonne d'eau).	Maîtriser le choix du système, la nature de la transformation, avant de présenter le bilan d'énergie. Identifier le volume de contrôle. Présenter le bilan d'énergie. Etablir le théorème de Bernoulli par application du premier principe de la thermodynamique au système fermé et préciser les hypothèses de travail. Définir la charge. Définir la charge hydraulique. Utiliser dans l'expression de l'énergie cinétique, la vitesse débitante (même si le profil de vitesse n'est pas uniforme sur une section).
Applications : - tube de Venturi, mesure des débits - tube de Pitot, mesure des vitesses - circulation d'un liquide dans une canalisation. Les expressions des pertes de charges ne sont pas exigées.	Déterminer un débit grâce au tube de Venturi. Déterminer une vitesse grâce au tube de Pitot. Analyser la circulation d'un liquide dans une canalisation sous l'effet de la gravité et / ou d'une pompe. **Mesurer un débit ou une vitesse.**
4. Viscosité des fluides newtoniens	
Viscosité : approche expérimentale, exemples, cas de la contrainte visqueuse par cisaillement plan. Viscosité dynamique. Fluides newtoniens.	**Présenter une expérience simple mettant en évidence la viscosité des fluides.** Définir et reconnaître un fluide newtonien.
Nombre de Reynolds : description qualitative des différents régimes d'écoulement (laminaire, turbulent), nombre sans dimension.	Prédire grâce à la donnée du nombre de Reynolds le régime d'écoulement, notamment dans le cas d'un écoulement en conduite cylindrique de section circulaire.
Loi de Poiseuille : expression sans démonstration, analogie entre écoulements visqueux plan et cylindrique, profil des vitesses, cas de l'écoulement permanent établi dans un tube cylindrique de section circulaire.	Vérifier l'homogénéité dimensionnelle. Commenter le sens de variation de la perte de charge en fonction des différents paramètres. Connaître le profil des vitesses parabolique. Connaître les conditions de validité et commenter le fait que la linéarité entre perte de charge et débit n'est plus vérifiée en écoulement turbulent. **Approche documentaire** : étudier la perte de charge dans la circulation sanguine artérielle et veineuse.

http://www.enseignementsup-recherche.gouv.fr

Classe préparatoire scientifique technologie, physique et chimie

NOR : ESRS1326931A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 24-12-2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 20-6-1996 modifié ; avis du Cneser du 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - Les programmes de seconde année de mathématiques, de physique et technologie physique, et de chimie et technologie chimique de la classe préparatoire scientifique technologie, physique et chimie (TPC), figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 de l'arrêté du 20 juin 1996 modifié susvisé, sont remplacés par les programmes figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Annexe 1
↳ *Mathématiques*

Annexe 2
↳ *Physique*

Annexe 3
↳ *Chimie*

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Technologie, physique, chimie (TPC)**

Discipline : **Mathématiques**

Seconde année

Classe préparatoire TPC deuxième année
Programme de mathématiques

Table des matières

Le programme de mathématiques de TPC2, dans le prolongement de celui de TPC1, s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Objectifs de formation

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.
Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable, à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies
Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.
Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser
Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et informatique).

Représenter
Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemple, la géométrie apparaît comme un champ d'utilisation des concepts développés en algèbre linéaire et en analyse ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles ; les probabilités permettent d'illustrer certains résultats d'analyse et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.
C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques...).
La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés. **Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires** afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :
- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.

Il a été conçu pour s'adapter aux intentions de la réforme de la série STL. Les étudiants de cette série ont désormais pour vocation d'entrer dans un cycle long de formation supérieure : le programme de mathématiques se doit d'être d'une ambition réaliste. Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. S'y ajoute un enseignement de probabilités visant à prolonger les notions figurant dans le programme de TPC1 et à préparer celles qui seront ultérieurement introduites dans les grandes écoles. Les probabilités permettent de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, d'établir des ponts avec les autres disciplines, et d'enrichir les thèmes susceptibles d'être abordés lors du TIPE.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et préhilbertienne, les fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, et le calcul différentiel.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier prolonge l'étude de l'algèbre linéaire abordée en première année, introduit la notion de déterminant et aboutit à la théorie de la réduction dont il développe quelques applications. Le second, consacré à l'algèbre euclidienne, met l'accent sur les relations entre les points de vue matriciel et géométrique, notamment à travers l'étude des isométries vectorielles en dimensions deux et trois. La réduction des matrices symétriques réelles permet de faire le lien entre ces deux volets.

Le programme d'analyse est introduit par l'étude des fonctions vectorielles d'une variable réelle qui s'attache à relier les registres analytique et géométrique en développant l'étude affine des arcs paramétrés.
L'étude de l'intégration, entamée en première année dans le cadre des fonctions continues sur un segment, se poursuit dans celui des fonctions continues sur un intervalle quelconque.
Le chapitre relatif aux séries numériques a pour objectif la détermination de la nature d'une série par comparaison avec les séries de référence et se limite au cas de la convergence absolue. Il constitue une introduction à l'étude des séries entières et des séries de Fourier. En étroite articulation avec les concepts propres aux sciences physiques, le chapitre sur les séries de Fourier valorise les interprétations en termes de signaux.
L'étude des équations et des systèmes différentiels est limitée au cas linéaire, dont les interventions sont fréquentes tant en mathématiques que dans les autres disciplines scientifiques. L'utilisation dans ce cadre du théorème de Cauchy permet d'établir la structure de l'ensemble des solutions, illustrant la pertinence des outils de l'algèbre linéaire pour résoudre des problèmes d'origine analytique. Le cas particulier où les coefficients sont constants permet de mettre en œuvre des techniques de réduction matricielle. Dans le cas des équations différentielles d'ordre deux à coefficients continus, la recherche de solutions sous la forme de sommes de séries entières établit un lien entre deux parties importantes du programme d'analyse.
Le chapitre relatif au calcul différentiel à plusieurs variables est limité au cas des fonctions numériques de deux ou trois variables réelles. Il fournit des méthodes et des outils opérationnels pour résoudre des problèmes pouvant être issus d'autres disciplines scientifiques (recherche d'extremums, équations aux dérivées partielles). Il comporte un paragraphe présentant les premières notions de géométrie différentielle et favorise ainsi les interprétations et visualisations géométriques.

L'enseignement des probabilités consolide et complète l'étude traitée en première année sur un univers fini et aborde le cadre d'un univers dénombrable. Son objectif majeur est l'étude des variables aléatoires discrètes, en prolongement des variables finies, ce qui permet d'élargir aux processus stochastiques à temps discret le champ des situations réelles se prêtant à une modélisation probabiliste.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.
Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.
En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

- celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;

- celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
- celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.
Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.
Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole ⇆ PC pour la physique et la chimie et ⇆ I pour l'informatique.
On pourra aussi se reporter à l'annexe aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :
- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est en effet d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Quel que soit le contexte (cours, travaux dirigés), la pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

Programme

Compléments d'algèbre linéaire

Dans toute cette partie, le corps $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :
- *consolider les acquis de la classe de première année.*
- *étudier de nouveaux concepts : somme de plusieurs sous-espaces vectoriels, hyperplans, sous-espaces stables, trace.*
- *passer du point de vue géométrique au point de vue matriciel et inversement.*

Le programme valorise les interprétations géométriques en dimensions 2 et 3 et l'illustration des notions et des résultats par de nombreuses figures.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Familles quelconques de vecteurs	
Famille libre, famille génératrice, base.	Extension des résultats vus en première année sur les familles finies.
Base canonique de $\mathbb{K}[X]$. Toute famille de polynômes non nuls échelonnée en degré est libre.	Toute famille $(P_k)_{k\in\mathbb{N}}$ telle que $\deg(P_k) = k$ pour tout k est une base de $\mathbb{K}[X]$.
b) Sous-espaces vectoriels	
Somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels. Somme directe. En dimension finie, base adaptée à une décomposition en somme directe.	Par définition, la somme F de p sous-espaces F_i est directe si tout vecteur de F se décompose de manière unique selon les F_i. Caractérisation d'une somme directe par l'unicité de la décomposition du vecteur nul. Pour $p \geqslant 3$, toute autre caractérisation est hors programme.
Hyperplan d'un espace vectoriel de dimension finie n, défini comme sous-espace vectoriel de dimension $n-1$. Équations d'un hyperplan. Caractérisation comme sous-espace admettant une droite comme supplémentaire.	Interprétation géométrique en dimensions 2 et 3.
c) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel	
Homothéties. Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces vectoriels supplémentaires. Caractérisations $p\circ p = p$ et $s\circ s = \mathrm{Id}_E$.	
d) Sous-espaces stables	
Sous-espace stable par un endomorphisme. Matrice dans une base adaptée.	Les étudiants doivent savoir interpréter une forme matricielle par blocs en termes de sous-espace stable, et inversement.
e) Trace	
Trace d'une matrice. Linéarité, $\mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(BA)$ Deux matrices semblables ont même trace. Trace d'un endomorphisme en dimension finie.	

Déterminants

Ce chapitre développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence l'aspect algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et l'aspect géométrique (volume orienté).

Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.

Dans toute cette partie, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Déterminant d'une matrice carrée	
Il existe une unique application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans $\mathbb{K}$, appelée déterminant, telle que *i.* le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ; *ii.* l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par -1 ; *iii.* le déterminant de la matrice unité I_n vaut 1.	Notation det. La démonstration de ce théorème pour $n \geqslant 4$ et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme. Pour $n \in \{2,3\}$, on interprète géométriquement cette définition par les notions d'aire et de volume algébriques.
b) Propriétés du déterminant	
Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul. Expression de $\det(\lambda A)$ pour $\lambda \in \mathbb{K}$ et $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.	
Effet sur un déterminant des opérations élémentaires en colonnes.	$\leftrightarrows$ I : calcul du déterminant d'une matrice.
Déterminant d'une matrice triangulaire. Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.	
Déterminant d'un produit de matrices carrées. Déterminant de l'inverse.	Démonstration hors programme.
Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.	Démonstration hors programme. Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.
Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.	Démonstration non exigible. La notion de comatrice est hors programme.
c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme	
Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases. Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des automorphismes.	La formule de changement de bases pour un déterminant est hors programme. Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices.

Réduction d'endomorphismes

Ce chapitre étudie la réduction des matrices et des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Éléments propres	
Valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre d'un endomorphisme. Spectre.	Interprétation en termes de droite stable.
Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.	
Polynôme caractéristique d'un endomorphisme.	Le polynôme caractéristique, défini par la fonction polynomiale $x \mapsto \chi_f(x) = \det(x\mathrm{Id}_E - f)$, est de coefficient dominant égal à 1.
Le polynôme caractéristique d'un endomorphisme f peut s'écrire sous la forme : $$X^n - \mathrm{Tr}(f)X^{n-1} + \cdots + (-1)^n \det(f).$$	
Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres.	
Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Comparaison entre l'ordre de multiplicité d'une valeur propre et la dimension du sous-espace propre associé.	
Éléments propres et polynôme caractéristique d'une matrice.	Extension des définitions et des résultats précédents.
b) Endomorphismes et matrices diagonalisables	
Un endomorphisme est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.	Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.
Un endomorphisme de E est diagonalisable si et seulement si la somme de ses sous-espaces propres est égale à E.	
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et si l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé.	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension n ayant n valeurs propres distinctes est diagonalisable.	
Une matrice est dite diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale.	Extension des résultats précédents au cas des matrices.
c) Applications de la diagonalisation	
Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.	Les étudiants doivent savoir résoudre les récurrences vectorielles de la forme $X_{n+1} = AX_n$ où A est une matrice diagonalisable.
Récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants.	On se limite au cas homogène. Cette application est l'occasion de voir des matrices de $M_2(\mathbb{K})$ trigonalisables. Les étudiants doivent savoir traduire une récurrence scalaire d'ordre 2 en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type $X_{n+1} = AX_n$.
Structure de l'ensemble des suites numériques vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants. Équation caractéristique.	Les étudiants doivent savoir trouver une base de l'espace vectoriel des solutions dans le cas d'une relation d'ordre 2.

Fonctions vectorielles et courbes paramétrées

Ce chapitre fournit l'occasion de revoir une partie des notions abordées dans le cours d'analyse de première année. L'étude des fonctions vectorielles en dimension inférieure ou égale à trois permet de présenter des résultats utiles dans les autres disciplines scientifiques et introduit le paragraphe sur les courbes paramétrées. Dans ce cadre, le but est de tracer des courbes sans support logiciel quand les calculs se prêtent à un tracé rapide. Pour des calculs dont la gestion relève d'une technicité excessive, on utilise un outil informatique qui permet en plus de mettre en évidence des problèmes d'échelle et de restriction d'intervalle. L'étude des courbes définies par une équation polaire est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$	
Continuité et dérivabilité (éventuellement à gauche ou à droite) en un point ou sur un intervalle.	Ces notions sont définies à l'aide des fonctions coordonnées. Les étudiants doivent savoir interpréter géométriquement et cinématiquement la notion de dérivée en un point. ⇆ PC : cinématique.
Dérivée d'une somme de deux fonctions vectorielles, du produit d'une fonction à valeurs réelles et d'une fonction à valeurs vectorielles. Applications de classe $\mathscr{C}^k$ sur un intervalle I. Espace vectoriel $\mathscr{C}^k(I,\mathbb{R}^n)$. Formule de Taylor-Young pour une fonction de classe $\mathscr{C}^k$. Développement limité d'une fonction de classe $\mathscr{C}^k$. Dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$ (éventuellement orienté), dérivation d'un produit scalaire, d'une norme, d'un déterminant ou d'un produit vectoriel.	
b) Arcs paramétrés	
Rappels sur les graphes de fonctions réelles d'une variable réelle, tangente à un tel graphe. Arc paramétré.	
Tangente en un point.	La tangente en un point est définie comme la limite des sécantes.
Caractérisation de la tangente à partir du premier vecteur dérivé non nul.	L'étude locale en un point où tous les vecteurs dérivés successifs sont nuls est hors programme.
Cas particulier d'un point régulier.	Interprétation cinématique.
Position relative local de la courbe par rapport à sa tangente.	Les étudiants doivent savoir déterminer la position d'une courbe par rapport à sa tangente à l'aide des développements limités de chacune des composantes.
Exemples de constructions d'arcs plans.	Les étudiants doivent savoir exploiter les éventuelles propriétés des fonctions (parité, périodicité) afin de restreindre l'ensemble d'étude. L'étude des points stationnaire et des courbes asymptotes est hors programme. ⇆ I : tracé de courbes paramétrées.

Intégration d'une fonction continue sur un intervalle

L'objectif de ce chapitre est d'étendre la notion d'intégrale étudiée en première année à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées.
L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.
Les fonctions considérées sont continues sur un intervalle de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle	
Pour $f : [a, b[\to \mathbb{K}$, $b > a$ ou $b = +\infty$, l'intégrale $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ est dite convergente si la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ admet une limite finie quand x tend vers b par valeurs inférieures. Si tel est le cas, on note cette limite $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.	
Théorèmes de comparaison pour les fonctions à valeurs réelles, continues et de signe constant sur $[a, b[$, sous l'hypothèse $f \leqslant g$ ou $f(t) \underset{\substack{t \to b \\ t<b}}{\sim} g(t)$.	Il suffit de vérifier l'hypothèse $f \leqslant g$ au voisinage de b.
Intégration d'une fonction sur une intervalle quelconque.	Adaptation aux fonctions définies sur un intervalle $]a, b]$ où $a < b$, a réel ou $a = -\infty$, puis sur un intervalle $]a, b[$, avec $a < b$ quelconques.
Intégrales de référence : $$\int_1^{+\infty} \frac{\mathrm{d}t}{t^\alpha}, \int_0^1 t^{-\alpha}\,\mathrm{d}t \quad (\alpha \in \mathbb{R}).$$	Les étudiants doivent connaître la nature de $\int_0^1 \ln(t)\,\mathrm{d}t$ et $\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\alpha t}\,\mathrm{d}t$ selon le signe de α.
Linéarité, positivité, croissance de l'intégrale et relation de Chasles.	Brève extension des propriétés étudiées en première année.
Théorème de changement de variable : étant données une fonction f continue sur $]a, b[$ et une fonction φ strictement croissante de classe $\mathscr{C}^1$ sur $]\alpha, \beta[$, les intégrales $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ et $\int_\alpha^\beta f(\varphi(u))\,\varphi'(u)\,\mathrm{d}u$ avec $a = \lim_{t \to \alpha} \varphi(u)$ et $b = \lim_{t \to \beta} \varphi(u)$ sont de même nature et égales en cas de convergence.	Adaptation au cas où φ est strictement décroissante. Pour les intégrales impropres en un point quelconque, les étudiants doivent savoir se ramener aux intégrales de référence par un changement de variable affine. Aucun théorème d'intégration par parties sur un intervalle quelconque n'est au programme.

Contenus	Capacités & commentaires
b) Intégrales des fonctions positives	
Théorèmes de comparaison pour les fonctions continues et positives sur $[a, b[$ ou les hypothèses $f \leqslant g$ ou $f(t) \underset{\substack{t \to b \\ t<b}}{\sim} g(t)$.	Les étudiants doivent savoir se ramener à une intégrale de référence pour étudier la nature d'une intégrale.
Une fonction continue et positive sur $]a, b[$ est nulle si et seulement si son intégrale est nulle.	

Contenus	Capacités & commentaires
c) Intégrales absolument convergentes	
Définition d'une intégrale absolument convergente.	L'étude des intégrales semi-convergentes n'est pas un objectif du programme.
Une intégrale absolument convergente est convergente.	Démonstration non exigible.
De plus, on a l'inégalité $\left\lvert \int_a^b f \right\rvert \leqslant \int_a^b \lvert f \rvert$.	Démonstration non exigible pour les fonctions à valeurs dans $\mathbb{C}$.
Comparaison en module à des fonctions réelles positives : $\lvert f \rvert \leqslant g$, et dans le cas où $\lvert f(t) \rvert \underset{\substack{t \to b \\ t<b}}{\sim} g(t)$.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Théorème de comparaison : si g est positive localement au voisinage de b et si $f(t) \underset{t\to b}{=} o(g(t))$, la convergence de l'intégrale de g implique la convergence absolue de l'intégrale de f. Une fonction continue est dite intégrable sur l'intervalle I si son intégrale sur I est absolument convergente. Espace vectoriel des fonctions intégrables sur I.	

Séries numériques

L'étude des séries prolonge celle des suites et prépare celle des séries entières et des séries de Fourier. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Généralités	
Série à termes réels ou complexes ; sommes partielles.	La série est notée $\sum u_n$.
Convergence ou divergence ; en cas de convergence, somme et restes.	La valeur de la somme est notée $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} u_n$ en cas de convergence.
Linéarité de la somme. Le terme général d'une série convergente tend vers 0.	Les étudiants doivent savoir prouver qu'une série diverge grossièrement en étudiant la limite du terme général.
Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, valeur de la somme en cas de convergence. Une suite (u_n) converge si et seulement si la série $\sum(u_{n+1}-u_n)$ converge.	
b) Séries à termes positifs	
Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée. Si (u_n) et (v_n) sont positives et si, pour tout n, $u_n \leqslant v_n$, alors 1. la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$, et $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} u_n \leqslant \sum\limits_{n=0}^{+\infty} v_n$ 2. la divergence de $\sum u_n$ implique celle de $\sum v_n$. Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$, alors $\sum v_n$ et $\sum u_n$ sont de même nature.	
Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert.	Toute autre règle de comparaison est hors programme.
Théorème de comparaison séries-intégrales : si $f : [n_0, +\infty[\to \mathbb{R}_+$ est une fonction continue, positive et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\int_{n_0}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ sont de même nature.	Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique des sommes partielles.
Séries de Riemann.	Les étudiants doivent savoir comparer une série positive à une série de Riemann pour étudier sa nature.

Contenus	Capacités & Commentaires
c) Séries absolument convergentes	
Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.	
La convergence absolue implique la convergence.	Démonstration non exigible. La notion de semi-convergence est hors programme.
Inégalité triangulaire.	

Séries entières d'une variable réelle ou complexe

Les séries entières considérées sont à coefficients réels ou complexes. Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :
- *étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence ;*
- *étudier les propriétés de sa somme en se limitant au cas d'une variable réelle ;*
- *établir les développements en série entière des fonctions usuelles.*

La théorie des séries entières sera appliquée à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Convergence d'une série entière	
Série entière d'une variable réelle ou complexe.	
Lemme d'Abel : étant donné un nombre réel $r > 0$, tel que la suite $(a_n r^n)_n$ soit bornée, alors, pour tout nombre complexe z tel que $\|z\| < r$ la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.	
Rayon de convergence défini comme comme borne supérieure dans $\mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ des réels $r \geqslant 0$ tels que la suite $(a_n r_n)_n$ est bornée.	Si le rayon de convergence R est un réel strictement positif, alors pour $\|z\| < R$ la série $\sum a_n z^n$ converge absolument et pour $\|z\| > R$, la série $\sum a_n z^n$ diverge grossièrement.
Disque ouvert de convergence, intervalle ouvert réel de convergence.	Toute étude systématique de la convergence sur le cercle de convergence est exclue.
Si $\|a_n\| \leqslant \|b_n\|$ pour tout n, alors le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$ est supérieur ou égal à celui de $\sum b_n z^n$.	
Si $\|a_n\| \sim \|b_n\|$, le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$ est égal à celui de $\sum b_n z^n$.	La règle de d'Alembert relative aux séries entières est hors programme.
Les séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont le même rayon de convergence.	Démonstration non exigible.
b) Somme d'une série entière d'une variable réelle	
Fonction somme d'une série entière. Domaine de définition.	Ce domaine n'est pas nécessairement ouvert.
La fonction somme est continue sur l'intervalle de convergence ouvert.	Démonstrations hors programme.
La fonction somme est de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur son intervalle ouvert de convergence. Dérivation terme à terme.	Démonstrations hors programme.
Intégration terme à terme sur un segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.	Démonstration hors programme.
c) Fonction développable en série entière	
Fonction développable en série entière au voisinage de 0. Unicité du développement en série entière.	Lien avec la série de Taylor.

Contenus	Capacités & Commentaires
Développements en série entière usuels : $$\frac{1}{1-x};\quad \ln(1+x);\quad \mathrm{e}^x;$$ $$(1+x)^\alpha;\quad \cos(x);\quad \sin(x).$$	Les étudiants doivent savoir utiliser l'unicité de la solution d'un problème de Cauchy pour déterminer un développement en série entière.

c) Exponentielle complexe

Expression admise pour un nombre complexe z de $\exp(z)$ (ou e^z) comme somme de la série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$.	En première année, l'exponentielle complexe est définie par la relation $$\mathrm{e}^{x+iy} = \mathrm{e}^x(\cos(y) + i\sin(y))$$ où x et y sont deux réels quelconques.

Probabilités

On aborde dans ce chapitre l'étude des probabilités sur un univers Ω dénombrable, afin de modéliser les processus stochastiques à temps discret. Les résultats démontrés en première année dans le cadre d'un univers fini sont étendus sans démonstration. La construction d'espaces probabilisés modélisant notamment une suite d'expériences aléatoires indépendantes est hors de portée à ce niveau. On se limite au cas où l'ensemble des événements est l'ensemble des parties de Ω. La notion de tribu est hors programme.

A - Probabilité sur un univers dénombrable

Contenus	Capacités & commentaires
a) Espace probabilisé dénombrable	
Un ensemble est dit dénombrable s'il peut être décrit en extension par $\{x_n; n \in \mathbb{N}\}$.	Dénombrabilité de $\mathbb{N}$ et de $\mathbb{Z}$. Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme.
Expérience aléatoire, événements. Suite infinie d'événements ; union et intersection. Système complet d'événements. On appelle probabilité sur Ω toute application P de $\mathscr{P}(\Omega)$ dans $[0,1]$ vérifiant $P(\Omega) = 1$ et, pour toute suite $(A_k)_{n\in\mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles : $$P\Big(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n\Big) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$$	Extension des définitions vues en première année. Les étudiants doivent faire le lien entre point de vue probabiliste et point de vue ensembliste.
b) Indépendance et conditionnement	
Si A et B sont deux événements tels que $P(B) > 0$, on appelle probabilité conditionnelle de A sachant B le réel $$P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$	On la note aussi $P(A\,\vert\,B)$. L'application P_B est une probabilité.

Contenus	Capacités & Commentaires
Formules des probabilités composées. Formule des probabilités totales : si $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est un système complet d'événements de probabilités non nulles, alors la série $\sum P(B\cap A_n)$ converge et, $$P(B)=\sum_{n=0}^{+\infty}P(B\cap A_n)=\sum_{n=0}^{+\infty}P(B\,\vert\,A_n)\,P(A_n)$$ Formules de Bayes : si A et B sont deux événements tels que $P(A)>0$, $P(B)>0$, alors, $$P(A\,\vert\,B)=\frac{P(B\,\vert\,A)\,P(A)}{P(B)}$$	Brève extension des résultats vus dans le cadre d'un univers fini.
Indépendance de deux événements.	Si $P(B)>0$, l'indépendance de A et B équivaut à $P(A\,\vert\,B)=P(A)$.
Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.	L'indépendance des événements A_i deux à deux n'entraîne pas leur indépendance mutuelle si $n\geqslant 3$.

B - Variables aléatoires

L'utilisation de variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite en pratique aux variables aléatoires définies sur un univers dénombrable.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Variable aléatoire réelle	
Une variable aléatoire réelle X est une application définie sur Ω à valeurs dans $\mathbb{R}$.	
Loi de probabilité. L'application P_X est définie par la donnée des $P(X=x)$ pour x dans $X(\Omega)$.	Notation P_X.
Fonction de répartition ; croissance.	$F_X(x)=P(X\leqslant x)$. La connaissance des propriétés générales des fonctions de répartition n'est pas exigible. Les étudiants doivent savoir déterminer la loi d'une variable aléatoire à partir de sa fonction de répartition.
Image d'une variable aléatoire par une application.	Si f est une application à valeurs réelles, on admet que $f(X)$ est une variable aléatoire et on se limite aux cas simples du type X^2 et X^3.
b) Espérance	
La variable aléatoire réelle X est dite d'espérance finie si la série $\sum x_nP(X=x_n)$ est absolument convergente. Dans ce cas, on appelle espérance de X le réel $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}x_nP(X=x_n)$.	On admet que la somme $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}x_nP(X=x_n)$ ne dépend pas de l'ordre d'énumération. Notation $\mathrm{E}(X)$. ⇆ PC : énergie moyenne de systèmes à spectre discret.
Linéarité de l'espérance.	Démonstration hors programme.

Contenus	Capacités & Commentaires
Théorème du transfert : si X est une variable aléatoire et f une application à valeurs réelles définie sur l'image $\{x_n,\ n \in \mathbb{N}\}$ de X, alors $f(X)$ est d'espérance finie si et seulement si la série $\sum P(X = x_n)\, f(x_n)$ converge absolument. Dans ce cas, on a : $$\mathrm{E}(f(X)) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X = x_n)\, f(x_n).$$	Démonstration hors programme. Les étudiants doivent savoir calculer une espérance en appliquant le théorème du transfert.
Si X et Y sont deux variables aléatoires discrètes indépendantes, alors $\mathrm{E}(XY) = \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y)$.	Démonstration hors programme.

c) Variance et écart type d'une variable aléatoire

Si la variable aléatoire X^2 est d'espérance finie, alors X est elle-même d'espérance finie.	
Lorsque X^2 est d'espérance finie, on appelle variance de X le réel $\mathrm{E}(X^2) - (\mathrm{E}(X))^2$.	Notation $\mathrm{V}(X)$. Les moments d'ordre supérieur ne sont pas au programme.
Écart type d'une variable aléatoire. Formule $\mathrm{V}(aX + b) = a^2\mathrm{V}(X)$ pour a et b réels.	
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.	L'inégalité de Markov n'est pas au programme.

d) Lois usuelles

Pour $p \in]0,1[$, loi géométrique de paramètre p : la variable aléatoire X suit la loi $\mathscr{G}(p)$ si et seulement si $$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad P(X = k) = p(1-p)^{k-1}.$$	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{G}(p)$. Les étudiants doivent reconnaître des situations modélisables par une loi géométrique. La loi géométrique peut être interprétée comme rang du premier succès dans une suite infinie d'épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre p. On remarquera que cette interprétation requiert l'existence d'une suite $(X_n)_{n\geqslant 1}$ de variables de Bernoulli indépendantes, donc un univers non dénombrable. Elle est donnée à titre heuristique.
Pour $\lambda \in \mathbb{R}$, loi de Poisson de paramètre λ : la variable aléatoire X suit la loi $\mathscr{P}(\lambda)$ si et seulement si $$\forall k \in \mathbb{N}, \quad P(X = k) = \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}.$$	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{P}(\lambda)$. Les étudiants doivent reconnaître des situations modélisables par une loi de Poisson. ⇆ PC : compteur Geiger.
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson : si, pour tout n, X_n suit une loi binomiale de paramètre (n, p_n) et si $\lim\limits_{n\to\infty} np_n = \lambda$, alors, pour tout $k \in \mathbb{N}$, on a $$\lim_{n\to\infty} P(X_n = k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$$.	⇆ I : simulation de cette approximation. La notion de convergence en loi est hors programme.
Espérance et variance d'une loi géométrique, d'une loi de Poisson.	

Espaces préhilbertiens réels, espaces euclidiens

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :

- *introduire les notions fondamentales liées à la structure préhilbertienne ;*
- *étudier les isométries vectorielles et les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions* 2 *et* 3 *en insistant sur les représentations géométriques ;*
- *traiter la réduction des matrices symétriques réelles et l'appliquer à la classification et à l'étude des coniques.*

A - Structure préhilbertienne

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Produit scalaire	
Produit scalaire. Espace préhilbertien réel, espace euclidien. Produit scalaire canonique sur $\mathbb{R}^n$.	Notations $\langle x, y\rangle$, $(x\|y)$, $x \cdot y$. On peut identifier $\mathbb{R}^n$ et l'espace des vecteurs colonnes correspondants. Exemples de produits scalaires définis par une intégrale sur des espaces de fonctions et de polynômes.
Norme associée à un produit scalaire, distance associée. Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité.	
b) Orthogonalité	
Vecteurs orthogonaux, sous-espaces orthogonaux. Orthogonal d'un sous-espace vectoriel F. Théorème de Pythagore. Famille orthogonale, famille orthonormale (ou orthonormée). Toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre. Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt. Les étudiants doivent savoir mettre en œuvre l'algorithme dans le cas d'un nombre restreint de vecteurs. ⇆ I : détermination d'une base orthonormée de polynômes. Existence de bases orthonormales en dimension finie. Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale ; expression du produit scalaire et de la norme.	 Notation $F^{\perp}$.
d) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie	
Si F est un sous-espace vectoriel de dimension finie d'un espace préhilbertien, alors F et $F^{\perp}$ sont supplémentaires. Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel. Expression du projeté orthogonal dans une base orthonormale.	En dimension finie, dimension de l'orthogonal. Les étudiants doivent savoir déterminer le projeté orthogonal $p_F(x)$ d'un vecteur x sur le sous-espace F en résolvant un système linéaire traduisant l'orthogonalité de $x - p_F(x)$ aux vecteurs d'une famille génératrice de F. ⇆ I : programmation de ces méthodes.
Le projeté orthogonal de x sur F est l'unique élément de F qui minimise $\|x - y\|$ avec $y \in F$. Distance d'un vecteur x à un sous-espace vectoriel F de dimension finie.	Notation $d(x, F)$.

B - Isométries d'un espace euclidien

Contenus	Capacités & commentaires
a) Isométries vectorielles d'un espace euclidien	
Un endomorphisme d'un espace euclidien est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme. Caractérisation par la conservation du produit scalaire.	L'étude des formes quadratiques n'est pas au programme.
Caractérisation par la conservation de la norme, par l'image d'une base orthonormale.	
Symétrie orthogonale par rapport à un sous-espace. Réflexion.	
Groupe orthogonal d'un espace euclidien E.	Notation $\mathrm{O}(E)$. On vérifie ici les propriétés donnant une structure de groupe, mais la définition axiomatique des groupes est hors programme.
Si un sous-espace est stable par une isométrie vectorielle, son orthogonal est stable par cette isométrie.	
b) Matrices orthogonales	
Une matrice M de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est orthogonale si $M^{\mathrm{T}}M = I_n$. Traduction à l'aide des colonnes de M, à l'aide des lignes de M.	
Groupe orthogonal.	Notations $\mathrm{O}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{O}(n)$.
Si $\mathscr{B}_0$ est une base orthonormale de E, une base $\mathscr{B}$ de E est orthonormale si et seulement si la matrice de passage de $\mathscr{B}_0$ à $\mathscr{B}$ est orthogonale.	
Si $\mathscr{B}_0$ est une base orthonormale de E et u un endomorphisme de E, alors u est une isométrie vectorielle de E si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_0}(u)$ est orthogonale.	
Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle.	Application à l'orientation d'un espace euclidien et à la notion de base orthonormale directe.
Isométrie positive, négative (directe, indirecte). Groupe spécial orthogonal.	Notations $\mathrm{SO}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{SO}(n)$ et $\mathrm{SO}(E)$.
c) Classification en dimensions 2 et 3	
Description du groupe orthogonal en dimensions 2 et 3.	Utilisation de la réduction pour la classification des isométries vectorielles. Les étudiants doivent savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie. ⇆ PC : moment cinétique, force de Laplace.
d) Matrices symétriques réelles.	
Matrices symétriques réelles.	Notation $\mathscr{S}_n(\mathbb{R})$. La notion d'endomorphisme symétrique est hors programme.
Les sous-espaces propres d'une matrice symétrique réelle sont deux à deux orthogonaux.	
Théorème spectral : pour toute matrice symétrique réelle A, il existe une matrice diagonale D et une matrice orthogonale P telles que $A = PDP^{-1}$.	Démonstration hors programme. ⇆ PC : matrice d'inertie.

Séries de Fourier

L'étude des séries de Fourier est présentée dans le cadre des fonctions T-périodiques, continues par morceaux et à valeurs dans $\mathbb{R}$. Ce chapitre développe des compétences de calcul à travers celui des coefficients de Fourier et l'application du théorème de Parseval. L'interprétation géométrique de la n-ième somme de Fourier comme projection orthogonale relie les points de vue analytique et géométrique de la théorie. Ce chapitre est aussi particulièrement favorable aux interactions entre les disciplines.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Fonctions continues et $\mathscr{C}^1$ par morceaux	
Une fonction définie sur un segment $[a,b]$ à valeurs réelles est dite continue par morceaux (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux) sur $[a,b]$, s'il existe une subdivision $a_0 = a < a_1 < \cdots < a_n = b$ telle que chaque restriction de f à chaque intervalle $]a_i, a_{i+1}[$ est prolongeable en tant que fonction continue (respectivement $\mathscr{C}^1$) sur $[a_i, a_{i+1}]$.	
Une fonction T-périodique est dite continue (respectivement $\mathscr{C}^1$) par morceaux si elle est continue par morceaux (respectivement $\mathscr{C}^1$ par morceaux) sur une période.	⇆ PC : signaux physiques ; dualité temps-fréquence.
Espace vectoriel des fonctions à valeurs réelles, T-périodiques et continues par morceaux (respectivement $\mathscr{C}^1$ par morceaux) sur $\mathbb{R}$.	
Intégrale sur une période d'une fonction T-périodique et continue par morceaux.	Extension rapide de la définition et des propriétés de l'intégrale au cas des fonctions continues par morceaux.
b) Coefficients et séries de Fourier	
Coefficients de Fourier trigonométriques d'une fonction f.	Notation $a_k(f)$ et $b_k(f)$ ou, plus simplement, a_k et b_k. Le coefficient a_0 est défini comme la valeur moyenne sur une période. Les coefficients exponentiels sont introduits pour présenter certains résultats, mais aucune formule n'est exigible.
Cas des fonctions paires, impaires.	
Sommes partielles de Fourier d'une fonction f définies, pour $n \in \mathbb{N}^*$, par : $$S_n(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} \left(a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)\right) \text{ où } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$	Dans le cas des fonctions continues, interprétation géométrique de $S_n(f)$ comme la projection orthogonale de f sur le sous-espace vectoriel engendré par les fonctions $t \mapsto \cos(k\omega t)$ et $t \mapsto \sin(k\omega t)$ ($k \in [\![0, n]\!]$) pour le produit scalaire défini par $\langle f, g\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)g(t)\,\mathrm{d}t$.
c) Théorèmes de convergence	
Théorème de Parseval : si f est une fonction T-périodique et continue par morceaux sur $\mathbb{R}$, les séries $\sum a_n^2$ et $\sum b_n^2$ convergent et $$\frac{1}{T}\int_0^T \lvert f(t)\rvert^2\,\mathrm{d}t = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)$$	La démonstration est hors programme. Interprétation géométrique du théorème de Parseval dans le cas des fonctions continues. Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.
Théorème de Dirichlet : si f est une fonction T-périodique et de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux sur $\mathbb{R}$, alors la série de Fourier de f converge en tout point et $$\lim_{n\to+\infty} S_n(f)(t) = \frac{1}{2}\lim_{h\to 0}\big(f(t+h) + f(t-h)\big)$$	La démonstration est hors programme. On appelle régularisée de f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $t \mapsto \frac{1}{2}\lim_{h\to 0}\big(f(t+h)+f(t-h)\big)$. ⇆ I : tracé de sommes partielles de Fourier d'une fonction.

Contenus	Capacités & Commentaires
Cas où f est continue et de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux.	Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

Équations différentielles

L'étude des équations différentielles est limitée au cas linéaire. L'accent est mis sur les techniques de résolution des équations scalaires d'ordre 2 et des systèmes linéaires à coefficients constants, en raison de leur importance dans d'autres champs disciplinaires. L'approche graphique offerte par l'outil informatique met en évidence les problèmes de stabilité des solutions.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Équations différentielles scalaires d'ordre 2	
Équation $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$ où a, b et c sont continues sur I à valeurs réelles ou complexes.	⇆ PC : mécanique.
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme. ⇆ I : méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.
Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène.	
Forme générale des solutions de l'équation $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$. Principe de superposition des solutions.	Les solutions s'écrivent comme la somme d'une solution particulière de l'équation avec second membre et d'une solution de l'équation homogène.
Résolution dans le cas où une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas est connue.	Recherche de solutions particulières, notamment développables en série entière.
b) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants	
Écriture sous la forme $X' = AX$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille $n \times n$ à coefficients constants.	⇆ PC : cinétique chimique.
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	La démonstration est hors programme.
Structure de l'ensemble des solutions.	Pratique de la résolution dans le cas où la matrice A est diagonalisable.
Comportement asymptotique des solutions en fonction du signe de la partie réelle des valeurs propres de A dans le cas où A est diagonalisable.	⇆ PC : stabilité des solutions, état d'équilibre.
Équivalence entre une équation scalaire d'ordre n et un système d'ordre 1 de dimension n.	
Cas particulier des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogène à coefficients constants.	Lien avec la forme des solutions d'une équation scalaire d'ordre 2 étudiée en première année.

Fonctions de plusieurs variables

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur une partie de $\mathbb{R}^n$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$. On se limite en pratique aux cas où $n \leqslant 3$. L'étude des fonctions de plusieurs variables se veut résolument pratique : présentation de recherche d'extremums, résolution d'équations aux dérivées partielles simples.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Introduction à la topologie de $\mathbb{R}^n$, $n \leqslant 3$	
Norme et distance euclidienne dans $\mathbb{R}^n$.	Tout développement sur les normes non euclidiennes est hors programme.
Boules. Partie bornée de $\mathbb{R}^n$. Partie ouverte, partie fermée. Point intérieur, point extérieur, point adhérent. Frontière (ou bord) d'une partie de $\mathbb{R}^n$.	Chaque définition est assortie d'une figure. Les caractérisations séquentielles sont hors programme.
b) Limite et continuité	
Limite en un point adhérent, continuité en un point, continuité sur une partie. Opérations.	L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme.
Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.	Démonstration hors programme.
c) Dérivées partielles, fonctions de classe $\mathscr{C}^1$ et $\mathscr{C}^2$ sur une partie ouverte	
Dérivées partielles d'ordre 1.	Les notions de différentielle et de jacobienne ne sont pas au programme. ⇆ PC : notation différentielle $\mathrm{d}f = \dfrac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x + \dfrac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y$.
Gradient.	Notation ∇f. ⇆ PC : équation de la diffusion thermique, équation de propagation.
Point critique. Application de classe $\mathscr{C}^1$. Opérations.	
Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction $\mathscr{C}^1$.	Existence admise.
Dérivée de $t \mapsto f(x(t), y(t))$. Dérivées partielles de $(u, v) \mapsto h(f(u, v), g(u, v))$.	Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires et savoir étendre les deux résultats précédents au cas de trois variables.
Dérivées partielles d'ordre 2. Application de classe $\mathscr{C}^2$. Opérations.	⇆ PC : laplacien.
Théorème de Schwarz.	Démonstration hors programme.
d) Équations aux dérivées partielles	
Exemples simples de résolutions d'équations aux dérivées partielles premières ou secondes.	Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires. Il n'est pas attendu de revenir aux coordonnées cartésiennes lors d'un changement en coordonnées polaires. L'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu du programme. ⇆ PC : équation du transport , équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
e) Extremums d'une fonction de plusieurs variables	
Si une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$ admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.	
Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^n$.	$\leftrightarrows$ PC : mécanique et électricité.

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Technologie, physique, chimie (TPC)**

Discipline : **Physique**

Seconde année

Programme de physique de la voie TPC2

Le programme de physique de la classe de TPC2 s'inscrit dans la continuité du programme de TPC1. Il s'appuie sur des champs disciplinaires variés : optique interférentielle, phénomènes de transports, mécanique des fluides, électromagnétisme, propagation d'ondes et propose en outre une introduction à la physique quantique. Ce programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de physique est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- valider ;
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, ce programme identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de TPC2, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de TPC2. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique-chimie fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la physique.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises en première année en informatique et sciences du numérique. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de physique de la classe de TPC2 inclut celui de la classe de TPC1, et son organisation est la même :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée **« formation expérimentale »,** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de TPC1, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de TPC2. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de TPC2. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.
  Certains items de cette partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.
- Trois appendices listent le matériel, les outils mathématiques et les outils transversaux que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en fin de l'année de TPC2. Ils complètent le matériel et les outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation de seconde année est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique et chimie.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.
C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique.
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale - énoncer une problématique d'approche expérimentale - définir les objectifs correspondants
Analyser	- formuler et échanger des hypothèses - proposer une stratégie pour répondre à la problématique - proposer un modèle - choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental - évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	- mettre en œuvre un protocole - utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel - mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates - effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes - confronter un modèle à des résultats expérimentaux - confirmer ou infirmer une hypothèse, une information - analyser les résultats de manière critique - proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	- à l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible o utiliser un vocabulaire scientifique adapté o s'appuyer sur des schémas, des graphes - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	- travailler seul ou en équipe - solliciter une aide de manière pertinente - s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.
La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	**Exemples de capacités associées**
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. …
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. …

Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, …). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. …

3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ».
L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…) dans les domaines de la physique des XX^{e} et XXI^{e} siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Dégager la problématique principale - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,…)
Analyser	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. - S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse
Réaliser	- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau - Trier et organiser des données, des informations - Tracer un graphe à partir de données - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,… - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,… - Conduire une analyse dimensionnelle - Utiliser un modèle décrit
Valider	- Faire preuve d'esprit critique

	- Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,…) - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,… (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique) - Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques

Partie 2 : Formation expérimentale

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de l'année de TPC2 durant les séances de travaux pratiques. Elle vient prolonger la partie correspondante de TPC1 dont les capacités doivent être complètement acquises à l'issue des deux années de préparation, et restent donc naturellement au programme de seconde année TPC.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. Mesures de longueurs et d'angles Caractéristiques spatiales d'un émetteur (ondes lumineuses, ondes acoustiques, ondes centimétriques…)	Construire l'indicatrice de rayonnement. Étudier la dépendance par rapport à la distance au récepteur.
2. **Mesures de temps et de fréquences** Fréquence ou période : • Mesure indirecte : par comparaison avec une fréquence connue voisine, en utilisant une détection synchrone. Analyse spectrale.	Réaliser une détection synchrone élémentaire à l'aide d'un multiplieur et d'un passe-bas simple adapté à la mesure. Mettre en évidence le phénomène de repliement du spectre provoqué par l'échantillonnage avec un oscilloscope numérique ou une carte d'acquisition. Choisir les paramètres d'une acquisition numérique destinée à une analyse spectrale afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon, tout en optimisant la résolution spectrale.
3. **Électricité** Élaborer un signal électrique analogique : • modulé en fréquence	Utiliser la fonction de commande externe de la fréquence d'un GBF par une tension (VCF).
4. **Optique** Analyser une lumière complètement	Identifier de façon absolue l'axe d'un polariseur par une

polarisée.	méthode mettant en œuvre la réflexion vitreuse Identifier les lignes neutres d'une lame quart d'onde ou demi-onde, sans distinction entre axe lent et rapide. Modifier la direction d'une polarisation rectiligne. Obtenir une polarisation circulaire à partir d'une polarisation rectiligne, sans prescription sur le sens de rotation. Mesurer un pouvoir rotatoire naturel.
Étudier la cohérence temporelle d'une source.	Régler un interféromètre de Michelson pour une observation en lame d'air avec une source étendue par une démarche autonome non imposée. Obtenir une estimation semi-quantitative de la longueur de cohérence d'une radiation à l'aide d'un interféromètre de Michelson en lame d'air.
Mesurer une faible différence de nombre d'onde : doublet spectral, modes d'une diode laser.	Réaliser la mesure avec un interféromètre de Michelson.
5. Mécanique Mesurer un moment d'inertie.	 Repérer la position d'un centre de masse et mesurer un moment d'inertie à partir d'une période et de l'application de la loi d'Huygens fournie.
Mesurer un coefficient de tension superficielle.	

Partie 3 : Formation disciplinaire

1. Optique

Présentation

Le programme de TPC2 s'inscrit dans la continuité de la rubrique « signaux physiques » du programme de TPC1. Dans la partie 1 on introduit les éléments spécifiques à l'émission, la propagation et la détection des ondes lumineuses. Puis les parties 2-4 traitent essentiellement des interférences lumineuses avec un cheminement naturel du simple au compliqué : partant des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle strictement monochromatique, on étudie ensuite l'évolution de la visibilité sous l'effet d'un élargissement spatial et spectral de la source. Le brouillage des franges précédentes sous l'effet d'un élargissement spatial conduit à montrer un des avantages de l'interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue (franges d'égale inclinaison et franges d'égale épaisseur) en constatant expérimentalement l'existence d'un lieu de localisation des franges. L'objectif de cette partie n'est pas le calcul d'intensités de la lumière : on exploite le plus souvent les variations de l'ordre d'interférences (avec la position du point d'observation, la position du point source et la longueur d'onde) pour interpréter les observations sans expliciter l'intensité de la lumière.

L'analyse de Fourier joue un rôle important dans cette partie, d'une part dans le domaine temporel pour décomposer une onde réelle en ondes monochromatiques et d'autre part dans le domaine spatial pour décomposer le coefficient de transmission d'une mire en un fond continu plus une somme de fonctions sinusoïdales. Comme dans l'ensemble du programme de TPC2 on se limite à une approche semi-quantitative. Il s'agit exclusivement :

- de décomposer un signal en composantes sinusoïdales sans chercher à expliciter les amplitudes et phases de ces composantes ;
- d'utiliser le fait que le spectre d'un signal périodique de fréquence f est constitué des fréquences nf avec n entier ;
- d'utiliser la relation en ordre de grandeur entre la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).

Objectifs généraux de formation

- Faire le lien entre des descriptions complémentaires en termes de rayons lumineux et en termes d'ondes ;
- utiliser les propriétés d'un récepteur de lumière pour distinguer ce qui est accessible directement à la mesure en optique (intensité, déphasage entre deux ondes) et ce qui ne l'est pas (phase d'une onde) ;
- utiliser l'analyse de Fourier et exploiter la notion de spectre ; transposer ces notions du domaine temporel au domaine spatial ;
- prendre conscience des enjeux métrologiques en mesurant à l'échelle humaine des grandeurs temporelles et spatiales du domaine microscopique ;
- prendre conscience de l'existence de phénomènes aléatoires (temps de cohérence d'une radiation émise par une source).

La partie 1 introduit les outils nécessaires. La réponse des récepteurs est environ proportionnelle à la moyenne du carré du champ électrique de l'onde. Le programme utilise uniquement le mot « intensité » pour décrire la grandeur détectée mais on peut utiliser indifféremment les mots « intensité » et « éclairement » sans chercher à les distinguer à ce niveau de formation. La loi de Malus (orthogonalité des rayons lumineux et des surfaces d'ondes dans l'approximation de l'optique géométrique) est admise. Dans le cadre de l'optique, on qualifiera de plane ou sphérique une onde par référence à la forme des surfaces d'ondes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Modèle scalaire des ondes lumineuses	
α) Modèle de propagation dans l'approximation de l'optique géométrique.	Associer la grandeur scalaire de l'optique à une composante d'un champ électrique.
Chemin optique. Déphasage dû à la propagation.	Exprimer le retard de phase en un point en fonction du retard de propagation ou du chemin optique.
Surfaces d'ondes. Loi de Malus.	Utiliser l'égalité des chemins optiques sur les rayons d'un point objet à son image.
Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.	Associer une description de la formation des images en termes de rayon lumineux et en termes de surfaces d'onde.
β) Modèle d'émission. Approche expérimentale de la longueur de cohérence temporelle. Relation entre le temps de cohérence et la largeur spectrale.	Classifier différentes sources lumineuses (lampe spectrale basse pression, laser, source de lumière blanche…) en fonction du temps de cohérence de leurs diverses radiations et connaître quelques ordres de grandeur des longueurs de cohérence temporelle associées. Utiliser la relation $\Delta f.\Delta t \approx 1$ pour relier le temps de cohérence et la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la radiation considérée.

χ) Récepteurs. Intensité.	Relier l'intensité à la moyenne temporelle du carré de la grandeur scalaire de l'optique. Citer le temps de réponse de l'œil. **Choisir un récepteur en fonction de son temps de réponse et de sa sensibilité fournis.**

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Superposition d'ondes lumineuses	
Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles : formule de Fresnel $I=I_1+I_2+2\mathrm{sqrt}(I_1I_2)\cos\phi$. Contraste.	Établir la formule de Fresnel. Citer la formule de Fresnel et justifier son utilisation par la cohérence des deux ondes. Associer un bon contraste à des intensités I_1 et I_2 voisines.
Superposition de deux ondes incohérentes entre elles.	Justifier et utiliser l'additivité des intensités.
Superposition de N ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique dans le cas N>>1.	Utiliser un grapheur pour discuter l'influence de N sur la finesse sans calculer explicitement l'intensité sous forme compacte. Utiliser la construction de Fresnel pour établir la condition d'interférences constructives et la demi-largeur $2\pi/N$ des franges brillantes.

Dans la partie 3, les trous d'Young permettent de confronter théorie et expérience. En revanche, les fentes d'Young sont abordées de manière exclusivement expérimentale. Aucun autre interféromètre à division du front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young	
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source ponctuelle à grande distance finie et observation à grande distance finie. Champ d'interférences. Ordre d'interférences p.	Savoir que les franges ne sont pas localisées. Définir, déterminer et utiliser l'ordre d'interférences.
Variations de p avec la position du point d'observation ; franges d'interférences.	Interpréter la forme des franges observées sur un écran éloigné parallèle au plan contenant les trous d'Young.
Comparaison entre deux dispositifs expérimentaux : trous d'Young et fentes d'Young.	**Confronter les deux dispositifs : analogies et différences.**
Variation de p par rajout d'une lame à faces parallèles sur un des trajets.	Interpréter la modification des franges
Variations de p avec la position d'un point source ; perte de contraste par élargissement spatial de la source.	Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges $\lvert\Delta p\rvert > 1/2$ (où $\lvert\Delta p\rvert$ est évalué sur la moitié de l'étendue spatiale de la source) pour interpréter des observations expérimentales.
Variations de p avec la longueur d'onde. Perte de contraste par élargissement spectral de la source.	Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges $\lvert\Delta p\rvert > 1/2$ (où $\lvert\Delta p\rvert$ est évalué sur la moitié de l'étendue spectrale de la source) pour interpréter des observations expérimentales. Relier

Observations en lumière blanche (blanc d'ordre supérieur, spectre cannelé).	la longueur de cohérence, Δλ et λ en ordre de grandeur. Déterminer les longueurs d'ondes des cannelures.
Généralisation au montage de Fraunhofer : trous d'Young ; ensemble de N trous alignés équidistants.	Confronter ce modèle à l'étude expérimentale du réseau plan.

Dans la partie 4, l'étude de l'interféromètre de Michelson en lame d'air permet de confronter théorie et expérience. En revanche, l'étude de l'interféromètre de Michelson en coin d'air est abordée de manière exclusivement expérimentale. Pour la modélisation d'un interféromètre de Michelson on suppose la séparatrice infiniment mince.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Exemple de dispositif interférentiel par division d'amplitude : interféromètre de Michelson	
a) Interféromètre de Michelson équivalent à une lame d'air éclairée par une source spatialement étendue. Localisation (constatée) des franges. Franges d'égale inclinaison.	**Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation.** Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférence en fonction de l'épaisseur de la lame, l'angle d'incidence et la longueur d'onde. **Mesurer l'écart Δλ d'un doublet et la longueur de cohérence d'une radiation. Interpréter les observations en lumière blanche.**
b) **Interféromètre de Michelson équivalent à un coin d'air éclairé par une source spatialement étendue. Localisation (constatée) des franges. Franges d'égale épaisseur.**	**Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation.** Admettre et utiliser l'expression de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences. **Analyser un objet (miroir déformé, lame de phase introduite sur un des trajets, etc). Interpréter les observations en lumière blanche.**

La partie 5 est essentiellement expérimentale.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Onde transmise par un objet diffractant plan éclairé par une onde plane sous incidence normale.	
Réseau unidimensionnel d'extension infinie de coefficient de transmission t(X) sinusoïdal et de pas supérieur à la longueur d'onde. Plan de Fourier.	Construire l'onde transmise par superposition de trois ondes planes définies par la condition aux limites sur le réseau. Interpréter les observations dans le plan de Fourier.
Mire unidimensionnelle d'extension latérale infinie de N traits parallèles équidistants. Fréquence spatiale.	**Relier une fréquence spatiale du spectre de la mire à la position d'un point du plan de Fourier. Relier l'amplitude de l'onde en ce point à la composante du spectre de Fourier correspondant.** **Interpréter les observations dans le plan de Fourier.**
Fente rectiligne de coefficient de transmission uniforme.	**Relier une fréquence spatiale du spectre de la fente à la position d'un point du plan de Fourier.**

	Relier l'amplitude de l'onde en ce point à la composante du spectre de Fourier correspondant. **Interpréter les observations dans le plan de Fourier.** Faire le lien avec la relation sin $\theta = \lambda/a$ vue en première année**.**
Filtrage optique	**Utiliser l'analyse de Fourier pour interpréter les effets d'un filtrage de fréquences spatiales dans le plan de Fourier.**

2. Thermodynamique

Présentation

Le programme de thermodynamique de TPC2 s'inscrit dans le prolongement du programme de TPC1 : les principes de la thermodynamique peuvent être désormais écrits sous forme infinitésimale $dU+dE = \delta W+\delta Q$ et $dS = \delta S_e + \delta S_c$ pour un système évoluant entre deux instants t et t+dt infiniment proches, d'une part dans le cadre de l'étude des machines thermiques avec écoulement en régime stationnaire et d'autre part dans le cadre de l'étude de la diffusion thermique. Les expressions des variations infinitésimales dU et dS en fonction des variables d'état doivent être fournies pour les systèmes envisagés.

Lors de l'étude de la diffusion de particules on néglige la convection. La mise en équation de la diffusion thermique est limitée au cas des solides ; on peut utiliser les résultats ainsi établis dans des fluides en l'absence de convection en affirmant la généralisation des équations obtenues dans les solides.

Cette rubrique contribue à asseoir la maîtrise des opérateurs d'analyse vectorielle (gradient, divergence, laplacien) mais le formalisme doit rester au deuxième plan. Les mises en équations locales sont faites exclusivement sur des géométries cartésiennes unidimensionnelles. On admet ensuite les formes générales des équations en utilisant les opérateurs d'analyse vectorielle, ce qui permet de traiter des problèmes dans d'autres géométries en fournissant les expressions de la divergence et du laplacien.

Enfin, aucune connaissance sur les solutions d'une équation de diffusion ne figure au programme. La loi phénoménologique de Newton à l'interface entre un solide et un fluide peut être utilisée dès lors qu'elle est fournie.

Objectifs généraux de formation

Le cours de thermodynamique de TPC2 permet une révision du cours de thermodynamique de TPC1 et contribue à asseoir les compétences correspondantes. Au-delà, l'étude des phénomènes de diffusion contribue à la formation générale en physique des milieux continus en introduisant des outils formels puissants (divergence, laplacien) dans un contexte concret. Les compétences développées sont :

- réaliser des bilans sous forme globale et locale ;
- manipuler des équations aux dérivées partielles (analyse en ordre de grandeur, conditions initiales, conditions aux limites) ;
- mettre en évidence l'analogie entre les différentes équations locales traduisant le bilan d'une grandeur scalaire extensive ;
- mettre en évidence un squelette algébrique commun à plusieurs phénomènes physiques ;
- utiliser les trois échelles macroscopique, mésoscopique et microscopique ;
- distinguer une loi phénoménologique et une loi universelle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Systèmes ouverts en régime stationnaire	
Premier et deuxième principes de la thermodynamique pour un système ouvert en régime stationnaire, dans le seul cas d'un écoulement unidimensionnel dans la section d'entrée et la section de sortie.	Établir les relations $\Delta h+\Delta e = w_u+q$ et $\Delta s=s_e+s_c$ et les utiliser pour étudier des machines thermiques réelles à l'aide de diagrammes thermodynamiques (T,s) et (P,h).

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.1 Diffusion de particules	
Vecteur densité de flux de particules $\mathbf{j_N}$.	Exprimer le nombre de particules traversant une surface en utilisant le vecteur $\mathbf{j_N}$.
Bilans de particules.	Utiliser la notion de flux pour traduire un bilan global de particules. Établir une équation traduisant un bilan local dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne, éventuellement en présence de sources internes. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence et son expression fournie.
Loi de Fick.	Utiliser la loi de Fick. Citer l'ordre de grandeur d'un coefficient de diffusion dans un gaz dans les conditions usuelles.
Régimes stationnaires.	Utiliser la conservation du flux sous forme locale ou globale en l'absence de source interne.
Équation de diffusion en l'absence de sources internes.	Établir une équation de la diffusion dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Utiliser une généralisation en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur laplacien et son expression fournie. Analyser une équation de diffusion en ordre de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.2 Diffusion thermique	
Vecteur densité de flux thermique $\mathbf{j_Q}$	Exprimer le flux thermique à travers une surface en utilisant le vecteur $\mathbf{j_Q}$.
Premier principe de la thermodynamique.	Utiliser le premier principe dans le cas d'un milieu solide pour établir une équation locale dans le cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne, éventuellement en présence de sources internes. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence et son expression fournie.

Loi de Fourier.	Utiliser la loi de Fourier. Citer quelques ordres de grandeur de conductivité thermique dans les conditions usuelles : air, eau, béton, acier.
Régimes stationnaires. Résistance thermique.	Utiliser la conservation du flux sous forme locale ou globale en l'absence de source interne. Définir la

	notion de résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique. Exprimer une résistance thermique dans le cas d'un modèle unidimensionnel en géométrie cartésienne. Utiliser des associations de résistances thermiques.
Équation de la diffusion thermique en l'absence de sources internes.	Établir une équation de la diffusion dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur laplacien et son expression fournie. Analyser une équation de diffusion en ordre de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle. Utiliser la relation de Newton $\delta Q=h(T_s-T_a)dSdt$ fournie comme condition aux limites à une interface solide-fluide.

3. Mécanique

Présentation

Le programme de mécanique de TPC2 s'inscrit dans le prolongement des rubriques « mécanique » et « statique des fluides » du programme de TPC1 : il est constitué de deux sous-parties, l'une consacrée à la dynamique de rotation autour d'un axe fixe et l'autre à l'étude des fluides en mouvement.

Objectifs généraux de formation

Le cours de mécanique de TPC2 vise à satisfaire aux objectifs de formation suivants :

- réinvestir les capacités méthodologiques acquises en mécanique du point pour étudier une situation de dynamique de rotation autour d'un axe fixe ;
- conduire des bilans pour étudier un solide mobile autour d'un axe fixe d'une part du point de vue de sa dynamique et d'autre part du point de vue énergétique ;
- décrire et expliquer certaines caractéristiques d'un fluide en écoulement ;
- définir des grandeurs locales ;
- manipuler des équations aux dérivées partielles (analyse en ordre de grandeur, conditions aux limites).

Dans la partie 1, l'étude du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe gardant une direction fixe dans un référentiel galiléen mais pour lequel l'axe de rotation ne serait pas fixe est exclue.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Solide en rotation autour d'un axe fixe	
1.1 Loi du moment cinétique	
Moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point et par rapport à un axe orienté.	Relier la direction et le sens du vecteur moment cinétique aux caractéristiques du mouvement.

Moment cinétique d'un système discret de points par rapport à un axe orienté.	Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire.
Généralisation au cas du solide en rotation autour d'un axe : moment d'inertie.	Exploiter la relation pour le solide entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni. Relier qualitativement le moment d'inertie à la répartition des masses.
Moment d'une force par rapport à un point ou un axe orienté. Couple. Liaison pivot. Notions simples sur les moteurs ou freins dans les dispositifs rotatifs.	Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant le bras de levier. Définir un couple. Définir une liaison pivot et justifier le moment qu'elle peut produire. Savoir qu'un moteur ou un frein contient nécessairement un stator pour qu'un couple puisse s'exercer sur le rotor.
Loi du moment cinétique en un point fixe dans un référentiel galiléen.	Reconnaître les cas de conservation du moment cinétique.
Loi scalaire du moment cinétique appliquée au solide en rotation autour d'un axe fixe orienté dans un référentiel galiléen.	
Pendule de torsion.	Établir l'équation du mouvement. Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique. Établir une intégrale première du mouvement.
Pendule pesant.	Établir l'équation du mouvement. Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique. Établir une intégrale première du mouvement. **Approche numérique :** Utiliser les résultats fournis par un logiciel de résolution numérique ou des simulations pour mettre en évidence le non isochronisme des oscillations.
Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1.2 Approche énergétique du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe orienté, dans un référentiel galiléen	
Énergie cinétique d'un solide en rotation.	Utiliser la relation $E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$, l'expression de J_Δ étant fournie.
Loi de l'énergie cinétique pour un solide.	Établir l'équivalence dans ce cas entre la loi scalaire du moment cinétique et celle de l'énergie cinétique.

La partie 2, fluides en mouvement, étudie le transport de masse dans les fluides en écoulement. Son objectif est d'introduire les grandeurs pertinentes caractérisant un écoulement, en cohérence avec les autres phénomènes de transport. Il ne s'agit pas ici d'établir les équations d'Euler ou de Navier-Stokes, en particulier, l'expression de l'accélération comme la dérivée particulaire de la vitesse est hors programme.
La notion de viscosité est introduite sur un exemple d'écoulement de cisaillement simple. Le nombre de Reynolds est présenté comme un nombre sans dimension permettant de caractériser le régime

d'écoulement. Il est exploité afin d'évoquer les propriétés de similitude entre des systèmes réalisés à des échelles différentes et caractérisés par les mêmes nombres sans dimension.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Fluides en écoulement	
2.1. Débits et lois de conservation	
Particule de fluide. Vitesse de la particule de fluide.	Définir la particule de fluide comme un système mésoscopique de masse constante. Distinguer vitesse microscopique et vitesse mésoscopique.
Masse volumique μ, vecteur densité de courant de masse $\mu\boldsymbol{v}$.	Citer des ordres de grandeur des masses volumiques de l'eau et de l'air dans les conditions usuelles.
Débit massique.	Définir le débit massique et l'écrire comme le flux du vecteur $\mu\boldsymbol{v}$ à travers une surface orientée.
Conservation de la masse.	Écrire les équations bilans, globale ou locale, traduisant la conservation de la masse.
Écoulement stationnaire.	Définir un écoulement stationnaire et les notions de ligne de courant et de tube de courant de masse. Exploiter la conservation du débit massique.
Écoulement incompressible et homogène. Débit volumique.	Définir un écoulement incompressible et homogène par un champ de masse volumique constant et uniforme. Relier cette propriété à la conservation du volume pour un système fermé. Définir le débit volumique et l'écrire comme le flux de $\boldsymbol{v}$ à travers une surface orientée. Justifier la conservation du débit volumique le long d'un tube de courant indéformable.
2.2 Actions de contact sur un fluide	
Pression.	Identifier la force de pression comme étant une action normale à la surface. Utiliser l'équivalent volumique des actions de pression $-\mathbf{grad}(P)$.
Viscosité dynamique pour un fluide newtonien.	Relier l'expression de la force surfacique de viscosité au profil de vitesse dans le cas d'un écoulement parallèle unidimensionnel et incompressible. Exprimer la dimension du coefficient de viscosité dynamique. Citer l'ordre de grandeur du coefficient de viscosité dynamique de l'eau Citer la condition d'adhérence à l'interface fluide-solide.
Coefficient de tension superficielle.	**Mesurer un coefficient de tension superficielle.** **Utiliser l'expression de l'énergie de tension superficielle pour interpréter un protocole expérimental.**
2.3 Écoulement interne incompressible et homogène dans une conduite cylindrique	
Écoulements laminaire, turbulent. Vitesse débitante.	Décrire les différents régimes d'écoulement (laminaire et turbulent). Relier le débit volumique à la vitesse débitante.
Nombre de Reynolds.	Interpréter le nombre de Reynolds comme un paramètre adimensionné caractérisant le régime

	d'écoulement. Évaluer le nombre de Reynolds et l'utiliser pour caractériser le régime d'écoulement.
Chute de pression dans une conduite horizontale. Résistance hydraulique.	Dans le cas d'un écoulement à faible nombre de Reynolds, établir la loi de Hagen-Poiseuille et en déduire la résistance hydraulique. Exploiter le graphe de la chute de pression en fonction du nombre de Reynolds, pour un régime d'écoulement quelconque. Exploiter un paramétrage adimensionné permettant de transposer des résultats expérimentaux ou numériques sur des systèmes similaires réalisés à des échelles différentes.
2.4 Écoulement externe incompressible et homogène autour d'un obstacle	
Force de traînée subie par une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme. Coefficient de traînée C_x ; graphe de C_x en fonction du nombre de Reynolds. Notion de couche limite. Forces de traînée et de portance d'une aile d'avion à haut nombre de Reynolds.	Associer une gamme de nombre de Reynolds à un modèle de traînée linéaire ou un modèle quadratique. Pour les écoulements à grand nombre de Reynolds décrire qualitativement la notion de couche limite. Définir et orienter les forces de portance et de traînée. Exploiter les graphes de C_x et C_z en fonction de l'angle d'incidence.

4. Électromagnétisme

Présentation

L'électromagnétisme a été étudié en TPC1 dans un domaine restreint (induction électromagnétique et forces de Laplace) et sans le support des équations locales. Le programme de TPC2 couvre en revanche tout le spectre des fréquences, des régimes stationnaires jusqu'aux phénomènes de propagation en passant par les régimes quasi-stationnaires et prend appui sur les équations locales (équation de conservation de la charge et équations de Maxwell). Le programme est découpé en rubriques indépendantes dont l'ordre de présentation relève de la liberté pédagogique du professeur. De nombreuses approches sont possibles, y compris en fractionnant les parties. Les phénomènes de propagation sont étudiés essentiellement dans le cadre de la rubrique Physique des ondes du programme : l'articulation entre les parties Électromagnétisme et Physique des ondes relève elle aussi de la liberté pédagogique.
Toute étude de distributions de courants superficiels est exclue. La modélisation superficielle d'une distribution de charges est strictement limitée à la modélisation du condensateur plan par deux plans infinis uniformément chargés : on fait remarquer la discontinuité du champ à la traversée d'une nappe de charges superficielles mais les relations de passage ne figurent pas au programme.
S'agissant des potentiels, on se limite à introduire le potentiel scalaire en électrostatique et à faire remarquer que le champ électrique ne dérive pas d'un potentiel scalaire en régime variable.
L'apprentissage de l'électromagnétisme contribue à la maîtrise progressive des opérateurs d'analyse vectorielle qui sont utilisés par ailleurs en thermodynamique et en mécanique des fluides. Quel que soit l'ordre dans lequel le professeur choisit de présenter ces parties, il convient d'introduire ces opérateurs en insistant sur le contenu physique sous-jacent.
L'étude de l'électromagnétisme n'est pas centrée sur les calculs de champs : ceux-ci se limitent donc à des calculs motivés par des applications pratiques d'intérêt évident. La recherche des lignes de champs d'un champ donné est traitée exclusivement à l'aide de logiciels d'intégration numérique.

Objectifs généraux de formation

- Découper un système en éléments infinitésimaux et sommer des grandeurs physiques (champs créés, forces subies).
- Exploiter des cartes de lignes de champ fournies.
- Exploiter des propriétés de symétries.
- Manipuler des ordres de grandeur allant du microscopique au macroscopique.
- Distinguer les champs de vecteurs à flux conservatif et les champs de vecteurs à circulation conservative.
- Manipuler des modèles (dipôles, condensateur plan, solénoïde long, etc.)

La partie 1 étudie les sources du champ électromagnétique dans l'approximation des milieux continus. Par ailleurs il convient de souligner et d'exploiter les analogies formelles avec les autres théories de champ : diffusion de particules, diffusion thermique, mécanique des fluides.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1. Sources du champ électromagnétique	
1.1 Description microscopique et mésoscopique des sources	
Densité volumique de charges. Charge traversant un élément de surface fixe et vecteur densité de courant. Intensité du courant.	Exprimer ρ et **j** en fonction de la vitesse moyenne des porteurs de charge, de leur charge et de leur densité volumique. Relier l'intensité du courant et le flux de **j**.
1.2 Conservation de la charge	
Équation locale de conservation de la charge. Conséquences en régime stationnaire.	Établir l'équation traduisant la conservation de la charge dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Citer et utiliser une généralisation (admise) en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence, son expression étant fournie. Exploiter le caractère conservatif du vecteur **j** en régime stationnaire. Relier ces propriétés aux lois usuelles de l'électrocinétique.
1.3 Conduction électrique dans un conducteur ohmique	
Loi d'Ohm locale dans un métal fixe, l'action de l'agitation thermique et des défauts du réseau fixe étant décrite par une force phénoménologique de la forme $-m\mathbf{v}/\tau$ Conductivité électrique. Résistance d'une portion de conducteur filiforme. Approche descriptive de l'effet Hall. Effet thermique du courant électrique : loi de Joule locale.	Déduire du modèle un ordre de grandeur de τ et en déduire un critère de validité du modèle en régime variable. Déduire du modèle un ordre de grandeur de v et en déduire un critère pour savoir s'il convient de prendre en compte un éventuel champ magnétique. Interpréter qualitativement l'effet Hall dans une géométrie rectangulaire. Exprimer la puissance volumique dissipée par effet Joule dans un conducteur ohmique.

La partie 2 étudie les lois de l'électrostatique et quelques applications. Les calculs de champs doivent être motivés par l'utilisation de ces champs pour étudier des situations d'intérêt pratique évident. Ces calculs ne s'appuient sur la loi de Coulomb que pour des distributions de charges discrètes. Dans le cas des distributions continues, on se limite aux situations de haute symétrie permettant de calculer le champ par le théorème de Gauss et aux superpositions de champs ainsi obtenus.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Électrostatique	
2.1 Champ électrostatique	
Loi de Coulomb. Champ et potentiel électrostatiques créés par une charge ponctuelle : relation **E** = - **grad** V. Principe de superposition.	Citer l'ordre de grandeur du champ créé par le noyau sur l'électron dans un atome d'hydrogène.
Circulation conservative du champ électrique et signification physique : énergie potentielle d'une charge q dans un champ **E**.	Associer la circulation de **E** au travail de la force q**E**.
Équation locale **rot E** = **0**.	Utiliser le théorème de Stokes. Associer les propriétés locales **rot E** = **0** dans tout l'espace et **E** = - **grad** V. Associer la relation **E** = -**grad** V au fait que les lignes de champ sont orthogonales aux surfaces équipotentielles et orientées dans le sens des potentiels décroissants.
Propriétés de symétrie.	Exploiter les propriétés de symétrie des sources (translation, rotation, symétrie plane, conjugaison de charges) pour prévoir des propriétés du champ créé.
Théorème de Gauss et équation locale div**E**=ρ/ε_0.	Choisir une surface adaptée et utiliser le théorème de Gauss.
Propriétés topographiques.	Justifier qu'une carte de lignes de champs puisse ou non être celle d'un champ électrostatique ; repérer d'éventuelles sources du champ et leur signe. Associer l'évolution de la norme de **E** à l'évasement des tubes de champ loin des sources. Déduire les lignes équipotentielles d'une carte de champ électrostatique, et réciproquement. Évaluer le champ électrique à partir d'un réseau de lignes équipotentielles.
2.2 Exemples de champs électrostatiques	
Dipôle électrostatique. Moment dipolaire.	Décrire les conditions de l'approximation dipolaire.
Potentiel et champ créés.	Établir l'expression du potentiel V. Comparer la décroissance avec la distance du champ et du potentiel dans le cas d'une charge ponctuelle et dans le cas d'un dipôle. Tracer l'allure des lignes de champ.
Actions subies par un dipôle placé dans un champ électrostatique d'origine extérieure : résultante et moment.	Utiliser les expressions fournies de l'énergie potentielle E_p, de la résultante **F** et du moment **M**.

Énergie potentielle d'un dipôle rigide dans un champ électrostatique d'origine extérieure. Approche descriptive des interactions ion-molécule et molécule-molécule. Dipôle induit. Polarisabilité.	Prévoir qualitativement l'évolution d'un dipôle dans un champ d'origine extérieure **E**. Expliquer qualitativement la solvatation des ions dans un solvant polaire. Expliquer qualitativement pourquoi l'énergie d'interaction entre deux molécules polaires n'est pas en $1/r^3$. Exprimer la polarisabilité d'un atome en utilisant le modèle de Thomson. Associer la polarisabilité et le volume de l'atome en ordre de grandeur.
Plan infini uniformément chargé en surface. Condensateur plan modélisé par deux plans parallèles portant des densités superficielles de charges opposées et uniformes. Capacité. Densité volumique d'énergie électrostatique.	Établir l'expression du champ créé. Établir l'expression du champ créé. Déterminer la capacité du condensateur. Citer l'ordre de grandeur du champ disruptif dans l'air. Associer l'énergie d'un condensateur apparue en électrocinétique à une densité volumique d'énergie.

La partie 3 se consacre à l'étude du champ magnétique en régime stationnaire en prenant appui sur les équations locales : la loi de Biot et Savart ne figure pas au programme. L'objectif est davantage l'étude des propriétés du champ magnétique que le calcul de champs magnétiques : ceux-ci doivent donc se limiter à des situations d'intérêt pratique évident. Pour nourrir cette rubrique en applications on utilise les forces de Laplace et de Lorentz étudiées en TPC1. Enfin, la notion de potentiel-vecteur est hors-programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Magnétostatique	
3.1 Champ magnétostatique	
Équations locales de la magnétostatique et formes intégrales : flux conservatif et théorème d'Ampère. Linéarité des équations.	Choisir un contour, une surface et les orienter pour appliquer le théorème d'Ampère. Utiliser une méthode de superposition.
Propriétés de symétrie. Propriétés topographiques.	Exploiter les propriétés de symétrie des sources (rotation, symétrie plane, conjugaison de charges) pour prévoir des propriétés du champ créé. Justifier qu'une carte de lignes de champs puisse ou non être celle d'un champ magnétostatique ; repérer d'éventuelles sources du champ et leur signe/sens. Associer l'évolution de la norme de **B** à l'évasement des tubes de champ.
3.2 Exemples de champs magnétostatiques	
Câble rectiligne « infini ». Limite du fil rectiligne infini.	Déterminer le champ créé par un câble rectiligne infini. Calculer et connaître le champ créé par un fil rectiligne infini. Utiliser ces modèles près d'un circuit filiforme réel.
Solénoïde long sans effets de bords. Inductance propre. Densité volumique	Calculer et connaître le champ à l'intérieur, la nullité du champ extérieur étant admise. Établir les expressions de l'inductance propre et de

d'énergie magnétique.	l'énergie d'une bobine modélisée par un solénoïde. Associer cette énergie à une densité d'énergie volumique.
3.3 Dipôles magnétostatiques	
Moment magnétique d'une boucle de courant plane. Rapport gyromagnétique de l'électron. Magnéton de Bohr. Ordre de grandeur de la force surfacique d'adhérence entre deux aimants permanents identiques en contact.	Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane. Utiliser un modèle planétaire pour relier le moment magnétique d'un atome d'hydrogène à son moment cinétique. Par analogie avec une boucle de courant, associer à un aimant un moment magnétique. Connaître un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel. Construire en ordre de grandeur le magnéton de Bohr par analyse dimensionnelle. Interpréter sans calculs les sources microscopiques du champ magnétique. Évaluer l'ordre de grandeur maximal du moment magnétique volumique d'un aimant permanent. Obtenir l'expression de la force surfacique d'adhérence par analyse dimensionnelle.
Actions subies par un dipôle magnétique placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure : résultante et moment. Énergie potentielle d'un dipôle magnétique rigide placé dans un champ magnétostatique d'origine extérieure.	Utiliser des expressions fournies. **Approche documentaire** de l'expérience de Stern et Gerlach : expliquer sans calculs les résultats attendus dans le cadre de la mécanique classique ; expliquer les enjeux de l'expérience.

La partie 4 présente les équations de Maxwell en régime dépendant du temps. La notion de potentiel-vecteur est hors-programme mais on insiste sur le fait que le champ électrique ne dérive pas en général d'un potentiel scalaire. L'étude détaillée des ondes électromagnétiques qui prolonge cette partie est placée dans la partie Physique des ondes. On ne mentionne ici les phénomènes de propagation que pour les négliger dans le cadre des régimes lentement variables. Le cadre adopté est celui de l'ARQS « magnétique » où les effets des distributions de courants dominent ceux des distributions de charges.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Équations de Maxwell	
4.1 Postulats de l'électromagnétisme	
Force de Lorentz. Équations locales de Maxwell. Formes intégrales. Compatibilité avec les cas particuliers de l'électrostatique et de la magnétostatique ; compatibilité avec la conservation de la charge. Linéarité.	Utiliser les équations de Maxwell sous forme locale ou intégrale. Faire le lien entre l'équation de Maxwell-Faraday et la loi de Faraday étudiée en TPC1. Utiliser une méthode de superposition.

4.2 Aspects énergétiques	
Vecteur de Poynting. Densité volumique d'énergie électromagnétique. Équation locale de Poynting.	Utiliser les grandeurs énergétiques pour faire des bilans d'énergie électromagnétique. Associer le vecteur de Poynting et l'intensité utilisée en optique.
4.3 Validation de l'approximation des régimes quasi-stationnaires « magnétique »	
Équations de propagation des champs **E** et **B** dans le vide. Caractère non instantané des interactions électromagnétiques. Relation $\varepsilon_0\mu_0c^2=1$.	Établir les équations de propagation. Interpréter c.
ARQS « magnétique ».	Discuter la légitimité du régime quasi-stationnaire. Simplifier les équations de Maxwell et l'équation de conservation de la charge et utiliser les formes simplifiées. Étendre le domaine de validité des expressions des champs magnétiques obtenues en régime stationnaire.

5. Physique des ondes

Présentation

Le programme de physique des ondes de TPC2 s'inscrit dans le prolongement de la partie « signaux physiques » du programme de TPC1 où des propriétés unificatrices (diffraction, interférences, battements…) ont été abordées en s'appuyant sur une approche expérimentale et sans référence à une équation d'onde. Il s'agit désormais de mettre en place l'équation d'onde de D'Alembert en électromagnétisme et en acoustique. On aborde ensuite l'étude de la dispersion, de l'atténuation et de l'absorption associées à des phénomènes de propagation régis par des équations aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants. La propagation d'ondes dans des milieux différents conduit naturellement à étudier la réflexion et la transmission d'ondes à une interface. L'étude de la physique des ondes s'achève par une introduction à la physique quantique.

Objectifs généraux de formation

L'étude de la physique des ondes doit conduire les étudiants à développer, entre autres, les compétences suivantes :

- mettre en évidence les analogies existant entre des phénomènes relevant de domaines de la physique très différents, mais dont le comportement est régi par les mêmes équations aux dérivées partielles ;
- utiliser les ondes planes monochromatiques comme outil privilégié de résolution d'une équation d'onde linéaire, et caractériser celle-ci par une relation de dispersion ;
- choisir de manière pertinente entre des ondes stationnaires (c'est-à-dire dont les variations spatiale et temporelle sont factorisées en représentation réelle) et des ondes progressives ;
- associer les modes propres d'un système confiné à des ondes stationnaires dont les pulsations sont quantifiées ;
- utiliser l'analyse de Fourier et la superposition pour faire le lien entre une solution physique réelle spatialement et temporellement limitée, et des solutions mathématiques élémentaires non réalistes ;
- utiliser des conditions initiales et/ou des conditions aux limites connues pour déterminer la solution d'une équation d'ondes par superposition ;
- linéariser des équations à partir de la manipulation d'ordres de grandeur pertinents associés au phénomène étudié ;

- identifier les principaux types de comportements ondulatoires associés aux domaines asymptotiques d'une relation de dispersion simple (propagation sans déformation, dispersion, absorption, atténuation).

La partie 1 est consacrée à l'étude de phénomènes ondulatoires non dispersifs régis par l'équation d'onde de D'Alembert. Le choix a été fait ici de privilégier les solutions harmoniques dans la résolution pour leur universalité comme solutions adaptées aux équations d'ondes linéaires. Les solutions générales $f(x-ct)$ et $g(x+ct)$ apparaissent ici comme un cas particulier que l'on retrouve par superposition. La méthode de séparation des variables n'est donc pas exigible sur cette partie. S'agissant de la modélisation microscopique des solides, l'objectif est principalement d'établir la loi de Hooke qui sera ensuite utilisée pour mettre en équations les ondes longitudinales dans l'approximation du solide continu. Dans le cadre de la physique des ondes, on qualifiera de plane une onde par référence à sa dépendance spatiale f(x,t).

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. **Phénomènes de propagation non dispersifs : équation de D'Alembert**	
1.1. Ondes mécaniques unidimensionnelles dans les solides déformables	
Équation d'onde pour des ondes transversales sur une corde vibrante infiniment souple dans l'approximation des petits mouvements transverses.	Établir l'équation d'onde en utilisant un système infinitésimal.
Modèle microscopique de solide élastique unidimensionnel (chaîne d'atomes élastiquement liés) : loi de Hooke. Ondes acoustiques longitudinales dans une tige solide dans l'approximation des milieux continus.	Relier la raideur des ressorts fictifs à l'énergie de liaison et évaluer l'ordre de grandeur du module d'Young. Établir l'équation d'onde en utilisant un système infinitésimal.
Équation de D'Alembert ; célérité. Exemples de solutions de l'équation de D'Alembert : - ondes progressives harmoniques - ondes stationnaires harmoniques	Reconnaître une équation de D'Alembert. Associer qualitativement la célérité d'ondes mécaniques, la raideur et l'inertie du milieu support. Différencier une onde stationnaire d'une onde progressive par la forme de leur représentation réelle. Utiliser qualitativement l'analyse de Fourier pour décrire une onde non harmonique.
Applications : - régime libre : modes propres d'une corde vibrante fixée à ses deux extrémités - régime forcé : résonances sur la corde de Melde.	Décrire les modes propres. En négligeant l'amortissement, associer mode propre et résonance en régime forcé.
1.2. Ondes électromagnétiques dans le vide	
Équations de propagation de **E** et **B** dans une région sans charge ni courant. Structure d'une onde plane progressive harmonique.	Établir et citer les équations de propagation. Établir et décrire la structure d'une OPPH. Utiliser le principe de superposition d'OPPH.

Aspects énergétiques.	Relier la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde. Relier le flux du vecteur de Poynting à un flux de photons en utilisant la relation d'Einstein-Planck. Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens (laser hélium-néon, flux solaire, téléphonie, etc) et les relier aux ordres de grandeur des champs électriques associés.
Polarisation des ondes électromagnétiques planes progressives harmoniques : polarisation elliptique, circulaire et rectiligne.	Relier l'expression du champ électrique à l'état de polarisation d'une onde.
Analyse d'une lumière totalement polarisée. Utiliser une lame quart d'onde ou demi-onde pour modifier ou analyser un état de polarisation, avec de la lumière totalement polarisée.	**Reconnaître une lumière non polarisée. Distinguer une lumière non polarisée d'une lumière totalement polarisée.**

La partie 2 est consacrée aux phénomènes de propagation régis par des équations aux dérivées partielles linéaires à coefficients constants. L'étude est menée sur des ondes harmoniques planes en représentation complexe. On s'appuie soit sur les plasmas localement neutres soit sur les milieux ohmiques. On admet que les DLHI relèvent d'un traitement analogue faisant apparaître l'indice complexe mais aucune modélisation du comportement des DLHI ne figure au programme. On se limite dans tous les cas à des milieux non magnétiques.

2. **Phénomènes de propagation linéaires**	
2.1 Ondes électromagnétiques dans les plasmas et dans les métaux	
Interaction entre une onde plane progressive harmonique et un plasma localement neutre sans collisions. Conductivité imaginaire pure. Interprétation énergétique.	Décrire le modèle. Construire une conductivité complexe en justifiant les approximations. Associer le caractère imaginaire pur de la conductivité complexe à l'absence de puissance échangée en moyenne temporelle entre le champ et les porteurs de charges.
Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu localement neutre possédant une conductivité complexe : relation de dispersion, indice complexe. Dispersion, absorption.	Établir une relation de dispersion pour des ondes planes progressives harmoniques. Associer les parties réelle et imaginaire de k aux phénomènes de dispersion et d'absorption.
Cas particulier d'une propagation unidirectionnelle dans un plasma sans collisions : onde évanescente dans le domaine réactif ($\omega < \omega_p$) ; absence de propagation de l'énergie en moyenne temporelle.	Reconnaître une onde évanescente (onde stationnaire atténuée). **Approche documentaire :** à l'aide de données sur l'ionosphère illustrer quelques aspects des télécommunications.

Cas particulier d'un conducteur ohmique de conductivité réelle : effet de peau.	Repérer une analogie formelle avec les phénomènes de diffusion. Connaître l'ordre de grandeur de l'épaisseur de peau du cuivre à 50 Hz.

La partie 3 est consacrée à la réflexion et la transmission d'ondes électromagnétiques à une interface plane sous incidence normale, dans le cas de milieux non magnétiques. La notion de densité de courants superficiels et les relations de passage du champ électromagnétique ne figurent pas au programme. La notion de conducteur parfait ne figure pas au programme, les conditions aux limites sur la composante normale du champ électrique et la composante tangentielle du champ magnétique doivent être fournies si nécessaire dans un problème.

3. Interfaces entre deux milieux	
Réflexion d'une onde plane progressive harmonique entre deux demi-espaces d'indices complexes $\underline{n}_1$ et $\underline{n}_2$ sous incidence normale : coefficients de réflexion et de transmission du champ électrique.	Exploiter la continuité (admise) du champ électromagnétique dans cette configuration pour obtenir l'expression du coefficient de réflexion en fonction des indices complexes.
Cas d'une interface vide-plasma. Coefficients de réflexion et de transmission en puissance.	Distinguer les comportements dans le domaine de transparence et dans le domaine réactif du plasma.
Cas d'une interface vide-conducteur ohmique de conductivité réelle constante.	Établir les expressions des coefficients de réflexion et transmission du champ pour un métal réel. Passer à la limite d'une épaisseur de peau nulle.
Cas d'une interface vide-conducteur ohmique dans le domaine optique visible.	Identifier le comportement du métal dans ce domaine, avec celui d'un plasma localement neutre peu dense en-dessous de sa pulsation de plasma. Associer la forme du coefficient complexe de réflexion à l'absence de propagation d'énergie dans le métal en moyenne temporelle.
Polarisation par réflexion vitreuse sous incidence oblique.	**Identifier l'incidence de Brewster et utiliser cette configuration pour repérer la direction absolue d'un polariseur.**

La physique quantique fait l'objet de la partie 4. Elle est restreinte à l'étude de systèmes unidimensionnels. Une introduction qualitative est proposée, les concepts essentiels abordés sont la dualité onde-corpuscule, l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde, et les conséquences de l'inégalité de Heisenberg spatiale dans des situations confinées. Cette découverte est suivie d'une présentation plus quantitative, volontairement limitée dans ses ambitions, elle s'insère dans cette partie générale sur les ondes dans la mesure où elle propose une approche ondulatoire simple de la physique quantique.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
4.1 Introduction au monde quantique	
Dualité onde-particule pour la lumière et la matière. Relations de Planck-Einstein et de Louis de Broglie.	Évaluer des ordres de grandeurs typiques intervenant dans des phénomènes quantiques.

	Approche documentaire : décrire un exemple d'expérience mettant en évidence la nécessité de la notion de photon. **Approche documentaire :** décrire un exemple d'expérience illustrant la notion d'ondes de matière.
Interprétation probabiliste associée à la fonction d'onde : approche qualitative.	Interpréter une expérience d'interférences (matière ou lumière) « particule par particule » en termes probabilistes.
Inégalité de Heisenberg spatiale.	À l'aide d'une analogie avec la diffraction des ondes lumineuses, établir l'inégalité en ordre de grandeur : $\Delta p\ \Delta x \geq \hbar$.
Énergie minimale de l'oscillateur harmonique quantique.	Établir le lien entre confinement spatial et énergie minimale (induit par l'inégalité de Heisenberg spatiale).
4.2 Approche ondulatoire de la mécanique quantique	
Amplitude de probabilité	
Fonction d'onde $\psi(x,t)$ associée à une particule dans un problème unidimensionnel. Densité linéique de probabilité. Principe de superposition. Interférences.	Normaliser une fonction d'onde. Faire le lien qualitatif avec la notion d'orbitale en chimie. Relier la superposition de fonctions d'ondes à la description d'une expérience d'interférences entre particules.
Équation de Schrödinger pour une particule libre	
Équation de Schrödinger. États stationnaires.	Utiliser l'équation de Schrödinger fournie. Identifier les états stationnaires aux états d'énergie fixée. Établir et utiliser la relation : $\psi(x,t) = \varphi(x)\ \exp(-iEt/\hbar)$ et l'associer à la relation de Planck-Einstein. Distinguer l'onde associée à un état stationnaire en mécanique quantique d'une onde stationnaire au sens usuel de la physique des ondes. Utiliser l'équation de Schrödinger pour la partie spatiale $\varphi(x)$. En exploitant l'expression classique de l'énergie de la particule libre, associer la relation de dispersion obtenue et la relation de de Broglie.
Équation de Schrödinger dans un puits de potentiel	
Quantification de l'énergie dans un puits de potentiel rectangulaire de profondeur infinie. Énergie de confinement quantique.	Établir les expressions des énergies des états stationnaires. Faire l'analogie avec la recherche des pulsations propres d'une corde vibrante fixée en ses deux extrémités. Retrouver qualitativement l'énergie minimale à partir de l'inégalité de Heisenberg spatiale. Associer le confinement d'une particule quantique à une augmentation de l'énergie cinétique.

Appendice 1 : matériel

Cette liste complète celle donnée en appendice 1 du programme de physique de TPC1. Elle regroupe avec celle-ci le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de ces listes lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

1. **Domaine optique**

- Lames quart d'onde, lames demi-onde
- Réseau de coefficient de transmission sinusoïdal
- Interféromètre de Michelson motorisé

2. **Domaine électrique**

- Générateur de signaux Basse Fréquence avec fonction de commande externe de la fréquence par une tension

Appendice 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maîtrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique TPC2 sont d'une part ceux qui figurent dans l'appendice 2 du programme de TPC1 et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Le thème « analyse vectorielle » prolonge l'étude de l'outil « gradient » abordée en TPC1 en introduisant de nouveaux opérateurs : seules leurs expressions en coordonnées cartésiennes sont exigibles. Toutes les autres formules utiles (expressions en coordonnées cylindriques ou sphériques, actions sur des produits, combinaisons d'opérateurs, etc) doivent être fournies.

Le thème « analyse de Fourier » prolonge l'étude de l'outil « séries de Fourier » abordée en TPC1 en admettant la décomposition d'une fonction non périodique du temps en une somme continue de fonctions sinusoïdales. De même qu'en TPC1 où le calcul des coefficients d'un développement en série de Fourier est exclu, on ne cherche pas en TPC2 à expliciter le poids relatif et les déphasages relatifs des différentes composantes de Fourier, de telle sorte que la transformée de Fourier n'est pas exigible. On insiste en revanche sur la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).

Dans le thème « équations aux dérivées partielles », aucune méthode générale d'étude n'est exigible : on se limite à chercher des solutions d'une forme donnée par substitution, menant ainsi soit à des équations différentielles classiques, soit à une relation de dispersion.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Calcul différentiel	
Fonctions de plusieurs variables à valeurs réelles. Dérivées partielles. Différentielle. Théorème de Schwarz. Intégration de l'expression d'une dérivée partielle.	Relier la différentielle et les dérivées partielles premières. Utiliser le théorème de Schwarz (admis). Intégrer une expression de la forme $\partial f/\partial x=g(x,y)$ à y fixé en introduisant une fonction $\phi(y)$ inconnue comme « constante d'intégration ».

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Analyse vectorielle	
a) gradient	Relier le gradient à la différentielle d'un champ scalaire à t fixé. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes.
b) divergence	Citer et utiliser le théorème d'Ostrogradski. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
c) rotationnel	Citer et utiliser le théorème de Stokes. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
d) laplacien d'un champ scalaire	Définir Δf = div (**grad** f). Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
e) laplacien d'un champ de vecteurs	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes.
f) cas des champs proportionnels à exp(iωt-i**k.r**) ou exp(i**k.r**-iωt)	Exprimer l'action des opérateurs d'analyse vectorielle sur un tel champ à l'aide du vecteur i**k**.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Analyse de Fourier	
Synthèse spectrale d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni. Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial.
Synthèse spectrale d'une fonction non périodique.	Utiliser un raisonnement par superposition. Transposer l'analyse de Fourier du domaine temporel au domaine spatial. Citer et utiliser la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale « utile » ($\Delta\omega$ ou Δk_x) et l'étendue caractéristique d'un signal non périodique (Δt ou Δx).

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de D'Alembert, équation de Schrödinger.	Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution familière dans un domaine de la physique à un autre domaine. Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.

Appendice 3 : outils transversaux

La liste ci-dessous explicite un certain nombre d'outils transversaux dont la maîtrise est indispensable au physicien. Leur apprentissage progressif et contextualisé doit amener les étudiants au bout des deux années de CPGE à en faire usage spontanément quel que soit le contexte. S'agissant de l'analyse dimensionnelle, il convient d'éviter tout dogmatisme : en particulier la présentation de la dimension d'une grandeur par le biais de son unité dans le système international est autorisée. S'agissant de la recherche d'une expression par analyse dimensionnelle il ne s'agit en aucun cas d'en faire un exercice de style : en particulier le théorème Pi de Buckingham est hors-programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse de pertinence	
Homogénéité d'une expression.	Contrôler l'homogénéité d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs mise en jeu.
Caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs mise en jeu.
Sens de variation d'une expression par rapport à un paramètre.	Interpréter qualitativement et en faire un test de pertinence.
Limites d'une expression pour des valeurs nulles ou infinies des paramètres.	Tester les limites d'une expression. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Nullité d'une expression.	Repérer l'annulation d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.
Divergence d'une expression.	Repérer la divergence d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence. Proposer éventuellement des éléments non pris en compte dans le modèle susceptibles de brider la divergence (frottements, non linéarités, etc).

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Calcul numérique.	
Calcul numérique d'une expression.	Calculer sans outil l'ordre de grandeur (puissance de dix) d'une expression simple. Afficher un résultat numérique avec un nombre de chiffres significatifs cohérent avec les données et une unité correcte dans le cas d'un résultat dimensionné. Commenter un résultat numérique (justification d'une approximation, comparaisons à des valeurs de référence bien choisies, etc). En faire un test de pertinence.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Outils de communication	
Tableaux de données numériques simples.	Transformer un tableau de données numériques en représentation graphique. Renseigner correctement les axes.
Exploitation d’une représentation graphique.	Repérer les comportements intéressants dans le contexte donné : monotonie, extrema, branches infinies, signes. Interpréter le caractère localement rectiligne selon qu’on travaille en échelles linéaire, semi-logarithmique ou log-log.
Schémas et figures.	Transposer un texte en une figure schématisant les éléments essentiels. Élaborer une courte synthèse à partir de plusieurs éléments graphiques : tableaux, schémas, courbes...

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Analyse dimensionnelle	
Dimension d’une expression.	Déterminer la dimension d’une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Recherche d’une expression de type monôme par analyse dimensionnelle.	Déterminer les exposants d’une expression de type monôme $E=A^{\alpha}B^{\beta}C^{\chi}$ par analyse dimensionnelle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Analyse d’ordre de grandeur	
Comparaison en ordre de grandeur des différents termes d’une équation différentielle ou d’une équation aux dérivées partielles.	À partir d’une mise en évidence des échelles pertinentes d’un problème, évaluer et comparer l’ordre de grandeur des différents termes d’une équation afin de la simplifier en conséquence.

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Technologie, physique, chimie (TPC)**

Discipline : **Chimie**

Seconde année

Programme de chimie de la voie TPC2

Le programme de chimie de la classe de TPC2 s'inscrit dans la continuité du programme de TPC1. Ce programme est conçu pour amener tous les étudiants à poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, pour éveiller leur curiosité et leur permettre de se former tout au long de la vie.

L'objectif de l'enseignement de chimie est d'abord de développer des compétences propres à la pratique de la démarche scientifique :

- observer et s'approprier une problématique ;
- analyser et modéliser ;
- valider ;
- réaliser et créer.

Cette formation doit aussi développer d'autres compétences dans un cadre scientifique :

- communiquer, à l'écrit et à l'oral ;
- être autonome et faire preuve d'initiative.

Ces compétences sont construites à partir d'un socle de connaissances et de capacités défini par ce programme. Comme celui de première année, ce programme identifie, pour chacun des items, les connaissances scientifiques, mais aussi les savoir-faire, les capacités que les étudiants doivent maîtriser à l'issue de la formation. L'acquisition de ces capacités constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Observer, mesurer, confronter un modèle au réel nécessitent la pratique d'une démarche expérimentale. La formation expérimentale de l'étudiant revêt donc une importance essentielle, au même titre que sa formation théorique. En outre elle donne un sens aux concepts et aux lois introduites. En classe de TPC2, cette formation expérimentale est poursuivie ; elle s'appuie sur les capacités développées en première année, elle les affermit et les complète.

Comprendre, décrire, modéliser, prévoir, nécessitent aussi une solide formation théorique. Celle-là est largement complétée en classe de TPC2. Le professeur s'appuiera sur des exemples concrets afin de lui donner du sens. La diversité des domaines scientifiques abordés ne doit pas masquer à l'étudiant la transversalité des concepts et des méthodes utilisés, que le professeur veillera à souligner. Théorique et expérimentale, la formation de l'étudiant est multiforme et doit être abordée par des voies variées. Ainsi le professeur doit-il rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment distinctes, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

L'autonomie de l'étudiant et sa capacité à prendre des initiatives sont développées à travers la pratique d'activités de type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à des questionnements précis. Ces résolutions de problèmes peuvent aussi être de nature expérimentale ; la formation expérimentale vise non seulement à apprendre à l'étudiant à réaliser des mesures ou des expériences selon un protocole fixé, mais aussi à l'amener à proposer lui-même un protocole et à le mettre en œuvre. Cette capacité à proposer un protocole doit être résolument développée au cours de la formation expérimentale.

Dans ce programme comme dans celui de première année, il est proposé au professeur d'aborder certaines notions à partir de l'étude d'un document. L'objectif de cette « approche documentaire » est d'apprendre à l'étudiant à compléter ses connaissances et ses savoir-faire par l'exploitation de ressources et de documents scientifiques variés, ce qu'il aura inévitablement à pratiquer dans la suite de sa formation et de sa vie professionnelle.

La mise en œuvre de la démarche scientifique en physique-chimie fait souvent appel aux mathématiques, tant pour la formulation du modèle que pour en extraire des prédictions. Le professeur veillera à n'avoir recours à la technicité mathématique que lorsqu'elle s'avère indispensable, et à mettre l'accent sur la compréhension des phénomènes physiques et chimiques. Néanmoins l'étudiant doit savoir utiliser de façon autonome certains outils mathématiques (précisés dans l'appendice « outils mathématiques ») dans le cadre des activités relevant de la chimie.

Enfin, lorsqu'il en aura l'opportunité, le professeur familiarisera l'étudiant à recourir à une approche numérique, qui permet une modélisation plus fine et plus réaliste du réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est l'occasion pour l'étudiant d'exploiter ses capacités concernant l'ingénierie numérique et la simulation qu'il a acquises en première année en informatique et sciences du numérique. Dans ce domaine des démarches collaboratives sont recommandées.

Le programme de chimie de la classe de TPC2 inclut celui de la classe de TPC1, et son organisation est la même :

- Dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer pendant les deux années de formation à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, la résolution de problèmes et les approches documentaires. Ces compétences et les capacités associées continueront à être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la deuxième année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- Dans la deuxième partie, intitulée **« formation expérimentale »,** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Elles complètent celles décrites dans la deuxième partie du programme de TPC1, qui restent exigibles, et devront être régulièrement exercées durant la classe de TPC2. Leur mise en œuvre à travers les activités expérimentales doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la partie « formation disciplinaire ».
- La troisième partie, intitulée « **formation disciplinaire** », décrit les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires propres à la classe de TPC2. Comme dans le programme de première année, elles sont présentées en deux colonnes : la première colonne décrit les « notions et contenus » ; en regard, la seconde colonne précise les « capacités exigibles » associées dont l'acquisition par les étudiants doit être la priorité du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.
  Certains items de cette partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.
- Deux appendices listent le matériel et les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de chimie en fin de l'année de TPC2. Ils complètent le matériel et les outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre en fin d'année pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. La formation de seconde année est divisée en deux semestres. Toutefois le professeur est ici libre de traiter le programme dans l'ordre qui lui semble le plus adapté à ses étudiants. Dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- Il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment

contribuer à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- Il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, physique et informatique.

Partie 1 - Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La chimie est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de son enseignement. C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (formation disciplinaire), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la chimie.
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée et, chaque fois que cela est possible, transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la mesure des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale - énoncer une problématique d'approche expérimentale - définir les objectifs correspondants
Analyser	- formuler et échanger des hypothèses - proposer une stratégie pour répondre à la problématique - proposer un modèle - choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental - évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	- mettre en œuvre un protocole - utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel - mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates - effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes - confronter un modèle à des résultats expérimentaux - confirmer ou infirmer une hypothèse, une information - analyser les résultats de manière critique - proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	- à l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible o utiliser un vocabulaire scientifique adapté o s'appuyer sur des schémas, des graphes - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	- travailler seul ou en équipe - solliciter une aide de manière pertinente - s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au

sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.
La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative »** est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.
La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ….
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …..
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. …
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, …).

	Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue …
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. …

3. Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de chimie prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « formation disciplinaire ».
L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…) dans les domaines de la physique et de la chimie des XX^{ème} et XXI^{ème} siècles et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Dégager la problématique principale - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,…)
Analyser	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. - S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire et sur les documents proposés pour enrichir l'analyse
Réaliser	- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau - Trier et organiser des données, des informations - Tracer un graphe à partir de données - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,… - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,… - Conduire une analyse dimensionnelle - Utiliser un modèle décrit
Valider	- Faire preuve d'esprit critique - Confronter le contenu du document avec ses connaissances et savoir-faire - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,…) - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance
Communiquer à l'écrit comme à	- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,… (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique)

l'oral	- Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques

Partie 2 - Formation expérimentale

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de l'année de TPC2. Elle vient prolonger la partie « formation expérimentale » du programme de TPC1 ; les capacités décrites dans le programme de TPC1 doivent toutes être acquises à l'issue des deux années de préparation, elles restent donc au programme de seconde année de TPC2 et sont remobilisées si nécessaire.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion de l'étude d'un problème concret.

Prévention des risques au laboratoire

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique et optique leur permettent de prévenir et de minimiser ces risques. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Prévention des risques **- chimique** Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P. - **électrique**	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques. Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques.
2. Impact environnemental Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

Mesures de grandeurs physiques

Notions et contenus	Capacités exigibles
Mesures de : - Volume - Masse	Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise. Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide, d'un liquide, d'une

- pH	solution de concentration molaire connue ou d’une solution de titre massique et de densité connus.
- Conductance et conductivité - Tension - Intensité du courant électrique - Température - Pouvoir rotatoire - Indice de réfraction - Absorbance - Temps de rétention en chromatographie en phase gaz	Utiliser les méthodes et le matériel adéquats pour transférer l’intégralité du solide ou du liquide pesé. Distinguer les instruments de verrerie In et Ex. Utiliser les appareils de mesure (masse, pH, conductance, tension, intensité, température, indice de réfraction, absorbance, pouvoir rotatoire) en s’aidant d’une notice. Mettre en œuvre des mesures calorimétriques à pression constante. Choisir les électrodes adaptées à une mesure électrochimique. Construire un dispositif électrochimique à partir de sa représentation symbolique. Étalonner une chaîne de mesure si nécessaire. Effectuer une injection dans des conditions optimales données. Lire, interpréter et justifier qualitativement un chromatogramme

Utilisation de l’outil informatique

L’outil informatique sera utilisé :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes, chimiques, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser des modèles de description de la matière. Les domaines d’activité qui se prêtent particulièrement à la simulation sont : les titrages en solution aqueuse, la cinétique chimique, la cristallographie, la modélisation moléculaire, l’approche orbitalaire. Cette liste n’est bien entendu pas exhaustive et l’usage de toutes les animations numériques qui facilitent l’apprentissage est recommandé ;
- pour l’acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l’ordinateur ;
- pour la saisie et le traitement de données à l’aide d’un tableur ou d’un logiciel dédié.

Partie 3 - Formation disciplinaire

La formation disciplinaire de TPC2 complète celle effectuée en TPC1 à la fois en chimie sur l’architecture et la transformation de la matière et en physique sur la thermodynamique et la mécanique quantique. Cette formation aborde des domaines nouveaux que sont la thermodynamique des transformations des systèmes physico-chimiques, les aspects cinétiques des réactions électrochimiques, la modélisation quantique de la structure et de la réactivité des entités chimiques. Par ailleurs, elle complète l’apport de connaissances et le développement de compétences en stratégie de synthèse en chimie organique.

Tout au long des deux années, la formation disciplinaire en chimie s'inscrit dans une vision rénovée de son enseignement, privilégiant la capacité de l'élève à raisonner, à prévoir et à transposer ses connaissances dans des situations nouvelles ou sur des composés proches de ceux étudiés, plutôt que sa capacité à réciter, à reproduire. Ainsi les programmes des deux années sont structurés autour des outils du raisonnement que sont les théories et les modèles de comportement macroscopique ou microscopique et non pas autour d'une présentation encyclopédique, systématique, des composés et des réactions associées (acides, bases, complexes, précipités, alcènes, alcools, ….). Il s'agit bien de changer l'image parfois véhiculée de la chimie, d'une discipline où l'apprentissage par cœur serait le moteur de la réussite, et de montrer qu'elle est une science où la dialectique entre savoirs et méthodes permet d'aborder des situations nouvelles, de construire de nouvelles connaissances.
Ainsi formés en chimie, futurs ingénieurs ou chercheurs scientifiques pourront accompagner l'innovation, moteur de la croissance de demain, que ce soit dans le cadre de la recherche et du développement mais aussi de la production au stade industriel.

L'ordre de présentation des contenus n'est pas nécessairement celui qui doit être adopté par le professeur ; celui-ci dispose de toute liberté pour effectuer des choix et établir sa propre progression annuelle dont le seul objectif reste de permettre l'acquisition par tous les élèves de l'ensemble des capacités exigibles. Un travail en collaboration avec le professeur enseignant la physique est vivement recommandé afin de favoriser les apprentissages sur les domaines communs étudiés dans les deux disciplines.

1. Mélanges et transformations : aspects thermodynamiques
    - 1.1 Changements d'état isobare de mélanges binaires
    - 1.2 Transformations physico-chimiques

2. Energie chimique et énergie électrique : conversion et stockage
    - 2.1 Thermodynamique des réactions d'oxydoréduction
    - 2.2 Cinétique des réactions d'oxydoréduction

3. Atomes, molécules, complexes : modélisation quantique et réactivité
    - 3.1 Orbitales atomiques
    - 3.2 Orbitales moléculaires et réactivité
    - 3.3 Orbitales moléculaires et structure des complexes
    - 3.4 Activité catalytique des complexes ; cycles catalytiques

4. Molécules et matériaux organiques : stratégie de synthèse et applications
    - 4.1 Stratégie de synthèse : activation et protection de fonctions
    - 4.2 Conversion de groupes caractéristiques
    - 4.3 Création de liaison CC
    - 4.4 Matériaux organiques polymères

1. MELANGES ET TRANSFORMATIONS : ASPECTS THERMODYNAMIQUES

Au laboratoire, comme dans l'industrie, les chimistes sont amenés à élaborer des composés à partir de matières premières ou à séparer les espèces contenues dans un mélange réactionnel ou dans des substances naturelles. Dans les deux cas, l'innovation comme l'optimisation des techniques et des procédés s'appuient notamment sur des fondements thermodynamiques. Par exemple, le raffinage du pétrole brut consiste en une succession de distillations et de transformations nécessaires à l'élimination de constituants indésirables et à l'obtention en particulier de carburants plus performants et l'exploitation de la biomasse met aussi en œuvre des extractions et des transformations.

La thermodynamique permet en effet de prévoir si la transformation envisagée est possible ou non et de trouver d'éventuelles pistes d'amélioration du rendement d'une synthèse. Elle permet aussi d'appréhender les propriétés physico-chimiques des mélanges et d'envisager une voie d'accès aux corps purs. Elle contribue ainsi à l'obtention de matériaux de plus en plus complexes et répondant à des cahiers des charges de plus en plus exigeants.

Les objectifs de cette partie sont les suivants :
- l'exploitation des diagrammes isobares de mélanges binaires construits à partir des courbes d'analyse thermique ;
- l'application des deux principes de la thermodynamique aux transformations physico-chimiques.

La première partie s'intéresse aux changements d'état de mélanges binaires. Les diagrammes isobares sont construits à partir des courbes d'analyse thermique. Ils sont utilisés pour interpréter les techniques de séparation liquide-liquide que sont les distillations mises en œuvre dans l'approche expérimentale et pour comprendre le comportement de mélanges de solides, en particulier des alliages. Ces diagrammes sont l'occasion également de réinvestir les notions étudiées sur les changements d'état du corps pur et de se familiariser avec la notion de degrés de liberté d'un système ; le calcul de la variance par le théorème de Gibbs est hors programme.

La deuxième partie porte sur les transformations physico-chimiques. L'étude des transferts thermiques lors des transformations des corps purs, abordée en première année dans le cadre du cours de physique, est ici généralisée au cas des transformations physico-chimiques. Par ailleurs, le critère d'évolution d'un système, utilisé dès la première année, est ici démontré par application du second principe de la thermodynamique. Les concepts abordés sont illustrés par des exemples choisis en particulier dans le domaine industriel.

Les transformations physico-chimiques envisagées sont des transformations isobares. Pour le calcul des grandeurs standard de réaction, les enthalpies et entropies standard de réaction sont supposées indépendantes de la température.

On adopte pour les potentiels chimiques une expression générale : $\mu_i(T,p,composition)=\mu_i^{ref}(T,p)+RT\ln(a_i)$ qui fait référence aux activités a_i introduites en première année. L'établissement de cette expression est strictement hors programme. L'influence de la pression sur le potentiel chimique d'un constituant en phase condensée pure est uniquement étudiée dans le cadre d'une approche documentaire sur la pression osmotique.
L'étude de l'influence de la modification d'un paramètre (pression, température ou composition) sur un système physico-chimique permet d'aborder l'optimisation des conditions opératoires d'une synthèse. Il n'est pas attendu de discussions sur le déplacement de l'équilibre chimique, ce qui exclut de fait tout calcul différentiel de l'affinité ($\mathrm{d}\mathscr{A}$).

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :
- faire preuve de rigueur dans la définition et la description d'un système physico-chimique ;
- modéliser un système réel ;
- distinguer modélisation d'une transformation (réaction et écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- établir un bilan thermique ;
- confronter des grandeurs calculées ou tabulées à des mesures expérimentales.
- pratiquer un raisonnement qualitatif ou quantitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.1 Changements d'état isobare de mélanges binaires	
Diagrammes isobares d'équilibre liquide-vapeur : - avec miscibilité totale à l'état liquide	**Mettre en œuvre une distillation fractionnée à la pression atmosphérique et une**

- avec miscibilité nulle à l'état liquide	**hydrodistillation ou une distillation hétéroazéotropique.**
Diagrammes isobares d'équilibre solide-liquide : - avec miscibilité totale à l'état solide - avec miscibilité nulle à l'état solide, avec ou sans composé défini à fusion congruente. Théorème des moments chimiques. Variance : nombre de degrés de liberté d'un système à l'équilibre.	Construire un diagramme isobare d'équilibre entre deux phases d'un mélange binaire à partir d'informations relatives aux courbes d'analyses thermiques. Décrire les caractéristiques des mélanges homoazéotropes, hétéroazéotropes, indifférents, eutectiques et des composés définis. Dénombrer les degrés de liberté d'un système à l'équilibre et interpréter le résultat. Exploiter les diagrammes isobares d'équilibre entre deux phases pour, à composition en fraction molaire ou massique donnée : - tracer l'allure de la courbe d'analyse thermique en indiquant les degrés de liberté du système sur chaque partie de la courbe ; - déterminer les températures de début et de fin de changement d'état ; - donner la composition des phases en présence à une température T fixée ainsi que les quantités de matière dans chaque phase. Interpréter une distillation simple, une distillation fractionnée, une distillation hétéroazéotropique à l'aide des diagrammes isobares d'équilibres liquide-vapeur.
1.2 Transformations physico-chimiques	
Application du premier principe Énoncé du premier principe État standard Enthalpie standard de réaction Loi de Hess Enthalpie standard de formation, état standard de référence d'un élément Enthalpie standard de dissociation de liaison Effets thermiques en réacteur monobare : - transfert thermique causé par la transformation chimique en réacteur isobare isotherme (relation $\Delta H = Q_p = \xi \, \Delta rH°$) - variation de température en réacteur adiabatique monobare.	**Déterminer une enthalpie standard de réaction à température ambiante**. Relier qualitativement la notion d'énergie interne aux descriptions microscopiques des systèmes chimiques. Déterminer une enthalpie standard de réaction à l'aide de données thermodynamiques ou de la loi de Hess. Prévoir le sens du transfert thermique entre un système en transformation chimique et le milieu extérieur à partir de données thermodynamiques. Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation physico-chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique.
Application du deuxième principe Énoncé du deuxième principe	 Relier qualitativement l'entropie à la notion d'ordre microscopique au sein d'un système

Identités thermodynamiques ; potentiel chimique. Enthalpie libre. Expression du potentiel chimique dans des cas modèles : - gaz parfaits - constituants condensés en mélange idéal - solutés infiniment dilués	Écrire les identités thermodynamiques pour les fonctions U, H et G. Distinguer et justifier les caractères intensif ou extensif des variables utilisées. Exprimer l'enthalpie libre d'un système chimique en fonction des potentiels chimiques. Déterminer une variation d'enthalpie libre, d'enthalpie et d'entropie entre deux états du système chimique. **Approche documentaire** : à partir de documents sur la pression osmotique, discuter de l'influence de la pression sur le potentiel chimique et d'applications au laboratoire, en industrie ou dans le vivant.
Affinité chimique. Entropie molaire standard absolue. Entropie de réaction, enthalpie libre de réaction, grandeurs standard associées. Relation entre l'affinité chimique, $\Delta_r G°$ et Q_r. L'équilibre physico-chimique. Constante thermodynamique d'équilibre ; relation de Van't Hoff Relation entre l'affinité chimique, K° et Q_r.	Relier affinité chimique et création d'entropie lors d'une transformation d'un système physico-chimique. Prévoir le sens d'évolution d'un système chimique dans un état donné à l'aide de l'affinité chimique. Justifier ou prévoir le signe de l'entropie standard de réaction. Déterminer une grandeur standard de réaction à l'aide de données thermodynamiques ou de la loi de Hess. Déterminer la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre à une température quelconque.
Variance : nombre de degrés de liberté d'un système à l'équilibre. Optimisation d'un procédé chimique : - par modification de la valeur de K° - par modification de la valeur du quotient réactionnel.	Reconnaître si une variable intensive est ou non un facteur d'équilibre. Dénombrer les degrés de liberté d'un système à l'équilibre et interpréter le résultat. Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une ou plusieurs réactions chimiques. Identifier les paramètres d'influence et leur sens d'évolution pour optimiser une synthèse ou minimiser la formation d'un produit secondaire indésirable.

2. ÉNERGIE CHIMIQUE ET ENERGIE ELECTRIQUE : CONVERSION ET STOCKAGE

Enjeux économiques et sociétaux de première importance, la maîtrise des énergies et la limitation des pollutions concernent tout particulièrement le chimiste et s'appuient, entre autres, sur des techniques et des technologies faisant appel à l'électrochimie. On peut citer la mise au point de capteurs

électrochimiques (analyse d'eaux ou d'effluents industriels), de traitements dépolluants (procédés d'oxydation avancée ou de réductions catalytiques), d'électrodéposition (traitements de surface améliorant la durée de vie), d'électrosynthèse (préparations ou purifications électrolytiques contrôlées), la conception ou l'amélioration des batteries (automobiles, appareils électriques portatifs …), les recherches sur les biopiles (enzymatiques ou microbiennes), la lutte contre la corrosion.
Cette partie du programme vient en prolongement des acquis de première année concernant les réactions d'oxydoréduction et des acquis de deuxième année en thermodynamique des transformations physico-chimiques.

Les objectifs sont les suivants :

- compléter l'ensemble des outils de la thermodynamique de la réaction d'oxydoréduction en solution
  aqueuse ;
- aborder la cinétique des processus électrochimiques en solution aqueuse.

Les notions de thermodynamique sont appliquées au cas de systèmes physico-chimiques sièges de réactions d'oxydoréduction et au fonctionnement de piles électrochimiques. L'étude cinétique des réactions électrochimiques se démarque de la cinétique chimique étudiée en première année par la méthode expérimentale mise en œuvre et la modélisation des phénomènes.

L'utilisation des courbes courant-potentiel permet une description précise du fonctionnement des dispositifs électrochimiques mettant en jeu les conversions énergie chimique-énergie électrique, qu'ils soient sièges de réactions d'oxydoréduction spontanées (piles électrochimiques, piles à combustible) ou forcées (électrolyseurs, accumulateurs). L'approche, volontairement qualitative, ne requiert aucun formalisme physique ou mathématique. Les caractéristiques générales des courbes courant-potentiel sont présentées sur différents exemples afin que les étudiants soient capables de proposer l'allure qualitative de ces courbes à partir d'un ensemble de données cinétiques et thermodynamiques fournies.
Dans ce cadre, l'approche expérimentale peut aller du tracé de courbes courant-potentiel à l'exploitation de courbes fournies pour mettre en œuvre et analyser un protocole ou le fonctionnement d'un dispositif électrochimique.

Le réinvestissement de ces notions et capacités liées à la thermodynamique et la cinétique des phénomènes d'oxydo-réduction permet d'appréhender les phénomènes de corrosion humide par le biais d'une approche documentaire.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences générales qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- faire preuve de rigueur dans la définition et la description du système physico-chimique étudié ;
- élaborer qualitativement des outils graphiques à partir d'un ensemble de données ;
- pratiquer un raisonnement par analogie pour décrire le fonctionnement d'un dispositif électrochimique ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif ou quantitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.1 Thermodynamique des réactions d'oxydoréduction	
	Déterminer des grandeurs standard de réaction par l'étude de piles.
Relation entre affinité chimique d'une réaction et potentiels de Nernst des couples mis en jeu.	Énoncer la relation entre l'affinité chimique d'une réaction et les potentiels de Nernst des couples mis en jeu.
Relation entre enthalpie libre standard de réaction et potentiels standard des couples impliqués.	Déterminer l'enthalpie libre standard d'une réaction d'oxydoréduction à partir des potentiels

	standard des couples. Déterminer la valeur du potentiel standard d'un couple d'oxydoréduction à partir de données thermodynamiques (constantes d'équilibre, potentiels standard).
Approche thermodynamique du fonctionnement d'une pile électrochimique. Irréversibilité et travail électrique maximum récupérable.	Relier tension à vide d'une pile et enthalpie libre de réaction. Établir l'inégalité reliant la variation d'enthalpie libre et le travail électrique. Décrire le fonctionnement d'une pile électrochimique.
2.2 Cinétique des réactions d'oxydoréduction	
Courbes courant-potentiel sur une électrode : - systèmes rapides et systèmes lents - surtension - nature de l'électrode - courant limite de diffusion - vagues successives - domaine d'inertie électrochimique du solvant.	**Mettre en œuvre un protocole expérimental de tracé ou d'utilisation de courbes courant-potentiel.** Relier vitesse de réaction électrochimique et intensité du courant. Reconnaître le caractère lent ou rapide d'un système à partir de courbes courant-potentiel. Identifier les espèces électroactives pouvant donner lieu à une limitation en courant par diffusion. Relier qualitativement, ou quantitativement à partir des courbes courant-potentiel, l'intensité du courant limite de diffusion à la concentration du réactif, au nombre d'électrons échangés et à la surface immergée de l'électrode. Tracer l'allure de courbes courant-potentiel à partir de données de potentiels standard, concentrations et surtensions « seuil ». Identifier les paramètres d'influence du domaine d'inertie électrochimique du solvant.
Utilisation des courbes courant-potentiel : - Transformations spontanées - notion de potentiel mixte - fonctionnement d'une pile électrochimique - Transformations forcées - électrolyseurs - accumulateurs	Positionner qualitativement un potentiel mixte sur un tracé de courbes courant-potentiel. Identifier piles, accumulateurs et électrolyseurs comme des dispositifs permettant les conversions entre énergie chimique et énergie électrique. Utiliser les courbes courant-potentiel pour expliquer le fonctionnement d'une pile électrochimique et prévoir la valeur de la tension à vide. Utiliser les courbes courant-potentiel pour rendre compte du fonctionnement d'un dispositif siège

	d'une électrolyse et prévoir la valeur de la tension de seuil. Utiliser les courbes courant-potentiel pour justifier les contraintes dans la recharge d'un accumulateur. Citer les paramètres influençant la résistance interne du dispositif électrochimique. Utiliser les courbes courant-potentiel pour justifier la nécessité : - de purifier une solution électrolytique avant l'électrolyse - de choisir les électrodes permettant de réaliser l'électrolyse voulue. Déterminer un rendement faradique à partir d'informations fournies concernant le dispositif étudié. Évaluer la masse de produit formé pour une durée et des conditions données d'électrolyse. **Approche documentaire :** à partir de documents relatifs à la corrosion humide, identifier et analyser les facteurs d'influence et les méthodes de protection.

3. ATOMES, MOLECULES, COMPLEXES : MODELISATION QUANTIQUE ET REACTIVITE

La catalyse par les complexes des métaux de transition trouve de très nombreuses applications comme par exemple la réaction de Heck en chimie fine, la carbonylation du méthanol en chimie industrielle, les processus de respiration et de photosynthèse en chimie du vivant. Cette catalyse s'inscrit dans la démarche de la chimie verte et permet des synthèses dans des conditions douces. La compréhension de ces systèmes catalytiques nécessite l'analyse détaillée de la structure électronique des complexes par l'utilisation des orbitales atomiques et moléculaires.

Ces nouveaux modèles de description de la matière à l'échelle microscopique complètent l'étude de la classification périodique et de la description des entités moléculaires abordées en première année. Par ailleurs, ils permettent d'interpréter la réactivité en chimie organique dans le cadre de l'approximation des orbitales frontalières.

Les objectifs de cette partie sont les suivants :

- la construction de diagrammes d'orbitales moléculaires ou leur interprétation en vue de la prévision de la réactivité d'une entité chimique (molécule, ion ou radical) ;
- l'exploitation de diagrammes d'orbitales moléculaires de complexes de métaux de transition dans le but d'interpréter les propriétés des liaisons dans ce type d'édifices et l'utilisation de ces complexes comme catalyseurs ou éléments structurants.

Les approximations usuelles de la théorie des orbitales atomiques et moléculaires seront présentées afin de mettre l'accent sur les limitations des modèles adoptés. La notion de fonction d'onde sera abordée sans qu'aucune formulation mathématique ne soit exigible.

La construction des diagrammes d'orbitales moléculaires est limitée aux cas des molécules A_2 ou AB, sans mélange d'orbitales s et p. En revanche, des diagrammes d'orbitales moléculaires avec mélanges d'orbitales atomiques sur un même centre peuvent être fournis, l'étudiant devant alors les interpréter : remplissage des niveaux, identification des orbitales frontalières HO et BV, analyse du caractère liant, antiliant ou non liant d'une orbitale moléculaire. De même, la construction des diagrammes d'orbitales moléculaires de systèmes plus complexes est hors programme ; l'étudiant interprète ces diagrammes à partir des propriétés de deux fragments en interaction dont les orbitales sont fournies.

Les orbitales moléculaires des complexes à symétrie octaédrique sont interprétées de la même manière.

Dans le but de disposer de modèles simples applicables en chimie organique, l'approximation des orbitales frontalières permet de prévoir la réactivité électrophile ou nucléophile des espèces mises en jeu : ces orbitales peuvent être obtenues grâce à des logiciels ou à partir de bases de données, les unités d'énergie utilisables étant l'eV ou le $kJ.mol^{-1}$.

Les complexes organométalliques (notion étendue aux complexes à ligands organiques sans présence de liaison métal-carbone) sont utilisés comme catalyseurs : aucun cycle catalytique n'est exigible, mais les étapes élémentaires d'un cycle fourni doivent être reconnues par l'étudiant, les notions de cinétique de première année pouvant être réinvesties à cette occasion. Le formalisme de Green est hors-programme.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences générales qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- utiliser la classification périodique des éléments pour déterminer, justifier ou comparer des propriétés physico-chimiques ;
- utiliser différentes représentations schématiques ou symbolique d'une entité ;
- comparer les apports et limites des différents modèles de description des entités chimiques ;
- relier structure et propriétés microscopiques aux grandeurs et comportements macroscopiques à l'aide de différents modèles ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif à partir de représentations graphiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.1 Orbitales atomiques	
Fonctions d'onde électroniques de l'atome d'hydrogène. Énergie et rayon associés à une orbitale atomique. Représentation graphique conventionnelle d'une orbitale atomique : zones nodales, signe des fonctions d'ondes réelles Orbitales des atomes polyélectroniques. Notion qualitative de charge effective.	Interpréter $\|\psi\|^2$ comme la densité de probabilité de présence d'un électron en un point et le relier à la densité de charge. Prévoir, pour l'atome d'hydrogène et les ions hydrogénoïdes, l'évolution du rayon et de l'énergie associés à une orbitale atomique en fonction du nombre quantique principal. Associer les orbitales atomiques aux niveaux d'énergie électroniques. Dessiner l'allure des orbitales atomiques s, p et d Établir la configuration électronique d'un atome ou d'un ion dans son état fondamental. Relier l'évolution du rayon associé à une orbitale atomique à la charge effective. Relier l'évolution de l'énergie associée à une orbitale atomique à l'électronégativité. Relier le rayon associé aux orbitales de valence d'un atome à sa polarisabilité.
3.2 Orbitales moléculaires et réactivité	
Méthode de Combinaison Linéaire des Orbitales Atomiques.	Identifier les conditions d'interaction de deux orbitales atomiques : recouvrement et critère

	énergétique.
Interaction de deux orbitales atomiques sur deux centres : • Recouvrement • Orbitales liante, antiliante, non liante • Énergie d'une orbitale moléculaire • Orbitale σ, orbitale π • Représentation conventionnelle d'une orbitale moléculaire par schématisation graphique de la combinaison linéaire des orbitales atomiques.	Construire des orbitales moléculaires de molécules diatomiques par interaction d'orbitales atomiques du même type (s-s, p-p). Reconnaître le caractère liant, antiliant, non liant d'une orbitale moléculaire à partir de sa représentation conventionnelle ou d'une surface d'iso-densité. Identifier la symétrie σ ou π d'une orbitale moléculaire à partir de sa représentation conventionnelle ou d'une surface d'iso-densité. Proposer une représentation conventionnelle d'une orbitale moléculaire tenant compte d'une éventuelle dissymétrie du système. Justifier la dissymétrie d'une orbitale moléculaire obtenue par interaction d'orbitales atomiques centrées sur des atomes d'éléments différents. Prévoir l'ordre énergétique des orbitales moléculaires et établir qualitativement un diagramme énergétique d'orbitales d'une molécule diatomique.
Interaction d'orbitales de fragments	Justifier l'existence d'interactions entre orbitales de fragment en termes de recouvrement ou d'écarts d'énergie.
Diagramme d'orbitales moléculaires : occupation, orbitales frontalières haute occupée et basse vacante, cas des entités radicalaires.	Décrire l'occupation des niveaux d'un diagramme d'orbitales moléculaires. Identifier les orbitales frontalières à partir d'un diagramme d'orbitales moléculaires de valence fourni. Interpréter un diagramme d'orbitales moléculaires obtenu par interaction de deux fragments donnés.
Ordre de liaison des molécules diatomiques	Relier dans une molécule diatomique l'évolution de la longueur et de la constante de force de la liaison à l'évolution de l'ordre de liaison.
Prévision de la réactivité : approximation des orbitales frontalières	Utiliser les orbitales frontalières pour prévoir la réactivité nucléophile ou électrophile d'une molécule. Interpréter l'addition nucléophile sur le groupe carbonyle et la substitution nucléophile en termes d'interactions frontalières. Comparer la réactivité de deux entités à l'aide des orbitales frontalières. **Approche numérique :** utiliser un logiciel de modélisation pour l'obtention d'orbitales moléculaires en vue d'une interprétation de la

	réactivité. **Approche documentaire :** à partir de documents illustrant l'existence de bandes d'énergie dans les solides, analyser les propriétés de conduction électrique de matériaux.
3.3 Application de la théorie des orbitales moléculaires aux complexes	
     Orbitales moléculaires de valence des complexes métalliques octaédriques : interactions entre fragments pour des ligands σ-donneurs intervenant par une seule orbitale. Ligands π-donneurs et π-accepteurs Coordination des systèmes π non délocalisés	**Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu la synthèse, l'analyse, la réactivité ou la caractérisation d'un complexe d'un métal de transition.** Identifier parmi les orbitales de fragment fournies celles qui interagissent. Expliquer la levée partielle de dégénérescence des orbitales d. Établir la configuration électronique de valence d'un complexe dont le diagramme d'orbitales est donné. Reconnaître un ligand ayant des effets π à partir de la donnée de ses orbitales de valence. Identifier les interactions orbitalaires possibles entre orbitales atomiques d d'un métal et le système π d'un alcène ou d'un ligand carbonyle. Expliquer par une approche orbitalaire la coordination des systèmes π sur un fragment métallique donné.
3.4 Activité catalytique des complexes	
Cycles catalytiques. Processus élémentaires : addition oxydante, insertion et processus inverses.	Établir l'équation de réaction à partir d'un cycle catalytique donné. Distinguer catalyseur et précurseur de catalyseur. Déterminer une variation de nombre d'oxydation d'un métal au sein d'un complexe au cours d'une étape élémentaire d'un cycle donné. Reconnaître les étapes élémentaires d'un mécanisme donné. Donner le produit d'un acte élémentaire dont les réactifs sont précisés. Interpréter la modification de réactivité d'un alcène par les phénomènes électroniques mis en jeu lors de sa coordination. **Approche documentaire** : à partir de documents impliquant des transformations en chimie bio-inorganique, analyser le rôle catalytique ou structurant des complexes métalliques.

4. MOLÉCULES ET MATÉRIAUX ORGANIQUES : STRATÉGIES DE SYNTHÈSE ET APPLICATIONS

Médicaments, produits phytosanitaires, matériaux polymères de synthèse aussi différents que les latex de peinture ou les boucliers thermiques des véhicules spatiaux, synthèses en chimie fine ou productions de fort tonnage découlent d'une démarche d'ingénierie moléculaire s'appuyant entre autres sur les apports de la chimie organique. L'élaboration, l'identification des structures et la prévision de la réactivité des molécules obéissent à des règles fondamentales dont les principes sont abordés dans les programmes de chimie des deux années de TPC.

Le programme de TPC2 s'inscrit dans la continuité de celui de TPC1 et poursuit les objectifs suivants :

- s'approprier la logique de la synthèse organique grâce aux compléments de formation relatifs aux conversions de groupes caractéristiques et à la création de liaison carbone-carbone ;
- consolider et compléter les connaissances des mécanismes fondamentaux et les capacités relatives à leur écriture à l'aide du formalisme des flèches courbes et des orbitales moléculaires.

L'approche retenue privilégie donc l'aspect mécanistique et la stratégie de synthèse à une présentation monographique, mais l'enseignant dispose de sa liberté pédagogique pour construire la progression de son choix.

L'enseignement de la chimie organique s'appuie sur les connaissances et capacités acquises en thermodynamique et cinétique chimiques et exploite les modèles orbitalaires de description des structures et de la réactivité, introduits dans la partie « modélisation quantique et réactivité ». D'une part, l'utilisation des orbitales frontalières permet la prévision des géométries d'approche des réactifs et, dans le cas où l'évolution du système est sous contrôle frontalier, la prévision de la structure du produit majoritaire dans la transformation. D'autre part, l'étude de quelques cycles catalytiques permet de construire ou de réinvestir les compétences relatives aux complexes de métaux de transition. Aucune étude des propriétés intrinsèques des ligands carbène impliqués dans les réactions de métathèse n'est à envisager. Lors des épreuves d'évaluation, les orbitales frontalières comme les différentes étapes des cycles catalytiques sont systématiquement fournies aux étudiants.

Le cours et les activités s'appuient sur des exemples issus aussi bien des domaines de la chimie fine, de la chimie du vivant et de la chimie industrielle et permettent une sensibilisation aux principes de la chimie verte. Ils permettent aussi d'illustrer la richesse des applications des matériaux polymères.

À travers les capacités et contenus exigibles, sont développées des compétences générales qui pourront par la suite être réinvesties, consolidées et valorisées, parmi lesquelles :

- choisir le ou les modèle(s) pertinent(s) de description géométrique, électronique ou orbitalaire d'une espèce chimique pour rendre compte de sa réactivité ;
- identifier dans une entité complexe la partie utile au raisonnement ;
- utiliser des modèles de prédiction de l'évolution du système dans le cadre des transformations proposées ;
- pratiquer un raisonnement par analogie (analyse de réactivités et écriture de mécanismes) ;
- proposer une stratégie de synthèse dans le cadre d'un problème ouvert.

Notions et contenus	Capacités exigibles
	Identifier et nommer les groupes caractéristiques présents dans une entité donnée. Discuter des aspects thermodynamiques et cinétiques des transformations effectuées à l'aide de données tabulées et de résultats expérimentaux.

	Identifier les sites électrophiles et nucléophiles des réactifs à l'aide de leurs structures de Lewis ou de leurs orbitales frontalières. Expliciter à l'aide des orbitales frontalières la géométrie d'approche entre réactifs conduisant aux produits primaires. **Proposer et mettre en œuvre un protocole expérimental permettant de réaliser une transformation en chimie organique.** **Analyser et justifier les choix expérimentaux dans une synthèse organique.**
4.1 Stratégie de synthèse : activation et protection de fonctions	
- Synthèse et utilisation d'esters d'acides minéraux pour : la formation d'alcène par élimination basique sur un ester de sulfonyle (conditions opératoires) la formation d'halogénoalcanes par substitution sur un ester de sulfonyle (conditions opératoires) la formation d'époxyde par substitution intramoléculaire - Activation électrophile du groupe carbonyle : acétalisation des aldéhydes et cétones : conditions expérimentales (APTS, appareil de Dean-Stark) ; mécanisme limite de l'acétalisation en milieu acide - Protection et déprotection des alcools par les étheroxydes et les éthers silylés	Reconnaître une étape d'activation au sein d'une synthèse. Proposer des modes d'activation de fonction. Expliquer les modifications de réactivité impliquées par l'activation. Reconnaître une séquence de protection/déprotection dans une synthèse. Identifier l'étape de synthèse qui requiert une séquence protection/déprotection. Proposer des modes de protection de fonction in situ pour la conversion sélective de fonctions.

4.2 Conversion de groupes caractéristiques	
Additions sur les hydrocarbures insaturés - De l'alcène à l'alcool : hydratation acide : problématique des transpositions, mécanisme schématique. hydroboration d'un alcène terminal par le borane : régiosélectivité, mécanisme limite de l'addition du borane sur l'alcène ; hydrolyse oxydante. - De l'alcène au diol époxydation directe par un peroxyacide ; réactivité comparée des alcènes. Ouverture des époxydes en milieu basique : mécanisme, élaboration de diols anti.	Discuter de la stabilité des ions carbénium intermédiaires. Expliquer la formation de certains produits par des transpositions. Interpréter la régiosélectivité de l'hydroboration à l'aide des effets stériques. Justifier l'usage d'une base comme l'hydrogénocarbonate de sodium dans l'élaboration de l'époxyde. Discuter de la régiosélectivité de l'époxydation sur un polyène.

utilisation catalytique de métaux de transitions pour l'obtention de diols syn	Justifier la régiosélectivité et la stéréosélectivité de l'ouverture nucléophile d'un époxyde, en l'absence d'activation par un acide de Lewis ou de Bronsted. Choisir des conditions expérimentales adaptées à l'obtention d'une stéréochimie déterminée pour un diol.
- De l'alcène à l'alcane et de l'alcyne à l'alcène : hydrogénation catalytique en catalyse hétérogène : aspects stéréochimiques, mécanisme de la catalyse hétérogène.	Identifier les différents types d'interactions entre le catalyseur hétérogène et les réactifs. Interpréter la stéréospécificité syn de l'addition du dihydrogène à l'aide du mécanisme en catalyse hétérogène.
hydrogénation en catalyse homogène.	Identifier les processus élémentaires intervenant lors de l'hydrogénation en catalyse homogène.
Additions nucléophiles suivies d'élimination	
- De l'acide carboxylique aux amides et aux esters : Activation du groupe carboxyle : ex situ sous forme d'un chlorure d'acyle ou d'un anhydride ; in situ par protonation, par formation d'un anhydride mixte.	Comparer les réactivités électrophiles des acides carboxyliques, chlorures d'acyle, anhydrides, esters, amides, les aptitudes nucléofuges des groupes partants dans les molécules correspondantes et en déduire l'importance de l'activation du groupe carboxyle. Proposer et/ou analyser différents moyens d'activation d'un groupe carboxyle.
Synthèse des esters à partir des acides carboxyliques, des chlorures d'acyle et des anhydrides : aspects cinétiques et thermodynamiques, mécanismes limites.	Expliquer comment obtenir un bon rendement de synthèse d'ester à partir d'un alcool primaire ou secondaire et d'un acide carboxylique, selon la méthode d'activation choisie et les conditions expérimentales.
Synthèse des amides à partir des acides carboxyliques, des chlorures d'acyle et des anhydrides : aspects cinétiques et thermodynamiques, mécanismes limites.	Justifier le choix des conditions opératoires retenues pour la synthèse des amides. Utiliser la formation des esters et des amides dans le cadre d'une stratégie de synthèse nécessitant la protection d'un groupe hydroxyle ou d'un groupe amino. Déduire de la structure d'un polyester ou d'un polyamide la formule du ou des monomères correspondants et réciproquement.
- Des amides ou esters à l'acide carboxylique : Hydrolyses acide et basique des esters et des amides : conditions opératoires. Mécanisme limite de la saponification.	Justifier le choix des conditions opératoires d'hydrolyse.

- Protection des fonctions acide carboxylique et amine	Justifier et proposer les séquences estérification-hydrolyse ou synthèse-hydrolyse d'amide dans une stratégie de protection-déprotection **Approche documentaire** : à partir de documents relatifs à la synthèse peptidique, analyser les stratégies de synthèse in vitro et in vivo.
Conversion par oxydoréduction - Réduction des composés carbonylés en alcools par action du tétrahydruroborate de sodium (conditions opératoires, mécanisme réactionnel). - Oxydation des alcools selon leur classe ; principe de l'oxydation contrôlée des alcools primaires. - De l'acide ou de l'ester à l'aldéhyde ou à l'alcool et inversement ; mécanisme schématique de la réduction des esters.	Identifier les produits de la réduction d'un composé carbonylé. Proposer des conditions expérimentales adaptées à l'utilisation de réducteurs à base d'hydrures. Identifier le produit d'oxydation d'un alcool à l'aide de données expérimentales ou spectroscopiques. Interpréter la réduction d'un ester en alcool primaire en assimilant le réactif à un ion hydrure nucléophile. Identifier le produit de réduction d'un ester par un hydrure complexe, à l'aide de données fournies (chimiques et/ou spectroscopiques). Reconnaître ou proposer dans une stratégie de synthèse le principe de la conversion entre un ester et un aldéhyde ou un alcool primaire.
4.3 Création de liaisons CC	
Réactions de Diels-Alder Diastéréosélectivité, stéréospécificité, régiosélectivité, influence de la structure des réactifs sur la vitesse de la transformation (règle d'Alder). Réactions de rétro-Diels-Alder.	Interpréter les résultats cinétiques, stéréochimiques et la régiosélectivité d'une réaction de Diels-Alder sous contrôle cinétique. Identifier les interactions orbitalaires principales et, le cas échéant, secondaires. Interpréter la préférence d'une approche de type endo, le cas échéant.
Réactivité nucléophile des énolates Acidité d'un composé carbonylé. Généralisation aux composés analogues (esters, β-dicétones, β-cétoesters). Ordres de grandeur des pK_A des couples correspondants. C-alkylation en position alpha d'un groupe carbonyle de cétone : mécanisme limite, régiosélectivité. Aldolisation non dirigée : mécanisme en milieu basique aqueux ou alcoolique. Aldolisation (cétolisation) croisée dirigée avec déprotonation totale préalable : mécanisme, intérêt synthétique.	Écrire la base conjuguée d'un composé carbonylé énolisable dans le formalisme de la mésomérie. Proposer et justifier le choix d'une base permettant de déprotoner un composé carbonylé ou un analogue. Justifier la réactivité nucléophile ambidente de l'énolate dans le formalisme de la mésomérie ou par l'analyse de ses orbitales frontalières. Décrire les interactions entre orbitales frontalières des réactifs Interpréter la régiosélectivité de l'alkylation des composés carbonylés. Choisir dans le cadre d'une stratégie de synthèse les meilleures conditions de préparation d'un aldol (cétol) issu d'une aldolisation (cétolisation) croisée.

Réaction de Michael sur une α-énone ; mécanisme.	Justifier par la compétition avec l'aldolisation l'impossibilité d'alkyler un aldéhyde. Interpréter la régiosélectivité de l'addition sur une α-énone à l'aide du modèle des orbitales frontalières. Identifier dans une analyse rétrosynthétique les réactifs permettant de réaliser une addition de Michael sur une α-énone.
Utilisation des organométalliques en synthèse Synthèse des alcools par action des organomagnésiens sur les époxydes: bilan, mécanisme schématique. Addition régiosélective d'organolithiens ou d'organocuprates lithiés sur les α-énones	 Proposer une synthèse magnésienne d'un alcool. Proposer des synthèses régiosélectives d'une molécule cible à l'aide d'un organométallique.
Création de liaisons C=C Réaction de Wittig Métathèse des alcènes	 Identifier le dérivé carbonylé et le dérivé halogéné, précurseur de l'ylure, mis en œuvre dans la création d'une liaison C=C par une réaction de Wittig. Identifier des précurseurs possibles pour synthétiser un alcène par métathèse. Reconnaître catalyseur et précurseur de catalyseur dans le ou les cycles décrivant le mécanisme d'une métathèse. Identifier dans un cycle catalytique de métathèse les réactifs et produits.
4.4 Matériaux organiques polymères	
Architecture moléculaire Macromolécules linéaires et réseaux Masses molaires moyennes en nombre et en masse d'un polymère non réticulé Indice de polymolécularité Les différents états physiques Interactions entre macromolécules. Transition vitreuse. Polymère amorphe, semi-cristallin. Propriétés mécaniques Matériaux thermoplastiques Élastomères	 Repérer l'unité de répétition au sein d'une macromolécule naturelle ou artificielle. Relier l'allure de la courbe de distribution de masses molaires à l'indice de polymolécularité. Distinguer interactions faibles et réticulation chimique. Déterminer l'état physique d'un polymère à la température d'étude. Associer un diagramme de traction à un type de matériau à température fixée. Analyser une courbe d'évolution du module d'Young avec la température.

Appendice 1 : matériel

Cette liste complète celle donnée en annexe 1 du programme de chimie de la classe de TPC1. Elle regroupe avec celle-ci le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de ces listes lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

- Multimètre, millivoltmètre et électrodes
- Calorimètre
- Chromatographie en phase gazeuse

Appendice 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maitrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de chimie TPC2 sont d'une part ceux qui figurent dans l'appendice 2 du programme de TPC1 et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Les capacités relatives à la notion de différentielle d'une fonction de plusieurs variables sont limitées à l'essentiel, elles seront mobilisées principalement dans le cours de chimie sur la thermodynamique de la transformation chimique ; les fondements feront l'objet d'une étude dans le cadre du chapitre « calcul différentiel » du cours de mathématique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Calcul différentiel	
Fonctions de plusieurs variables à valeurs réelles. Dérivées partielles. Différentielle. Théorème de Schwarz.	Relier la différentielle et les dérivées partielles premières. Utiliser le théorème de Schwarz (admis).
Intégration de l'expression d'une dérivée partielle.	Intégrer une expression de la forme $\partial f/\partial x = g(x,y)$ à y fixé en introduisant une fonction $\phi(y)$ inconnue comme « constante d'intégration ».

Classe préparatoire scientifique technologie et sciences industrielles

NOR : ESRS1326932A
arrêté du 27-11-2013 - J.O. du 24-12-2013
ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation, notamment s articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 20-6-1996 modifié ; avis du Cneser 14-10-2013 ; avis du CSE du 17-10-2013

Article 1 - Les programmes de seconde année de mathématiques, de physique et de chimie de la classe préparatoire scientifique technologie et sciences industrielles (TSI), figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 de l'arrêté du 20 juin 1996 modifié susvisé, sont remplacés par ceux figurant respectivement aux annexes 1 et 2 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 27 novembre 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Paul Delahaye

Annexe 1
↳ *Mathématiques*

Annexe 2
↳ *Physique-chimie*

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : scientifique

Voie : Technologie et sciences industrielles (TSI)

Discipline : Mathématiques

Seconde année

Classe préparatoire TSI deuxième année
Programme de mathématiques

Table des matières

Le programme de mathématiques de TSI2, dans le prolongement de celui de TSI1, s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Objectifs de formation

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.
Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable, à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies
Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.
Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser
Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

Représenter
Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemple, la géométrie apparaît comme un champ d'utilisation des concepts développés en algèbre linéaire et en analyse ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles ; les probabilités permettent d'illustrer certains résultats d'analyse et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.
C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques…).
La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés. **Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires** afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :
– prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
– connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
– prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.
Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.
Il a été conçu pour s'adapter aux intentions de la réforme des séries STI2D et STL. Les étudiants de cette série ont désormais pour vocation d'entrer dans un cycle long de formation supérieure : le programme de mathématiques se doit d'être d'une ambition réaliste. Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. S'y ajoute un enseignement de probabilités visant à prolonger les notions figurant dans le programme de TSI1 et à préparer celles qui seront ultérieurement introduites dans les grandes écoles. Les probabilités permettent de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, d'établir des ponts avec les autres disciplines, et d'enrichir les thèmes susceptibles d'être abordés lors du TIPE.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et préhilbertienne, les fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, et le calcul différentiel.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier prolonge l'étude de l'algèbre linéaire abordée en première année, introduit la notion de déterminant et aboutit à la théorie de la réduction dont il développe quelques applications. Le second, consacré à l'algèbre euclidienne, met l'accent sur les relations entre les points de vue matriciel et géométrique, notamment à travers l'étude des isométries vectorielles en dimensions deux et trois. La réduction des matrices symétriques réelles permet de faire le lien entre ces deux volets.

Le programme d'analyse est introduit par l'étude des fonctions vectorielles d'une variable réelle qui s'attache à relier les registres analytique et géométrique en développant l'étude affine des arcs paramétrés.
L'étude de l'intégration, entamée en première année dans le cadre des fonctions continues sur un segment, se poursuit dans celui des fonctions continues sur un intervalle quelconque. L'intégrale généralisée est un intermédiaire à l'introduction de la notion de fonction intégrable.
Le chapitre relatif aux séries numériques a pour objectif la détermination de la nature d'une série par comparaison avec les séries de référence et se limite au cas de la convergence absolue. Il constitue une introduction à l'étude des séries entières et des séries de Fourier. En étroite articulation avec les concepts propres aux sciences physiques et aux sciences de l'ingénieur, le chapitre sur les séries de Fourier valorise les interprétations en termes de signaux.
L'étude des équations et des systèmes différentiels est limitée au cas linéaire, dont les interventions sont fréquentes tant en mathématiques que dans les autres disciplines scientifiques. L'utilisation dans ce cadre du théorème de Cauchy permet d'établir la structure de l'ensemble des solutions, illustrant la pertinence des outils de l'algèbre linéaire pour résoudre des problèmes d'origine analytique. Le cas particulier où les coefficients sont constants permet de mettre en œuvre des techniques de réduction matricielle. Dans le cas des équations différentielles d'ordre deux à coefficients continus, la recherche de solutions sous la forme de sommes de séries entières établit un lien entre deux parties importantes du programme d'analyse.
Le chapitre relatif au calcul différentiel à plusieurs variables est limité au cas des fonctions numériques de deux ou trois variables réelles. Il fournit des méthodes et des outils opérationnels pour résoudre des problèmes pouvant être issus d'autres disciplines scientifiques (recherche d'extremums, équations aux dérivées partielles). Il comporte un paragraphe présentant les premières notions de géométrie différentielle et favorise ainsi les interprétations et visualisations géométriques.

L'enseignement des probabilités consolide et complète l'étude traitée en première année sur un univers fini et aborde le cadre d'un univers dénombrable. Son objectif majeur est l'étude des variables aléatoires discrètes, en prolongement des variables finies, ce qui permet d'élargir aux processus stochastiques à temps discret le champ des situations réelles se prêtant à une modélisation probabiliste.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.
Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.

En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes…) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

– celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
– celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
– celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.
Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.
Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole ⇆ PC pour la physique et la chimie, ⇆ SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et ⇆ I pour l'informatique.
On pourra aussi se reporter à l'annexe aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

– pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est en effet d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Quel que soit le contexte (cours, travaux dirigés), la pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants ;
– didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

Programme

Compléments d'algèbre linéaire

Dans toute cette partie, $\mathbb{K}$ *désigne* $\mathbb{R}$ *ou* $\mathbb{C}$.

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :
- *consolider les acquis de la classe de première année ;*
- *étudier de nouveaux concepts : somme de plusieurs sous-espaces vectoriels, hyperplans, sous-espaces stables, trace ;*
- *passer du point de vue géométrique au point de vue matriciel et inversement.*

Le programme valorise les interprétations géométriques en dimensions 2 *et* 3 *et l'illustration des notions et des résultats par de nombreuses figures.*

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Familles quelconques de vecteurs	
Famille libre, famille génératrice, base.	Extension des résultats vus en première année sur les familles finies.
Base canonique de $\mathbb{K}[X]$. Toute famille de polynômes non nuls échelonnée en degré est libre.	Toute famille $(P_k)_{k\in\mathbb{N}}$ avec $\deg(P_k) = k$ est une base de $\mathbb{K}[X]$.
b) Sous-espaces vectoriels	
Somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels.	
Somme directe. En dimension finie, base adaptée à une décomposition en somme directe.	Par définition, la somme F de p sous-espaces F_i est directe si tout vecteur de F se décompose de manière unique selon les F_i. Caractérisation par l'unicité de la décomposition du vecteur nul. Pour $p \geqslant 3$, toute autre caractérisation est hors programme.
Hyperplan d'un espace vectoriel de dimension finie n, défini comme sous-espace vectoriel de dimension $n-1$. Équations d'un hyperplan. Caractérisation comme sous-espace admettant une droite comme supplémentaire.	Interprétation géométrique en dimensions 2 et 3.
c) Sous-espaces stables	
Sous-espace stable par un endomorphisme. Matrice dans une base adaptée.	Les étudiants doivent savoir interpréter une forme matricielle par blocs en termes de sous-espace stable, et inversement. On peut notamment s'appuyer sur les exemples des projecteurs et symétries, déjà étudiés en première année.
d) Matrices	
Trace d'une matrice. Linéarité. $\mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(BA)$. Deux matrices semblables ont même trace. Trace d'un endomorphisme en dimension finie.	
Transposée d'une matrice.	Notation A^{T}.
Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit, inverse.	Matrice symétrique, antisymétrique.

Déterminants

Ce chapitre développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence l'aspect algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et l'aspect géométrique (volume orienté).

Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.

Dans toute cette partie, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Déterminant d'une matrice carrée	
Il existe une unique application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans $\mathbb{K}$, appelée déterminant, telle que : (i) le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ; (ii) l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par -1 ; (iii) le déterminant de la matrice unité I_n vaut 1.	Notation det. La démonstration de ce théorème pour $n \geqslant 4$ et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme. Interprétation géométrique de cette définition pour $n \in \{2,3\}$ par les notions d'aire et de volume algébriques.
b) Propriétés du déterminant	
Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul. Expression de $\det(\lambda A)$ pour $\lambda \in \mathbb{K}$ et $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.	
Effet sur un déterminant des opérations élémentaires en colonnes.	⇆ I : calcul du déterminant d'une matrice.
Déterminant d'une matrice triangulaire.	
Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.	
Déterminant d'un produit de matrices carrées	Démonstration hors programme.
Déterminant de l'inverse.	
Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.	Démonstration hors programme. Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.
Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.	Démonstration non exigible. La notion de comatrice est hors programme.
c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme	
Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases. Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des automorphismes.	La formule de changement de bases pour un déterminant est hors programme. Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices.

Réduction d'endomorphismes

Ce chapitre étudie la réduction des matrices et des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Éléments propres et polynôme caractéristique	
Valeur propre, vecteur propre, sous-espaces propre d'un endomorphisme. Spectre. Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.	Interprétation en termes de droite stable. Notation Sp. ⇆ SI : matrice d'inductance, d'inductance cyclique et d'inductance homopolaire.
Polynôme caractéristique d'un endomorphisme.	Le polynôme caractéristique, défini par la fonction polynomiale $x \mapsto \chi_f(x) = \det(x\mathrm{Id}_E - f)$, est de coefficient dominant égal est 1.
Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres. Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Comparaison entre l'ordre de multiplicité d'une valeur propre et la dimension du sous-espace propre associé.	
Éléments propres d'une matrice.	Extension des définitions et de ces résultats aux matrices.
b) Endomorphismes et matrices diagonalisables	
Un endomorphisme est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.	Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme de ses sous-espaces propres est égale à E. Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé. Un endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé et dont toutes les valeurs propres sont simples est diagonalisable.	
Une matrice est dite diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale.	Extension des résultats précédents au cas des matrices. ⇆ SI : machines électriques.
c) Endomorphismes et matrices trigonalisables	
Un endomorphisme est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.	
Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé. En particulier, tout endomorphisme d'un $\mathbb{C}$-espace vectoriel est trigonalisable.	Démonstration hors programme. Aucune technique de trigonalisation effective n'est au programme.
Expression du déterminant et de la trace d'un endomorphisme trigonalisable en fonction des valeurs propres.	Extension des résultats aux matrices. ⇆ I : calcul de la valeur propre de plus grand module à l'aide du quotient des traces de deux puissances itérées consécutives.
d) Applications de la réduction	
Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Structure de l'ensemble des suites numériques vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants. Équation caractéristique. Base de solutions.	On se limite au cas homogène. Les étudiants doivent savoir traduire une récurrence scalaire d'ordre 2 en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type $X_{n+1} = AX_n$. Ils doivent connaître la forme des solutions, à l'aide de la résolution de l'équation caractéristique.

Fonctions vectorielles et courbes paramétrées

Ce chapitre fournit l'occasion de revoir une partie des notions abordées dans le cours d'analyse de première année. L'étude des fonctions vectorielles en dimension inférieure ou égale à trois permet de présenter des résultats utiles dans les autres disciplines scientifiques et introduit le paragraphe sur les courbes paramétrées. Dans ce cadre, le but est de tracer des courbes sans support logiciel quand les calculs se prêtent à un tracé rapide. Pour des calculs dont la gestion relève d'une technicité excessive, on utilise un outil informatique qui permet en plus de mettre en évidence des problèmes d'échelle et de restriction d'intervalle. L'étude des courbes définies par une équation polaire est hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$	
Continuité et dérivabilité (éventuellement à gauche ou à droite) en un point ou sur un intervalle.	Ces notions sont définies à l'aide des fonctions coordonnées. Les étudiants doivent savoir interpréter géométriquement et cinématiquement la notion de dérivée en un point. ⇆ PC/SI : cinématique.
Dérivée d'une somme de deux fonctions vectorielles, du produit d'une fonction à valeurs réelles et d'une fonction à valeurs vectorielles. Applications de classe $\mathscr{C}^k$ sur un intervalle I. Espace vectoriel $\mathscr{C}^k(I, \mathbb{R}^n)$. Formule de Taylor-Young pour une fonction de classe $\mathscr{C}^k$. Développement limité d'une fonction de classe $\mathscr{C}^k$. Dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$ (éventuellement orienté), dérivation d'un produit scalaire, d'une norme, d'un déterminant et d'un produit vectoriel.	
b) Courbes paramétrées	
Rappels sur les graphes de fonctions réelles d'une variable réelle, tangente à un tel graphe.	
Courbe paramétrée. Tangente en un point.	La tangente en un point est définie comme la limite des sécantes.
Exemples de constructions d'arcs plans.	Les étudiants doivent savoir exploiter les propriétés des fonctions (parité, périodicité) afin de restreindre l'ensemble d'étude. L'étude des points stationnaires et des courbes asymptotes est hors programme. ⇆ I : tracé de courbes paramétrées.
Caractérisation de la tangente à partir du premier vecteur dérivé non nul.	L'étude locale en un point où tous les vecteurs dérivés successifs sont nuls est hors programme.
Cas particulier d'un point régulier.	Interprétation cinématique.
Position relative locale de la courbe par rapport à sa tangente.	Les étudiants doivent savoir utiliser les développements limités de chacune des composantes.
Longueur d'un arc paramétré régulier de classe $\mathscr{C}^1$.	L'abscisse curviligne est hors programme.

Intégration d'une fonction continue sur un intervalle

L'objectif de ce chapitre est double :
- *étendre la notion d'intégrale étudiée en première année à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées*
- *définir, dans le cadre des fonctions continues, la notion de fonction intégrable.*

L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.
Les fonctions considérées sont continues sur un intervalle de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle	
Pour $f : [a, b[\to \mathbb{K}$, $b > a$ ou $b = +\infty$, l'intégrale $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ est dite convergente si la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ admet une limite finie quand x tend vers b par valeurs inférieures. Si tel est le cas, on note cette limite $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.	
Théorèmes de comparaison pour les fonctions à valeurs réelles, continues et de signe constant sur $[a, b[$, sous l'hypothèse $f \leqslant g$ ou $f(t) \underset{\substack{t\to b\\ t<b}}{\sim} g(t)$.	Il suffit de vérifier l'hypothèse $f \leqslant g$ au voisinage de b.
Adaptation aux fonctions définies sur un intervalle $]a, b]$, avec $a < b$ ou $a = -\infty$, puis sur un intervalle $]a, b[$.	
Intégrales de référence : $$\int_1^{+\infty} t^{-\alpha}\,\mathrm{d}t,\ \int_0^1 t^{-\alpha}\,\mathrm{d}t$$	Les étudiants doivent connaître la nature de $\int_0^1 \ln(t)\,\mathrm{d}t$ et $\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\alpha t}\,\mathrm{d}t$ selon le signe de α.
Relation de Chasles.	
Théorème de changement de variable : étant données une fonction f continue sur $]a, b[$ et une fonction φ strictement croissante de classe $\mathscr{C}^1$ sur $]\alpha, \beta[$, les intégrales $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ et $\int_\alpha^\beta f(\varphi(u))\,\varphi'(u)\,\mathrm{d}u$ avec $a = \lim\limits_{t\to\alpha} \varphi(u)$ et $b = \lim\limits_{t\to\beta} \varphi(u)$ sont de même nature et égales en cas de convergence.	Adaptation au cas où φ est strictement décroissante.
b) Intégrabilité d'une fonction continue sur un intervalle	
Une fonction continue sur un intervalle I à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ est dite intégrable sur I si $\int_a^b \lvert f(t)\rvert\,\mathrm{d}t$ est convergente, où $a = \inf(I)$ et $b = \sup(I)$.	Notation $\int_I f(t)\,\mathrm{d}t$. L'intégrabilité sur I est équivalente à l'intégrabilité sur l'intérieur de I.
Si f est intégrable sur I, $\int_I f(t)\,\mathrm{d}t$ est convergente.	Démonstration non exigible.
Linéarité, positivité et croissance de l'application $f \mapsto \int_I f(t)\,\mathrm{d}t$. Espace vectoriel des fonctions continues intégrables sur I.	
Si f est continue et intégrable sur I à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, $$\left\lvert \int_I f(t)\,\mathrm{d}t \right\rvert \leqslant \int_I \lvert f(t)\rvert\,\mathrm{d}t.$$	Démonstration non exigible pour une fonction à valeurs dans $\mathbb{C}$.
Si f est une fonction continue sur I et telle que $\int_I \lvert f(t)\rvert\,\mathrm{d}t = 0$, alors f est identiquement nulle sur I.	

Séries numériques

L'étude des séries prolonge celle des suites et prépare celle des séries entières et des séries de Fourier. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique et de mieux appréhender la notion de nombre réel à travers celle de développement décimal. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Série à termes réels ou complexes ; sommes partielles ; convergence ou divergence ; en cas de convergence, somme et restes.	La série est notée $\sum u_n$. En cas de convergence, sa somme est notée $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} u_n$.
Linéarité de la somme.	
Le terme général d'une série convergente tend vers 0.	Les étudiants doivent savoir prouver qu'une série diverge grossièrement en étudiant la limite du terme général.
Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, valeur de la somme en cas de convergence.	
Une suite (u_n) converge si et seulement si la série $\sum(u_{n+1} - u_n)$ converge.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
b) Séries à termes positifs	
Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.	
Si (u_n) et (v_n) sont positives et si, pour tout n, $u_n \leqslant v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$, et $$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$$	
Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ est équivalente à celle de $\sum u_n$.	
Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert.	Toute autre règle de comparaison est hors programme.
Théorème de comparaison séries-intégrales : si $f : [n_0, +\infty[\to \mathbb{R}$ est une fonction continue, positive et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\int_{n_0}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ sont de même nature.	Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles ou de restes.
Séries de Riemann.	Les étudiants doivent savoir comparer une série à termes positifs à une série de Riemann.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
c) Séries absolument convergentes	
Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.	
La convergence absolue implique la convergence.	Démonstration non exigible. La notion de semi-convergence est hors programme.
Inégalité triangulaire.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
d) Développement décimal d'un nombre réel	
Développement décimal d'un nombre réel.	Aucune démonstration n'est exigible. On indique la caractérisation des nombres rationnels par la périodicité de leur développement décimal à partir d'un certain rang. ⇆ I : représentation des nombres en informatique. ⇆ SI : électronique embarquée.

Séries entières

Les séries entières considérées sont à coefficients réels ou complexes. La variable est réelle ou complexe. Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :

- *étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence ;*
- *étudier les propriétés de sa somme en se limitant au cas d'une variable réelle ;*
- *établir les développements en série entière des fonctions usuelles.*

La théorie des séries entières sera appliquée à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Convergence d'une série entière	
Série entière d'une variable réelle ou complexe. Lemme d'Abel : étant donné un nombre réel $r>0$, tel que la suite $(a_n r^n)_{n\in\mathbb{N}}$ soit bornée, alors, pour tout nombre complexe z tel que $\|z\|<r$, la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.	
Rayon de convergence défini comme borne supérieure dans $\overline{\mathbb{R}}$ de l'ensemble des réels $r\geqslant 0$ tels que la suite $(a_n r^n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bornée.	Si le rayon de convergence R est un réel strictement positif, alors pour $\|z\|<R$, la série $\sum a_n z^n$ converge absolument, et pour $\|z\|>R$, la série $\sum a_n z^n$ diverge grossièrement.
Disque ouvert de convergence, intervalle ouvert de convergence. Si $\|a_n\|\leq\|b_n\|$ pour tout $n\in\mathbb{N}$, le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$ est supérieur ou égal à celui de $\sum b_n z^n$. Si $\|a_n\|\sim\|b_n\|$, le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$ est égal à celui de $\sum b_n z^n$.	Toute étude systématique de la convergence sur le cercle de convergence est exclue. La règle de d'Alembert relative aux séries entières est hors programme.
Les séries $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.	Démonstration non exigible.
b) Somme d'une série entière d'une variable réelle	
Fonction somme, domaine de définition.	
La fonction somme est continue sur l'intervalle ouvert de convergence.	Démonstration hors programme.
La fonction somme est de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur l'intervalle ouvert de convergence. Dérivation terme à terme.	Démonstration hors programme.
Intégration terme à terme sur un segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.	Démonstration hors programme.

Contenus	Capacités & Commentaires
c) Fonctions développables en série entière	
Fonction développable en série entière au voisinage de 0. Unicité du développement en série entière. Développements en série entière usuels : $$\frac{1}{1-x};\quad \ln(1+x);\quad \mathrm{e}^x;$$ $$(1+x)^\alpha;\quad \cos(x);\quad \sin(x).$$	Lien avec la série de Taylor. Les étudiants doivent savoir utiliser l'unicité de la solution d'un problème de Cauchy pour déterminer un développement en série entière.
d) Exponentielle complexe	
Expression admise pour un nombre complexe z de $\exp(z)$ (ou e^z) comme somme de la série entière $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{z^n}{n!}$.	En première année, l'exponentielle complexe est définie par la relation $$\mathrm{e}^{x+iy}=\mathrm{e}^x(\cos(y)+i\sin(y))$$ où x et y sont deux réels quelconques.

Espaces préhilbertiens réels, espaces euclidiens

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :

- *introduire les notions fondamentales liées à la structure préhilbertienne ;*
- *étudier les isométries vectorielles et les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions* 2 *et* 3 *en insistant sur les représentations géométriques ;*
- *traiter la réduction des matrices symétriques réelles et l'appliquer à la classification et à l'étude des coniques.*

A - Structure préhilbertienne

Contenus	Capacités & commentaires
a) Produit scalaire et norme	
Produit scalaire. Espace préhilbertien réel, espace euclidien. Produit scalaire euclidien canonique sur $\mathbb{R}^n$.	Notations $\langle x,y\rangle$, $(x\vert y)$, $x\cdot y$. Sur les espaces de fonctions et de polynômes, on donne des exemples de produits scalaires définis par une intégrale.
Norme associée à un produit scalaire, distance associée. Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité. Identité du parallélogramme, identité de polarisation.	
b) Orthogonalité	
Vecteurs orthogonaux, sous-espaces orthogonaux, orthogonal d'un sous-espace vectoriel F. Théorème de Pythagore. Famille orthogonale, famille orthonormale (ou orthonormée). Toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre.	Notation $F^\perp$.
Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.	Les étudiants doivent savoir mettre en œuvre l'algorithme dans le cas d'un nombre restreint de vecteurs. $\leftrightarrows$ I : détermination d'une base orthonormée de polynômes.

Contenus	Capacités & Commentaires
Existence de bases orthonormales en dimension finie. Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale ; expression du produit scalaire et de la norme.	

c) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie

Si F est un sous-espace vectoriel de dimension finie d'un espace préhilbertien, alors F et $F^{\perp}$ sont supplémentaires. Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel de dimension finie. Expression du projeté orthogonal dans une base orthonormale.	En dimension finie, dimension de l'orthogonal. Les étudiants doivent savoir déterminer le projeté orthogonal $p_F(x)$ d'un vecteur x sur un sous-espace F en calculant son expression dans une base orthonormale de F ou en résolvant un système linéaire traduisant l'orthogonalité de $x - p_F(x)$ aux vecteurs d'une famille génératrice de F. $\leftrightarrows$ I : programmation de ces méthodes. $\leftrightarrows$ SI : identification paramétrique.
Le projeté orthogonal de x sur F est l'unique élément de F qui minimise $\|x - y\|$ avec $y \in F$. Distance d'un vecteur x à un sous-espace vectoriel F de dimension finie.	Notation $d(x, F)$.

B - Isométries d'un espace euclidien

Contenus	Capacités & commentaires

a) Isométries vectorielles d'un espace euclidien

Un endomorphisme d'un espace euclidien est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme. Caractérisations par la conservation du produit scalaire, par l'image d'une base orthonormale. Symétrie orthogonale par rapport à un sous-espace. Réflexion.	
Groupe orthogonal.	Notation $\mathrm{O}(E)$. On vérifie ici les propriétés conférant à $\mathrm{O}(E)$ une structure de groupe, mais la définition axiomatique des groupes est hors programme.
Si un sous-espace est stable par une isométrie vectorielle, son orthogonal est stable par cette isométrie.	

b) Matrices orthogonales

Matrice orthogonale : définition par l'égalité $A^{\mathrm{T}} A = I_n$, caractérisation à l'aide des colonnes ou des lignes.	
Groupe orthogonal d'ordre n.	Notations $\mathrm{O}_n(\mathbb{R}), \mathrm{O}(n)$.
Si $\mathscr{B}_0$ est une base orthonormale de E, une base $\mathscr{B}$ de E est orthonormale si et seulement si la matrice de passage de $\mathscr{B}_0$ à $\mathscr{B}$ est orthogonale. Si $\mathscr{B}_0$ est une base orthonormale de E et u un endomorphisme de E, alors u est une isométrie vectorielle de E si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_0}(u)$ est orthogonale.	
Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle. Isométrie vectorielle positive, négative (directe, indirecte). Groupe spécial orthogonal.	Application à l'orientation d'un espace euclidien et à la notion de base orthonormale directe. Notations $\mathrm{SO}_n(\mathbb{R}), \mathrm{SO}(n)$ et $\mathrm{SO}(E)$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
c) Classification en dimensions 2 et 3	
Description du groupe orthogonal en dimensions 2 et 3.	Utilisation des éléments propres pour la classification des isométries. Les étudiants doivent savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie.
d) Matrices symétriques réelles	
Les sous-espaces propres d'une matrice symétrique réelle sont deux à deux orthogonaux. Théorème spectral : pour toute matrice symétrique réelle A, il existe une matrice diagonale D et une matrice orthogonale P telles que $D = P^{-1}AP$.	Démonstration hors programme. La notion d'endomorphisme symétrique est hors programme. ⇆ PC/SI : matrice d'inertie.

Séries de Fourier

L'étude des séries de Fourier est présentée dans le cadre des fonctions T-périodiques, continues par morceaux et à valeurs dans $\mathbb{R}$. Ce chapitre développe des compétences de calcul à travers celui des coefficients de Fourier et l'application du théorème de Parseval. L'interprétation géométrique de la n-ième somme de Fourier comme projection orthogonale relie les points de vue analytique et géométrique de la théorie. Ce chapitre est aussi particulièrement favorable aux interactions entre les disciplines.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Complément sur les fonctions définies par morceaux	
Une fonction définie sur un segment $[a,b]$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ est dite continue par morceaux (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux) sur $[a,b]$ s'il existe une subdivision $a_0 = a < a_1 < \cdots < a_n = b$ telle que la restriction de f à chaque intervalle $]a_i, a_{i+1}[$ soit prolongeable comme fonction continue (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$) sur $[a_i, a_{i+1}]$.	
Une fonction T-périodique est dite continue par morceaux (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux) si elle est continue (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$) sur une période.	Interprétation graphique. ⇆ PC/SI : signaux physiques ; dualité temps-fréquence.
Espace vectoriel des fonctions à valeurs réelles, T-périodiques et continues par morceaux sur $\mathbb{R}$.	
Intégrale sur une période d'une fonction T-périodique et continue par morceaux.	Extension rapide de la définition et des propriétés de l'intégrale au cas des fonctions continues par morceaux.
b) Coefficients et séries de Fourier	
Coefficients de Fourier trigonométriques d'une fonction f.	Notation $a_k(f)$ et $b_k(f)$ ou, plus simplement, a_k et b_k. Le coefficient a_0 est défini comme la valeur moyenne sur une période.
Cas des fonctions paires, impaires.	
Dans le cas des fonctions vérifiant la relation $f\left(x+\dfrac{T}{2}\right) = -f(x)$, tous les coefficients d'indices pairs sont nuls.	⇆ SI : symétrie de glissement.

Contenus	Capacités & Commentaires
Sommes partielles de Fourier d'une fonction f définies, pour $n \in \mathbb{N}^*$, par : $$S_n(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) \text{ où } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$	Dans le cas des fonctions continues, interprétation géométrique de $S_n(f)$ comme la projection orthogonale de f sur le sous-espace vectoriel engendré par les fonctions $t \mapsto \cos(k\omega t)$ et $t \mapsto \sin(k\omega t)$ ($k \in [\![0, n]\!]$) pour le produit scalaire défini par $\langle f, g\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)g(t)\,\mathrm{d}t$.

c) Théorèmes de convergence

Contenus	Capacités & Commentaires
Théorème de Parseval : si f est une fonction T-périodique et continue par morceaux sur $\mathbb{R}$, les séries $\sum a_n^2$ et $\sum b_n^2$ convergent et : $$\frac{1}{T}\int_0^T \lvert f(t)\rvert^2\,\mathrm{d}t = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)$$	Démonstration hors programme. Interprétation géométrique du théorème de Parseval dans le cas des fonctions continues. Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques. ⇆ PC/SI : puissance, valeur efficace, taux de distorsion.
Théorème de Dirichlet : si f est une fonction T-périodique et de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux sur $\mathbb{R}$, alors la série de Fourier de f converge en tout point et $$\lim_{n\to+\infty} S_n(f)(t) = \frac{1}{2}\lim_{h\to 0}\big(f(t+h) + f(t-h)\big)$$	Démonstration hors programme. On appelle régularisée de f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $t \mapsto \frac{1}{2}\lim_{h\to 0}\big(f(t+h)+f(t-h)\big)$. ⇆ I : tracé de sommes partielles de Fourier d'une fonction.
Cas où f est continue et de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux.	Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques. ⇆ PC/SI : décomposition en harmoniques.

Probabilités

A - Compléments sur les variables aléatoires réelles finies

Ce sous-chapitre a pour objectifs de consolider les acquis de première année sur les variables aléatoires réelles finies et d'étendre les résultats au cas de n variables aléatoires. Dans ce cadre, l'accent est mis sur les couples. Les vecteurs aléatoires ne sont introduits que dans le but d'interpréter une loi binomiale comme une somme de lois de Bernoulli indépendantes. La notion d'espace probabilisé produit n'est pas au programme. L'univers est supposé fini.

a) Couple de variables aléatoires

Contenus	Capacités & commentaires
Couple de variables aléatoires. Loi du couple ou loi conjointe, lois marginales d'un couple de variables aléatoires.	La loi conjointe de X et Y est la loi de (X, Y), les lois marginales de (X, Y) sont les lois de X et Y. Les lois marginales ne déterminent pas la loi conjointe.
Loi conditionnelle de Y sachant $(X = x)$. Extension aux n-uplets de variables aléatoires.	

b) Variables aléatoires indépendantes

Contenus	Capacités & commentaires
Couple de variables aléatoires indépendantes : pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $$P(X = x \cap Y = y) = P(X = x)P(Y = y).$$	

Contenus	Capacités & Commentaires
Si X et Y sont indépendantes, pour tout $(A,B) \subset X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $$P\big((X,Y) \in A \times B\big) = P(X \in A)P(X \in B).$$	Démonstration hors programme.
Si X et Y sont indépendantes, les variables aléatoires $f(X)$ et $g(Y)$ le sont aussi.	Démonstration hors programme.
Variables aléatoires mutuellement indépendantes : si $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in X_1(\Omega) \times X_2(\Omega) \times \ldots \times X_n(\Omega)$, $$P\Big(\bigcap_{i=1}^{n} (X_i = x_i)\Big) = \prod_{i=1}^{n} P(X_i = x_i).$$	
Si $X_1, \dots, X_n$ sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes, alors quel que soit $(A_1, \dots, A_n) \in \prod_{i=1}^{n} \mathscr{P}(X_i(\Omega))$, les événements $(X_i \in A_i)$ sont mutuellement indépendants.	Démonstration hors programme.
Si $X_1, \dots, X_n$ sont mutuellement indépendantes, les variables aléatoires $f(X_1, \dots, X_p)$ et $g(X_{p+1}, \dots, X_n)$ le sont aussi.	Démonstration hors programme.
Si $X_1, \dots, X_n$ sont mutuellement indépendantes de loi $\mathscr{B}(p)$, alors $X_1 + \cdots + X_n$ suit la loi $\mathscr{B}(n,p)$.	Les étudiants doivent savoir interpréter une loi binomiale comme une somme de lois de Bernoulli indépendantes.

c) Covariance et coefficient de corrélation linéaire

Covariance d'un couple de variables aléatoires.	Notation $\mathrm{Cov}(X,Y)$.
Variance de $aX + bY$.	
Coefficient de corrélation linéaire.	Notation $\rho(X,Y)$.
Inégalité $\lvert\rho(X,Y)\rvert \leqslant 1$.	Analogie avec la formule donnant le cosinus d'un angle formé par deux vecteurs à partir du produit scalaire et des normes.
Caractérisation des égalités $\rho(X,Y) = 0$ et $\rho(X,Y) = \pm 1$.	
Si X et Y sont indépendantes, $$\mathrm{E}(XY) = \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y); \quad \mathrm{Cov}(X,Y) = 0;$$ $$\mathrm{V}(X+Y) = \mathrm{V}(X) + \mathrm{V}(Y).$$	Les réciproques sont fausses en général.

B - Probabilités sur un univers dénombrable

On aborde dans ce sous-chapitre l'étude des probabilités sur un univers dénombrable afin de modéliser les processus stochastiques à temps discret. Les résultats démontrés en première année dans le cadre d'un univers fini sont étendus sans démonstration. La construction d'espaces probabilisés modélisant notamment une suite d'expériences aléatoires indépendantes est hors de portée à ce niveau. On se limite au cas où l'ensemble des événements est l'ensemble des parties de Ω. La notion de tribu est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Espaces probabilisés dénombrables	
Un ensemble est dit dénombrable s'il peut être décrit en extension par $\{x_n \mid n \in \mathbb{N}\}$.	Dénombrabilité de $\mathbb{N}$, de $\mathbb{Z}$. Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme.
Expérience aléatoire, événements. Suite infinie d'événements ; union et intersection. Système complet d'événements. On appelle probabilité sur Ω toute application P de $\mathscr{P}(\Omega)$ dans $[0,1]$ vérifiant $P(\Omega)=1$ et, pour toute suite $(A_k)_{n\in\mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles : $$P\Big(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n\Big) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$$	Extension des définitions vues en première année. Les étudiants doivent faire le lien entre point de vue probabiliste et point de vue ensembliste.
b) Indépendance et conditionnement	
Si A et B sont deux événements tels que $P(B)>0$, on appelle probabilité conditionnelle de A sachant B le réel $$P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$	On la note aussi $P(A\,\vert\,B)$. L'application P_B est une probabilité.
Formules des probabilités composées.	Brève extension des résultats vus dans le cadre d'un univers fini.
Formule des probabilités totales : si $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est un système complet d'événements de probabilités non nulles, alors la série $\sum P(B\cap A_n)$ converge et, $$P(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B\cap A_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B\,\vert\,A_n)\,P(A_n)$$	La formule reste valable dans le cas d'une suite $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles tels que $\sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n) = 1$.
Formules de Bayes : si A et B sont deux événements tels que $P(A)>0$, $P(B)>0$, alors, $$P(A\,\vert\,B) = \frac{P(B\,\vert\,A)\,P(A)}{P(B)}$$	
Indépendance de deux événements.	Si $P(B)>0$, l'indépendance de A et B équivaut à $P(A\,\vert\,B)=P(A)$.
Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.	L'indépendance des événements A_i deux à deux n'entraîne pas leur indépendance mutuelle si $n \geqslant 3$.

C - Variables aléatoires discrètes

L'utilisation de variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite en pratique aux variables aléatoires définies sur un univers dénombrable.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Variable aléatoire réelle	
Une variable aléatoire réelle X est une application définie sur Ω et à valeurs dans $\mathbb{R}$.	Notation P_X.
Loi de probabilité. L'application P_X est définie par la donnée des $P(X = x)$ pour x dans $X(\Omega)$.	
Fonction de répartition ; croissance.	$F_X(x) = P(X \leqslant x)$. La connaissance des propriétés générales des fonctions de répartition n'est pas exigible. Les étudiants doivent savoir déterminer la loi d'une variable aléatoire à partir de sa fonction de répartition.
Image d'une variable aléatoire par une application.	Si f est une application à valeurs réelles, on admet que $f(X)$ est une variable aléatoire et on se limite aux cas simples du type X^2 et X^3.
b) Espérance	
La variable aléatoire réelle X est dite d'espérance finie si la série $\sum x_n P(X = x_n)$ est absolument convergente. Dans ce cas, on appelle espérance de X le réel $\sum_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$.	On admet que la somme $\sum_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$ ne dépend pas de l'ordre d'énumération. Notation $\mathrm{E}(X)$. ⇆ PC : énergie moyenne de systèmes à spectre discret.
Linéarité de l'espérance.	Démonstration hors programme.
Théorème du transfert : si X est une variable aléatoire et f une application à valeurs réelles définie sur l'image $\{x_n,\ n \in \mathbb{N}\}$ de X, alors $f(X)$ est d'espérance finie si et seulement si la série $\sum P(X = x_n)\, f(x_n)$ converge absolument. Dans ce cas, on a : $$\mathrm{E}(f(X)) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X = x_n)\, f(x_n)$$	Démonstration hors programme. Les étudiants doivent savoir calculer une espérance en appliquant le théorème du transfert.
c) Variance et écart type d'une variable aléatoire	
Si la variable aléatoire X^2 est d'espérance finie, alors X est elle-même d'espérance finie.	
Lorsque X^2 est d'espérance finie, on appelle variance de X le réel $\mathrm{E}(X^2) - (\mathrm{E}(X))^2$.	Notation $\mathrm{V}(X)$. Les moments d'ordre supérieur ne sont pas au programme.
Écart type d'une variable aléatoire. $\mathrm{V}(aX + b) = a^2\mathrm{V}(X)$ pour a et b deux réels donnés.	
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.	L'inégalité de Markov n'est pas au programme.

Contenus	Capacités & Commentaires
d) Lois usuelles	
Pour $p \in]0,1[$, loi géométrique de paramètre p : la variable aléatoire X suit la loi $\mathscr{G}(p)$ si et seulement si $$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad P(X=k) = p(1-p)^{k-1}.$$	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{G}(p)$. Les étudiants doivent savoir reconnaître des situations modélisables par une loi géométrique. La loi géométrique peut être interprétée comme rang du premier succès dans une suite infinie d'épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre p. On remarquera que cette interprétation requiert l'existence d'une suite $(X_n)_{n\geqslant 1}$ de variables de Bernoulli indépendantes, donc un univers non dénombrable. Elle est donnée à titre heuristique.
Pour $\lambda \in \mathbb{R}$, loi de Poisson de paramètre λ : la variable aléatoire X suit la loi $\mathscr{P}(\lambda)$ si et seulement si $$\forall k \in \mathbb{N}, \quad P(X=k) = \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}.$$	Notation $X \hookrightarrow \mathscr{P}(\lambda)$. Les étudiants doivent savoir reconnaître des situations modélisables par une loi de Poisson. ⇆ PC : compteur Geiger.
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson : si, pour tout $n \in \mathbb{N}$, X_n suit une loi binomiale de paramètre (n, p_n) et si $\lim\limits_{n\to+\infty} np_n = \lambda$, alors, pour tout $k \in \mathbb{N}$, on a $$\lim_{n\to\infty} P(X_n = k) = \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k\,!}.$$	Démonstration hors programme. ⇆ I : simulation de cette approximation. La notion de convergence en loi est hors programme.
Espérance et variance d'une loi géométrique, d'une loi de Poisson.	

Équations différentielles

L'étude des équations différentielles est limitée au cas linéaire. L'accent est mis sur les techniques de résolution des équations scalaires d'ordre 2 et des systèmes linéaires à coefficients constants, en raison de leur importance dans d'autres champs disciplinaires. L'approche graphique offerte par l'outil informatique met en évidence les problèmes de stabilité des solutions.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Équations différentielles scalaires d'ordre 2	
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme. ⇆ I : méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.
Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène $y'' + a(t)y' + b(t)y = 0$ sur un intervalle où a et b sont des fonctions continues à valeurs réelles ou complexes.	
Équation avec second membre $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$. Principe de superposition.	Les solutions s'écrivent comme la somme d'une solution particulière de l'équation avec second membre et d'une solution de l'équation homogène. ⇆ PC/SI : étude de systèmes ayant une masse variable dans le temps.
Résolution dans le cas où une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas est connue.	Recherche de solutions particulières, notamment développables en série entière.

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants	
Écriture sous la forme $X' = AX$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille $n \times n$ à coefficients constants.	$\leftrightarrows$ SI : problèmes d'asservissement.
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme.
Structure de l'ensemble des solutions.	Pratique de la résolution dans le cas où la matrice A est diagonalisable ou trigonalisable.
Comportement asymptotique des solutions en fonction du signe de la partie réelle des valeurs propres de A dans le cas où A est diagonalisable.	$\leftrightarrows$ PC : stabilité des solutions, état d'équilibre.
Équivalence entre une équation scalaire d'ordre n et un système de n équations d'ordre 1.	
Cas particulier des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogène à coefficients constants.	Lien avec la forme des solutions d'une équation scalaire d'ordre 2 étudiée en première année.

Fonctions de plusieurs variables

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur une partie de $\mathbb{R}^n$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$. On se limite en pratique au cas $n \leqslant 3$. L'étude des fonctions de plusieurs variables se veut résolument pratique : présentation de recherche d'extremums, résolution d'équations aux dérivées partielles simples, application à l'étude de certaines courbes et surfaces.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Introduction à la topologie de $\mathbb{R}^n$ ($n \leqslant 3$)	
Norme et distance euclidienne dans $\mathbb{R}^n$.	Tout développement sur les normes non euclidiennes est hors programme.
Boules. Partie bornée de $\mathbb{R}^n$. Partie ouverte, partie fermée.	
Point intérieur, point extérieur, point adhérent. Frontière (ou bord) d'une partie de $\mathbb{R}^n$.	Chaque définition est assortie d'une figure. Les caractérisations séquentielles sont hors programme.
b) Limite et continuité	
Limite en un point adhérent, continuité en un point, continuité sur une partie. Opérations. Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.	L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme.
c) Dérivées partielles, applications de classe $\mathscr{C}^1$ et $\mathscr{C}^2$ sur une partie ouverte	
Dérivées partielles d'ordre 1.	Notations $\partial_i f(a)$, $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}(a)$. La notion de différentielle en un point est hors programme. $\leftrightarrows$ PC/SI : notation différentielle $\mathrm{d}f = \dfrac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x + \dfrac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y$.
Gradient.	Notation ∇f.
Point critique. Application de classe $\mathscr{C}^1$. Opérations.	
Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.	Existence admise.
Dérivée de $t \mapsto f(x(t), y(t))$.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Dérivées partielles de $(u,v) \mapsto h(f(u,v),g(u,v))$.	Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires et savoir étendre les deux résultats précédents au cas de trois variables.
Dérivées partielles d'ordre 2.	Notations $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\partial_1\partial_2 f$.
⇆ PC : laplacien. Application de classe $\mathscr{C}^2$. Opérations. Théorème de Schwarz.	 Démonstration hors programme.

d) Équations aux dérivées partielles

Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.	Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires. L'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu. ⇆ PC : équation de transport, équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

e) Extremums d'une fonction de deux variables

Si une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique. Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^2$.	

f) Applications géométriques

Courbe du plan définie par une équation $f(x,y)=0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$.	Cas particulier des courbes d'équation $y = g(x)$.
Point régulier.	
Tangente en un point régulier définie comme la droite orthogonale au gradient et passant par le point.	En admettant l'existence d'un paramétrage local de classe $\mathscr{C}^1$, lien avec la tangente à un arc paramétré.
En un point où il est non nul, le gradient de f est orthogonal aux lignes de niveau $f(x,y)=\lambda$ et orienté dans le sens des valeurs croissantes de f.	Démonstration hors programme. ⇆ PC : lignes équipotentielles et lignes de champ. ⇆ I : tracé de lignes de niveau.
Surface définie par une équation $f(x,y,z)=0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$.	Cas particulier des surfaces d'équation $z = g(x,y)$.
Point régulier. Plan tangent à une surface en un point régulier défini comme le plan orthogonal au gradient et passant par le point. Position relative locale entre une surface d'équation $z = g(x,y)$ et son plan tangent.	

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Technologie et sciences industrielles (TSI)**

Discipline : **Physique-chimie**

Seconde année

PROGRAMME DE PHYSIQUE-CHIMIE TSI de deuxième année

Préambule

Le programme de physique-chimie de deuxième année de TSI s'inscrit dans la continuité du programme de première année. Ce programme a été construit pour faire réussir tous les élèves qui ont été formés dans le cadre du lycée rénové et les amener progressivement au niveau requis pour poursuivre avec succès des études scientifiques et techniques en vue de devenir ingénieur, chercheur ou enseignant et, plus généralement, être à même de se former tout au long de la vie.

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux volets s'enrichissent mutuellement et leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement. Cela nécessite d'asseoir un socle de connaissances et de capacités dans le domaine de la physique chimie mais aussi de développer des compétences permettant de les mettre en œuvre de manière efficiente. Le programme est construit afin d'atteindre ces deux objectifs.

Dans la continuité du programme de première année, le développement des compétences se poursuit au moyen de la mise en œuvre de modalités pédagogiques favorisant la mise en activité des élèves et s'appuyant sur des composantes de la démarche scientifique : la démarche expérimentale, la résolution de problème et l'analyse documentaire. Elles visent la poursuite du développement chez l'élève, outre des compétences purement scientifiques, l'autonomie, l'esprit critique, la prise d'initiative, la capacité à acquérir par soi-même de nouvelles connaissances et capacités. Elles permettent aussi à chacun d'être acteur de sa formation et favorisent l'épanouissement des différentes intelligences.

Concernant l'aspect théorique, le socle de connaissances et de capacités scientifiques du programme de seconde année vient compléter celui de première année tout en s'appuyant sur celui-ci. La priorité doit toujours être mise sur la modélisation des phénomènes et sur l'analyse des résultats obtenus. La résolution des équations issues des phases de modélisation doit faire appel autant que possible aux outils numériques afin de réduire la part des calculs analytiques dans la résolution des problèmes et, ainsi, de reporter l'attention des étudiants vers les questions de fond (modélisation, analyse des résultats…). Cela permet aussi d'aborder (même modestement) des systèmes plus proches de la réalité en enlevant la contrainte d'obtenir une équation dont la résolution analytique serait accessible à l'étudiant.

Le programme fait toujours une très large place à la démarche expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- le premier a trait à la formation expérimentale. Les activités expérimentales permettent l'acquisition de compétences spécifiques, ainsi que d'un réel savoir-faire dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées ;
- le second concerne l'identification, tout au long du programme, de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Au regard de ce qui précède, le programme est organisé en trois parties :

- dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problème. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée ;
- dans la deuxième partie **« formation expérimentale »** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.
- dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est constituée de cinq parties : thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques, électronique, optique, électromagnétisme, chimie.

Les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie en deuxième année de TSI sont précisés en appendice. Ils viennent s'ajouter aux outils mathématiques rencontrés en première année et dont la maîtrise reste nécessaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les élèves. Il ne représente en aucun cas une progression imposée à l'intérieur de chaque semestre. Le professeur doit organiser son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

1. la mise en activité des élèves : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les élèves seront acteurs de leur formation. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problème permettent cette mise en activité. Le professeur peut mettre en œuvre d'autres activités allant dans le même sens ;
2. la mise en contexte des contenus scientifiques : la physique et la chimie se sont développées uniquement afin de répondre à des questions que l'Homme se pose. Ainsi en TSI, le questionnement scientifique, prélude à la construction des notions et concepts, se déploiera à partir d'objets technologiques emblématiques du monde contemporain, de procédés simples ou complexes, de phénomènes naturels. Toute démarche purement descendante est à proscrire ;
3. **une nécessaire mise en cohérence des différents enseignements scientifiques et technologiques : la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les enseignements de mathématiques et de sciences industrielles**.

Partie 1 - Démarche scientifique

1 - Démarche expérimentale

Compétences mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales mises en œuvre dans le cadre d'une démarche scientifique mobilisent les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres composantes du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation - énoncer une problématique - définir des objectifs
Analyser	- formuler une hypothèse - proposer une stratégie pour répondre à une problématique - proposer un modèle - choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental - évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	- mettre en œuvre un protocole - utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « Grandeurs et instruments », avec aide pour tout autre matériel - mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates - effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes - confronter un modèle à des résultats expérimentaux - confirmer ou infirmer une hypothèse, une information - analyser les résultats de manière critique - proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	- à l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible o utiliser un vocabulaire scientifique adapté o s'appuyer sur des schémas, des graphes - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	- travailler seul ou en équipe - solliciter une aide de manière pertinente - s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de bien préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

Concernant la compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** », elle est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2 - Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	**Exemples de capacités associées**
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. …
Etablir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …

Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. …
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, …). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.
Communiquer	Présenter la résolution, en en expliquant le raisonnement et les résultats.

Remarques complémentaires

Suivent des possibilités d'articulation entre la résolution de problème et les autres types de compétences développées.

En lien avec les incertitudes :

- évaluer ou déterminer la précision de la solution proposée, notamment lorsqu'il s'agit d'une solution approchée sans la surestimer ni la sous estimer (on a souvent tendance à dire que l'on fait un calcul d'ordre de grandeur alors que l'on a un résultat à 10% près) ;
- déterminer ce qu'il faudrait faire pour améliorer la précision d'un résultat ;

En lien avec l'analyse de documents :

- analyser de manière critique un texte dont l'objet est scientifique ou technique, en mobilisant ses connaissances, notamment sur les valeurs quantitatives annoncées. Etre capable de vérifier la cohérence des chiffres proposés en développant un modèle simple ;
- vérifier à l'aide d'un document technique, d'une photographie … le résultat d'une modélisation.

En lien avec la démarche expérimentale :

- l'approche « résolution de problème » peut se prêter à des activités expérimentales pour lesquelles une tache précise sera demandée sans que la méthode ne soit donnée. Par exemple : mesurer une quantité physique donnée, comparer deux grandeurs, mettre en évidence un phénomène … ;
- la vérification d'une modélisation sera effectuée en réalisant l'expérience. Cela peut s'effectuer en prédisant quantitativement l'issue d'une expérience, puis en effectuant les mesures pour vérifier les valeurs prédites.

En lien avec les compétences de « rédaction » :

- rédiger de manière concise et directe une solution qui a souvent été trouvée par un long cheminement

.

3 – Approches documentaires

En seconde année, comme en première année, le programme de physique-chimie prévoit un certain nombre **d'approches documentaires**, identifiées comme telles dans la colonne capacités exigibles de la partie « formation disciplinaire ».L'objectif de ces activités reste le même puisqu'il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;

- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…) dans les domaines de la physique et de la chimie du XXème et XXIème siècle et de leurs applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous. Elles peuvent servir de support pour la formation et l'évaluation des étudiants.

À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Dégager la problématique principale - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau,…) - …
Analyser	- Identifier les idées essentielles et leurs articulations - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments du ou des documents - Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence - Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif - S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire pour apporter de la plus-value aux documents proposés - …
Réaliser	- Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau - Trier et organiser des données, des informations - Tracer un graphe à partir de données - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure,… - Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau,… - Conduire une analyse dimensionnelle - Utiliser un modèle décrit - …
Valider	- Confronter les idées d'un texte à ses connaissances - Faire preuve d'esprit critique - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude,…) - Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance - …
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	- Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation,…(clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique) - Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale - Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques - …

Partie 2 – Formation expérimentale

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les élèves doivent acquérir au cours de la seconde année de TSI durant les séances de travaux pratiques. Elle vient prolonger la partie correspondante du programme de première année dont les capacités doivent être complètement acquises à l'issue des deux années de préparation, et restent donc au programme de seconde année.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les activités expérimentales sur le thème de la chimie sont aussi l'occasion de consolider les savoir-faire de première année en particulier dans le domaine des solutions aqueuses.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. **Mesures de temps et de fréquences**	
Analyse spectrale	Mettre en évidence le phénomène de repliement du spectre provoqué par l'échantillonnage avec un oscilloscope numérique ou un système d'acquisition. Choisir les paramètres d'une acquisition numérique destinée à une analyse spectrale afin de respecter la condition de Shannon, tout en optimisant la résolution spectrale.
2. **Électricité**	
Électronique numérique	Numériser un signal et utiliser un algorithme numérique pour effectuer un filtrage numérique de ce signal.
Onde électromagnétique	Mettre en œuvre un détecteur dans le domaine des ondes centimétriques.
3. **Optique**	
Analyser une lumière.	Identifier, à l'aide d'un polariseur, une onde polarisée rectilignement et déterminer sa direction de polarisation. Mesurer une longueur d'onde à l'aide d'un goniomètre équipé d'un réseau.
Analyser une figure d'interférence.	Mettre en œuvre un photodétecteur en sortie d'un interféromètre.
4. **Thermodynamique**	
Conduction thermique.	Mettre en œuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique le protocole étant donné.
5. **Chimie**	
Effectuer des bilans d'énergie.	Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.

Prévention des risques au laboratoire

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique et optique leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1. Prévention des risques	
- chimiques Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P.	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques.
- électriques	Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques.
- optiques	Utiliser les sources laser de manière adaptée.
2. Impact environnemental	
Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser, notamment dans les domaines de la cristallographie, de la modélisation moléculaire, et plus généralement dans les situations exigeant une représentation tridimensionnelle.
- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur.
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

Partie 3 – Formation disciplinaire

1. Thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques

Cette partie du programme s'intéresse aux phénomènes liés à l'écoulement d'un fluide et aux échanges d'énergie dans les machines thermiques. Elle est essentiellement abordée à travers la mise en œuvre de bilans d'énergie.

Elle prolonge le programme de thermodynamique de première année en introduisant le formalisme de la thermodynamique différentielle.

Les principes de la thermodynamique pour un système fermé sont repris sous forme infinitésimale. Les identités thermodynamiques sont introduites dans le but d'établir et de comprendre les allures des courbes dans les diagrammes thermodynamiques ; il ne s'agit pas de les exploiter pour retrouver les expressions des fonctions d'état, ces dernières devant toujours être fournies. L'application des deux principes aux fluides en écoulement stationnaire dans les systèmes ouverts conduit ensuite à l'analyse de quelques systèmes industriels.

Des notions de base de mécanique des fluides sont également introduites. L'objectif est de décrire les écoulements simples de fluides dans les machines thermiques en évoquant les phénomènes de perte de charge et le rôle de la viscosité. L'approche se fonde exclusivement sur la notion de bilan macroscopique : toute formulation locale de la mécanique des fluides, notamment à l'aide d'opérateurs vectoriels, est exclue.

Enfin, on aborde la conduction thermique à l'aide de bilans infinitésimaux, la loi de Newton étant introduite pour faire le lien avec la thermodynamique industrielle.

Objectifs généraux de formation

Le cours de thermodynamique de deuxième année TSI permet une révision du cours de première année et contribue à conforter les compétences correspondantes.

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme.

- Maîtriser les notions de champs scalaires et vectoriels.
- Découper un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux puis sommer les contributions infinitésimales d'une grandeur extensive.
- Définir une surface de contrôle afin de réaliser des bilans de grandeurs extensives.
- Utiliser des diagrammes thermodynamiques.

La partie **1** introduit sur le support concret de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

La partie **2** présente les principes de la thermodynamique sous forme différentielle. Pour une grandeur extensive A, on note a la grandeur massique associée et Am la grandeur molaire associée.

Ces outils sont réinvestis dans la partie **3** à l'occasion de l'étude des diagrammes thermodynamiques. On y exploite également les diagrammes et tables des fluides réels, afin d'habituer les étudiants à ne pas se limiter à des situations idéales (gaz parfait...).

La partie **4** introduit le point de vue eulérien pour l'étude des écoulements. Il s'agit de décrire simplement un écoulement en identifiant des tubes de courant sur lesquels des bilans pourront ensuite être effectués. On pourra faire le lien avec la signification physique des opérateurs rotationnel et divergence introduits dans le cours d'électromagnétisme.

Dans la partie **5**, on effectue des bilans énergétiques dans une conduite. On se place dans un premier temps dans le cadre de la dynamique des fluides parfaits. Toute utilisation de l'équation d'Euler ou de Navier-Stokes est exclue. On établit la relation de Bernoulli, puis on prend en compte les pertes de charge dans les conduites. On initie à ce sujet les étudiants à la lecture d'abaques. Dans un second temps, on tient compte des transferts thermiques pour exprimer les principes de la thermodynamique pour un système en écoulement.

La partie **6** permet un approfondissement du cours de première année, par l'étude de cycles industriels. On se limite à des calculs relatifs au modèle du gaz parfait ou à l'utilisation des diagrammes d'état si le fluide est réel. Aucune connaissance relative à la technologie des installations ou aux différents types de cycles n'est exigible.

La partie **7** aborde l'étude de la conduction thermique dans les solides. On se limite à l'étude de problèmes unidimensionnels.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen.	
Forces surfaciques, forces volumiques. Champ de pression.	Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Statique dans le champ de pesanteur uniforme : relation $dp/dz = - \mu g$.	Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait. Comparer les variations de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère modélisés.
2. Expression différentielle des principes thermodynamiques.	
Échelle mésoscopique, transformation infinitésimale.	Découper un système en sous-systèmes élémentaires. Découper une transformation finie en une succession de transformations infinitésimales.
Premier principe pour un système fermé sous la forme $dU + dE_c = \delta W + \delta Q$. Deuxième principe pour un système fermé sous la forme $dS = \delta S_{éch} + \delta S_{créée}$ avec $\delta S_{éch} = \Sigma \delta Q_i / T_i$.	Appliquer les principes pour obtenir une équation différentielle relative au système considéré.
Identités thermodynamiques.	Définir la température et la pression thermodynamiques.
Relations massiques.	Écrire les principes dans le cas d'un système de masse unité.
3. Diagrammes d'état des fluides réels purs.	
Enthalpie de changement d'état.	Citer des ordres de grandeur d'enthalpies massiques de vaporisation. Calculer l'énergie récupérable par transfert thermique lors de la condensation totale d'un fluide.

Variation élémentaire d'enthalpie au cours d'un changement d'état isotherme.	Lier la variation élémentaire de l'enthalpie à l'enthalpie de changement d'état.
Règle des moments.	Utiliser la règle des moments.
Diagrammes de Clapeyron (P,v), entropique (T,s).	Représenter, pour chaque diagramme, l'allure des courbes isothermes, isobares, isochores, isentropiques, isenthalpes. Établir l'équation de ces courbes dans la limite du gaz parfait, dans la limite du liquide incompressible et indilatable. Exploiter un diagramme pour déterminer une grandeur physique.
4. **Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite.**	
Grandeurs eulériennes. Régime stationnaire.	Décrire localement les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs intensives pertinentes.
Lignes et tubes de courant.	Déduire le caractère divergent ou rotationnel d'un écoulement à l'aide d'une carte de champ de vitesse fournie.
Débit massique.	Exprimer le débit massique en fonction de la vitesse d'écoulement. Exploiter la conservation du débit massique.
Débit volumique.	Justifier l'intérêt d'utiliser le débit volumique pour l'étude d'un fluide incompressible en écoulement.
5. **Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite.**	
Fluides parfaits. Fluides newtoniens : notion de viscosité.	Caractériser un fluide parfait par un profil de vitesse uniforme dans une même section droite. Citer des ordres de grandeur de viscosité de gaz et de liquides (dans le cadre des machines hydrauliques et thermiques, des lubrifiants, …). Relier l'expression de la force surfacique de cisaillement au profil de vitesse. Exploiter les conditions aux limites du champ de vitesse d'un fluide dans une conduite. Lier qualitativement l'irréversibilité d'un écoulement à la viscosité.
Bilan de grandeurs énergétiques extensives.	Définir un volume et une surface de contrôle stationnaire. Énoncer et mettre en œuvre la conservation de l'énergie mécanique pour des systèmes ouverts et fermés.
Bilan d'énergie pour un fluide parfait, relation	Établir un bilan de puissance pour un circuit

de Bernoulli.	hydraulique ou pneumatique avec ou sans pompe. Exploiter la relation de Bernoulli pour un fluide incompressible. **Approche documentaire :** Analyser des méthodes et des dispositifs de mesure des grandeurs caractéristiques d'un écoulement.
Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie mécanique par frottement. **Mettre en évidence la perte de charge.**
Travail indiqué w_i.	Définir le travail indiqué comme la somme des travaux autres que ceux des forces de pression d'admission et de refoulement. Relier la notion de travail indiqué à la présence de parties mobiles.
Premier et second principes pour un écoulement stationnaire unidimensionnel d'un système à une entrée et une sortie	Établir et utiliser ces principes sous la forme : • $\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_i + q_e$ • $\Delta s = s_{éch} + s_{créée}$. Associer l'entropie massique créée aux causes d'irréversibilité de fonctionnement de la machine. Repérer les termes usuellement négligés.
6. **Thermodynamique industrielle.**	
Moteurs, réfrigérateurs, pompes à chaleur.	Pour une machine dont les éléments constitutifs sont donnés, repérer les sources thermiques, le sens des échanges thermiques et mécaniques. Relier le fonctionnement d'une machine au sens de parcours du cycle dans un diagramme thermodynamique. Exploiter des diagrammes et des tables thermodynamiques pour déterminer les grandeurs thermodynamiques intéressantes. Définir et exprimer le rendement, l'efficacité ou le coefficient de performance de la machine. Citer des ordres de grandeur de puissances thermique et mécanique mises en jeu pour différentes tailles de dispositifs.
7. **Transfert d'énergie par conduction thermique**	
Densité de flux thermique.	Définir et algébriser la puissance thermique échangée à travers une interface.
Loi de Fourier.	Lier la non-uniformité de la température à l'existence d'un flux thermique et interpréter son

	sens. Citer des ordres de grandeur de conductivité thermique dans le domaine de l'habitat.
Bilan enthalpique.	Établir une relation différentielle entre la température et le vecteur densité de flux thermique.
Équation de la chaleur sans terme source.	Établir l'équation de la diffusion thermique. Interpréter qualitativement l'irréversibilité du phénomène. Lier le temps et la longueur caractéristiques d'un phénomène de diffusion au coefficient de diffusion par une analyse dimensionnelle.
Analogie électrique dans le cas du régime stationnaire.	Définir la résistance thermique. Exploiter l'analogie lors d'un bilan thermique.
Loi de Newton.	Exploiter la loi de Newton fournie pour prendre en compte les échanges conducto-convectifs en régime stationnaire.

2. Électronique

Ce module renforce et complète l'étude des circuits électriques linéaires menée dans la partie « signaux physiques » du programme de première année. Ainsi, les notions de filtrage et d'analyse spectrale sont réinvesties, en particulier dans les activités expérimentales. Le programme de deuxième année ajoute la rétroaction et le bouclage des systèmes linéaires dans le but d'aborder les oscillateurs.

Différentes thématiques sont illustrées à l'aide de l'amplificateur linéaire intégré ALI (également appelé amplificateur opérationnel) dont l'étude n'est pas une fin en soi mais un outil permettant des réalisations expérimentales variées.

Par ailleurs, des exemples de manifestations des non linéarités sont abordés à l'occasion de la saturation ou de la vitesse limite de balayage d'un amplificateur.

Afin de compléter l'approche analogique des circuits électriques, un module à vocation expérimentale est consacré au traitement numérique des signaux à travers les sujets suivants :

- la conversion analogique/numérique.
- l'échantillonnage et le repliement de spectre,
- le filtrage numérique,

Objectifs généraux de formation

Dans le prolongement de la première année, le passage d'une représentation temporelle à une représentation fréquentielle d'un signal est un objectif essentiel de la formation, cette capacité étant renforcée par une pratique abondante de l'analyse spectrale en TP.

Les fonctions de transfert et les diagrammes de Bode nécessaires à la compréhension des systèmes sont systématiquement fournis, l'accent étant mis prioritairement sur la compréhension des fonctions réalisées par des blocs fonctionnels et non par des composants particuliers. L'étude des circuits utilisant un ALI est volontairement limitée à des situations simples dont la compréhension ne nécessite pas l'emploi de technique de résolution sophistiquée.

L'étude expérimentale des systèmes mettant souvent en œuvre des instruments numériques d'acquisition, de mesure, ou de calcul, la formation est complétée par une initiation à l'électronique numérique. Cette ouverture est abordée de manière exclusivement expérimentale afin de sensibiliser les étudiants aux limites introduites par l'échantillonnage lors d'une conversion analogique/numérique.

La partie **1** illustre quelques propriétés relatives à la rétroaction sur l'exemple de l'amplificateur linéaire intégré. L'étude des circuits est strictement limitée à des situations pouvant être facilement abordées avec les outils introduits en première année (loi des mailles, loi des nœuds, diviseur de tension). La vitesse limite de balayage de l'ALI est uniquement évoquée en TP afin d'identifier les distorsions harmoniques traduisant un comportement non linéaire du système étudié. L'identification de certains montages à des systèmes bouclés permet de faire le lien avec le cours d'automatique de SII.

La partie **2** s'intéresse à une étude non exhaustive des oscillateurs en électronique. Les exemples sont choisis à l'initiative du professeur et les fonctions de transfert des filtres utilisés sont fournies. En TP, on complète l'étude par une analyse spectrale des signaux.

La partie **3** est exclusivement étudiée de manière expérimentale et aborde la question du traitement numérique du signal dans le prolongement du programme de première année. Le professeur introduira les thèmes proposés au fur et à mesure des besoins et en relation avec les autres sujets d'étude. Le phénomène de repliement de spectre est expliqué qualitativement à l'aide d'une analogie stroboscopique, l'objectif étant de mettre en place la condition de Nyquist-Shannon et de réaliser convenablement une acquisition numérique en vue d'une analyse spectrale.

Afin de mettre en évidence d'autres effets associés à l'échantillonnage, on réalise de manière comparative un filtre analogique passe-bas et un filtre numérique remplissant la même fonction, ce dernier étant réalisé à l'aide d'une feuille de calcul traitant l'acquisition numérique d'une entrée analogique, un CNA restituant ensuite une sortie analogique. On étudie expérimentalement l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. **Rétroaction**	
Modèle de l'ALI défini par des courants de polarisation nuls, une résistance de sortie nulle, une fonction de transfert du premier ordre en régime linéaire, une saturation de la tension de sortie, une saturation de l'intensité de sortie.	Citer les hypothèses du modèle et les ordres de grandeur du gain différentiel statique et du temps de réponse. Modéliser un ALI fonctionnant en régime linéaire par un schéma bloc fonctionnel.
Montages amplificateur non inverseur et comparateur à hystérésis.	Distinguer les différents régimes de fonctionnement.
Vitesse de balayage.	**Identifier la manifestation de la vitesse limite de balayage d'un ALI dans un montage.**
Cas limite d'un ALI idéal de gain infini en régime linéaire.	Identifier la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse comme un indice de stabilité du régime linéaire.

Cas limite d'un ALI idéal de gain infini en régime saturé.	Établir la relation entrée-sortie du comparateur simple. Pour une entrée sinusoïdale, faire le lien entre la non linéarité du système et la génération d'harmoniques en sortie. Établir le cycle du comparateur à hystérésis.
2. **Oscillateurs**	
Oscillateur quasi-sinusoïdal .	Exprimer les conditions théoriques (gain et fréquence) d'auto-oscillation sinusoïdale d'un système linéaire bouclé. Analyser sur l'équation différentielle l'inégalité que doit vérifier le gain de l'amplificateur afin d'assurer le démarrage des oscillations. Interpréter le rôle des non linéarités dans la stabilisation de l'amplitude des oscillations. **Réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal et mettre en évidence la distorsion harmonique des signaux par une analyse spectrale.** **Approche documentaire** : en relation avec le cours sur les ondes, décrire le fonctionnement d'un oscillateur optique (laser) en terme de système bouclé auto-oscillant. Relier les fréquences des modes possibles à la taille de la cavité.
Oscillateur à relaxation associant un intégrateur et un comparateur à hystérésis.	Décrire les différentes séquences de fonctionnement. Exprimer les conditions de basculement. Établir la fréquence d'oscillation.
Générateur de signaux non sinusoïdaux.	**Réaliser un oscillateur à relaxation et effectuer l'analyse spectrale des signaux générés.**
3. **Électronique numérique**	
Échantillonnage. Analyse spectrale numérique. Condition de Shannon.	**Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre dû à l'échantillonnage lors de l'utilisation d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition** **Choisir les paramètres (durée, nombre d'échantillons, fréquence d'échantillonnage) d'une d'acquisition numérique afin de respecter la condition de Shannon.**
Filtrage numérique.	**Réaliser un filtrage numérique passe-bas d'une acquisition.**

3. Optique

Le programme d'optique de seconde année s'inscrit dans le prolongement de la partie « Signaux physiques » du programme de première année. Il s'agit pour les étudiants d'approfondir l'étude des phénomènes d'interférences lumineuses, conséquences de la nature ondulatoire de la lumière.

Si certaines notions ont été abordées au lycée et en classe de première année TSI, le formalisme utilisé constitue une avancée importante dans la modélisation des phénomènes décrits ; l'enseignant veillera particulièrement à privilégier les aspects expérimentaux et à utiliser tous les supports de visualisation (expériences de cours, simulations, animations,…) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations. L'enseignant ne manquera pas non plus de rappeler que ces phénomènes, étudiés ici dans le cadre de l'optique, sont généralisables à tout comportement ondulatoire.

L'approche expérimentale sera centrée sur la mise en œuvre des trous d'Young et de dispositifs d'interférences à *N* ondes.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser la notion de phase d'une vibration harmonique et de sa variation au cours d'une propagation ;
- associer les caractéristiques géométriques d'un phénomène d'interférences (position et forme des franges, interfrange) à celles des sources et du milieu de propagation ;
- connaître certains ordres de grandeur propres aux phénomènes lumineux dans le domaine du visible (longueur d'onde, durée d'un train d'onde, temps d'intégration d'un capteur) ; faire le lien avec les problèmes de cohérence ;
- maîtriser les outils de l'optique géométrique (rayon de lumière, principe du retour inverse, lois de conjugaison) et de l'optique ondulatoire (chemin optique, surface d'onde, théorème de Malus) afin de conduire un calcul de différence de marche entre deux rayons de lumière dans des situations simples.

La partie **1** introduit les outils nécessaires. L'intensité lumineuse est introduite comme une puissance par unité de surface. Le théorème de Malus (orthogonalité des rayons de lumière et des surfaces d'ondes) est admis.

Les calculs théoriques d'intensité lumineuse sont effectués dans la partie **2**.

Dans la partie **3**, l'utilisation des trous d'Young permettent de confronter théorie et expérience. Les fentes d'Young sont abordées de manière exclusivement expérimentale. Aucune connaissance sur un autre diviseur de front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Modèle scalaire des ondes lumineuses.	
Chemin optique. Déphasage dû à la propagation. Surfaces d'ondes. Théorème de Malus (admis).	Exprimer le retard de phase en un point en fonction de la durée de propagation ou du chemin optique.

Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.	Associer une description de la formation des images en termes de rayon de lumière et en termes de surfaces d'onde. Utiliser la propriété énonçant que le chemin optique séparant deux points conjugués est indépendant du rayon de lumière choisi.
Modèle d'émission. Relation (admise) entre la durée des trains d'ondes et la largeur spectrale.	Citer l'ordre de grandeur du temps de cohérence Δt de quelques sources de lumière. Utiliser la relation $\Delta f.\Delta t \approx 1$ pour lier la durée des trains d'ondes et la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la source.
Détecteurs. Intensité lumineuse. Facteur de contraste	Exploiter la propriété qu'un capteur optique quadratique fournisse un signal proportionnel à l'énergie lumineuse reçue pendant son temps d'intégration. Citer l'ordre de grandeur du temps d'intégration de quelques capteurs optiques. **Mettre en œuvre une expérience utilisant un capteur CCD.**
2. Superposition d'ondes lumineuses.	
Superposition d'ondes incohérentes entre elles.	Exploiter l'additivité des intensités.
Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles : formule de Fresnel : $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$.	Vérifier que les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (égalité des pulsations et déphasage constant dans le temps) sont réunies. Établir et exploiter la formule de Fresnel. Associer un bon contraste à des intensités I_1 et I_2 voisines.
Superposition de *N* ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique. Réseau par transmission.	Établir l'expression de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Établir la relation fondamentale des réseaux liant la condition d'interférences constructives à la valeur de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. **Réaliser expérimentalement un spectroscope à l'aide d'un réseau optique.**
3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde.	
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source à distance finie et observation à grande distance finie et à l'infinie. Ordre d'interférences *p*.	Exprimer et utiliser l'ordre d'interférences. **Décrire et mettre en œuvre une expérience simple d'interférences : trous d'Young ou fentes d'Young.** **Montrer la non localisation des franges d'interférences.**

Variations de l'ordre d'interférences *p* avec la position du point d'observation ; franges d'interférences. Interfrange.	Interpréter la forme des franges observées.
Comparaison entre deux dispositifs expérimentaux : trous d'Young et fentes d'Young.	**Comparer les deux dispositifs en mettant en évidence analogies et différences.**

4. Électromagnétisme

Le programme d'électromagnétisme de la deuxième année s'inscrit dans le prolongement des parties « Signaux physiques » et « Induction et conversion électromécanique » du programme de première année. Il s'agit pour les étudiants de découvrir les lois locales et intégrales qui gouvernent les champs électrique et magnétique et certaines applications dans des domaines variés.

Si certaines notions ont été abordées au lycée et en classe de première année TSI, le formalisme utilisé constitue, bien souvent, pour les étudiants une première découverte ; il convient pour l'enseignant d'être particulièrement attentif aux difficultés potentielles des étudiants et d'utiliser tous les outils de visualisation (expériences de cours, simulations, animations,…) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations.

L'étude des champs électrostatique et magnétostatique est présentée en deux parties distinctes ; l'enseignant est libre, s'il le souhaite, de procéder à une présentation unifiée de la notion de champ statique. Pour les calculs de champs, l'accent est mis sur les situations à haut degré de symétrie qui permettent l'utilisation efficace des propriétés de flux ou de circulation.

Les équations locales des champs statiques sont introduites comme cas particuliers des équations de Maxwell.

La loi de Biot et Savart et la notion de potentiel vecteur ne relèvent pas du programme. Les relations de passage relatives au champ électromagnétique peuvent être exploitées mais doivent être systématiquement fournies en cas de besoin.

Après une présentation des équations de Maxwell et des aspects énergétiques, le programme analyse le phénomène de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide, la structure des champs associés et la réflexion des ondes sur un métal parfait.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser le concept de champ scalaire et de champ de vecteurs et manipuler les opérateurs vectoriels relatifs aux champs scalaires et vectoriels ; citer quelques ordres de grandeur
- conduire des analyses de symétrie et d'invariance et calculer des champs à l'aide de propriétés de flux ou de circulation ;
- énoncer des lois de l'électromagnétisme sous formes locale et intégrale et faire le lien entre les deux formulations ;
- conduire des bilans énergétiques mettant en jeu matière et champ électromagnétique ;
- associer au phénomène de propagation un couplage entre les champs, une équation locale et des solutions dans des cas simples ;
- décrire la propagation d'une onde électromagnétique dans le vide.

La partie **1** présente les lois quantitatives qui régissent le champ électrostatique. Les notions abordées sont centrées sur les distributions de charges, le champ et le potentiel. Pour le champ électrique et le potentiel, on se limite aux expressions explicites dans le cas de charges ponctuelles et sous forme intégrale dans le cas de distributions continues.

L'accent est mis sur les propriétés intégrales du champ et sur le théorème de Gauss (admis) pour des situations présentant un haut degré de symétrie. Une antisymétrie est la composée d'une symétrie plane et d'une opération de conjugaison de charge.

Des capacités sur la lecture des lignes de champ et des surfaces équipotentielles sont développées.

Le condensateur plan est introduit mais l'étude des conducteurs en équilibre électrostatique ne relève pas du programme.

Une approche énergétique est conduite dans un cas simple : une charge ponctuelle placée dans un champ électrique extérieur.

Les analogies avec la gravitation sont centrées sur l'application du théorème de Gauss.

L'étude de la magnétostatique menée dans la partie **2** s'appuie le plus possible sur les différents aspects qualitatifs et quantitatifs vus en première année de TSI, les étudiants sont donc déjà familiarisés avec le concept de champ magnétostatique. La loi de Biot et Savart n'est pas introduite ; l'utilisation de celle-ci pour calculer un champ magnétostatique est donc exclue.

Les distributions de courants surfaciques ne sont pas introduites à ce niveau du programme, elles le seront uniquement à l'occasion de la réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait.

On aborde les propriétés intégrales du champ et on utilise le théorème d'Ampère pour des calculs dans des cas présentant un haut degré de symétrie.

Les équations de Maxwell sont présentées dans la partie **3**. Elles permettent une première approche quantitative du phénomène de propagation et, également, de revenir qualitativement sur l'induction étudiée en première année.

Les lois locales de l'électrostatique relatives au potentiel constituent un support pertinent pour procéder à une approche numérique de la résolution d'une équation différentielle.

Dans la partie **4**, on s'intéresse à l'aspect énergétique de l'électromagnétisme. Aucun modèle relatif à la loi d'Ohm locale n'est exigible ; l'accent est mis sur les échanges d'énergie entre la matière et le champ électromagnétique, sur l'utilisation du flux du vecteur de Poynting pour évaluer une puissance rayonnée à travers une surface et sur les bilans d'énergie et de puissance.

La partie **5**, articulé autour de la propagation des ondes électromagnétiques, est l'occasion d'illustrer l'efficacité du formalisme local des équations de Maxwell en insistant sur les aspects qualitatifs et sur la variété des applications qui en découlent.

La réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait et son confinement dans une cavité permettent aux étudiants d'approfondir leurs connaissances sur les ondes stationnaires et de découvrir des savoir-faire spécifiques permettant leur étude. La notion de densité de courant surfacique est introduite mais le calcul de l'intensité à travers un segment ne relève pas du programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Électrostatique.	
Loi de Coulomb. Champ électrostatique. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles. Principe de superposition.	Exprimer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges. Citer quelques ordres de grandeur de champs électrostatiques.
Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ électrostatique par superposition. Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée. Évaluer la charge totale d'une distribution continue dans des situations à géométries simples.
Symétries et invariances du champ électrostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.
Circulation du champ électrostatique. Notion de potentiel électrostatique. Opérateur gradient.	Relier le champ électrostatique au potentiel. Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges. Connaître l'expression de l'opérateur gradient en coordonnées cartésiennes. Calculer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques. Calculer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique dans les cas simples.
Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ électrostatique peut être calculé à l'aide du théorème de Gauss. Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.

Cas de la sphère, du cylindre « infini » et du plan « infini ».	Établir les expressions des champs électrostatiques créés en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume, par un cylindre « infini » uniformément chargé en volume et par un plan « infini » uniformément chargé en surface. Établir et exploiter le fait qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution.
Étude du condensateur plan comme la superposition de deux distributions surfaciques, de charges opposées.	Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide en négligeant les effets de bords.
Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentielles.	Orienter les lignes de champ électrostatique créées par une distribution de charges. Représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement. Relier les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. **Approche numérique :** représenter des cartes de lignes de champ et d'équipotentielles.
Énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ électrostatique extérieur.	Établir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.
Analogies avec la gravitation.	Transposer le théorème de Gauss au cas de la gravitation.
2. Magnétostatique	
Courant électrique. Vecteur densité de courant volumique. Distributions de courant électrique filiformes.	Calculer l'intensité du courant électrique traversant une surface orientée. Justifier la modélisation d'une distribution de courant par une distribution filiforme.
Champ magnétostatique. Principe de superposition.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ magnétostatique par superposition dans des cas simples.
Symétries et invariances du champ magnétostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de courants. Identifier les invariances d'une distribution de courants. Exploiter les symétries et les invariances d'une

	distribution de courants pour caractériser le champ magnétostatique créé.
Propriétés de flux et de circulation. Théorème d'Ampère.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ magnétostatique peut être calculé à l'aide du théorème d'Ampère. Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie. Citer quelques ordres de grandeur de champs magnétostatiques.
Applications au fil rectiligne « infini » de section non nulle et au solénoïde « infini ».	Justifier le choix d'une modélisation d'une distribution de charges par une distribution « infinie ». Établir les expressions des champs magnétostatiques créés en tout point de l'espace par un fil rectiligne « infini » de section non nulle, parcouru par des courants uniformément répartis en volume, par un solénoïde « infini » en admettant que le champ est nul à l'extérieur.
Lignes de champ, tubes de champ.	Orienter les lignes de champ magnétostatique créées par une distribution de courants. Relier les variations de l'intensité du champ magnétostatique à la position relative des lignes « de champ. Vérifier qu'une carte de ligne de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. **Approche numérique :** représenter des cartes de lignes de champ magnétostatique.
3. Équations de Maxwell	
Principe de la conservation de la charge : formulation locale.	Établir l'équation locale de la conservation de la charge dans le cas à une dimension.
Équations de Maxwell : formulations locale et intégrale.	Écrire et interpréter les équations de Maxwell sous forme intégrale. Interpréter qualitativement le lien entre l'équation de Maxwell-Faraday et la loi de Faraday.
Équations de propagation des champs dans une région vide de charges et de courants.	Établir les équations de propagation à partir des équations de Maxwell.
Approximation des régimes quasi-stationnaires (ou quasi-permanents).	Comparer une durée typique d'évolution des sources à une durée de propagation de l'onde électromagnétique.
Cas des champs statiques : équations locales.	Établir les lois locales des champs statiques à partir des équations de Maxwell.

Équation de Poisson et équation de Laplace de l'électrostatique.	Établir les équations de Poisson et de Laplace de l'électrostatique. **Approche numérique :** mettre en œuvre une méthode de résolution numérique pour déterminer une solution à l'équation de Laplace, les conditions aux limites étant données.
4. Énergie du champ électromagnétique	
Densité volumique de force électromagnétique. Puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.	Établir et utiliser l'expression de la puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.
Loi d'Ohm locale ; densité volumique de puissance Joule.	Analyser les aspects énergétiques dans le cas particulier d'un milieu ohmique.
Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting : bilan d'énergie.	Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée. Effectuer un bilan d'énergie sous forme globale.
5. Propagation	
Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant ; onde plane progressive et aspects énergétiques.	Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension. Décrire la structure d'une onde plane et d'une onde plane progressive dans l'espace vide de charge et de courant.
Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement.	Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane monochromatique. Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
Exemple d'états de polarisation d'une onde plane progressive et monochromatique : polarisation rectiligne. Polariseurs.	Reconnaître l'expression d'une onde plane polarisée rectilignement. **Mettre en évidence une polarisation rectiligne.**
Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire.	Exploiter la nullité des champs dans un métal parfait. Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies. Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface. Reconnaître et caractériser une onde stationnaire.
Applications aux cavités à une dimension. Mode d'onde stationnaire.	**Mettre en œuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique, dans le domaine des ondes centimétriques.**

5. Chimie

Le programme de chimie de deuxième année de TSI reprend et complète celui de première année.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- distinguer modélisation d'une transformation chimique (réaction chimique et écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système (tableau d'avancement, comparaison entre quotient de réaction et constante d'équilibre, état d'équilibre final ou transformation totale) prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- utiliser des tables de données thermodynamiques ;
- confronter des grandeurs calculées avec des mesures expérimentales.

La partie **1** traite de la thermodynamique de la transformation chimique. Le but de cette partie est double : d'une part aborder les transferts thermiques d'un système engagé dans une transformation chimique, et d'autre part utiliser le critère d'évolution spontané d'un système chimique.

Les grandeurs standard de réaction sont introduites. On se place systématiquement dans le cadre de l'approximation d'Ellingham. D'une part, le calcul de ces grandeurs à 298 K à partir de tables de données thermodynamiques rend possible une estimation du transfert thermique d'un système engagé dans une transformation physico-chimique qui peut être confrontée à l'expérience.

Le critère d'évolution spontanée d'un système chimique se fait par comparaison entre la constante thermodynamique d'équilibre et le quotient de réaction, sans que celui-ci soit relié au deuxième principe. La variation de la constante d'équilibre avec la température est décrite par la loi de Van't Hoff.

Enfin, l'étude de l'influence de la modification d'un paramètre (pression, température ou composition) sur un système chimique permet d'aborder la problématique de l'optimisation des conditions opératoires d'une synthèse. L'étude de tout ou partie d'une unité de synthèse industrielle est conduite à l'aide d'une approche documentaire.

La partie **2** présente les diagrammes potentiel-pH, autres que celui du fer déjà vu en première année. La discussion et l'utilisation des diagrammes potentiel-pH doit se faire en lien avec leurs applications industrielles.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Équilibres chimiques	
1.1. Application du premier principe à la transformation chimique	
État standard. Enthalpie standard de réaction. Enthalpie standard de formation, état standard de référence d'un élément. Loi de Hess.	Calculer l'enthalpie standard de réaction à l'aide de tables de données thermodynamiques et de la loi de Hess.

Effets thermiques pour une transformation isobare : - transfert thermique causé par la transformation chimique en réacteur isobare isotherme (relation $\Delta H = Q_p = \xi\ \Delta_r H°$) ; - transformation chimique exothermique ou endothermique.	Prévoir le sens du transfert thermique entre le système en transformation chimique et le milieu extérieur. Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique. **Mettre en œuvre une démarche expérimentale mettant en jeu des effets thermiques d'une transformation chimique.**
1.2. Equilibre chimique	
Constante d'équilibre : $K°(T) = Q_{r,éq}$ Relation de Van't Hoff.	Déterminer la valeur d'une constante d'équilibre thermodynamique d'une réaction par combinaison de constantes d'équilibres thermodynamiques d'autres réactions. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre thermodynamique à une température quelconque. Déterminer le signe de l'enthalpie standard de réaction à partir de la loi de variation de K°(T) avec la température, la relation de Van't Hoff étant fournie. **Mettre une œuvre une démarche expérimentale pour déterminer la valeur d'une constante d'équilibre en solution aqueuse.**
État final d'un système : équilibre chimique ou transformation totale.	Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.
Déplacement de l'équilibre chimique : influence d'une variation de température à pression constante. Influence d'une variation de la pression à température constante.	Utiliser les lois de modération qualitatives de Le Châtelier et comparer K°(T) fourni et Q_r pour en déduire le sens d'évolution spontanée du système.
Optimisation d'un procédé chimique : • par modification de la valeur de K° ; • par modification de la valeur du quotient réactionnel.	Identifier les paramètres d'influence et la manière dont il faut les faire évoluer pour optimiser une synthèse ou minimiser la formation d'un produit secondaire indésirable. **Approche documentaire :** à partir de documents décrivant une unité de synthèse industrielle, analyser les choix industriels, aspects environnementaux inclus.

2. Diagrammes potentiel-pH	
Lecture de diagrammes potentiel-pH	Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans un diagramme potentiel-pH. Justifier la position d'une frontière verticale. Repérer une dismutation et la justifier. Prévoir les réactions chimiques possibles par superposition de plusieurs diagrammes. **Citer un exemple d'application industrielle des diagrammes potentiel-pH**

Appendice : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maîtrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique de la classe de deuxième année TSI sont d'une part ceux qui figurent dans l'annexe 1 du programme de première année et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Le thème « analyse vectorielle » n'a pas fait l'objet d'une rubrique en première année. L'expression des différents opérateurs introduits sont exigibles en coordonnées cartésiennes. Les expressions des opérateurs en coordonnées cylindriques et sphériques et les formules d'analyse vectorielle ne sont pas exigibles ; elles doivent donc être systématiquement rappelées.

Dans le thème « équations aux dérivées partielles », aucune méthode générale d'étude n'est exigible : on se limite à chercher des solutions d'une forme donnée par substitution, menant ainsi soit à des équations différentielles classiques, soit à une relation de dispersion. L'accent sera mis sur le rôle des conditions aux limites.

Les capacités relatives à la notion de différentielle d'une fonction de plusieurs variables sont limitées à l'essentiel, elles seront mobilisées principalement dans le cours de chimie sur la thermodynamique de la transformation chimique ; les fondements feront l'objet d'une étude dans le cadre du chapitre « calcul différentiel » du cours de mathématique.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1. Analyse vectorielle	
Gradient	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction f est perpendiculaire aux surfaces iso-f et orienté dans le sens des valeurs de f croissantes.
Divergence.	Utiliser le théorème d'Ostrogradski fourni. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
Rotationnel.	Utiliser le théorème de Stokes fourni. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.

Laplacien d'un champ scalaire.	Définir $\Delta f = \text{div}\,(\mathbf{grad}\ f)$. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ de vecteurs.	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes. Utiliser la formule d'analyse vectorielle : $\mathbf{rot}(\mathbf{rot}\mathbf{A}) = -\Delta\mathbf{A} + \mathbf{grad}(\text{div}\mathbf{A})$.
2. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert.	Identifier une équation aux dérivées partielle connue. Transposer une solution fréquemment rencontrée dans un domaine de la physique à un autre domaine. Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.
3. Calcul différentiel	
Différentielle d'une fonction de plusieurs variables. Dérivée partielle.	Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Identifier la valeur d'une dérivée partielle, l'expression de la différentielle étant donnée.